Crisis-induced intermittency in three repulsively coupled oscillators

北海道大学理学研究科 伊藤賢太郎 北海道大学電子科学研究所 西浦廉政

複数の非線形振動子を結合した系は結合振動子系とよばれ、化学反応系、ニューラルネットワーク、 真性粘菌、心筋細胞や動物の歩行にみられるリズム、また空間的なパターン形成のモデルとしてひろ く研究されている.二個の振動子を結合した系(二振動子系)と、三個の振動子を結合した系(三振 動子系)は、単純な結合振動子系として古くから研究されており、様々な同期現象があらわれること が知られている.

本研究では、Stuart-Landau 方程式を3つリング状に結合した三振動子系を扱う。ただし、それぞれの振動子は同一のパラメータを持つものとし、結合はそれぞれの振動子が反発し合うように設定した。以上の条件のもと、この系に現れる振動パターン(周期解、準周期解)の分岐構造を数値的に解析した。この系自体は6次元常微分方程式系であるが、Stuart-Landau 方程式自体が回転対称性を持つことから、分岐構造を解析する際には5次元常微分方程式として扱うことができる。変化させるパラメータは角速度の振幅依存性を表すパラメータと振動子間の結合強度を表すパラメータの二つとし、パラメータ空間上で各種の振動パターンが現れる領域を示すことにより、角速度の振幅依存性というパラメータの大きさによって現れる振動パターンが大きく変わることを示す。また、あるパラメータ領域においては複数の振動パターンを時間変化とともに移り変わるような解が現れることを確認した(Fig.1)。これは、振動パターン間を一見ランダムな順序で移りかわるような軌跡を示す現象である。この現象は 周期解(準周期解)を移り変わる場合と、カオス的な解を移り変わる場合に大別でき、それぞれの場合について subcritical pitchfork 分岐と attractor-merging crisis により説明を与えることができる。特にこの系は対称性の高さ故、あるパラメータ領域においては、複数のアトラクターが相空間上の対称な位置に共存し、attractor-merging crisis をとおしてアトラクターの数が $6 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ と変化し、それにともない個々のアトラクターが対称性を高めていくことがわかっている。

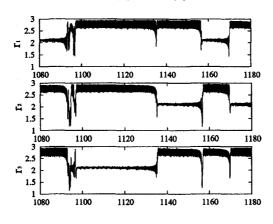


Fig1. 振動子iの振幅 r_i の時系列. i=1,2,3.