

外国為替市場の高頻度時系列分析とエージェントモデル

京都大学大学院 情報学研究科 佐藤 彰洋¹

外国為替市場の建値の頻度時系列の周波数分析を行なった結果、パワースペクトルに特徴的なピークが現れたり消えたりする現象を見出した。この現象を説明するために、3 択行動エージェントからなる金融市場のモデルを提案する。このモデルにおいて、もし、多くのエージェントが共通の周期的に脈動する情報を知覚していたとすると、エージェントが建値を提示する回数にその脈動が現われることを示す。

1 データ

CQG 社が提供する外国為替市場の建値ティックデータ (tick and quotes) の分析を行った。このデータは建値が提示された時刻と建値価格および売り建値 (ask) と買い建値 (bid) の別が記録されている。市場参加者の市場への働きかけの程度を定量化するために、単位時間当りの建値の頻度を下記のように定義した。

$$A(t) = N(t - \Delta, t), \quad (1)$$

ここで、 $N(t_1, t_2)$ ($t_1 < t_2$) は区間 $(t_1, t_2]$ における建値の発生回数、 Δ はサンプリング周期を表す。

この $A(t)$ に対して離散フーリエ変換を行ない、ペリオドグラム推定法によりパワースペクトルを計算した。ペリオドグラム推定は時系列の離散フーリエ変換の絶対値の 2 乗から計算される。

$$P(f_k) = \left\langle \left| \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N A(t) e^{-2\pi i t k / N} \right|^2 \right\rangle, \quad f_k = \frac{k}{N\Delta} \quad (2)$$

ここで、 $\langle \dots \rangle$ は異なる時系列に対する平均を表わし、 Δ はサンプリング周期を意味する。図. 1 は $\Delta = 1$ 分に対する 2000 年の異なる時期のパワースペクトルである。2000 年 1 月のパワースペクトルは高周波成分でほぼ一定値を取っている。しかしながら、2000 年 9 月のパワースペクトルには約 2.5 分のところにピークが認められる。

2 エージェントモデル

単純化のため、エージェントが知覚する情報はスカラー量 $x_i(t)$ であるとする。この情報はエージェントに行動を生じさせる原因となる。知覚情報から行動が生じる過程で、エージェントは情報

¹E-mail: aki@i.kyoto-u.ac.jp

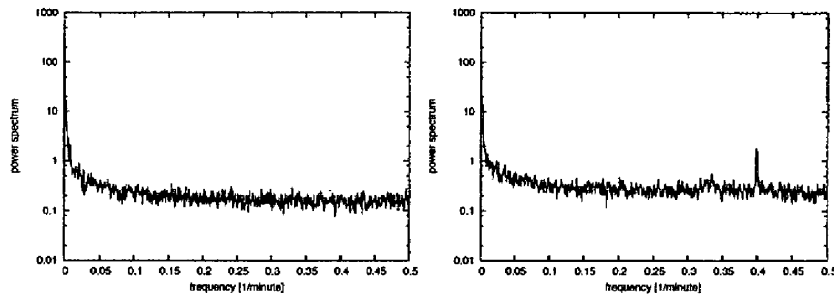


図 1: 2000 年 1 月 (上) と 9 月 (下) の円/ドルレートの単位時間当りの売り建値回数の時系列から計算したパワースペクトルの片対数プロット. 2000 年 1 月にはピークは見出されないが, 2000 年 9 月には 2.5 分の周期性を確認することができる.

を解釈し, その解釈にもとづき行動を起すが, この解釈にはなん通りもの可能性があり, 時間の経過とともに変化しうるし, 個人差も大きい. しかも, それを観測により測定することは難しい. そこで, この解釈の違いによる行動の違いをゆらぎ $\xi_i(t)$ を導入することによりモデル化する.

もし知覚情報を解釈した結果の値 $x_i(t) + \xi_i(t)$ が大きければ, 情報を解釈した結果, エージェントは買いたいという感情を持ち, 反対にこの値が小さければ, エージェントは売りたいという感情を持つと仮定する.

次に, 行動に関する規則と行動について考える. 市場参加者には一般に, 3 つの行動しか許されていない. すなわち, 買う, 売る, 待つである. 実際には, 売買を行なう場合には数量を考慮する必要があるが, ここでは, 単純化のために数量は考慮しない.

行動 $y_i(t)$ を生じることは, 感情がある閾値を越えた場合とする. 更に, この閾値は市場参加者ごとに異なり, また, あるひとりの市場参加者の中でも時間的に変化し得る. 3 つの行動を分けるためには, 少なくとも 2 つの閾値が必要である. 買い行動を起こす閾値を $\theta_i^B(t)$ と売り行動を起こす閾値を $\theta_i^S(t)$ と仮定し, 人の知覚から行動にいたる数理モデルを次の閾値ダイナミクスに基づいた単純閾値モデルにより定式化する. 図. 2 に示すように, この閾値ダイナミクスでは知覚情報 $x_i(t)$ に解釈の不確実性 $\xi_i(t)$ を加算した量により感情が生じ, 3 つの行動 (買う:1, 売る:-1, 待つ:0) のいずれかの行動が選択されるとする. これを定式化すると以下のようなになる.

$$y_i(t) = \begin{cases} 1 & (x_i(t) + \xi_i(t) \geq \theta_i^B(t)) \\ 0 & (\theta_i^B(t) < x_i(t) + \xi_i(t) < \theta_i^S(t)) \\ -1 & (x_i(t) + \xi_i(t) \leq \theta_i^S(t)) \end{cases} \quad (3)$$

あるエージェントの同時刻における買いを判断する閾値と売りを判断する閾値との間には $\theta_i^B(t) > \theta_i^S(t)$ が成立すると仮定する.

更に知覚情報 $x_i(t)$ は市場外部からの外因性情報 $s_i(t)$ と, エージェント固有期間 T_i にわたる市場価格差 $r(t)$ の移動平均値から決まると仮定する.

$$x_i(t) = a_i(t) \frac{1}{T_i} \sum_{k=1}^{T_i} r(t - k\Delta) + s_i(t). \quad (4)$$

ここで、 Δt は市場の粗視化時間の単位である。 $a_i(t)$ は市場価格を知覚する際のエージェント固有のフィルターを意味する。もし、 $a_i(t)$ が正值ならば市場参加者は価格が上昇(下降)したら買い(売り)行動を指向する順張り戦略的に行動する。反対に $a_i(t)$ が負値ならば、市場価格が降下(上昇)したら買い(売り)行動を指向する逆張り戦略的に行動する。このような単純な閾値ダイナミクスを持つ N 人のエージェントから市場が構成されているとする。そして、市場価格はエージェントの投資行動の結果生じる超過需要 $N^{-1} \sum_{k=1}^N y_k(t)$ によって動くと考える。

このときの市場価格差 $r(t)$ は市場価格の正值性を保証するために、 $P(t)$ の対数差によって定義する。

$$\log P(t + \Delta t) = \log P(t) + r(t). \tag{5}$$

ここで、 Δt は市場の粗視化時間の単位である。そして、市場価格差は市場参加者の行動の総和によって決まる超過需要に比例する。

$$r(t) = \gamma N^{-1} \sum_{i=1}^N y_i(t). \tag{6}$$

ここで、 $\gamma > 0$ は流動性定数である。

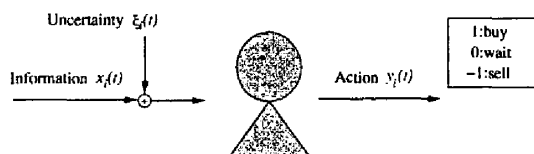


図 2: 2 閾値素子による 3 択行動エージェントの模式図。エージェントは知覚情報 $x_i(t)$ と解釈の不確実性 $\xi_i(t)$ を加算した量により行動 $y_i(t)$ を生起する。

3 数値シミュレーション

短時間でのエージェントの行動を考えるので、買いと売りを判断する閾値は対称で時間によらず一定値 $\theta_i^b(t) = -\theta_i^s(t) = \theta$ であると仮定した。また、 $a_i(t)$ は平均 a 、標準偏差 σ_a の正規分布からサンプルした値を用いる。解釈のゆらぎ $\xi_i(t)$ は平均 0、標準偏差 σ_ξ の正規分布からサンプルする。外因性情報は全てのエージェントに共通な正弦波 $s_i(t) = q \sin(2\pi \Delta t f_c t)$ とする。ここで q は周期性情報の振幅、 f_c はその情報の固有周波数を表わす。

エージェント数 $N = 100$ とし、 $a = 0.2$, $\sigma_a = 0.2$, $\gamma = 1$, $\theta_0 = 0.01$, $q = 0.002$, $f_c = 0.8$, $\Delta t = 1$ と固定した。 $\theta > q$ であるので、外因性情報は直接エージェントの判断に影響を与えない程度に弱い。この条件のもとで、 σ_ξ を変化させて数値シミュレーションを行なった。図. 3 に典型的なエージェントの粗視化時間内での行動

$$A(t) = \sum_{i=1}^N |y_i(t)| \tag{7}$$

のパワースペクトルを示す。パワースペクトルには f_c の半分の周波数のところにピークが現われる。このことから、市場参加者に売りと買いの感情持たせる周期的な情報が存在し、その情報を多

くの市場参加者が知覚していたと仮定するならば、たとえ判断に直接影響を与えないような弱い脈動であっても、単位時間当りの建値回数のパワースペクトルにその周期性に対応したピークが観測される。

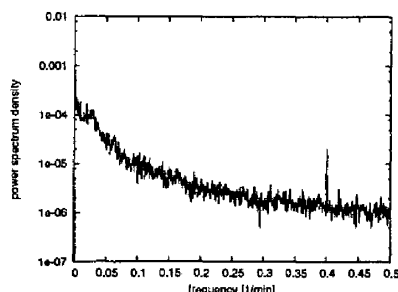


図 3: $N = 100$, $\theta = 0.01$, $\sigma_{\xi} = 0.005$, $a = 0.2$, $\sigma_a = 0.2$, $q = 0.002$, $f_c = 0.8$ としたときのエージェントモデルから得た市場活性度 $A(t)$ のパワースペクトル。

4 まとめ

高頻度時系列分析から、単位時間当りの建値回数時系列のパワースペクトルに周期性が見出される期間があることを実証論的に示した。この周期性の原因を、市場参加者の大多数が判断に直接影響を受けないような周期的に変動する情報を知覚していると仮定するならば説明可能であることを数値シミュレーションより示した。

5 謝辞

本研究は日本学術振興会科学研究費補助金若手研究 (B) (17760067) の補助による。

参考文献

- [1] R.N. Mantegna, and H.E. Stanley, “An Introduction to Econophysics –Correlations and Complexity in Finance–”, Cambridge University Press (2000).
- [2] M.M. Dacorogna, R. Gençay, U. Müller, R.B. Olsen, and O.V. Pictet, “An introduction to high-frequency finance”, Academic Press (2000).
- [3] A.-H. Sato, “A characteristic time scale of tick quotes on foreign currency markets”, Practical Fruits of Econophysics, Springer-Verlag(Tokyo), Ed. by H. Takayasu, (2006) pp. 82–86.
- [4] A.-H. Sato, “Characteristic time scales of tick quotes on foreign currency markets: empirical study and agent-based model” submitted to European Physical Journal B.