論文題目

金融市場における一意的均衡とプレイヤーの合理性

～グローバルゲームによる分析

京都大学経済学部

入学年　２００６年入学

氏名　磯貝　茂樹

提出年　　　　２００９年１１月

目次

1　イントロダクション

金融市場におけるプレイヤーの行動を決定する要因として、予想の果たす役割は大きい。これは、金融市場において価格の調整速度が非常に速く、各プレイヤーの利得が他の経済主体の行動に大きく影響を受けるからである。彼らは、他の経済主体がどのような行動を起こすのかを予想し、それに基づいて自らの行動を決定する。多くの場合、彼らが考慮するのは「今後経済がどのように動くか」というよりむしろ、「他の経済主体が経済の状態をどのように考え、どのように行動するつもりなのか」である。さらには、そうして彼らによって形作られた予想は、たとえ当初は間違っていたとしても、その予想を反映した彼らの行動によって現実のものとなってしまうという自己実現的な性質を持っている。

このような「予想」の問題はゲーム理論における複数均衡問題に端的に現れている。ゲーム理論における均衡概念であるナッシュ均衡は全プレイヤーの予想と、それに対する行動との整合性を要求しているが、均衡が同時に複数個存在する場合に、「どちらの均衡が実現されるのか、または、されやすいのか」という点に答えることができない。すなわち、「彼らの形成する予想次第で結果が変わる」と答える以外になく、予想というものが外生的に捉えられる限り、これ以上踏み込んだ議論をすることは不可能であった。

この複数均衡の問題には多くの経済学者たちが取り組んできたが、その中でも、Carlsson and van Damme(1993) において提唱された「グローバル・ゲーム」は、完備情報のゲームを小さなノイズを持つ不完備情報ゲームに変換することによって複数均衡問題を解決するというもので、銀行取付や通貨危機の分析に応用され、大きな成果を上げている。唯一の均衡が得られるということは、帰結の予想としての解概念の説得性を増すとともに、政策的なインプリケーションを得る上でも非常に重要である。

また、グローバルゲームによって一意な解を得る上ではプレイヤーの合理性が重要な役割を果たしている。経済学のモデル化において不可欠な仮定ともいえる合理性について考察することもまた必要であろう。

本稿では、このグローバル・ゲームの手法を用いて金融市場において投資を行うかどうかを決定する２人の投資家の戦略を分析すると同時に、その分析の際に重要な働きをするプレイヤーの合理性についての考察を行う。第２節ではグローバルゲームに関する過去の研究蓄積を展望する。第３節では本稿でのモデルにおいて完備情報下で複数均衡問題が生じることと、そこに不完備情報の構造を加えることによって一意的な均衡が得られることを、関数形を特定化しない一般化した形で証明する。また、今回のモデルの含意についても簡単に述べる。第４節では、前節で用いた手法において重要な役割を果たす合理性について説明する。最後に、第５節で結論と今後の研究課題を論じる。

2　先行研究

「グローバルゲーム」というクラスが初めに導入されたのは Carlsson and van Damme(1993) においてである。ここではある特定の仮定を満たす 2×2 の静学ゲームについては一意な均衡が存在し、さらにその解は情報構造に含まれるノイズがゼロへと収束するときに、Harsanyi や Selten の意味での risk-dominant な解へと収束することを示した。

ここでは説明の便宜のため、簡略化したゲームでグローバルゲームの解説をしよう。

	α_2	β_2
α_1	x, x	$x, 0$
β_1	$0, x$	$4, 4$

第 1 表

第 1 表のような利得表をもつゲームを考える[*1]。完備情報の仮定の下では、$x > 4$ のとき (α_1, α_2) が、$x < 0$ のとき (β_1, β_2) が支配戦略均衡であり、したがって唯一の解となるが、$x \in (0, 4)$ のときには (α_1, α_2) と (β_1, β_2) の両方がナッシュ均衡となってしまい、複数の均衡が存在することになる。

このときに、x の真の値がプレイヤーに直接観察可能でなく、各プレイヤーが真の値に平均 0 で一様に分布するノイズを加えた値を独立に観察するような不完備情報ゲームを考える。このときこの不完備情報ゲームのベイジアン・ナッシュ均衡は一意に決まり、

$$x > 2 \quad \text{のとき} \qquad (\alpha_1, \alpha_2)$$

$$x < 2 \quad \text{のとき} \qquad (\beta_1, \beta_2)$$

となる[*2]。つまり、グローバルゲームにおいては均衡が一意に定まり、その戦略は「各プレイヤーが受け取った情報がある一定の閾値（スイッチングシグナル）を上回るか否かによってどちらの行動を選ぶかを決定する」というものになる。

このグローバルゲームを応用した有名な研究に Morris and Shin(1998) がある。これは経済のファンダメンタルズを投機家がシグナルとして受け取るときに、スイッチングシグナルの値がどのように決定されるかを分析したものであり、そこから投機家の受け取る情報の正確さや、政府の情報公開のやり方に対する含意を引き出した。この研究は後に Corsetti, Dasgupta, Morris and Shin(2004) によって巨大な投機家の存在するモデルに拡張された。

[*1] 以下、利得表において column player をプレイヤー 1、row player をプレイヤー 2 とする。

[*2] 本節ではグローバルゲームの解説を目的とするため、導出方法については言及しない。より一般的なゲームの均衡の導出は次節で行う。

またグローバルゲームについては、近年盛んになっている実験経済学による実証も行われている。例えば、Heinemann, Nagel and Ockenfels(2004) は Morris and Shin(1998) のモデルについて、Taketa, Suzuki-Löffelholz and Arikawa(2007) は Corsetti, Dasgupta, Morris and Shin(2004) のモデルについての実験を行い、実験においてもこれらのモデルを支持する結果が出ていることを示している。面白いことに、実験では完備情報のゲームにおいてもプレイヤーがグローバルゲームと類似の行動をとることが観察されており、第 4 節で述べる「プレイヤーの合理性」に関する研究の重要性を示唆している。

次節では実際に投資の意思決定のモデルを用いて分析を行う。以下の分析では Morris and Shin(1998) を参考として、必要最低限の仮定のもとで関数形を特定せずに均衡を求めた。

3　複数均衡とグローバルゲーム

3.1　基本的な設定

	I	NI
I	$f(2,\theta), f(2,\theta)$	$f(1,\theta), 0$
NI	$0, f(1,\theta)$	$0, 0$

第 2 表

まず、ゲームの基本構造を説明する（第 2 表参照)。ゲームは 2 人プレイヤー（$i = 1, 2$）の静学ゲームであり、彼らのとりうる行動の集合は {「投資する（Ｉ)」、「投資しない（ＮＩ)」} である。また、彼らの利得は

$$\text{I を選択した時}\quad f(n,\theta)$$

$$NI\ \text{を選択した時}\qquad 0$$

であるとする。ここで、n は I を選択したプレイヤーの数である（$n \in \{1, 2\}$)。また、θ は経済の状態を表す指標であるとし、より高い θ の値がより良い経済状況に対応する（$\theta \in [l, u]$　$l < 0, 1 < u$)。さらに、$f : \{1, 2\} \times [l, u] \to \mathbb{R}$ は以下の性質を持つ連続な関数であるとする (第 1 図参照)。

$$f(2,\theta) > f(1,\theta), \quad \forall\theta \in [l, u] \tag{1}$$

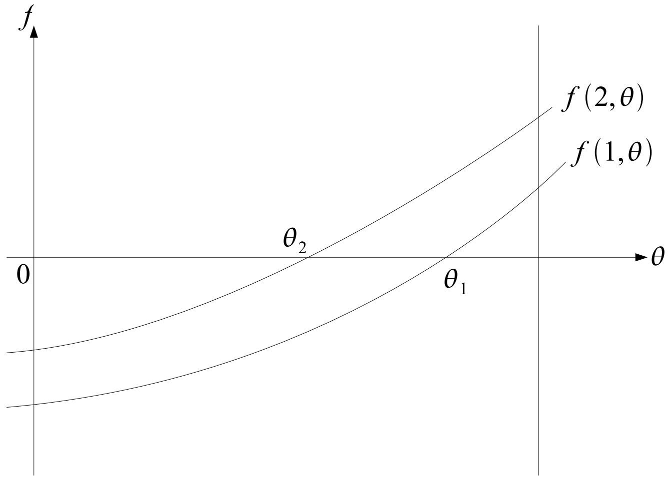
$$f(2,0) < 0, \quad f(1,0) < 0 \tag{2}$$

$$f(2,1) > 0, \quad f(1,1) > 0 \tag{3}$$

$$f\ \text{は}\theta\text{に関して単調増加} \tag{4}$$

また、$f(2,\theta) = 0$ を満たす θ を θ_2 、$f(1,\theta) = 0$ を満たす θ を θ_1 とすると、明らかに θ_1, θ_2 は区間 $(0, 1)$　内に一意に存在し、$\theta_2 < \theta_1$ である。

この関数 f の性質に関する経済学的な意味は以下の通りである。まず、投資を行う投資家の数が多いほど、投資家の受け取る利益は高くなる。また、経済の状況が十分に悪い時にはたとえ投資家全員が投資を行っても利益を上げることは不可能であり、逆に、経済の状況が十分に良い時には一人しか投資を行わなくとも利益を上げることができる。



第 1 図

3.2　完全完備情報の下でのプレイヤーの戦略

以上の設定がプレイヤー間の共有知識であると仮定した上で[*3]、まずは両プレイヤーが θ の実際の値を観測し、プレイヤー間に情報の非対称性が存在しない場合を考えよう。このとき、観測された θ の値に応じて以下の３つの場合が考えられる。

(i) $\theta \in [l, \theta_2)$ の場合
この時、$f(2,\theta) < 0$ かつ $f(1,\theta) < 0$ であり、両プレイヤーが NI を選ぶ状況（NI、NI）が唯一のナッシュ均衡である。

(ii) $\theta \in [\theta_2, \theta_1]$ の場合
この時、$f(2,\theta) \geq 0$ かつ $f(1,\theta) \leq 0$ だから、ナッシュ均衡は（I,I)、（NI,NI）の２つ存在する。

(iii) $\theta \in (\theta_1, u]$ の場合
この時、$f(2,\theta) > 0$ かつ $f(1,\theta) > 0$ となり、両プレイヤーが I を選ぶ（I,I）が唯一のナッシュ均衡となる。

つまり、経済の状態が十分に良い場合、もしくは悪い場合にはナッシュ均衡は一意に決定されるが、そうではない中間的な場合には複数の均衡が存在する。つまり、この場合には経済の状況が比較的悪く、自分１人だけが投資を行った場合には負の利得を得ることになるため、各プレイヤーは相手と同じ行動を取ろうとする。これは一種のコーディネイションゲームであり、予想が自己実現的となる典型的な例である。

[*3] 「共有知識」については第 4 節で説明する

3.3 不完備情報の下での分析（グローバル・ゲーム）

完全完備情報の下では $\theta \in [\theta_2, \theta_1]$ の場合に複数均衡問題が発生した。本節ではその問題を取り除くために、経済の状態を表す指標 θ の観察によって得られる情報に非対称性が存在する場合を考える。θ は $[l, u]$ の区間のいずれかの値を取りうる定数とし、各プレイヤー i はそれぞれ私的に観測を行いシグナル

$$x_i = \theta + \varepsilon_i$$

を観測する。ここで ε_i は撹乱項で、$[-d, d]$ $(d < max\{l, u-1\})$ 上の一様分布に従い、各 i について独立に分布している。

また議論の簡単化のため、今後、各プレイヤーが I を選択した際の利得関数 f が θ ではなく x_i に依存するとする。すなわち、$f(n, x_i)$ は性質（1）～（4）で θ を x_i に代えた式を満たすとする。

不完備情報の下でプレイヤー i は、「自身の観測したシグナル x_i に応じてどの行動をとるのか」を戦略とする。すなわちプレイヤー i の戦略とは、観測しうる x_i の値を行動空間 $\{I, NI\}$ へと写す写像 $\sigma_i(x_i)$ である。ここで i がシグナル x_i を観測した時にプレイヤー j が I を選択する事後確率を $Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)$ で表すと、i がシグナル x_i を観測した時に I を選択することで得られる期待利得は

$$\begin{aligned}\pi(x_i) &= Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i) f(2, x_i) + \{1 - Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)\} f(1, x_i) \\ &= Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i)\end{aligned}$$

である。NI を選択した時に得られる利得は 0 だから $\pi(x_i) \geq 0$ である時にのみ、I を選択することが最適反応となる。

ここで、以下の戦略を定義する。

■定義　ある実数 k について

$$\sigma_i(x_i) = \begin{cases} I & if \;\; x_i \geq k \\ NI & if \;\; x_i < k \end{cases}$$

とする戦略を k-閾値戦略と呼び、$s[k]_i$ と表す。

これは、受け取ったシグナルの値が閾値 k 以上であれば投資を行い、そうでなければ投資を行わないという戦略である。

これらの仮定の下で以下の定理が成り立つ。

■定理　このゲームの均衡は、ある値 k^* が存在して

$$\sigma_i(x_i) = s[k^*]_i \qquad (i = 1, 2)$$

である。ここで、$k^* \in (\theta_2, \theta_1)$ であり、一意に存在する。また、この均衡がゲームの唯一の均衡である。

証明　始めに、両プレイヤーが k^*-閾値戦略をとっている状態が均衡であることを示す。まず、プレイヤー j が戦略 $s[k]_j$ をとる時のプレイヤー i の最適反応を求める。各プレイヤーが受け取るシグナルは

$$x_i = \theta + \varepsilon_i$$

$$x_j = \theta + \varepsilon_j$$

であるから、

$$x_j - x_i = \varepsilon_j - \varepsilon_i$$

がいえる。つまり、$x_j - x_i$ の分布は $\varepsilon_j - \varepsilon_i$ の分布と等しい。ε_i は区間 $[-d, d]$ 上の一様分布に従うから、$\varepsilon_j - \varepsilon_i$ の分布は確率密度関数

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{4d^2}x + \frac{1}{2d} & if \quad x < 0 \\ -\frac{1}{4d^2}x + \frac{1}{2d} & if \quad x \geq 0 \end{cases}$$

によって特徴付けられる (第 2 図)。プレイヤー j が戦略 $s[k]_j$ をとっている時にシグナル x_i を観測したプレイヤー i が I を選択することで得られる期待利得を $\pi(x_i, k)$ とすると、

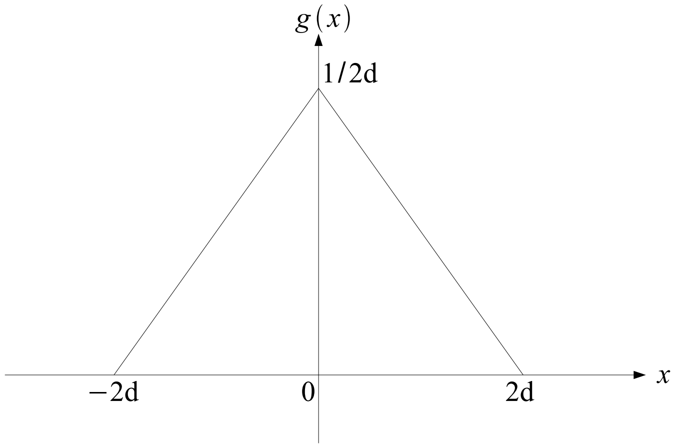
$$\begin{aligned} \pi(x_i, k) &= Pr(s[k]_j = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i) \\ &= \int_{k-x_i}^{\infty} g(x)dx\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i) \end{aligned}$$

となる。また、g が y 軸に関して対称であることから特に

$$\pi(k, k) = \frac{1}{2}\{f(2, k) + f(1, k)\}$$

である。

　これらの式から、$\pi(x_i, k)$ が x_i に関して単調増加、k に関して単調非増加な連続関数であること、そして $\pi(k, k)$ は k に関して単調増加な連続関数であることがわかる。



第 2 図

さて、プレイヤー i にとって $\pi(x_i, k)$ が 0 以上の場合に I を、そうでない時に NI を選ぶことが最適反応であった。ここで $\pi(x_i, k)$ の性質から $\pi(b(k), k) = 0$ なる $b(k)$ が一意に存在する。この時、

$$x_i \geq b(k) \text{ ならば} \pi(x_i, k) \geq 0 \text{ より、} I \text{ が最適反応}$$

$$x_i < b(k) \text{ ならば} \pi(x_i, k) < 0 \text{ より、} NI \text{ が最適反応}$$

となるから、i のとるべき戦略は $s[b(k)]_i$ となる。

以上の議論は各プレイヤーについて当てはまるから、各プレイヤーが $b(k) = k$ を満たす k について k-閾値戦略をとるときに均衡となることがわかる。すなわち、$\pi(k, k) = 0$ なる k を k^* とすると、両プレイヤーが k^*-閾値戦略をとっている状態が均衡となる。ここで、

$$k \in [l, \theta_2) \text{ ならば} \pi(k, k) < 0$$

$$k \in (\theta_1, u] \text{ ならば} \pi(k, k) > 0$$

であるから、k^* は区間 (θ_2, θ_1) 内に一意に存在する。

次に、均衡の一意性を示す。ここで、以下の補題が成り立つ（証明は補論を参照）。

補題　戦略の組 (σ_1, σ_2) がこのゲームの均衡であるならば、任意の $n \geq 1$ について

$$\sigma_i(x_i) = \begin{cases} I & if \quad x_i \geq b^{n-1}(1) \\ NI & if \quad x_i < b^{n-1}(0) \end{cases}$$

である。ここで

$$b^n(k) = \begin{cases} k & (n = 0) \\ b(b^{n-1}(k)) & (n \geq 1) \end{cases}$$

である。■

　このとき $k > k^*$ を考えると、$\pi(k,k) > \pi(k^*,k^*) = 0$ となり、$\pi(x_i,k)$ の x_i に関する単調増加性から $b(k) < k$ となる。また、$\pi(k^*,k) < 0$ であるから $k^* < b(k)$ もいえる。ゆえに $k^* < b(k) < k$ である。$k < k^*$ の場合にも同様の議論から $k < b(k) < k^*$ がいえる。ゆえに、$\{b^n(0)\}$ は k^* を上限とする単調増加数列、$\{b^n(1)\}$ は k^* を下限とする単調減少数列であり、どちらも一意な値 k^* に収束する。すなわち、均衡戦略の閾値が一意な値に収束し、ゆえにこのゲームの均衡は一意である。□

　以上の分析で不完備情報ゲームの一意の均衡を見つけることができた。ここで、シグナルの撹乱項が限りなく小さくなると (すなわち、$d \to 0$ となると)、ゲームは完備市場に限りなく近づいていく。すなわち、限界的に完備情報に近い状態でも一意な均衡が存在することになり、これにより、複数均衡問題が解決された。

　分析の最後に、k^* の決定される要因について述べる。k^* は

$$\pi(k,k) = \frac{1}{2}\{f(2,k) + f(1,k)\}$$

について、$\pi(k,k) = 0$ を満たす k の値であった。ゆえに、k^* の値は利得関数 f の形状のみに依存する。ここで、利得関数 f が次のような f' に変化したとしよう。

$$\{f'(1,x_i) > f(1,x_i) \quad \forall x_i\} \text{ または } \{f'(2,x_i) > f(2,x_i) \quad \forall x_i\}$$

f' に対応する期待利得関数を π' とすると、

$$\begin{aligned} \pi'(k^*,k^*) &> \pi(k^*,k^*) \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり、$\pi'(k,k) = 0$ を満たす k を k' とすると、$k' < k^*$ が成り立つ。すなわち、投資を行ったときの利得が増加すると期待利得も増加し、均衡戦略での閾値は低下する。

　今回の分析では必要最小限の仮定のもとで均衡が存在することを示した。このことから、現実の金融市場においてもその市場特有の閾値が実際に存在していることが示唆される。したがって現実の市場を観察することによって、この閾値を推定し、さらには市場参加者の投資行動の予測をすることが可能となる。これは市場の安定化政策を考える上で非常に有用な情報となる。

4 被支配戦略の逐次消去と高階の知識

前節において、完備情報下では複数均衡の発生するゲームに不完備情報性を含めることで一意な均衡を得ることが出来た。グローバルゲームにおいては各プレイヤーは観測を独立に行っていたが、その観測された x の値には相関があり、各プレイヤーは自分のシグナルを受け取った後に相手の受け取るシグナルに関する事後確率を計算することが出来た。そこからプレイヤーの計算する期待効用を最大化する戦略を求めたのである。一意性の証明の際にはプレイヤーの最適反応関数が上限または下限をもつ単調列となることを利用したが、これは被支配戦略の逐次消去に他ならない。本節では、被支配戦略の逐次消去を、したがってグローバルゲームの解の一意性の証明を正当化するためにプレイヤーに課される条件について議論する。

以下の利得表で表されるゲームを考えよう[*4]。

	L	C	R
U	$4,10$	$3,0$	$1,3$
D	$0,0$	$2,10$	$10,3$

第 3 表

このゲームの解を得るための手順は以下のようなものである。

(i) プレイヤー 2 の戦略 R は L、C をそれぞれ 1/2 でプレイする戦略によって支配される。従って戦略 R を消去することができる。

(ii) 戦略 R を消去した後のゲームではプレイヤー 1 の戦略 D は戦略 U によって支配される。従って戦略 D を消去することができる。

(iii) 戦略 R,D を消去した後のゲームではプレイヤー 2 の戦略 C は戦略 L によって支配される。従って戦略 C を消去することができる。

以上の操作によりこのゲームの唯一の解 (U, L) を得ることが出来る。

この操作はゲームの解を得るためのものとして非常に標準的なものである。しかしながら、このように「被支配戦略を消去する」ことができるのはなぜだろうか。この手順はどのような仮定の下に成り立っているのだろうか。

では再度、各手順ごとに、それが可能となる理由を述べていこう[*5]。

(i) プレイヤー 2 は合理的であり、従って戦略 R をプレイしない。

[*4] Brandenburger(1992)Figure 1 より。

[*5] 以下では議論の流れを単純なものにするためにゲームの構造は後に本文で述べる意味での「共有知識」となっていると仮定する。ここでゲームの構造とは、プレイヤーの集合・プレイヤーのとることができる行動の集合・利得関数の集合のことである。

(ii) プレイヤー１もまた合理的であり、さらにプレイヤー２が合理的であることを知っている。後者の理由からプレイヤー１は戦略 R を消去した後のゲームをプレイし、前者の理由からプレイヤー１は戦略 D をプレイしない。

(iii) プレイヤー２はプレイヤー１が合理的であること、さらに「『プレイヤー２が合理的であること』をプレイヤー１が知っていること」を知っている。従ってプレイヤー２は戦略 R,D を消去した後のゲームをプレイし、戦略 C をプレイしない。

ここで、プレイヤーが合理的であるとは、通常 1) プレイヤーは自己の効用（または利得）のみを最大化する[*6] [*7]。2) プレイヤーは完全な計算能力を持つ。ということを意味する。

つまり、このゲームにおいて先に挙げた被支配戦略の逐次消去を実行するためにはそれぞれのプレイヤーが合理的であるだけではなく、プレイヤー１が「プレイヤー２が合理的である」ことを知っていること、プレイヤー２が「プレイヤー１が『プレイヤー２が合理的であること』を知っていること」を知っていること、が必要となる。このように「相手が何かを知っていること」を知っていることをより階層の高い知識、または高階の知識（higher-order knowledge）という。一般に有限ゲームにおいて、被支配戦略の逐次消去を可能な限り行うためには有限個の知識の階層が必要となる。特に、任意の有限ゲームにおいてそれを保証するためには無限の階層に渡って知識が存在することが必要である。このとき、各プレイヤーの合理性は「共有知識」であるという[*8]。

---

*6 価格理論においては「プレイヤーの合理性」と「(プレイヤーの) 選好の合理性」との違いに注意が必要である。「プレイヤーの合理性」は本文に述べた通りである。「選好の合理性」とは、プレイヤーの持つ選好関係が、数学的には完備性・反射性・推移性を満たすことを表す。

*7 自己の効用のみを最大化することを「利己的」ということがあるが、これは数理モデル化のための仮定であり、通常の意味の利己性とは区別されるべきである。効用関数に他者の効用を含めることにより、通常の意味での利他的な人間を描写することも可能である。

*8 逐次消去で得られた解はナッシュ均衡であるが、ナッシュ均衡を正当化するためにプレイヤーに課される条件は逐次消去よりも弱い条件であることが知られている。詳しくは、Brandenburger(1992) を参照せよ。

5 結論

本稿における分析で、完全完備情報ゲームに十分に小さな撹乱項を加え、それにより得られた不完備情報ゲームにおける一意な均衡を見つけることが出来た。すなわち、完全完備情報においては外生的なものに過ぎなかった期待を、小さな相関をもつ不完備情報のモデルに変換することによって内生的なものにすることができたのである。

今回のモデルでは関数形を特定することなく、最低限の現実的な仮定をおいて分析を行った。そのため、今回得られた「均衡が実際に存在する」という結論は現実に起こりうることが予想される。グローバルゲームに関する実験結果もこれをサポートしている。ここから市場参加者の行動を予想することで、市場安定化政策に有用な情報を得ることができる。

今回分析に用いたモデルではプレイヤーの数を 2 人に限定していた。一般の n 人に拡張した場合にどのような均衡が得られるのかという点は、今後解明すべき問題である。また、今回の研究の発展として、モデルを多期間にわたる動学ゲームへと拡張し、θ をプレイヤーの行動に影響を受ける内生変数としたうえで、均衡がどのようなものになるのか分析することも重要な問題である。

さらに、より理論的な問題として、グローバルゲームの解が、各プレイヤーの合理性や共有知識にどの程度依存するのかという問題がある。特に動学ゲームとして考えた場合に、プレイヤーの合理性や共有知識の仮定を弱めた時の各プレイヤーの戦略がグローバルゲームの解に収束するかどうかという点は、非常に興味深い問題である。近年は実験経済学の手法も浸透してきた。実験結果との対照を通して意思決定の理論をより整合的なものにしていくことが非常に重要である。

■補論：補題の証明　n に関する数学的帰納法によって示す。

(i) $n=1$ のとき

$$\pi(x_i) = Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)f(2, x_i) + \{1 - Pr(\sigma_j(x_j) = I)\}f(1, x_i)$$

であるから、

$$x_i \geq 1 \text{ ならば } f(2, x_i) \geq 0,\ f(1, x_i) \geq 0 \text{　すなわち} \pi(x_i) \geq 0$$

$$x_i < 0 \text{ ならば } f(2, x_i) < 0,\ f(1, x_i) < 0 \text{　すなわち} \pi(x_i) < 0$$

であり、成り立つ。

(ii) $n=k$ のときに成り立つと仮定する。

$x_j \geq b^{k-1}(1)$ ならば $\sigma_j(x_j) = I$ だから、$i \neq j$ に対して

$$Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i) < Pr(s[b^{k-1}(1)]_j = I|x_i)$$

よって、$f(2, x_i) > f(1, x_i)$ であることに注意すれば

$$\begin{aligned}\pi(x_i) &= Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i)\\ &\geq Pr(s[b^{k-1}(1)]_j = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i)\\ &= \pi(x_i, b^{k-1}(1))\end{aligned}$$

$x_i \geq b(b^{k-1}(1))$ ならば $\pi(x_i, b^{k-1}(1)) \geq 0$ となり、したがって $\pi(x_i) \geq 0$ であるから、$\sigma_i(x_i) = I$ である。また、$x_j < b^{k-1}(0)$ ならば $\sigma_j(x_j) = NI$ だから、$i \neq j$ に対して

$$Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i) \leq Pr(s[b^{k-1}(0)]_j = I|x_i)$$

よって、

$$\begin{aligned}\pi(x_i) &= Pr(\sigma_j(x_j) = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i)\\ &\leq Pr(s[b^{k-1}(0)]_j = I|x_i)\{f(2, x_i) - f(1, x_i)\} + f(1, x_i)\\ &= \pi(x_i, b^{k-1}(0))\end{aligned}$$

$x_i < b(b^{k-1}(0))$ ならば $\pi(x_i, b^{k-1}(0)) < 0$ となり、したがって $\pi(x_i) < 0$ であるから、$\sigma_i(x_i) = NI$ である。以上より、補題が示された。□

6 参考文献

宇井貴志、梶井厚志「共有知識と情報頑健均衡」今井晴雄、岡田章編著『ゲーム理論の新展開』勁草書房、2002 年、115-151 ページ

宇井貴志「グローバル・ゲーム」経済セミナー No.649,2009 年 8・9 月号, 日本評論社、2009 年、

竹田憲史「通貨・金融危機の発生メカニズムと伝染：グローバル・ゲームによる分析」日本銀行金融研究所ディスカッションペーパー No.2007-J-4、2007 年、

Aumann, R., Brandenburger, A., "Epistemic Conditions for Nash Equilibrium", *Econometrica*, September 1995, pp.1161-1180.

Brandenburger, A., "Knowledge and Equilibrium in Games," *The Journal of Economic Perspectives*, Autumn 1992, pp. 83-101.

Carlsson, H., van Damme, E., "Global games and equilibrium selection," *Econometrica*, September 1993, pp. 989-1018.

Corsetti, G., Dasgupta, A., Morris, S., Shin, H. S., "Does One Soros Make a Difference? A Theory of Currency Crises with Large and Small Traders," *Review of Economic Studies*, January 2004, pp. 87-113.

Dekel, E., Gul, F., "Rationality and knowledge in game theory", in Kreps, D., Wallis, K., ed., *Advances in economics and econometrics: theory and applications, Vol.1*, Cambridge University Press, 1997, pp. 87-172

Goldstein, I., Pauzner, A., "Demand-deposit contracts and the probability of bank runs," *Journal of Finance*, June 2005, pp.1293-1327.

Harsanyi, J. C., "Games with Randomly Disturbed Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points," *International Journal of Game Theory*, November 1973, pp.1-23.

Heinemann, F., Nagel, R., Ockenfels, P., "The Theory of Global Games on Test: Experimental Analysis of Coordination GTames with Public and Private Information," *Econometrica*, September 2004, pp. 1583-1599.

Kajii, A., Morris, S., "The Robustness of Equilibria to Incomplete Information," *Econometrica*, November 1997, pp. 1283-1309.

Kajii, A., Morris, S., "Refinements and Higher Order Beliefs: A Unified Survey," Northwestern University discussion paper, October 1997.

Kajii, A., Morris, S., "Common p-belief: the General Case," *Games and Economic Behavior*, January 1997, pp. 73-82.

Morris, S., Shin, H. S., "Unique equilibrium in a model of self-fulfilling currency attacks," *American Economic Review*, June 1998, pp.587-597.

Morris, S., Shin, H. S., "Global games: theory and applications." in Dewatripont, M., Hansen, L., Turnovsky, S. (Eds), *Advances in Economics and Econometrics*, Cambridge Univ. Press, 2002, 56-114.

Polak, B., "Epistemic Conditions for Nash Equilibrium, and Common Knowledge of Rationality," *Econometrica*, May 1999, pp. 673-676.

Selten, R., "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games," *International Journal of Game Theory*, June 1975, pp22-55.

Taketa, K., Suzuki-Löffelholz, K., Arikawa, Y., "Experimental Analysis on the Role of a Large Speculator in Currency Crises," mimeo.