複素Ginzburg-Landau方程式の振る舞いを記述する位相写像モデル

京大情報，神戸芸工大[A]　塚本直史，藤坂博一，大内克哉[A]
Kyoto Univ. Kobe Design Univ.[A]　N. Tsukamoto, H. Fujisaka, K. Ouchi[A]

複素Ginzburg-Landau方程式

$$\dot{\psi} = \psi + (1 + ic_1)\nabla^2\psi - (1 + ic_2)|\psi|^2\psi \tag{1}$$

は一般に空間一様な定常解のHopf分岐点近傍を記述する。その方程式の普遍性から，非常に多くの研究がなされている [1]。ここで c_1, c_2 は定数である。

式(1)に対応した写像モデルとして

$$\psi_{n+1}(\boldsymbol{r}) = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' J(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')\psi_n(\boldsymbol{r}')\left\{|\psi_n(\boldsymbol{r}')|^2 + \delta\right\}^{-(1+ic_2)/2} \tag{2}$$

を考える。 $\delta > 0$ は微小量， $J(\boldsymbol{r}) = e^{(1+ic_1)\nabla^2}\delta(\boldsymbol{r})$ である。この写像は式(1)を用いて Ref.[2] と同様の方法で構成される。また， $|\psi_n|^2 \gg \delta$ のとき，式(2) の δ を無視し， $\theta_n = \arg\psi_n - c_2 \log|\psi_n|$ とすれば，式(2)は

$$e^{i\theta_{n+1}(\boldsymbol{r})} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' J(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')e^{i\theta_n(\boldsymbol{r}')} \Bigg/ \left|\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' J(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')e^{i\theta_n(\boldsymbol{r}')}\right|^{1+ic_2} \tag{3}$$

という位相 θ_n についての写像に変換できる。位相写像(3)はBenjamin-Feir不安定点 $(1 + c_1c_2 = 0)$ 近傍で式(1)と同様に位相乱流状態を示す。また式(1)において ψ の振幅が主要な役割を果たす現象(振幅乱流，螺旋波)を写像(2)によって観測することができる。

今回の発表では，写像(2)が式(1)の振る舞いを定性的に再現することを数値的，及び，解析的に示す。また写像(2)の振る舞いが実質的に位相写像(3)で記述できること，すなわち，式(1)の振る舞いが振幅を繰り込んだ位相の振る舞いから決まることについて議論を行いたい。

[1] I. S. Aranson, L. Kramer, Rev. Mod. Phys., **74**, 99 (2002).
[2] S. Uchiyama, H. Fujisaka, Phy. Rev. E, **56**, 99 (1997).