生態系モデルにおける確率振動の解析

守田　智，泰中　啓一（静岡大学工学部）

生態系の個体数の時間変化は、環境変動とは異なる周期を持つ周期的な特性を持つことがあることが知られている．その説明としてよく言及されるのに有名な Lotka-Volterra(LV) 方程式などの決定論的モデルがあるが、相互作用する２種以上の個体群からなる系は一般に確率的揺らぎを含んでおり，決定論的モデルによるアプローチは必ずしも十分ではない．本研究では確率モデルで個体群振動を再現し，その時間変動の周期特性をくわしく解析する．

ここでは prey と predator の２種からなる以下のような簡単なモデルを用いる．まず個体群の生息域として N 個のパッチを考え、prey に対応する X，predator に対応する Y，空地に対応する O の３状態があるとする．パッチの状態は３つのプロセス $X+Y \longrightarrow 2Y$, $X+O \longrightarrow^{r} 2X$, $Y \longrightarrow^{m} O$ に従い変化する．これらはそれぞれ predator による捕食，prey の増殖，predator の死亡を表しており r (m) は成長 (死亡) が起きる率を捕食が起きる率でスケールしたものである．上式の意味は，２つのパッチをランダムに選び一個目が X で２個目が Y であれば共に X にするということいった具合である．上記のプロセスをパッチの数 N と等しい回数だけ行うことを１単位時間とする．本研究では簡単のため空間構造を考えない．このモデルは $N \to \infty$ の極限で内部固定点が安定となる拡張 Lotka-Volterra(LV) 方程式に対応する。

prey と predator の頻度を $x = X/N, y = Y/N$ と書き表すと系の時間変化は確率項のオーダーが $(N^{-1/2})$ となる確率微分方程式で表すことができる．確率項がない微分方程式を考えた場合は $m < 1$ をみたせば安定な内部固定点を持つ．そこで固定点まわりで線形化し、確率項の係数の変化を無視すると線形確率微分方程式が得られ解くことができる。ただし、u に対するノイズと v に対するノイズの間には負の相関がある．

さらに２変数の確率微分方程式を固定点周りに極座標変換すると位相変化の平均速度として $\langle\dot{\theta}\rangle$ を求めることができる．こうして計算した振動数は，パワースペクトルなどから予想される振動数より高くなる傾向がある．確率的な２種個体群モデルを用いて振動現象の解析を行った．とくに振動数を表すと期待されるいくつかの量を計算し比較を行い確率的振動の周期特性が決定論的モデルの予想とどのような違いがあるかを明らかにする。

S Morita, Y. Itoh, K. Tainaka, J. Phys. Soc. Jpn. 74 (2005) 819.