

振動層における粉体の非ガスの速度分布

京都大学 理学研究科 河原田 篤¹ , 早川 尚男

1 はじめに

粉体物理は、80年代終わりから90年代はじめにかけてあらためて、様々な研究がおこなわれた。[1] そのなかでガス状態の粉体ガスの研究は、粉体のもっとも簡単なモデルとして理論・シミュレーションの分野で特におこなわれてきた。

その一方で、粉体のガス状態とみなして行われる実験では、重力・境界層の影響やクラスタ化などのため現実に理想的なガス状態を実現することはたいへん難しく、理論やシミュレーションで研究されている自由冷却状態を再現できない。

我々は実験系で再現可能な理想的な粉体のガス状態を作ることを目的にシミュレーションをおこなった。

2 数値実験

粒子衝突に3次元の離散要素法 [2] を用い、図1のように天床に散乱体が固定された非常に薄い正方容器 (粒子直径を d として、高さ $1.8d$) に粉体粒子を入れ垂直に振動させる。スケールは、粒子の直径 d 、重力 g 、密度 ρ としておこなう。容器の振動振幅 $1.2d$ 、周期 $2.0\sqrt{d/g}$ 、加速度振幅 11.5 とした。粒子数 10000 のとき面積分率を 7%、粒子数 1000, 3000 のとき面積分率をそれぞれ 6%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50% のように変化させ平面上の速度分布の測定をおこなった。

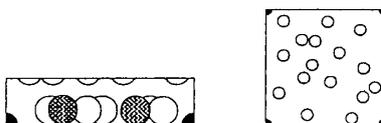


図 1: 右図は、実験系を横から見た図。左は上から見た図。容器の天井に散乱体をランダムに固定し、容器の角に粒子が集まるのを防ぐために角にも散乱体 (黒い球) をおく。

3 結果・解析

この系は、25 周期以降の振動で運動エネルギーの供給と衝突によるエネルギー散逸とが釣り合った‘定常状態’に達する。この‘定常状態’において粉体粒子は、時間や位置に因らず指数関数的な

¹ E-mail: ak@yuragi.jinkan.kyoto-u.ac.jp

速度分布 (図 2) になり、振動を止めた時はガウスの速度分布 (図 3) になっていることがわかった。さらに振動時に速度分布が指数的になる要因は、粒子衝突時に生ずる接線方向のクーロン摩擦であることがシミュレーション結果により示された。

そこで、次の Langevin 方程式を考える。

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\gamma \frac{\mathbf{u}}{u} - \nabla\Phi + \boldsymbol{\eta} \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{u} , $u = |\mathbf{u}|$ と Φ はそれぞれ速度、速さ、粒子間のポテンシャル。 $\gamma = \mu g$ で、 μ はクーロン摩擦係数、 g は重力。ランダム力 $\boldsymbol{\eta}$ は、

$$\langle \eta_\alpha(t) \rangle = 0, \quad \langle \eta_\alpha(t) \eta_\beta(t') \rangle = 2D \delta_{\alpha\beta} \delta(t - t') \quad (2)$$

を満たすとする。ここで α が成分を表し、 $D = \gamma \sqrt{T/3m}$ 、 T は粉体温度、 m は質量。式 (1) と式 (2) より、確率分布関数を $P(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ とすると、Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial P(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial t} = \left\{ -\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \cdot \nabla \Phi + \gamma \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\mathbf{u}}{u} + D \frac{\partial^2}{\partial u^2} \right\} P(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3)$$

が成り立つ。‘定常状態’におけるこの方程式の解 $P_{st}(\mathbf{u})$ は、

$$P_{st}(\mathbf{u}) = 2\sqrt{\frac{m}{3T}} \exp \left[-\sqrt{\frac{3m}{T}} u \right]. \quad (4)$$

となり、指数的な速度分布関数が導出された。したがって、クーロン摩擦の効いているような系において (1) のような Langevin 方程式が成立することがわかった。



図 2: ‘安定状態’にあるときの速度分布: 容器の 図 3: さまざまな状態の速度分布関数: ‘no tan-振動を 25 周期から 50 周期までの速度分布関数 gential’ と ‘no friction’ は、3000 粒子で面積分率を時間平均して、速度でスケールした分布関 6% のときの ‘安定状態’ で、それぞれ衝突時に数。図中の Φ は粒子の面積分率を表す。ただし、かかる接線方向のすべての力、摩擦力がないと $\Phi = 7.2\%$ は 10000 粒子、それ以外の面積分率の き。‘coolins state’ は 10000 粒子で面積分率が 7% はすべて 3000 粒子のときを表す。 のとき。‘undulation’ は、undulation。

参考文献

[1] H. M. Jaeger, S. R. Nagel and R. P. Behringer, Rev. Mod. Phys. **68** (1996), 1259.
 [2] P. A. Cundall and O. D. Strack, Geotechnique **29** (1979), 47.