## ( 続紙 1 )

京都大学	博士 (情報学)	氏名 大久保	篤志
論文題目	A Study of the Derezinski-Gerard Model		

## (論文内容の要旨)

本研究は粒子と量子場の相互作用モデルの一つである"Deresi¥'nski-G¥'erard モデル(DG モデル)" に関する関数解析的研究である。粒子と量子場の相互作用の典型例としては電子と量子電磁場の相互作用が挙げられ、これは Pauli-Fierz モデルによって記述されることが知られている。一方でこの近年、このような個別のモデルを統括する抽象化された相互作用モデルが提案され、その数学解析的研究が行われているが、本研究の対象である DG モデルは、粒子と量子場の相互作用を記述する抽象的なモデルの一つであり、Deresi¥'nski と G¥'erard によって 1999 年に提唱された.

Deresi¥'nski と G¥'erard による DG モデルを導入した論文においては、量子場が質量を持つ場合(massive case)に対して基底状態の存在が示され、DG モデルに対する散乱理論が展開されている。 その後、DG モデルは主として 提案者のグループによって研究が進められ、量子場が質量を持たない場合(massless case)に対する基底状態の存在や、 DG モデルの更なる一般化等が行われている。そこでは粒子の Hamiltonian が compact resolvent を持つという条件が課されているが、この条件は粒子の Hamiltonian のスペクトルが離散スペクトルのみから成るという条件と同値であり、極めて強い条件であると考えられる。 そこで本研究では、粒子の Hamiltonian が必ずしも compact resolvent を持たない 状況下における DG モデルの massless case に対する基底状態の存在と、このモデルに対する scaling lim it について考察を行った。

先ず DG モデルの massless case に対する基底状態の存在の証明に対して申請者が用いた 手法について説明する。これと同種の問題を Arai と Hirokawa は相互作用モデルの一つで ある GSB モデルに対して論じ、仮想質量を導入して massless case を massive case で近似 するという手法で研究を行なっている。DG モデルに対してこの手法を適用するためには、相互作用項に関する幾つかの基本的な性質を確立する必要があるが、本論文でも述べられて いるとおり、これらは申請者に肯定的に解決されている。

次に本研究では DG モデルに対する scaling limit について扱っている。相互作用モデルに対する scaling limit の理論は Davies によって創始された。この理論は effective potential を数学的に基礎付ける理論であり、Arai によって拡張され、さらに多くの研究者によって個別のモデルに対する scaling limit が考察されている。この中にあって DG モデルに対する scaling limit は本研究が初めてのものである。本研究では Arai の構築した abstract scaling limit の理論に基づいて 考察が進められている。

なお、DG モデルは、Nelson モデルという重要なモデルを具体例として含んでおり、本研究の結果は Nelson モデルに対する scaling limit に関する既存の結果の拡張となっている。

## (論文審査の結果の要旨)

申請者の学位申請に係る研究は、1999年に Deresi¥'nski と G¥'erard によって粒子と量子場の相互作用モデルとして提唱された``Deresi¥'nski-G¥'erard モデル(DGモデル)''に対する関数解析的研究である。このモデルは電子と量子電磁場の相互作用に対する Pauli-Fierz および Nelson モデルの拡張であり、本モデルの数学解析によって電子と量子電磁場の相互を含む粒子と量子場の相互作用を統一的・包括的に理解することが可能となる。

申請者は、Deresi¥'nski と G¥'erard のグループによるこのモデルに対する散乱理論、および Arai と Hirokawa による GSB モデルに対する関数解析的アプローチに立脚し、本 DG モデルの massless case に対する基底状態の存在と、このモデルに対する scaling limit について考察を行い、何れも肯定的な成果を得ている。これらの成果は申請者によって初めて得られたオリジナルなものであり、数理物理学に関する国際学術誌で発表されることも既に決まっている。

ただ現時点では、Pauli-Fierz モデルおよび Nelson モデルに対して得られていた 既知の成果の一般化という例に留まるという側面もあるが、本 DG モデルの高い抽象性を考慮すると、申請者の研究は粒子と量子場の相互作用を個別的にではなく統一的に理解する道を開いたものであり、その学術的成果は当該分野の将来の発展への端緒を拓くものとも考えられ、応用解析学の視点から評価に値するものである。

論文調査委員会は平成22年1月25日に公聴会を行ない、研究内容と関連する専攻 学術に対する質疑応答を行なった。これにより、研究成果は応用解析学において高 い水準にあり、また研究の過程において申請者は高い学識の涵養を行なっているこ とが認められた。これらを総合し、申請者の論文は京都大学博士(情報学)の申請に 相応しい研究内容との結論に達した。