ジレンマゲームにおけるダイナミックス

愛媛大学理学部物理学科　飯塚 剛 [1]

混合戦略を用いたジレンマゲームに対して、feedback 効果のあるダイナミックスを導入し解析をジレンマン解消を試みた。

1 はじめに

「押してもだめなら引いてみな」とう言葉がある。やってはみたが思惑に反する結果になったら、その逆をやったらよくなるかもしれないということわざ。これは誰もが少なからず生かされたことのある教訓であろうが、これがゲームの世界でも通用するのであろうか？ここでは「囚人のジレンマ」に代表されるジレンマ型ゲームを取り上げてみる。2 プレイヤー A,B がそれぞれ協力、敵対という二つの戦略を選択するとして、A,B が得る利得をそれぞれ (a, b) をとしたのが利得行列である (表 1)。1 回限りのゲームでの合理的戦略は、Nash 均衡解として知られており (敵対、

	B 協力	B 敵対
A 協力	(4,4)	(1,6)
A 敵対	(6,1)	(2,2)

敵対) という結果になるがこれは両者にとって望ましいものではない。混合戦略を用いても同様である。

ゲームのダイナミックス的側面は以前からから考えられているが、最も単純な繰り返しゲームにおいて最強とされる TFT(tit for tat) 戦略 [1] は必ずしも全てプレーヤーにとって望ましいものではない。一方、ゲームを進化論的に捕らえたレプリケーター dynamics[2] は背後に多くのプレイヤーを仮定してそれぞれが純粋戦略をとると仮定している。相手のプレイヤーの戦略選択も読みきって、自分の選択を考えるメタゲーム [3] を導入すると、メタ均衡性として互恵的な行動パターンが生じる。

2 モデル

本研究では表のゲームに対して、ダイナミックスを考える。前提として、

(1) プレイヤー A,B は混合戦略をとることとしそれぞれのパラメターを x, y とする。($x, y = 1$ なら協力 100 %で, 0 では敵対 100 %。)

[1]E-mail: iizuka@phy.sci.ehime-u.ac.jp

(2) プレイヤーは自分の利得を上げることにのみ興味あり、相手の利得は知らない。

(3) x, y は時間の関数であり、以下に述べるルールで発展する。

Aの期待利得 $F(x, y)$ は

$$F(x, y) = -(y+1)x + 4y + 2, \tag{1}$$

で与えられ、Bの期待利得 $G(x, y)$ は $F(y, x)$ である。ここでそれぞれのプレイヤーが単純に F, G を増大させようとするダイナミックス

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x}\ (0 \leq x \leq 1), \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial G}{\partial y}\ (0 \leq y \leq 1), \tag{2}$$

の場合は単に $t \to \infty$ でナッシュ均衡点 $(x^*, y^*) = (0, 0)$ に漸近し、合理的な結果にならない。ここで、「押してもだめなら引いてみな」的な feedback 効果を取り入れる。まず、時間差分化を考えて $(dt = 0.001)$ 次に様な差分方程式を導入する。

$$x(t+dt) = x(t) + v_x(t)dt \tag{3}$$

$$v_x(t+dt) = \frac{\partial F(t+dt)}{\partial x} \qquad (\text{if } F(t+dt) \geq F(t)) \tag{4}$$

$$= v_x(t) - \alpha\ \mathrm{sgn}(v_x) \quad (\text{else}) \tag{5}$$

$y(t)$ も同様のダイナミックスをとるとする。(5) が feedback 効果を表しており、これは利得に向上が見られない場合、強制的に戦略 $x(t)$ に負の加速度をいれて戦略の変更を強いるのである。正の数 α は feedback の大きさを表している。

3 結果

まず初期条件 (x_0, y_0) は $x_0 > y_0$ と仮定する。つまりAのほうが当初はより協力的である。このとき上記ダイナミックスは feedback パラメターに応じて3つ相に分離することがわかった。$\alpha_1 < \alpha_2$ として、(1)$\alpha < \alpha_1$ のとき $(0, 0)$ に漸近。(2)$\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ のとき $(1, 0)$ に漸近。(3)$\alpha > \alpha_2$ のとき $(1, 1)$ に漸近。$(x_0, y_0) = (0.5, 0.4)$ の場合は $\alpha_1 \simeq 0.89$, $\alpha_2 \simeq 4.01$ という結果であった。つまり、フードバックの効果が小さいとナッシュ均衡、十分大きいと両者協力、中間的な値だと初期条件が災いして、Aの利得が最小となることがわかった。

参考文献

[1] R. Axelrod ,"The evolution of coopration" Basic Books, New York(1984)

[2] P. D. Taylor and L. B. Jonker, *Math. Biosci.* ,**40** (1978), 145.

[3] N. Howard, *Behavioral Science,* **21** (1976), 524.

[4] 薮内稔, メタゲーム理論:条件付方略の拡張, 「ゲーム理論のフロンティア」(サイエンス社) (2005), 92.