確率的劣化予測手法を用いた

最適補修戦略に関する研究

2006年3月

青 木 一 也

目 次

1 序論 **1**

1.1 緒言 · · · · · · 1

1.2 アセットマネジメントの全体構造 · · · · · · 3

1.3 劣化予測モデルの重要性 · · · · · · 5

1.4 確率的劣化予測を用いた最適補修モデル · · · · · · 7

1.5 本論文の構成 · · · · · · 8

2 劣化予測のためのハザードモデルの推定 **15**

2.1 緒言 · · · · · · 15

2.2 本章の基本的な考え方 · · · · · · 16

2.2.1 従来の研究概要 · · · · · · 16

2.2.2 劣化ハザードモデル推定上の課題 · · · · · · 17

2.3 劣化ハザードモデル · · · · · · 19

2.3.1 劣化ハザードモデルの定式化 · · · · · · 19

2.3.2 期待寿命の定式化 · · · · · · 20

2.3.3 ワイブルハザード関数 · · · · · · 21

2.3.4 劣化ハザード関数の最尤推定法 · · · · · · 21

2.4 不完全モニタリング情報 · · · · · · 23

2.4.1 モニタリング情報の不完全性 · · · · · · 23

2.4.2 定期モニタリング情報 · · · · · · 24

2.4.3 一斉モニタリング情報 · · · · · · 25

2.4.4 予防補修による不完全モニタリング情報 · · · · · · 26

2.5 適用事例 · · · · · · 27

2.5.1 適用事例の概要 · · · · · · 27

2.5.2 完全モニタリング情報に基づく推定 · · · · · · 28

2.5.3 定期モニタリング情報に基づく推定 . . . 31
2.5.4 モニタリング情報の推定結果 . . . 34
2.5.5 一斉モニタリング情報 . . . 36
2.5.6 モニタリングスキーム改善への示唆 . . . 37
2.6 結言 . . . 38

3 多段階指数ハザードモデル 41

3.1 緒言 . . . 41
3.2 本章の基本的な考え方 . . . 42
3.2.1 従来の研究概要 . . . 42
3.2.2 健全度と定期検査スキーム . . . 43
3.2.3 マルコフ推移確率 . . . 45
3.3 非集計マルコフ推移確率 . . . 46
3.3.1 ハザードモデルの定式化 . . . 46
3.3.2 指数ハザードモデル . . . 47
3.3.3 マルコフ推移確率の導出 . . . 49
3.3.4 マルコフ推移確率の時間的整合性 . . . 51
3.4 マルコフ推移確率の推定方法 . . . 52
3.4.1 定期点検データの内容 . . . 52
3.4.2 ハザードモデルの推定方法 . . . 53
3.4.3 マルコフ推移確率の平均化操作 . . . 54
3.5 適用事例 . . . 54
3.5.1 適用事例の概要 . . . 54
3.5.2 推定結果 . . . 56
3.5.3 サンプル数と推定精度 . . . 60
3.6 結言 . . . 63

4 多段階ワイブル劣化ハザードモデル 69

4.1 緒言 . . . 69
4.2 本章の基本的な考え方 . . . 70
4.2.1 従来の研究概要 . . . 70
4.2.2 劣化過程とレーティング指標 . . . 71
4.2.3 劣化状態確率 . . . 72

4.3 モデルの定式化 · · · 73
4.3.1 ワイブルハザードモデル · · · 73
4.3.2 初期時刻からの劣化状態確率 · · · 75
4.3.3 複数時刻における健全度の同時生起確率 · · · 77
4.3.4 アセットマネジメントのための管理指標 · · · 79
4.4 モデルの推定方法 · · · 81
4.4.1 目視検査データの内容 · · · 81
4.4.2 ワイブルハザード関数の推定 · · · 82
4.4.3 複数時刻の点検データを用いた推定法 · · · 83
4.4.4 平均的劣化状態確率の導出 · · · 83
4.5 適用事例 · · · 84
4.5.1 適用事例の概要 · · · 84
4.5.2 ハザードモデルの推定 · · · 86
4.5.3 管理指標の算定 · · · 88
4.6 結言 · · · 89

5 トンネル照明システムの最適点検・更新政策 93

5.1 緒言 · · · 93
5.2 本章の基本的な考え方 · · · 94
5.2.1 従来の研究概要 · · · 94
5.2.2 トンネル照明システムの点検・更新政策 · · · 94
5.2.3 最適点検・更新政策 · · · 95
5.3 最適点検・更新モデルの定式化 · · · 97
5.3.1 モデル化の前提条件 · · · 97
5.3.2 点検・更新過程のモデル化 · · · 98
5.3.3 推移確率の導出 · · · 100
5.3.4 不点リスク管理指標 · · · 101
5.3.5 最適点検・更新モデル · · · 103
5.4 適用事例 · · · 104
5.4.1 適用事例の概要 · · · 104
5.4.2 費用・リスク曲線 · · · 106
5.4.3 最適点検・更新政策 · · · 108

5.4.4 実用化への示唆 112
5.5 結言 113

6 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル 115

6.1 緒言 115
6.2 本章の基本的な考え方 116
6.2.1 従来の研究概要 116
6.2.2 システムの点検・補修政策 117
6.2.3 劣化・補修過程 119
6.2.4 ライフサイクル費用とリスク管理水準 120
6.3 最適点検・補修モデルの定式化 122
6.3.1 モデル化の前提条件 122
6.3.2 劣化過程のモデル化 123
6.3.3 劣化・補修過程のモデル化 124
6.3.4 劣化・補修過程の行列表記 127
6.3.5 最適点検・補修モデル 130
6.4 ハザードモデルと推移確率 132
6.4.1 ハザードモデル 132
6.4.2 多段階ワイブル劣化ハザードモデル 134
6.4.3 推移確率のモデル化 136
6.5 適用事例 138
6.5.1 適用事例の概要 138
6.5.2 モデルの解法 140
6.5.3 逐次更新ルール 142
6.5.4 一括更新ルール 145
6.6 結言 147

7 道路付帯施設マネジメントシステムアプリケーション 149

7.1 緒言 149
7.2 本章の基本的な考え方 150
7.2.1 従来の研究概要 150
7.2.2 道路付帯施設 150
7.2.3 道路付帯施設のアセットマネジメント 151

7.3 FMS 構築のための検討 · · · 153
7.3.1 最適点検・補修・更新政策の導出 · · · 153
7.3.2 劣化予測モデルの推定 · · · 155
7.3.3 劣化・補修・更新過程のシミュレーション · · · 156
7.4 FMS アプリケーションの設計 · · · 159
7.4.1 FMS アプリケーションの概要 · · · 159
7.4.2 データベースシステム · · · 159
7.4.3 現況把握モジュール · · · 160
7.4.4 劣化特性モジュール · · · 161
7.4.5 点検・補修・更新最適化モジュール · · · 162
7.4.6 グルーピングモジュール · · · 162
7.4.7 点検・補修・更新過程シミュレーションモジュール · · · 163
7.5 適用事例 · · · 164
7.6 結言 · · · 167

8 結論 169

第1章

序論

1.1　緒言

戦後の高度経済成長期以来，わが国の経済活動の根幹を支えるインフラ資産の整備が進展し，今日においてそれらのストックが膨大な量に及んでいる．インフラは国民の資産（アセット）であり，膨大な量に及んだそれらインフラ資産を，効率的に維持・管理することにより，将来世代へ継承することが，我々に課された大きな課題である．一方，それらのインフラ資産の更新需要の集中，少子高齢化社会の進展といった社会背景の中，より一層，厳しい財政制約下での資産管理のためのプロセスが重要となる．限られた資源を適切に配分し，効率的な事業執行を支援するアセットマネジメントシステムへのニーズが高まっている．

アセットマネジメントの定義は必ずしも定まっているものではない．例えば,「道路構造物の今後の管理・更新のあり方に関する検討委員会」による提言によれば，アセットマネジメントとは,「道路を資産としてとらえ，構造物全体の状態を定量的に把握・評価し，中長期的な予測を行うとともに，予算的制約の中で，いつどのような対策をどこに行うのが最適であるかを決定できる総合的なマネジメント」と定義されている [1]．インフラ資産の維持管理について，これまでの状況を顧みても，新規建設に比べて維持管理が注目されることは少なく，問題が発生した箇所に対する対処療法的な補修が一般的であった．このような対処療法的な維持管理業務の遂行では，将来に発生する補修・更新需要の予測や，最適な補修のタイミングの決定といった，維持補修業務に重要な意思決定を判断できる情報を獲得することができなかった．結果的に，施設の延命化，ライフサイクル費用の最小化を達成するための戦略が実施されているかを判断できるモニタリング機能が備わっておらず，今日において，構造物全体の状態の悪化や，更新需要の集中による財政的な破綻といった大きな問題が懸念されるようになった．アセットマネジメントは，各方面で様々な研究事例や，実務での適用事例が蓄積されつつあるが，必ずしもその必要性が十分に理解されているとは言い難い．アセットマネジメントの普及が進展しない背景として，いくつかの要因が考えられる．まず，インフラ資産の延命化を実現するためには，損傷が進展する以前に，予防的に補修を施すことによって達成され，結果的にライフサイクル費用を最小化する政策として決定されるケースが存在する．しかし，数多くの施設を同時に管理する維持管理の実務において，損傷が著しい施設に対する事後的な補修と並行して，

予防的補修を正当化するための十分な情報が不足しており，予防的補修の必要性を明確にできないという問題が生じている．さらには，インフラ資産は，その補修を一時的に先送りしたとしても，直ちに道路利用者に対して損害を与えるような大規模な事故につながりにくいという性質を有していることから，計画的な補修やそのための予算の調達がされにくいという問題も有している．そのような施設は，短期的に補修を先送りされた場合は，次のマネジメントサイクルにおいて優先的に補修が実施される必要がある．以上のようなインフラ資産の維持管理における特有な性質を考慮して，アセットマネジメントシステムは，中長期的に維持補修のための予算を確実に調達するとともに，不確実な劣化と維持・補修予算の調達の結果から，必要な補修が経年的に着実に実施されているかをモニタリングする機能が必要とされる．本研究において，インフラ資産のアセットマネジメントシステムを,「資産の長期的な有効利用と保全のための長期的な予算の調達と補修戦略の決定及びマネジメントの経年的なモニタリング機能を有する階層的なシステム」と位置づけて議論をすすめる．

アセットマネジメントの実現のためには，分析に必要な基礎的データ，情報の蓄積が必要不可欠である．管理対象施設の諸元，過去の補修に関する履歴情報，さらには施設の性能を評価するために実施された点検結果の情報等を体系的に整理されたデータベースが必要となる．これらのデータは，経年的に実施される点検業務によって取得されるものが多い．この点検業務は，１）施設の性能を評価すること，２）取得したデータをもとにマネジメントの意思決定の際の判断基準となる指標を導出すること，という目的のもとに実施される．しかし，これまで，アセットマネジメントが要求する点検データの品質，点検スキームについてはあまり議論されていない．例えば，管理対象の全施設に対して詳細な点検データを取得すれば，施設の劣化に対するリスクは軽減されマネジメントシステムの精度も向上する．しかし，そのためには点検に要する費用も大きくなる．多くの施設を限られた予算の範囲内で最適に維持・管理するためには，点検業務を合理化し，アセットマネジメントの要求する仕様を満足する点検データを取得することを考えなければならない．

本研究では，点検業務によって取得される実測データに基づいた，施設の劣化予測を推定するモデルを提案する．アセットマネジメントでは，ライフサイクル費用評価のもとに，将来の補修需要や必要な予算に関する計画を立案する．それらの予測結果の精度は，施設の劣化予測モデルに大きく依存している．劣化予測手法に関する研究は数多く蓄積されてきたが，マネジメントサイクルの中で機能すべきツールとして実用化に至った例は少ない．アセットマネジメントシステムにおいて劣化予測モデルが実用化されるためには，実務レベルにおける点検業務で獲得できる情報から劣化予測モデルを推定できる手法論の開発が望ましい．さらには，土木施設の劣化過程には多くの不確実性が存在しており，あらかじめ将来の劣化を確定的に予測することは不可能である．また施設の劣化に影響する要因は様々であり，施設の供用される環境に大きく依存する．このことから，施設の劣化過程を確率過程を用いて表現し，蓄積された点検データから将来の劣化過程を推定するモデルを提案する．この場合，点検データが逐次蓄積されるような学習機能

を有するデータベースを構築することで，マネジメントシステムが自律的に劣化予測モデルを補正し，それによりマネジメントシステム全体の精度を点検による実測データから補正可能なシステムが構築される．

本研究では，さらに，確率的劣化予測手法を用いて導出した劣化予測モデルを用いた，最適補修戦略を決定するモデルを提案する．土木構造物等のインフラ資産を維持・管理する場合，通常，管理者は大規模なシステムを同時に取り扱っているケースが多い．例えば，橋梁単体を見ても，数多くの部材の集合から構成されており，さらに複数をネットワークとして構成するシステム群としての補修戦略を決定する問題を考えなければならない．さらに，ネットワークを構成する舗装や橋梁，上下水道等といった多種の施設を同時に維持・管理する問題に直面する．これまで，単一インフラ施設の最適補修戦略を決定するモデルは提案されてきた．本研究では，多くの施設を同時に維持・管理する問題に着目し，最適補修戦略を決定する手法論を提案する．

1.2 アセットマネジメントの全体構造

アセットマネジメントシステムの全体構造を，マネジメントサイクルの時間的視野に着目し，戦略レベル（長期計画），戦術レベル（中期計画），維持補修レベル（単年度計画）の３つのレベルで構成される階層的マネジメントシステムとして考える．いずれのレベルにおいても，プロジェクトレベルにおける検討や維持補修の結果は，システムレベルの情報として集計化される．アセットマネジメントシステムの階層図（概念図）を**図１－１**に示す．

戦略レベルは，長期的な予算目標やサービス水準を設定するための検討が行われるフェーズである．ここでは施設の最適補修戦略を決定するためのライフサイクル費用評価を行う．施設を半永久的に供用し続けると仮定したときの，更新費用を含めたライフサイクル費用を最適化するときの戦略を求める．ライフサイクル費用評価法としては，平均費用最小化モデル又は割引現在価値最小化モデル等が提案されている．最適補修戦略は，施設群全体に対して一様に決定されるものではない．現状の健全度やその施設の供用条件等のそれぞれの特性に応じてグルーピングされる．その分類されたグループ毎に，例えば予防的対策か，あるいは事後的対策かといった最適な戦略が適用される．戦略レベルにおける施設の劣化過程は，マルコフ推移確率行列にて表現されるのが一般的である．マルコフ推移確率行列についての詳細は**3章**以降に述べるが，この推移確率の算出には過去の点検データが必要である．このように長期的な予算目標や健全度目標等が戦略レベルでのアウトプットとして導出され，次のフェーズでのアクションに用いられる．また，この他にも，点検間隔の見直し，点検仕様の変更といった点検業務の合理化，新しい補修工法の導入等の検討がここで行われる．

戦術レベルは，戦略レベルにて導出されたアウトプットを用いて中期的に補修を実施すべき対象箇所が選定されるフェーズである．ここではまず施設の定期点検が実施され，供用性能指標が更新される．新たに取得した健全度から，損傷が激しくより詳細に調査を継続的に実施すべき施設や，早期に補修を実施す

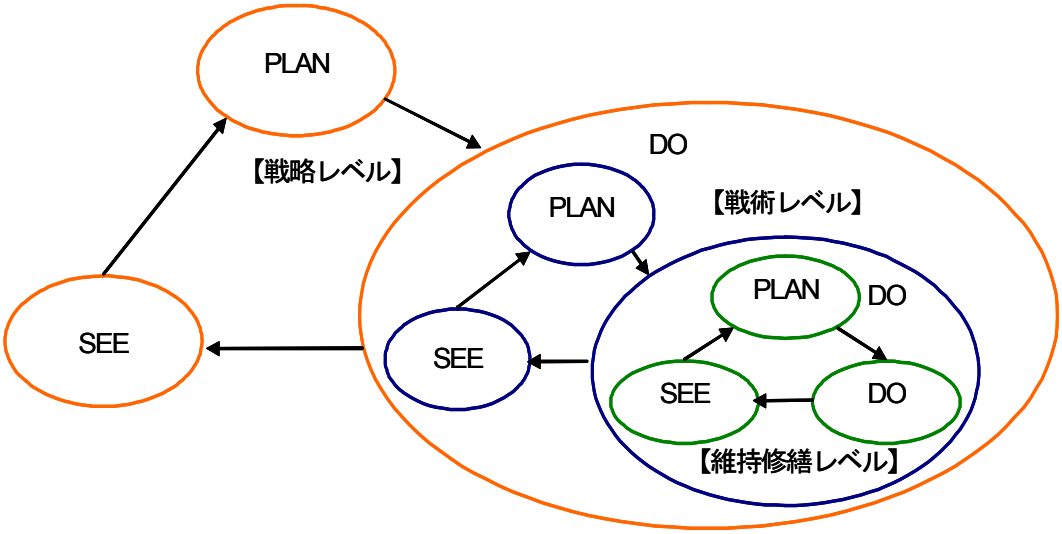


図１－１　階層的マネジメントシステム（概念図）

べきと判断される施設が新しいカテゴリーに分類される．定期点検の結果による危険度判定や健全度目標，予算目標等の条件から，中期的に補修を実施すべき施設とその優先順位が検討される．補修の優先順位は，損傷危険度の指標だけでなく，施設の重要性や管理瑕疵に対するリスク等の様々な指標により総合的に判断されるものである．

最後の維持補修レベルでは，単年度の予算制約のもと，戦術レベルによって決定された優先順位に従って補修を実施するフェーズとなる．但し，補修実施の判断の際には，道路のネットワークとしての機能や構造物のコンポーネントとしての性質を踏まえた補修のタイミングの同期化を考慮して優先順位の見直しを行う．当該年度に実施された実績は，管理会計システムにて実施状況を記録する．補修を実施した箇所は，中期の補修リストから削除され，次年度の計画に反映される．

このように，インフラ資産のアセットマネジメントでは，異なる意思決定レベルにおいて，必要とする情報や要求されるアウトプット等が異なる．その中で，補修の有無の判断，将来時点における補修のタイミングを決定するために，施設の劣化予測モデルが必要となる．劣化予測の手法としては，１）過去の点検データ等に基づいた統計的な劣化予測モデル，２）力学的メカニズムに基づいた劣化予測モデルに大きく分類することができる．いずれのアプローチによる劣化予測モデルも，アセットマネジメントシステムにおける意思決定に重要な情報であるが，一般的には，戦術レベルにおいて具体的な損傷箇所に対する対応策の検討や余寿命の予測といったミクロレベルにおいては力学的メカニズムによる劣化予測モデルが用いられる．一方，戦略レベルにおいて，施設全体のマネジメント戦略の決定や予算管理を行う場面においては，統計的な劣化予測モデルが有効となる．このように，劣化予測モデルは，利用されるマネジメントレベルの違いによって異なる役割を果たす．本研究では，後者の立場に視点を置き，点検による実測デー

タから統計的に劣化予測モデルを推定するモデルを開発し，その劣化予測モデルを用いた，戦略レベルにおける最適補修戦略を導出モデルを提案する．

1.3 劣化予測モデルの重要性

アセットマネジメントにおいて，劣化予測モデルは，利用場面によって異なる性質を持っている．土木構造物は，それらの多くが供用開始から自然界において長期間にわたり，気象条件の変化による自然作用や利用者による荷重の影響といった，極めて過酷な環境に置かれている．さらに，それらの構造物は，設計条件や供用環境，管理履歴等がすべて異なる条件下のもとに成り立っており，それらの異なる条件下にある施設の各々に対して，適切な対応策を施す判断をしなければならない．土木構造物は，供用期間が長くなるとともに劣化が進行し，その機能を維持し利用者の安全を確保するためには，的確な補修が必要となる．戦術レベルでは，劣化が進行した構造物に対して，その劣化の要因や状態を正確に把握し，今後の劣化の進展速度や危険性を評価するとともに，適切な補修により機能を回復させることが求められる．このためには，力学的メカニズムに基づいた劣化予測モデルが重要となる．この力学的な劣化予測モデルは，構造物の特定の材質や劣化要因に応じた様々な研究が今日までに蓄積されてきた [2]−[8].

一方，インフラの管理者が，管理する資産全体の予算計画や戦略レベルにおける補修戦略を導出する際には，統計的な劣化予測モデルが用いられる．土木構造物はその構成要素が無数に存在し，それらが複雑な構造を呈している．戦略レベルにおいては，それらを同時に管理する問題に直面する．構造物の劣化は，前述したように様々な要因によってもたらされることから，多くの不確実性を含んでおり，管理者は個々の施設の状態を詳細に把握し，それらを考慮しながら施設全体の補修戦略の最適化を図ることは容易ではない．土木構造物の劣化過程を確定的な一本の曲線で表現することは不可能であり，その不確実性から予測結果よりも劣化が早く発生する施設が現実的には存在する．つまり，インフラの管理者は，土木施設の劣化に関しての「リスク」を許容しなければならず，様々な条件下において，この劣化リスクを最小にするような戦略レベルにおける意思決定を行う必要がある．この劣化リスクへの対応を図るためには，リスクを適切に定義し定量的な評価が求められる．このリスクは，土木構造物の将来の劣化に関しての不確実性に起因するものであるから，その大きさを確率で表現することができよう．土木施設の劣化過程がある確率分布に従って発生するものと仮定し，その確率的現象が起こる真の確率分布から点検によって観測された実測データをもとに，真の分布に近似した統計的劣化予測モデルを推定する問題を考える．さらに，インフラの管理者は，インフラ資産のマネジメントに関して，市民に対するアカウンタビリティを達成することが求められている [9]．管理対象の施設群についての予算計画や戦略レベルにおける補修戦略に関する重要な意思決定を行わなければならない管理者は，自らの意思決定について納得するための重要な情報を必要とする．アセットマネジメントシステムにおいて，戦略レベルにおける意思決定，つまり資源を投資するタイミングに関する重要な戦略を決定するための政策変数として，劣化予測モデルが大きく影響を与え

る．管理者による経験的知見と専門家による総合的な判断によって導き出された点検による実測データが，アセットマネジメントシステムにおいて意思決定を行う際の重要な判断材料となることは言うまでもない．

土木構造物の点検によって取得される実測データは，点検時点における土木構造物の損傷度を早期に発見し，致命的な損傷や重大な事故等につながる恐れのある構造物を早急に対処することを目的として実施される．一方，点検業務は，アセットマネジメントのサイクルにおいて重要なサブシステムを構成する要素であり，点検によって取得された実測データは中長期的な意思決定を行う際の有用な情報を与える．土木構造物は複雑な環境下において供用されており，その劣化過程に与える要因を特定することは難しい．しかし，そのような複雑な環境下において供用された土木構造物を点検によって観測して得られる実測データには，それらの不確実性に起因する様々な条件を含んでおり，土木構造物の現実的な劣化過程を単純化して記述された情報に他ならない．点検業務は，戦術レベルにおける意思決定を行うための情報を獲得するためにも重要な行為であり，インフラの管理者にとって点検による実測データは，様々な意思決定を行うための利用可能なデータである．これらの実測データをもとに，土木構造物の劣化過程を尤もらしく表現し，最適補修戦略を導出するために十分な予測精度を確保した統計モデルを，戦略レベルにおける土木構造物の劣化予測モデルとして用いるプロセス論についても，アセットマネジメントシステムの構築に重要な条件となる．このようなことから，本研究では，アセットマネジメントシステムにおける戦略レベルの意思決定を支えるための，統計的劣化予測モデルを，点検による実測データにより推定する手法論を提案する．

統計的手法による劣化予測モデルに関するいくつかの研究がある．統計的手法による劣化予測モデルは，劣化に対する不確実性を考慮するか否かによって，１）確定論的手法，２）確率論的手法に大きく分類される．前者の確定論的手法は，劣化に対する不確実性を考慮しない手法であり，Yanev,B.[10]，貝戸ら [11] の研究がある．Yanev,B. は，ニューヨーク市が管理する橋梁の目視検査データから，平均的な劣化曲線を算出する手法論を提案している．ここでは，橋梁の過去の補修・補強・取替えの影響を受けた点検データのサンプルバイアスにより，劣化予測が実際の劣化速度よりも緩やかになるという問題点を指摘している．一方，貝戸らは，同じくニューヨーク市における橋梁の目視点検データを用いて，施設の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を提案している．さらに，この手法を用いることで，過去２回の目視検査データを取得することができれば，前述したサンプルバイアスに関する問題を克服できることを利点として示している．

劣化予測モデルの統計的手法のもう一方の考え方として，確率論的手法に関する研究成果も蓄積されている．マルコフ連鎖モデルを用いた劣化予測モデルの推定方法としては，小牟禮 [12] ら，内山 [13] らの研究がある．しかし，これらの既往研究は，２時点間における状態間の推移件数というマクロなカウントデータに基づいて，マルコフ推移確率を推定するという手法を用いており，検査間隔が不均一な点検データを取り扱えないという制約が生じる．一方，杉崎ら [14] は，このような目視点検の検査間隔が均一でないデー

タを取り扱ったマルコフ連鎖モデルを提案し，マルコフ推移確率の推定のための方法論を提案している．この手法は，検査間隔が不均一なデータを集計的に取り扱う実用的なモデルであるが，推移確率の推定に個々の構造特性や使用環境といった固有の情報を反映することができない点に検討の余地が残されている．本研究では，構造物の劣化過程をハザードモデルで表現する点に特徴がある．ハザードモデルは，信頼性解析の分野で施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発されてきたが，信頼性解析のみならず多くの分野において適用事例が報告されている [15]･[16]．ハザードモデルの推定方法についての研究成果についても，いくつかの文献に詳しい [17]･[18]．アセットマネジメントの分野においては，Shin and Madanat[19] により，道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルが提案されている．

構造物の劣化過程には多くの不確実性を含んでおり，将来時点に生起する劣化を確定的に推定することは不可能である．将来時点に生起する構造物の劣化や故障をリスクとして捉えることができるが，この場合，構造物の劣化や故障に対するリスクは，将来の不確実性な事象によるものであり，確率的にその大きさを表現することは一般的である．ライフサイクル分析を行う場合，この劣化リスクとライフサイクル費用はトレードオフの関係を示すことができ，管理基準値となる劣化リスクと予算制約と関係するライフサイクル費用の関係から最適な補修戦略を管理者が決定する問題は，一意的に最適解が決定されるものではないケースが多く存在する．つまり，戦略レベルにおける最適補修政策は，利用者の満足度や事故，管理瑕疵についてのリスク，財務構造等といった管理主体の総合的な判断によって決定されるものであるから，その意思決定に用いられる管理指標としての劣化リスクやライフサイクル費用は，定量的に算出されるべきものと考える．ハザードモデルによる劣化予測モデルは，すべての点検データの生起確率を定義しそのモデルを推定することが可能なことから，劣化リスクの計量化の精度向上が期待できるとともに，劣化リスクの生起確率を定量的に表現できることから，管理者のリスクマネジメントのための有用な技術として幅広い活躍が期待できる．しかし，このハザードモデルを用いた構造物の劣化予測に関しては，いくつかの適用事例が報告されているものの，研究成果の蓄積や実務での適用事例に関しては検討の余地が大きく残されている．

本研究では，アセットマネジメントの戦略レベルに視点をおき，統計的手法による確率論的な劣化予測モデルを提案する．その際，構造物の劣化過程をハザードモデルによる定式化する．構造物の劣化予測モデルを確率的に表現することにより，様々な管理リスクとライフサイクル費用の関係分析等といった，戦略レベルにおける補修戦略を検討するための最適補修モデルを提案する．

1.4 確率的劣化予測を用いた最適補修モデル

これまで，道路施設の健全度判定や診断の結果から補修工法を合理的に選択し，最適な維持補修戦略を立案することを目的としたアセットマネジメントシステムに関する研究が数多く蓄積されている．例えば，橋梁を対象としたマネジメントでは，米国における代表的なBMS（Bridge Management System）の１つ

であるPONTISをはじめ，橋梁の長期的なライフサイクル費用の削減を目指したBMSが実用化されている[20].

さらには，土木施設の最適アセットマネジメント政策を求めるための最適維持補修モデルに関する研究も蓄積されている．中でも，土木施設の劣化過程をマルコフ過程で表現し，マルコフ決定過程[21]−[24]を用いて最適維持補修政策を求めるための最適維持補修モデル[25]−[28]が数多く提案されている．さらに，リアルオプション理論を用いて，マルコフ決定過程を拡張した研究事例[29]や，最適ジャンプ制御過程を用いた最適維持補修モデル[30]も提案されている．貝戸らは，将来時刻に発生するライフサイクル費用を年平均費用に置き換えて評価する平均費用法を用いて最適補修政策を求めるマルコフ決定モデル[31]を提案している．これらの研究は，いずれも確率的劣化予測モデルを用いたライフサイクル費用評価による最適補修戦略を導出するモデルである．

しかし，これらの研究はいずれも施設単体を対象とした最適補修政策を分析することを目的としており，多くの土木施設で構成されるシステムの最適補修新政策を対象としたものではない．例えば，橋梁はたくさんの部材の集合により構成されている複合施設であり，各々の部材単体の補修戦略の他，点検や補修時において部材間の関係を考慮した橋梁全体の補修戦略を検討する必要がある．さらには，舗装や上下水道，道路照明等の付帯施設等のネットワーク施設は，グループ化された施設群を　同時に管理するようなマクロ的同期化戦略を検討しなければならない．このように，システムレベルまたはネットワークレベルにおける最適補修戦略問題は，単一施設の最適補修戦略モデルに関する研究の蓄積が必要であるが，前述したように，単一施設を対象とした最適補修戦略モデルは，多くの研究が蓄積されている．本研究では，単一施設の最適補修戦略モデルを応用した，複数施設を同時に関する場合の点検・補修に関するマクロ的同期化戦略を導出モデルを検討する．

さらに，既存の研究では，劣化過程の推移現象が過去の履歴に依存しないマルコフ決定過程モデルで表現されているため，劣化速度が使用時間に依存するような土木施設のアセットマネジメント問題にそのまま適用することはできない．劣化速度が使用時間に依存するような施設のアセットマネジメントを考える際に，まず確率論的劣化予測モデルの推定において，時間依存型の劣化予測モデルを採用し，時間に依存した劣化確率を定量化する．さらに，時間依存型劣化予測モデルを用いた最適補修戦略モデルを，複数施設を同時に管理するようなマクロ的同期化政策として定式化する．

1.5 本論文の構成

本論文の構成は，以下に示すとおりである．

2章において，故障の有無という状態変数のみが観測可能な土木施設の劣化過程を予測するための劣化ハザードモデルを開発する．点検データを用いて劣化ハザードモデルを推定する場合，施設寿命に関する情報が完全に利用できないことから生じる推定バイアスを克服することが課題となる．さらに，点検方法が

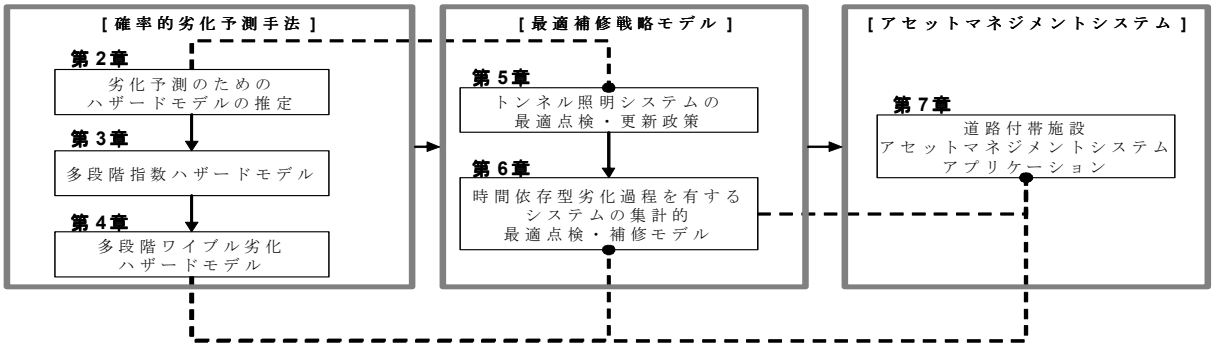


図１－２　本論文の構成

異なれば，獲得可能な施設寿命に関する情報の特性が異なる．このため，点検方法により獲得できるデータの統計的性質を考慮した劣化ハザードモデルの推定方法を開発する必要がある．ここでは不完全なモニタリング情報に基づいて劣化ハザードモデルの推定方法を提案するとともに，劣化ハザードモデルを道路付帯施設の劣化予測問題に適用し，その有用性を実証的に検証する．さらに推定の結果から点検スキーム改善への示唆についても考察する．

3章では，**2章**にて提案したハザードモデルを多段階へ推移するモデルへ拡張し，橋梁部材の劣化予測のためのマルコフ推移確率モデルを推定する方法論を提案する．その際，橋梁部材の劣化状態を複数の健全度で定量化するとともに，時間の経過により劣化が進展する過程をハザードモデルで表現する．その上で，一定期間を隔てた時点間における健全度の推移関係を表すマルコフ推移確率を指数ハザード関数を用いて表現できることを示す．さらに，定期的な目視検査による健全度の判定結果に基づいて，マルコフ推移確率を推定する方法を提案する．ニューヨーク市の橋梁を対象とした実証分析により提案した方法論の有効性を検証するとともに，サンプル数と指数ハザードモデルの推定精度の関係について考察する．

4章では，土木施設の劣化状態を複数の離散的な健全度指標で表現するとともに，劣化の進展速度が初期時刻からの経過年数に依存するような時間依存的劣化予測モデルを提案する．具体的には，健全度間の推移確率をワイブルハザードモデルで表現する．その上で，複数健全度に跨る継続的な劣化プロセスを，ワイブルハザード関数の合成により表現した多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案する．さらに，目視検査により獲得できるデータを用いて，多段階ワイブルハザード関数を推定する方法論を提案する．さらに，多段階ワイブルハザードモデルを現実の道路付帯施設の劣化データベースに基づいて推定し，劣化予測モデルの再現精度を実証的に検討する．

5章では，トンネル照明ランプの劣化過程が，**2章**にて求めるワイブル劣化ハザードモデルによって記述できることに着目し，高速道路上の多数の照明ランプで構成されるトンネル照明システムの点検・更新プロセスを集計的マルコフ過程モデルで表現する．さらに，照明ランプの点検・更新間隔と最大使用時間長という２つの管理変数が，ライフサイクル費用及び不点リスクに及ぼす影響を分析するための最適点検・更新モデルを定式化する．結果的に，不点リスクを管理水準として与えた場合に，ライフサイクル費用を最小にするようなトンネル照明システムの最適点検・更新政策を求める手法論を提案する．さらに，現実のトンネル照明システムの管理問題を対象として，ここで提案する方法論を実証的に分析する．

6章では，構造的劣化が複数の健全度で評価されるトンネル照明灯具を対象として，多くの施設で構成されるシステム全体の劣化・補修過程を集計的マルコフ過程モデルで表現する方法論を提案する．その際，**4章**にて求める施設の劣化速度が使用時間に応じて変化するような多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて個々の施設の劣化過程を表現する．そのうえで，照明灯具の故障リスクを管理水準として与えた場合に，ライフサイクル費用を最小にするようなシステムの点検・補修間隔と，施設の健全度に応じた補修アクションを同時に求めるような最適点検・補修モデルを定式化する．さらに，現実のトンネル照明灯具システムの管理問題を対象として，ここで提案する方法論を実証的に分析する．

7章では，本研究で提案する確率的劣化予測を用いた最適補修モデルを搭載したマネジメントシステムの事例として，道路付帯施設の保全問題に関して効率的なマネジメントを行うための，道路付帯施設マネジメントシステムアプリケーションを開発し，その有用性を検証する．

最後に，**8章**において，本研究の知見を整理するとともに，本研究で残された課題をまとめる．

参考文献

[1] 国土交通省道路局：「道路構造物の今後の管理・更新のあり方」に関する提言，2003-2004.

[2] 鍵本広之，佐藤道生，川村満紀：アルカリシリカ反応により劣化した施設の劣化度評価と細孔溶液分析による劣化進行の予測，土木学会論文集，No.641/V-46，pp.241-251,2002.

[3] 小林孝一，宮川豊章:分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.173-186，2001.

[4] 堤知明，白井伸一，安田登，松島学：塩害劣化に関する影響要因の実データに基づく定量評価，土木学会論文集，No.544/V-32，pp.33-41,1996.

[5] 大野俊夫，魚本健人：コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49，pp.29-44,2000.

[6] 元路寛，関博，高木言芳：中性化したコンクリートにおける乾湿繰返し作用による鉄筋腐食に関する研究，土木学会論文集，No.697/V-54，pp.1-11,2002.

[7] 佐伯竜彦，大即信明，長瀧重義：中性化によるモルタル中の鉄筋腐食の定量的評価，土木学会論文集，No.532/V-30，pp.55-66,1996.

[8] 松島学，中川貴之，堤知明：塩害を受けた既設構造物の劣化予測に関する研究，土木学会論文集，No.679/VI-51，pp.93-100,2001.

[9] 小林潔司：今後のアセットマネジメントのあり方（提言），土木学会誌，vol.89 No.8，pp46，2004.

[10] Yanev,B.:Life-Cycle Performance of Bridge Components in New York City,*Proceedings of Recent Advances in Bridge Engineering*,pp.385-392,1997.

[11] 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.

[12] 小牟禮建一，濱田秀則，横田弘，山路徹：RC 桟橋上部工の塩害による劣化進行モデルの開発，港湾空港技術研究所報告，Vol.41，No.4，pp3-37，2002.

[13] 内山典之，平野廣和，佐藤尚次：床版の劣化予測を考慮した橋梁維持管理システムの構築，土木学会第 59 回年次学術講演会，I-137, 2004.

[14] 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視点検データに基づく橋梁部材の劣化予測，第 23 回建設マネジメント問題に関する研究発表・討論会講演集，pp51-54, 2003.

[15] 山本俊之，藤井聡，北村隆一：保有予定期間との比較に基づく世帯における自動車非有期間の分析，土木計画学研究・論文集，No.14，pp.799-808, 1997.

[16] 多々納裕一，小林潔司，馬場淳一：滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測，土木学会論文集，No.625/IV-44, pp.113-124, 1999.

[17] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

[18] Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

[19] Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

[20] 宮本文穂，河村圭，中村秀明，山本秀夫：階層構造ニューラルネットを用いたコンクリート橋診断エキスパートシステムの開発，土木学会論文集，No.644/IV-46，pp.67-86，2000.

[21] Howard, R.A.: *Dynamic Programming and Markovian Processes*, 関根智明他訳：ダイナミックプログラミングとマルコフ過程，培風館, 1971.

[22] Heyman, D.P. and Sobel, M.J. (eds.): Stochastic Models, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol.2, North-Holland, 1990.

[23] White, D.J.: *Markov Decision Process*, Wiley, 1992.

[24] Puterman, M.L.: *Markov Decision Process*, Wiley, 1994.

[25] Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.

[26] Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.

[27] Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol. 36, pp.763-778, 2002.

[28] 小林潔司，上田孝行：インフラストラクチャのマネジメント：研究展望，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.15-27，2003.

[29] 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適補修政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.

[30] 慈道充，小林潔司：不確実性下における最適点検補修ルール，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.39-50，2003.

[31] 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

第2章

劣化予測のためのハザードモデルの推定

2.1　緒言

本章では，故障の有無という状態変数のみが観測可能な土木施設の劣化過程を予測するための劣化ハザードモデルを提案する．

本章では，対象とする土木施設の劣化過程を直接観測することが不可能であり，劣化過程の結果として生起する故障の有無のみが観測可能な土木施設を対象とする．すなわち，施設の劣化状態が故障の有無という２値状態として表現されるため，伝統的なハザードモデルを用いて故障が生起するまでの施設寿命を予測することが可能である．この種の劣化予測が適用可能な事例は数多いが，本章の実証分析ではトンネル照明等の道路付帯施設をとりあげる．

土木施設の使用を開始してから故障が発生するまでの期間長を当該施設の寿命と定義する．土木施設の点検業務を通じて故障の有無に関する情報を獲得することができる．本章では，点検業務を通じて獲得できた施設の劣化状態（故障の有無）に関する情報をモニタリング情報と呼ぶ．しかし，点検業務は時間軸上の限られた時刻においてのみ実施される．施設の故障時刻と点検時刻が一致する保証がない場合，施設寿命に関する完全な情報を獲得することは不可能である．さらに，予防的な補修行為により，施設寿命に関する完全なデータが獲得できないという問題も発生する．

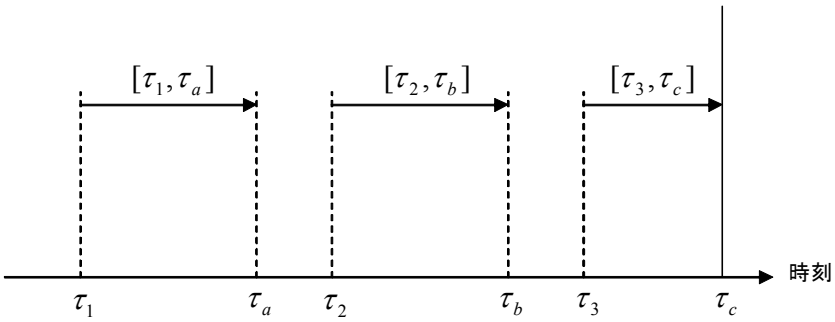
本章では土木施設の劣化を予測するハザードモデル（以下，劣化ハザードモデルと呼ぶ）を不完全なモニタリング情報に基づいて推定する方法論について考察する．その際，点検方法に対応した劣化ハザードモデルの推定方法を開発する．さらに，点検方法の差異がモデルの推定精度に及ぼす影響を分析することとする．以下，**2.2** では本章の基本的な考え方を整理し，**2.3** では土木施設の劣化ハザードモデルを説明する．**2.4** では，モニタリング情報の不完全性を考慮した劣化ハザードモデルの推定方法を整理する．**2.5** では，劣化ハザードモデルの適用事例について述べる．

2.2 本章の基本的な考え方

2.2.1 従来の研究概要

土木施設の劣化予測に関しては，数多くの研究事例がある．その中でも，貝戸[1]は，ニューヨーク市における橋梁の目視検査データを用いて，施設の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を検討している．さらに，劣化速度を確率変数と捉えて，過去の検査履歴を反映したマルコフ過程の推定方法を提案している．さらに，構造物の劣化予測に関する物理的特性を反映した劣化予測モデルも，数多く開発されている[2]−[7]．しかし，予測モデルの統計学的な推定方法に関しては，初歩的な段階にとどまっており，予測結果の信頼性に多くの問題が残されている．一方，ハザードモデルを用いた生存時間解析に関しては，信頼性解析など多くの分野で適用事例があり，研究成果も豊富である．ハザードモデルの推定方法に関しても研究成果が蓄積されており，その結果は例えばLancaster等で体系化されている[8]･[9]．さらに，土木工学でも，交通行動分析の分野で自動車の保有行動分析[10]や目的地における滞在行動分析[11]への適用事例がある．アセットマネジメントの分野においても，例えばShin and Madanat[12]は，道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルを提案している．さらに，点検データでは多くのひび割れが発生していない区間が存在することにより，ひび割れ開始時刻に関する完全なデータを得ることが不可能であるという「切断データの問題」を考慮した推定方法を提案している．このように土木構造物の劣化予測に対するハザードモデルの適用事例に関しては，いくつかの先行研究が存在するものの，研究成果の蓄積は乏しいのが実情である．ハザードモデルは多様な土木構造物の劣化予測に適用可能であり，今後の研究の発展が大いに期待できる．本章では，道路照明等の道路付帯施設を分析対象としてとりあげ，ハザードモデルを用いた劣化予測を試みる．この種の土木施設は，橋梁等の土木施設とは異なり施設の劣化状態を「故障の有無」という２値データで表現できる点に特徴がある．したがって，伝統的なハザードモデルを直接適用することが可能である．

ハザードモデルを土木施設の劣化予測に用いるにあたり留意すべき事項がいくつか存在する．第１に，土木施設の劣化状態に関するモニタリング情報は，点検業務により獲得できる．しかし，現時点では，これまでに十分なモニタリング情報が蓄積されているわけではなく，モニタリング情報の特性に応じた劣化ハザードモデルの推定方法を開発することが必要となる．さらに，現実のアセットマネジメントでは，施設が故障する前に施設の予防的補修や取り替えを実施する場合が少なくなく，施設寿命に関する完全なデータが相対的に不足している．このような施設寿命データの不完全性を考慮した推定方法が必要となる．第２に，点検費用の合理化を図るためには，点検方法や劣化過程のモニタリング方法を合理化することが不可欠である．このような課題を達成するためには，モニタリング情報のタイプと劣化ハザードモデルの推定精度の関係について分析しておく必要がある．そこで，本章では代替的なモニタリングスキームに対する劣化ハザードモデルの推定方法を提案するとともに，異なるモニタリングスキームの下での劣化ハザー



注） 施設寿命サイクル$[\tau_1, \tau_a]$，$[\tau_2, \tau_b]$はそれぞれ施設使用期間$T_1 = \tau_a - \tau_1$，$T_2 = \tau_b - \tau_2$が施設寿命ζ_1, ζ_2と一致するが，寿命サイクル$[\tau_3, \tau_c]$は施設寿命が観測されない不完全サイクルになっている．

図２－１ 完全モニタリングスキーム

ドモデルの推定精度を比較する．第３に，モニタリングは本来施設の故障を発見し，補修するために実施するものである．そのため，施設のモニタリングスキームは施設の補修タイミングに影響を及ぼす．したがって，アセットマネジメント全体の合理化に資するようなモニタリングスキームを設計することが必要となる．以上の問題意識の下に，本章ではモニタリングスキーム，モニタリング情報の不完全性，劣化ハザード関数の推定精度，補修タイミングの関係を同時に考慮しながら，望ましいモニタリングスキームについて分析することとする．

2.2.2 劣化ハザードモデル推定上の課題

劣化ハザードモデルを推定するためには，土木施設の故障の有無に関する時系列データの蓄積が必要となる．土木施設の特性に応じて，劣化過程のモニタリング方法が多様に異なる．**2.4**において，モニタリング情報の不完全性について考察するが，ここでは理想的なモニタリング情報が獲得できた場合を想定し，劣化ハザードモデルの推定上の課題を説明する．

いま，ある土木施設の点検・補修履歴が**図２－１**に示すように与えられたとしよう．時刻τはカレンダー上の実時刻を表す．以下，実時刻のことを「時刻」と呼ぶ．同図において，τ_1において施設の使用が開始され，時刻τ_aに施設の故障が発生し，最初の施設の寿命が終了している．つぎに，時刻τ_2に施設が更新され，時刻τ_bに故障が発生している．施設が使用（更新）された時刻から故障が発生する時刻までの間隔を施設寿命と定義する．**図２－１**の例では，期間$[\tau_1, \tau_a]$, および$[\tau_2, \tau_b]$がそれぞれ１つの施設寿命サイクルと対応している．本章では，個々の寿命サイクルを施設寿命に関する統計的サンプルと考える．さらに，各寿命サイクルのサンプルにおける施設の使用・更新時刻を当該サイクルの初期時点と考え，サンプル時点を$t = 0$に基準化する．このように個々のサンプルに固有に定義されるサンプル時点を，以下では「時点」と

呼ぶこととする．寿命サイクルが終了する時点を終了時点Tで表す．ここで，時刻τ_3に更新された施設寿命サイクル$[\tau_3, \tau_c]$を考えよう．時刻τ_cは現在時刻であり，当該施設は現在時刻で故障していないと考える．このような寿命サイクルは現在時刻で終了しておらず，不完全サイクルを形成している．以下では，不完全サイクルを形成しているサンプルを「不完全サンプル」と呼ぶ．一方，更新された時刻から故障が発生するまでの完全なライフサイクルに関する情報が利用可能なサンプルを「完全サンプル」と呼ぶこととする．土木施設は時間軸上で寿命サイクルが繰り返される．それぞれの寿命サイクルをサンプルとして劣化ハザードモデルを推定することになる．

いま，同種のK個の土木施設の故障の有無に関するモニタリング情報が獲得できる場合を考えよう．土木施設k $(k = 1, \cdots, K)$の使用開始時点$t = 0$から時点$t = T_k$に至るまでのモニタリング期間を考えよう．モニタリング期間中，施設の故障の有無に関するデータが常時得られると仮定する．このような理想的なモニタリング情報（以下，完全モニタリング情報と呼ぶ）は，たとえばセンサー等による連続モニタリングを実施することにより獲得することが可能である．ここで，モニタリング期間中に対象とする土木施設がサービスを提供していた期間長を「使用期間長」と呼び，その期間長を確率変数y_kで表現しよう．一方，初期時点から当該施設が故障する時点までの期間長を当該施設の寿命と呼び，確率変数ζ_kで表そう．いま，施設が故障することによりモニタリング期間が終了する（$y_k = T_k$が成立する）場合，当該施設の使用期間長と寿命が一致し$y_k = \zeta_k$が成立する．一方，モニタリングの終了時点において，施設が故障していない場合は，当該施設の寿命はモニタリング期間長T_kより長くなり，$\zeta_k > T_k$が成立する．この場合，使用期間長はモニタリング期間長T_kと一致する．すなわち，施設の使用期間長y_kと寿命ζ_kの間には

$$\begin{cases} \zeta_k = T_k \text{ならば}, y_k = \zeta_k \\ \zeta_k > T_k \text{ならば}, y_k = T_k \end{cases} \tag{2.2.1}$$

という関係が成り立つ．施設の故障によりモニタリング期間が終了すれば，施設寿命データを獲得できる．一方，モニタリング終了時点で，施設が故障していない場合，施設寿命を観測できない．しかし，施設寿命が少なくともモニタリング期間長T_k（使用期間長y_k）よりは少なくないという情報を獲得することができる．このように劣化ハザードモデルの推定においては，使用期間より長い施設寿命が観測できないという観測データの切断の問題[13]･[14]が発生する．現実には，完全モニタリング情報を獲得することは不可能に近い．例えば，定期点検により故障の有無を調査する場合には，点検時点における施設の故障の有無に関するモニタリング情報が得られるのみである．さらに，点検業務を1回だけ実施した場合，モニタリング情報はさらに不完全となる．また，施設の故障が発生する前に施設の予防的補修を実施した場合にも，施設寿命に関するデータは不完全となる．このような不完全なモニタリング情報に基づいた劣化ハザードモデルの推定方法に関しては，のちに**2.4**で議論することとする．

2.3 劣化ハザードモデル

2.3.1 劣化ハザードモデルの定式化

同一種類のK個の土木施設$k(k=1,\cdots,K)$に対して，施設の使用が開始される初期時点$t=0$から故障が発生してモニタリングが終了，もしくは現在時刻までの期間を当該施設のモニタリング期間と定義する．施設によりモニタリング期間長T_kは異なる．モニタリング期間中は，当該施設は連続して使用されており，その間，当該施設の故障の有無が常時観測されていると考えよう．**2.2.2**で言及したように，土木施設kがサービスを提供した使用期間長をy_kで表す．使用期間長の定義より，個々の施設のモニタリング期間長と使用期間長は一致する．また，当該施設の寿命を確率変数ζ_kで表し，確率密度関数$f_k(\zeta_k)$，分布関数を$F_k(\zeta_k)$に従って分布すると仮定する．ただし，寿命ζ_kの定義域は$[0,\infty)$である．いま，初期時点から任意の時点$t\in[0,\infty]$まで，施設kが故障しないで生存する確率（以下，生存確率と呼ぶ）$\tilde{F}_k(t)$は，全事象確率1から時点tまでに施設が故障する累積故障確率$F_k(t)$を差し引いた値

$$\tilde{F}_k(t)=1-F_k(t) \tag{2.3.2}$$

により定義できる．ここで，施設が時点tまで生存し，かつ期間$[t,t+\Delta t]$中にはじめて故障する確率は

$$\lambda_k(t)\Delta t=\frac{f_k(t)\Delta t}{\tilde{F}_k(t)} \tag{2.3.3}$$

と表せる．土木施設が時点tまで生存し，かつ当該時点で故障する確率密度$\lambda_k(t)$を「劣化ハザード関数」と呼ぼう．**2.3.2**で考察するように，劣化ハザード関数$\lambda_k(t)$の形式を変えることにより，さまざまな種類の劣化ハザードモデルを定式化することができる．

いま，式(2.3.2)の両辺をtに関して微分することにより，

$$\frac{d\tilde{F}_k(t)}{dt}=-f_k(t) \tag{2.3.4}$$

を得る．この時，式(2.3.3)は

$$\begin{aligned}\lambda_k(t)&=\frac{f_k(t)}{\tilde{F}_k(t)}=-\frac{\frac{d\tilde{F}_k(t)}{dt}}{\tilde{F}(t)}\\&=\frac{d}{dt}\Big(-\log\tilde{F}_k(t)\Big)\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

と変形できる．ここで，$\tilde{F}_k(0)=1-F_k(0)=1$を考慮し，式(2.3.5)を積分すれば

$$\int_0^t\lambda_k(u)du=\big[-\log\tilde{F}_k(u)\big]_0^t=-\log\tilde{F}_k(t) \tag{2.3.6}$$

を得る．したがって，劣化ハザード関数$\lambda_k(u)$を用いれば，時点tまで施設が生存する確率$\tilde{F}_k(t)$は

$$\tilde{F}_k(t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda_k(u)du\right] \tag{2.3.7}$$

と表される．このように，劣化ハザード関数$\lambda_k(u)$の形式を決定すれば，施設の生存確率$\tilde{F}_k(t)$を導出することができる．さらに，$\tilde{F}_k(t)=1-F_k(t)$より，施設の累積故障確率$F_k(t)$を求めることができる．

2.3.2 期待寿命の定式化

劣化ハザードモデルを用いれば，アセットマネジメントにおける重要な管理情報である施設の期待寿命を定式化できる．いま，モニタリング終了時点T_kで施設kが故障せず$\zeta_k > T_k$が成立している場合を考えよう．このとき，現時点まで当該施設が生存しているという条件の下で，今後さらにτ以上の期間にわたって当該施設を故障しないで使用できる確率$\tilde{F}_k(\tau|T_k)$は

$$\tilde{F}_k(\tau|T_k) = \Pr\{\zeta_k \geq T_k + \tau | \zeta_k \geq T_k\} \tag{2.3.8}$$

と定義できる．以下，確率$\tilde{F}_k(\tau|T_k)$を使用延長確率と呼ぶ．施設の生存確率$\tilde{F}_k(T_k)$の定義より，

$$\frac{\Pr\{\zeta_k \geq T_k + \tau\}}{\Pr\{\zeta_k \geq T_k\}} = \frac{\tilde{F}_k(T_k + \tau)}{\tilde{F}_k(T_k)} \tag{2.3.9}$$

が成立する．式(2.3.7)より，上式の右辺は

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{F}_k(T_k + \tau)}{\tilde{F}_k(T_k)} &= \frac{\exp\left[-\int_0^{T_k+\tau} \lambda_k(u)du\right]}{\exp\left[-\int_0^{T_k} \lambda_k(u)du\right]} \\
&= \exp\left[-\left(\int_0^{T_k+\tau} \lambda_k(u)du - \int_0^{T_k} \lambda_k(u)du\right)\right] \\
&= \exp\left[-\int_{T_k}^{T_k+\tau} \lambda_k(u)du\right]
\end{aligned}$$

と変形できる．施設の使用延長時間の期待値を求めることにより，当該施設の期待余寿命を定義できる．すなわち，時刻T_kにおいて評価した施設kの期待余寿命(Remaining Mean Duration）$RMD_k(T_k)$は

$$RMD_k(T_k) = E(\zeta_k - T_k | \zeta_k \geq T_k) \tag{2.3.10}$$

と定義できる．条件付き確率の定義より，期待余寿命は

$$RMD_k(T_k) = \frac{E(\zeta_k - T_k)}{\Pr\{\zeta_k \geq T_k\}} \tag{2.3.11}$$

であり，施設の生存確率$\tilde{F}_k(T_k)$を用いて，

$$RMD_k(T_k) = \frac{\int_{T_k}^{\infty} (u - T_k) f_k(u)du}{\tilde{F}_k(T_k)} \tag{2.3.12}$$

と書き換えることができる．ここで，$\tilde{F}_k(u) = 1 - F_k(u)$より$d\tilde{F}_k(u)/du = -f_k(u)$である．被積分関数を$(u - T_k)$と$f_k(u) = (-\tilde{F}_k(u))'$の積とみなせば，部分積分により

$$\begin{aligned}
&RMD_k(T_k) \\
&= \frac{\left[(u - T_k)(-\tilde{F}_k(u))\right]_{T_k}^{\infty} - \int_{T_k}^{\infty} (-\tilde{F}_k(u))du}{\tilde{F}_k(T_k)} \\
&= \frac{(u - T_k)(-\tilde{F}_k(u))|_{u\to\infty} + \int_{T_k}^{\infty} \tilde{F}_k(u)du}{\tilde{F}_k(T_k)}
\end{aligned} \tag{2.3.13}$$

を得る．ここで，$u \to \infty$ のとき $\tilde{F}_k(u) \to 0$ であることに留意すれば次式を得る．

$$RMD_k(T_k) = \frac{1}{\tilde{F}_k(T_k)} \int_{T_k}^{\infty} \tilde{F}_k(u) du \tag{2.3.14}$$

さらに，初期時点 $t = 0$ における施設 k の期待寿命は

$$RMD_k(0) = \int_0^{\infty} \tilde{F}_k(u) du \tag{2.3.15}$$

と表せる．

2.3.3 ワイブルハザード関数

施設特性により，施設の劣化過程は多様に異なる．いま，施設間の劣化過程の違いが施設特性により表現されると考え，施設 k の特性を $R+1$ 個の特性変数 $x_k^r (r = 0, \cdots, R)$ で定義される特性ベクトルを行ベクトル $\boldsymbol{x}_k = (x_k^0, x_k^1, \cdots, x_k^R)$ で表現しよう．ただし，$x_k^0 = y_k$ は施設の使用期間長を表す．このことを明示的に表現するために劣化ハザード関数を $\lambda(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$ と表記する．ただし，$\boldsymbol{\theta} = (\theta^0, \cdots, \theta^R)$ は未知パラメータ θ^r $(r = 0, \cdots, R)$ による行ベクトルである．さらに，施設 k の寿命の確率密度関数，生存確率も施設特性と未知パラメータに依存することを明示的に表すため，以後 $f(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$，$\tilde{F}(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$ と表記する．劣化ハザード関数 $\lambda(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$ の関数形を特定化することにより，具体的な劣化ハザードモデルを定式化できる．ハザード関数に関する議論の詳細は参考文献 [8] に譲るが，ここでは読者の便宜を図るため，本章の実証分析で用いるワイブルハザードモデルについて簡単に説明しておこう．ワイブルハザード関数は

$$\lambda(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta}) = \tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' \alpha y_k^{\alpha - 1} \tag{2.3.16}$$

と表すことができる．ただし，$\boldsymbol{\theta} = (\theta^0, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = (\theta^1, \cdots, \theta^R)$ である．ワイブルハザード関数の場合は $\theta^0 = \alpha$ である．また，$\tilde{\boldsymbol{x}}_k = (x_k^1, \cdots, x_k^R)$ である．ワイブルハザード関数を用いた場合，施設寿命の確率密度関数 $f(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$，および施設の生存確率 $\tilde{F}(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta})$ は，それぞれ次式で表される．

$$f(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta}) = \tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' \alpha y_k^{\alpha - 1} \exp(-\tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' y_k^{\alpha}) \tag{2.3.17a}$$

$$\tilde{F}(\boldsymbol{x}_k : \boldsymbol{\theta}) = \exp(-\tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' y_k^{\alpha}) \tag{2.3.17b}$$

2.3.4 劣化ハザード関数の最尤推定法

完全モニタリング情報に基づいて劣化ハザード関数を推定する問題をとりあげる．いま，**図２－１**に示すように，すべての施設の使用開始時点を $t = 0$ と基準化し，施設 $k (= 1, \cdots, K)$ の使用期間の実測値を $\bar{y}_k$ と表す．記号「$\bar{\cdot}$」は実測値であることを表す．モニタリング期間中に施設寿命が終了した場合，使用期間と寿命が一致し $\bar{y}_k = \zeta_k$ が成立する．一方，モニタリング終了時点で施設寿命が終了していない場合，施設の使用期間はモニタリング期間長 $\bar{T}_k$ と一致し，施設寿命 ζ_k は観測されない．そこで，施設 k の寿命がモニ

タリング期間を越えるかどうかを表すダミー変数d_k^pを

$$d_k^p = \begin{cases} 1 & \bar{y}_k = \zeta_k \leq \bar{T}_k \text{の時} \\ 0 & \zeta_k > \bar{T}_k = \bar{y}_k \text{の時} \end{cases} \tag{2.3.18}$$

と定義しよう．ダミー変数の上付き添え字pは完全モニタリング情報であることを意味する．モニタリングでは，施設寿命ζ_kではなく，使用期間$\bar{y}_k$のみが観測される．このため，使用期間データを用いて劣化ハザード関数を推定する場合，観測されない寿命データに起因して生じる切断バイアスを考慮することが必要となる．いま，施設kに関して使用期間の実測値$\bar{y}_k$，データの切断の有無の実測値$\bar{d}_k^p$，施設特性の実測値$\bar{\boldsymbol{x}}_k$が観測されたとしよう．この時，施設kに関してモニタリング期間長により寿命ζ_kの分布の右側が切断する条件を考慮した条件付き確率は次式で表される．

$$\begin{aligned} &\ell^p(\bar{d}_k^p, \bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &\quad = f(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})^{\bar{d}_k^p} \cdot \tilde{F}(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})^{1-\bar{d}_k^p} \end{aligned} \tag{2.3.19}$$

ただし，右辺第１項は，故障によりモニタリング期間が終了し，施設寿命が$\bar{y}_k$となる確率を意味しており，第２項は，施設寿命がモニタリング期間長$\bar{T}_k$（すなわち，使用期間長$\bar{y}_k$）より長くなる確率を表している．ここで，劣化ハザード関数$\lambda(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})$を用いると，上記の条件付き確率は$\ell^p(\bar{d}_k^p, \bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta}) = \lambda(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})^{\bar{d}_k^p} \cdot \tilde{F}(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})$と変形できる．土木施設$K$個それぞれの劣化現象の生起は，互いに独立に分布すると仮定すると，対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] &= \ln \prod_{k=1}^{K} \ell^p(\bar{d}_k^p, \bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &= \sum_{k=1}^{K} \bar{d}_k^p \ln[\lambda(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})] \\ &\quad + \sum_{k=1}^{K} \ln[\tilde{F}(\bar{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta})] \end{aligned} \tag{2.3.20}$$

と表すことができる．対数尤度関数(2.3.20)を最大にするようなパラメータ値$\boldsymbol{\theta}$の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}})]}{\partial \theta^r} = 0, \ (r = 0, \cdots, R) \tag{2.3.21}$$

を同時に満足するようなパラメータ$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}^0, \cdots, \hat{\theta}^R)$として与えられる．最適化条件は$R+1$次の連立非線形方程式であり，たとえば，Newton法を基本とする逐次反復法[15]を用いて解くことができる．さらに，パラメータの漸近的な共分散行列の推定量$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$は，

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \left[\frac{\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}})\}}{\partial \boldsymbol{\theta} \partial \boldsymbol{\theta}'} \right]^{-1} \tag{2.3.22}$$

と表すことができる．ただし，上式(2.3.22)の右辺は$\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}})\}/\partial\theta^m \partial\theta^n$を$(m, n)$要素とする$(R+1) \times (R+1)$次のFisher情報行列の逆行列である．

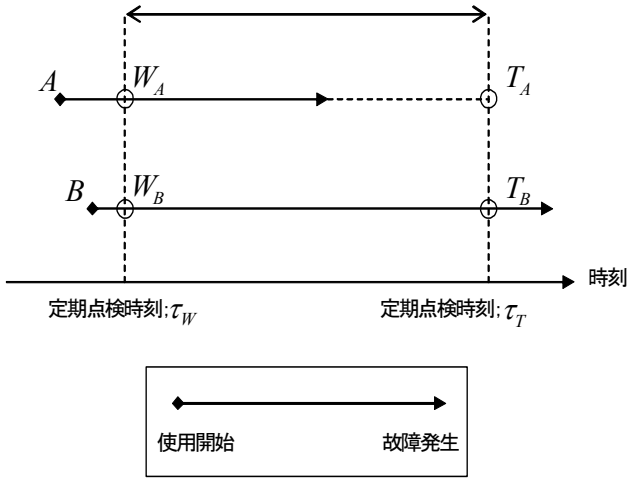


図２－２　定期モニタリング情報

2.4　不完全モニタリング情報

2.4.1　モニタリング情報の不完全性

完全モニタリング情報は，各施設の使用が開始された実時刻τ_0^kと故障が発生した実時刻τ_1^kが正確に観測されることを想定している．土木施設の故障の有無を連続的にセンサーで常時監視する場合，完全モニタリング情報が獲得できよう．しかし，多くの土木施設の劣化状態を常時観測することは不可能である．現実には，時間軸上の限られた時刻において実施される点検業務を通じて土木施設の劣化状態をモニタリングできることが少なくない．このようなモニタリングスキームとして，ある一定の時間間隔を経て定期的に施設を点検するモニタリングスキームを考えよう．このような定期モニタリングスキームで獲得できる情報を定期モニタリング情報と呼ぶこととする．**図２－２**に示すように，カレンダー時刻τ_Wとτ_Tにすべての施設の劣化状態をモニタリングするようなスキームを考える．さらに，施設が使用開始された時点を$t=0$に基準化し，サンプル時点上における２つの連続するモニタリング時点をそれぞれW_k, T_k $(W_k < T_k)$と表そう．この場合，２つのケースが生じうる．図中の施設Aの場合，モニタリング時点$t = W_A$では故障が発生していないが，時点$t = T_A$では故障が発生している．この場合，故障が発生した正確な時刻は観測できないが，少なくとも期間$(W_A, T_A]$の中のどこかの時点で故障が発生したという完全サンプルを獲得できる．一方，施設Bの場合，いずれのモニタリング時点W_B, T_Bにおいても，故障が発生していない．この場合，施設寿命はモニタリング期間長T_Bよりも長いという情報のみが獲得できる不完全サンプルとなる．このような定期モニタリング情報に基づく劣化ハザード関数の推定方法に関しては**2.4.2**で言及する．さらに，土木施設の中には，ある１つの特定時点において実施された点検結果のみが得られる場合が少なくない．このようなモニタリングスキームの下で得られる情報を一斉モニタリング情報と呼ぶこととする．こ

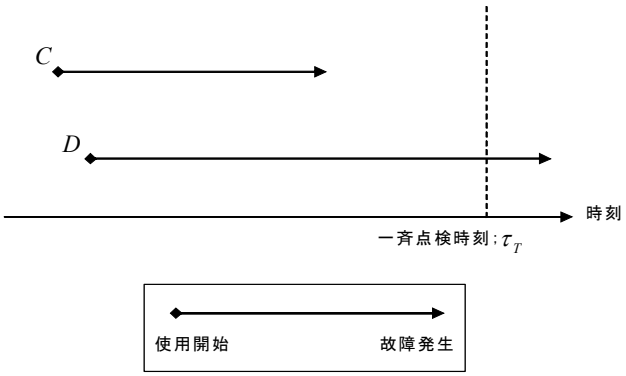


図２－３　一斉モニタリング情報

の場合，**図２－３**に示すように，カレンダー時刻τ_Tにおいて実施される一斉モニタリングにおいて，施設が故障している場合（施設C），あるいは故障していない場合（施設D）のいずれかのみが観測できる．このような一斉モニタリング情報に基づいた劣化ハザード関数の推定方法に関しては**2.4.3**で考察する．当然のことながら，定期モニタリング情報の方が，一斉モニタリング情報よりも情報量が多い．なお，土木施設の定期モニタリング情報を取り扱う場合，施設が故障する前に予防補修により施設を取り替える場合が起こりえる．この場合，施設の補修時刻が，その施設寿命の終了時刻と一致する保証はない．劣化ハザード関数を推定する場合，補修行為により施設寿命が途中で打ち切られることを考慮する必要がある．さらに，施設がモニタリング時点以外に更新された時，それが故障による更新なのか，予防補修による更新なのかという情報を記録していない場合もありえよう．このような補修行為によるモニタリング情報の不完全性の問題は**2.4.4**で考察する．

2.4.2　定期モニタリング情報

時間軸上で定期的に故障の有無がモニタリングされる場合を考える．いま，時点$t=0$において施設kの使用が開始され，時点$t=W_k$と$t=T_k$ $(T_k>W_k)$という２つの時点で故障の有無がモニタリングされるスキームを考えよう．いま，時点$t=W_k$で実施されたモニタリングにおいて故障が発見されず，時点$t=T_k$において実施されたモニタリングで故障が発見された場合に着目しよう．この場合，当該施設が故障した時点を正確に把握することはできないが，少なくとも故障が発生した時点が期間$(W_k,T_k]$内に含まれることは把握できる．当該の施設寿命が少なくともW_kより大きく，かつ期間$(W_k,T_k]$において故障する確率$\upsilon(W_k,T_k,\tilde{\boldsymbol{x}}_k:\boldsymbol{\theta})$は

$$\begin{aligned}\upsilon(W_k,T_k,\tilde{\boldsymbol{x}}_k:\boldsymbol{\theta}) &= \Pr\{T_k\geq\zeta_k\geq W_k\}\\ &= \tilde{F}(W_k,\tilde{\boldsymbol{x}}_k:\boldsymbol{\theta})-\tilde{F}(T_k,\tilde{\boldsymbol{x}}_k:\boldsymbol{\theta})\end{aligned}\tag{2.4.23}$$

と表すことができる．つぎに，２つのモニタリング時点のいずれにおいても故障が発生していない確率は

$$1 - \upsilon(W_k, T_k, \tilde{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta}) = \tilde{F}(T_k, \tilde{\boldsymbol{x}}_k : \boldsymbol{\theta}) \tag{2.4.24}$$

となる．ここで，施設kが期間$(W_k, T_k]$内に故障したかどうかを表すダミー変数d_k^fを

$$d_k^f = \begin{cases} 1 & W_k \leq \zeta_k \leq T_k \text{の時} \\ 0 & \zeta_k > T_k \text{の時} \end{cases} \tag{2.4.25}$$

と定義する．ダミー変数の上付き添え字fは定期モニタリングスキームを意味する．時点$\bar{W}_k, \bar{T}_k$に定期モニタリングが実施され，モニタリングの結果得られた故障の有無に関する実測値$\bar{d}_k^f$が生起する条件付き確率$\ell^f(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{d}_k^f, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})$は

$$\begin{aligned} &\ell^f(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{d}_k^f, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &= \upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})^{\bar{d}_k^f} \{1 - \upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})\}^{1-\bar{d}_k^f} \end{aligned} \tag{2.4.26}$$

と表せる．土木施設K個の劣化現象の生起は，互いに独立に分布すると仮定すれば，個々の施設の故障パターンが生じる同時生起確率密度を表す対数尤度関数は次式で表すことができる．

$$\begin{aligned} \ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] &= \ln \prod_{k=1}^{K} \ell^f(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{d}_k^f, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &= \sum_{k=1}^{K} \bar{d}_k^f \ln[\upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \\ &+ \sum_{k=1}^{K} (1 - \bar{d}_k^f) \ln[1 - \upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \end{aligned} \tag{2.4.27}$$

2.4.3 一斉モニタリング情報

特定の実時刻においてすべての施設に対して一斉モニタリングが実施され，個々の施設の故障の有無とその施設の使用が開始された実時刻に関する情報が入手できるような一斉モニタリングスキームを考えよう．本スキームで獲得できる一斉モニタリング情報は，使用開始時刻からモニタリング時刻までの期間長T_kと，モニタリング時刻における故障の有無に関するダミー変数

$$d_k^s = \begin{cases} 1 & \zeta_k \leq T_k \text{の時} \\ 0 & \zeta_k > T_k \text{の時} \end{cases} \tag{2.4.28}$$

のみである．ただし，上付き添え字sは一斉モニタリング情報であることを表す．一斉モニタリングの結果得られた故障の有無に関する実測値$\bar{d}_k^s$が生起する条件付き確率$\ell^s(\bar{T}_k, \bar{d}_k^s, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})$は

$$\begin{aligned} &\ell^s(\bar{T}_k, \bar{d}_k^s, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &= F(\bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})^{\bar{d}_k^s} \tilde{F}(\bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})^{1-\bar{d}_k^s} \end{aligned} \tag{2.4.29}$$

と表せる．上式の右辺第１項はモニタリング時刻までに施設が故障する累積確率，第２項はモニタリング時刻まで施設が生存する確率を表す．この時，すべての土木施設の故障の有無に関するモニタリング結果$\bar{d}_k^s$を与件とした時の同時生起密度を表す対数尤度関数は．

$$\begin{aligned}\ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] &= \ln \prod_{k=1}^{K} \ell^s(\bar{T}_k, \bar{d}_k^s, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\ &= \sum_{k=1}^{K} \bar{d}_k^s \ln[F(\bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \\ &+ \sum_{k=1}^{K} (1 - \bar{d}_k^s) \ln[\tilde{F}(\bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \end{aligned} \tag{2.4.30}$$

と定式化できる．なお，定期モニタリング情報は，複数時点において同一施設に関する一斉モニタリング情報が獲得できる場合に他ならない．したがって，一斉モニタリング情報は，施設の劣化状態に関するモニタリングをはじめて実施した場合に獲得できる情報と考えることができる．あるいは，一定期間を経たのちに，複数の施設を故障の有無にかかわらず一斉に更新する場合がある．このような補修方法が採用される場合，更新時点において故障の有無に関するデータが獲得されることになる．このような方法により獲得できるモニタリング情報も一斉モニタリング情報と考えることができる．定期モニタリング情報と比べて，一斉モニタリング情報は情報量が少ないため，劣化予測情報として用いる場合に問題が発生する場合が少なくない．このような一斉モニタリング情報が有する問題点に関しては，**2.5.4** で改めて考察することとする．

2.4.4 予防補修による不完全モニタリング情報

定期モニタリングスキームにおいて，２つのモニタリング時点$t = W_k$と$t = T_k$の間の中間時点$t = P_k$において，一部の施設が補修・更新された場合を考えよう．更新された施設に関して，施設更新の時点で当該施設が故障していたか否かに関する情報が獲得できる場合には，時点$t = P_k$において施設モニタリングが追加的に実施されたことに他ならない．この場合，定期モニタリング情報が追加的に獲得できたと考えればいい．しかし，施設の更新を実施したか否かに関するデータは存在するが，その施設が故障していたかどうかに関するデータが記載されていない場合には，施設更新時点における施設の劣化情報が入手できない．この場合，施設更新に先立って実施された時点W_kにおけるモニタリングにおいて,「施設が故障していなかった」という情報のみが入手可能となる．

いま，中間時点$t = P_k$で更新された施設集合をGと，中間時点P_kにおいて補修が実施されず，時点T_kにおける定期モニタリングまで使用された施設の集合をNと表そう．施設集合Gに属する施設が時点W_kにおける定期モニタリングまで故障しないで生存するという事象が生起する条件付き確率$\ell^r(\bar{W}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})$は

$$\ell^r(\bar{W}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) = \tilde{F}(\bar{W}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \tag{2.4.31}$$

と表せる．上付き添え字rは中間時点P_kにおいて補修が実施されたサンプルであることを表す．さらに，各施設における故障の生起は，互いに独立に分布すると仮定すると，対数尤度関数は次式で表すことができる．

$$
\begin{aligned}
&\ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] \\
&= \ln \prod_{k \in N} \ell^f(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) + \ln \prod_{k \in G} \ell^r(\bar{W}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta}) \\
&= \sum_{k \in N} \bar{d}_k^f \ln[\upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \\
&+ \sum_{k \in N} (1 - \bar{d}_k^f) \ln[1 - \upsilon(\bar{W}_k, \bar{T}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})] \\
&+ \sum_{k \in G} \ln \tilde{F}(\bar{W}_k, \bar{\tilde{\boldsymbol{x}}}_k : \boldsymbol{\theta})
\end{aligned}
\tag{2.4.32}
$$

上式において，第１項は予防保全が実施されずに完全サイクルが観測されたサンプル集合，第２項は同じく予防保全が実施されずれに不完全サイクルが観測されたサンプル集合に対して定義された対数尤度を，第３項は予防保全されたサンプル集合に対する対数尤度を表している．なお，予防補修が実施されたことによるモニタリング情報の不完全性は，定期モニタリングスキーム，一斉モニタリングスキームにおいても発生する．以上で述べた方法は予防補修が実施されたことによるデータの不完全性を補正するための方法であり，その適用はハザードモデル推定における部分的な問題に留まる．そこで，以下では定期モニタリング情報，一斉モニタリング情報の場合をとりあげ，モニタリングスキームの不完全性が劣化ハザード関数の推定精度に及ぼす影響を分析することとする．

2.5 適用事例

2.5.1 適用事例の概要

本章で提案した劣化ハザードモデルを，東北自動車道十和田道路事務所管内のトンネル照明不点履歴データに基づいて，実際に推定してみよう．分析対象としたトンネル照明不点履歴データベースでは，1983年から1995年に至る12年間を対象として，トンネル照明の使用開始日と不点となった日が記載されており，トンネル照明寿命に関する完全モニタリング情報を獲得することができる．同道では，トンネル照明用光源として，低圧ナトリウム灯及び高圧ナトリウム灯の２タイプが設置されている．さらに，トンネル照明の種類は，基本照明と緩和照明に分類される．基本照明は，トンネル全長にわたって設置されており，前方視認に必要な照度を与えることを目的としている．一方，緩和照明は昼間時にトンネル入り口部にてトンネル内外の照度差を緩和するために設置されており，屋外輝度に応じて回線が制御されている．トンネル照明は**表２－１**に示すように，照明の種類により１日当たりの平均点灯時間が異なる．このような，点灯方法が照明の寿命に影響を及ぼしている．なお，実証分析で用いるデータベースは，すべて同一メーカーが納入した照明ランプに関するデータのみが含まれている．総サンプル数は7,145個である．以上のデータ

表２－１ 照明種類と日平均点灯時間

照明種類	基本照明			
	昼間	夜間	深夜	非常
点灯時間/日	**11.70**	**16.20**	**24.00**	**24.00**
	緩和照明			
	晴天-1	晴天-2	曇天-1	曇天-2
	1.70	**2.70**	**5.70**	**9.30**

に基づいて劣化ハザード関数の推定を行った．その際，指数ハザード関数，ワイブルハザード関数，対数正規ハザード関数を用いて劣化ハザードモデルを推定した．しかし，**2.3.2** で定式化したワイブルハザード関数が最も良好な推定精度が得られたために，以下ではワイブルハザード関数を用いた適用事例について考察する．同データベースは完全モニタリング情報が獲得できる理想的なデータベースである．以下，このようなデータベースを完全モニタリングデータベースと呼ぶ．しかし，完全モニタリングデータベースが利用できるのは，むしろ例外的であると考えてよい．現実的には，定期モニタリング情報，あるいは一斉モニタリング情報といった不完全モニタリング情報のみが利用可能である場合が少なくない．そこで，以下，**2.5.2** において，まず完全モニタリング情報に基づいてトンネル照明に関するワイブルハザード関数を推定した結果について分析する．その上で，完全モニタリング情報に基づいた推定結果をベンチマークケースと位置づけよう．つぎに，**2.5.3** では，完全モニタリングデータベースに基づいて，定期モニタリングデータベースを人為的に作成し，ワイブルハザード関数を推定する．その結果，モニタリング情報の不完全性に起因して，ワイブルハザード関数の推定精度がどのように低下するかを分析する．さらに，**2.5.4** では，定期モニタリングの時間間隔やモニタリング開始時点からの経過年数の多寡が，ワイブルハザード関数の推定結果に及ぼす影響について分析することとする．つぎに，**2.5.5** では，ある時点に１回のみ実施された一斉モニタリング情報に基づいて，劣化ハザード関数を推定することにより生じる問題点について考察する．最後に，**2.5.6** で今後のモニタリングスキームへの改善への示唆をとりまとめる．

2.5.2 完全モニタリング情報に基づく推定

完全モニタリング情報の場合，各ランプの寿命に関する情報が利用可能である．対象とするデータベースにおいて，施設寿命が観測されている完全サンプル数は4,348個あり，モニタリング終了時の1995年時点で故障が観測されなかった不完全サンプル数は2,797個である．完全モニタリング情報に基づいてワイブルハザード関数を推定する場合の対数尤度関数は，式(2.3.20)より，

$$\ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})] = \sum_{k=1}^{n} \bar{d}_k^p \ln[\tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' \alpha y_k^{\alpha-1}] + \sum_{k=1}^{K} \ln[\exp(-\tilde{\boldsymbol{x}}_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}' y_k^{\alpha})] \tag{2.5.33}$$

と表すことができる．ここに，$\bar{y}_k$はランプk $(k = 1, \cdots, K)$の寿命である．また，$\tilde{\bar{\boldsymbol{x}}}_k$は，ランプ$k$の寿命に影響

表２－２　推定結果（完全モニタリング情報）

推定パラメータ		t−値
$\hat{\alpha}$	1.44	80.97
$\hat{\theta}^1$	0.0107	13.96
$\hat{\theta}^2$	0.0031	6.42
$\hat{\theta}^3$	0.00029	6.95
対数尤度		-16,870
初期尤度		-99,223
尤度比		0.83

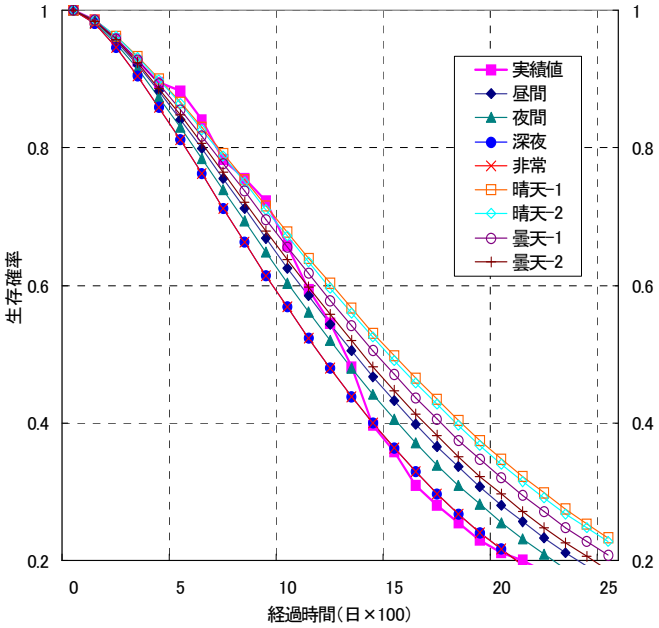


図２－４　生存関数（完全モニタリング情報）

を及ぼす説明変数の観測値であり，１と $R-1$ 個の説明変数と構成される R次行ベクトル$\bar{\boldsymbol{x}}_k = [1, \bar{x}_k^2, \cdots, \bar{x}_k^R]$ である．また，$\tilde{\boldsymbol{\theta}}' = [\theta^0, \theta^1, \cdots, \theta^R]'$はパラメータベクトルであり$\theta^1$は定数項を表す．説明変数$\tilde{\boldsymbol{x}}_k$として，１）照明用光源のタイプ，２）点灯時間，３）点灯回数，４）ランプのトンネル内の位置を代替的な説明変数としてとりあげた．これら説明変数の組み合わせに対して，ワイブルハザード関数を推定した．その結果，符号条件，説明変数の有意性条件を満足する説明変数として，寿命変数$\bar{y}_k$以外に，最終的に

$$x_k^2 = \begin{cases} 1 & \text{低圧ナトリウムランプ} \\ 0 & \text{高圧ナトリウムランプ} \end{cases}$$

$$x_k^3 = \text{照明種類別の日平均点灯時間（時間/日）}$$

という２つの説明変数を採用することとした．１階の最適化条件(2.3.21)は連立非線形方程式として与えられ，ニュートンラフソン法により最尤推定量を求めた．推定結果を**表２－２**に示す．

さらに，ワイブルハザード関数に基づいて作成した低圧ナトリウムランプの照明種類別ごとの生存関数

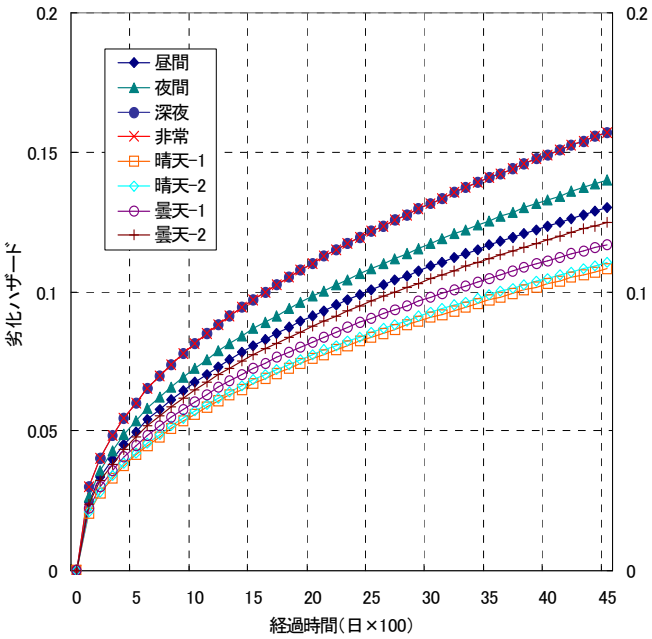


図２－５　ワイブルハザード関数（完全モニタリング情報）

表２－３　期待寿命（単位：日）

	低圧ランプ	高圧ランプ
昼間	1,536.8	1,768.0
夜間	1,460.6	1,662.1
深夜	1,347.9	1,510.6
非常	1,347.9	1,510.6
晴天-1	1,747.6	2,076.2
晴天-2	1,723.3	2,039.5
曇天-1	1,655.2	1,938.2
曇天-2	1,581.6	1,831.5

を**図２－４**に示している．同図には，実データに基づいた生存率の実績値も併記している．なお，実績値を表すグラフは，図が煩雑になることを避けるために，低圧ナトリウムランプのすべての種類別の照明データをプールして作成していることを断っておく．ワイブルハザードモデルでは生存関数は無限期間にわたって定義され，使用期間が無限大となる時に生存確率がゼロに漸近する．しかし，生存関数を現場におけるリスク管理図表として用いる場合，生存関数の漸近的な挙動に関する情報は不必要であり，ここでは通常の道路照明マネジメントの範囲内の生存関数に関する情報のみを掲示することとした．その結果，**図２－４**では，使用期間最大25ヶ月，生存確率0.2以上の範囲における生存関数のみを記載している．また，**図２－５**には低圧ナトリウムランプの照明種類別のワイブルハザード関数を示している．

ワイブルハザード関数を用いてリスクマネジメント指標を求めることができるが，初期時点におけるト

表２－４ サンプルデータの概要

D_t	完全サンプル数	不完全サンプル数	Chowテスト1	Chowテスト2	期待寿命１（日）	期待寿命２（日）
D_8	611	1,640	220.12	231.94	819.8	805.5
D_9	853	2,014	250.97		904.2	
D_{10}	1,162	2,215	290.48	320.44	931.0	900.4
D_{11}	1,352	2,129	200.51		1,159.7	
D_{12}	1,579	2,333	180.87	201.99	1,217.9	1,177.6
D_{13}	1,779	2,511	147.39		1,258.4	
D_{14}	2,050	2,461	147.70	169.88	1,270.8	1,239.5
D_{15}	2,191	2,509	89.02		1,315.8	
D_{16}	2,537	2,311	115.68	145.77	1,293.8	1,267.0
D_{17}	2,666	2,677	63.68		1,353.3	
D_{18}	2,892	2,605	47.05	65.64	1,375.1	1,349.4
D_{19}	3,041	2,645	20.84		1,443.0	
D_{20}	3,326	2,536	18.34*	30.23	1,443.9	1,417.0
D_{21}	3,452	2,665	4.92*		1,495.2	
D_{22}	3,837	2,429	8.97*	19.57*	1,463.8	1,433.5
D_{23}	3,840	2,796	4.79*		1,556.2	
D_{24}	4,347	2,292	3.28*	13.02*	1,497.3	1,459.3

注） 完全サンプル数，不完全サンプル数はそれぞれのデータベースに含まれる完全サンプル，不完全サンプルの数を表す．Chowテスト１，Chowテスト２は，それぞれ6ヶ月定期モニタリングデータベース，12ヶ月定期モニタリングデータベースを対象としたChowテストにおける尤度比検定統計量ξ(式(2.5.40)参照)を表す．同欄において右上添字*は有意水準1%で帰無仮説H_0'が棄却できないことを表す．また，期待寿命は6ヶ月，12ヶ月定期モニタリングデータベースに基づいて推定した期待寿命$RMD_k(0)$(式(2.3.15)参照)のサンプル平均値を表す．

ンネル照明の期待寿命(2.3.15)を求めた結果を**表２－３**に示す．同表に示すように，低圧ナトリウムランプに比べて高圧ナトリウムランプの方が期待寿命が大きくなっている．さらに，照明種類別に期待寿命を比較すれば，日平均照明時間長が長くなるほど，期待寿命が短くなる．しかし，日点灯時間の差ほど，点灯時間による期待寿命の差異は大きくない．このことは，照明ランプの延べ点灯時間よりも，使用開始時刻からの経過時間（使用時間）の方が，照明ランプの劣化に対して支配的な要因であることを意味している．

2.5.3 定期モニタリング情報に基づく推定

完全モニタリングデータベースは，個々のトンネル照明について使用開始日及び不点日が記録されている．現実には，このような完全モニタリング情報を獲得することは容易ではなく，時間軸上の限られた時点で実施される定期モニタリング業務を通じてモニタリング情報を獲得できる場合の方が多い．そこで，定期モニタリングスキームとして，１）6ヶ月定期モニタリング，２）12ヶ月定期モニタリングという，点検時間のインターバルを変化させた２種類のスキームをとりあげる．その際，完全モニタリングデータベースを用いて，以下のような方法で6ヶ月定期モニタリングデータベースを作成した．すなわち，1983年4月から1995年3月までの12年間を6ヶ月ごとに合計24個の期間に分割した．それぞれの期間の期末にモニタリングが実施されると考える．実証分析に用いたデータベースでは，1983年4月以前に取り替えたランプについては，更新時期が記載されていない．そこで，1983年以降に更新されたランプのみに着目する．期

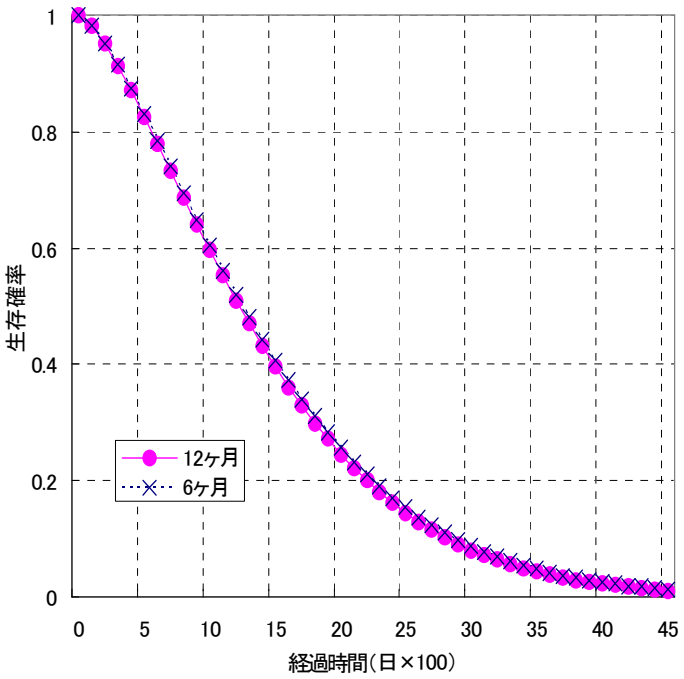


図２－６　定期モニタリング情報と生存関数（D_{22}に基づく）

間が進むにつれて，更新時期が記載されているデータが増えていくことになる．このように更新時期が記載されているデータがある期間t $(t = 1, \cdots, 24)$内のある時点において不点になったとしよう．定期モニタリングにおいては，不点が生じた正確な時刻は分からない．しかし，期間tの期末に実施される定期モニタリングでは，当該期間t中に不点となったという事実が観測されることになる．定期点検時点において不点となっている照明ランプは，一斉に取り替えられると考える．なお，実証分析で用いた完全モニタリングデータベースでは，ランプが不点となった段階で直ちにランプが更新されており，ランプが更新された日付が記載されている．しかし，定期モニタリングの場合，モニタリング時点にはじめてランプの不点が判明することになる．そこで，定期モニタリングデータベースを作成するにあたっては，定期モニタリングが実施された日に当該ランプが更新され，当該ランプの新しいサイクルが始まることとした．このようなプロセスを逐次繰り返し，第24期までの，道路照明の劣化・モニタリング・更新過程をシミュレートした．このような定期モニタリングスキームでは，期間が進むにつれて，ランプの寿命に関するサンプルデータが逐次蓄積されるメカニズムになっている．すなわち，期間tを対象とした定期モニタリングデータベースには，当該期間までに寿命を終えたランプに関するすべてのサンプルデータがプールされることになる．そこで，期間tまでに獲得されたサンプルデータをすべてプールしたようなデータベースを期間データベースと呼び，データベースを記号D_t $(t = 1, \cdots, 24)$で表すこととする．以上の考え方に基づいて作成した各期間データベースに対して，ワイブルハザード関数を推定した．

表２－５　推定結果（D_{12}）

6ヶ月モニタリング			12ヶ月モニタリング		
推定パラメータ		t−値	推定パラメータ		t−値
$\hat{\alpha}$	1.33	42.74	$\hat{\alpha}$	1.35	40.90
$\hat{\theta}^1$	0.0219	9.64	$\hat{\theta}^1$	0.0208	9.17
$\hat{\theta}^2$	0.0035	2.36	$\hat{\theta}^2$	0.0038	2.57
$\hat{\theta}^3$	0.00058	4.93	$\hat{\theta}^3$	0.00062	5.27
対数尤度		-5,096	対数尤度		-4,059
初期尤度		-33,840	初期尤度		-32,761
尤度比		0.85	尤度比		0.88

表２－６　推定結果（D_{22}）

6ヶ月モニタリング			12ヶ月モニタリング		
推定パラメータ		t−値	推定パラメータ		t−値
$\hat{\alpha}$	1.44	72.95	$\hat{\alpha}$	1.44	71.59
$\hat{\theta}^1$	0.0117	12.98	$\hat{\theta}^1$	0.0114	12.89
$\hat{\theta}^2$	0.0034	6.16	$\hat{\theta}^2$	0.0034	5.98
$\hat{\theta}^3$	0.00033	6.99	$\hat{\theta}^3$	0.00034	6.99
対数尤度		-12,638	対数尤度		-9,983
初期尤度		-84,797	初期尤度		-82,065
尤度比		0.85	尤度比		0.88

同様の考え方に基づいて，12ヶ月定期モニタリングデータベースも作成した．**表２－４**には，各期間データベース D_t $(t = 1, \cdots, 24)$ に含まれる完全サンプルと不完全サンプルの総数を記載している．以上で作成したデータベースは，実証分析で用いた原データベースに対して，これまでに言及した方法により再構成したデータベースである．このため，原データベースの含まれるサンプル数と，**表２－４**に示すサンプル数は一致しないことを断っておく．同表には，各期間データベースを用いて6ヶ月，および12ヶ月定期モニタリングデータベースを用いて推定したワイブルハザード関数の推定結果を比較した情報も示しているが，これらについては次節で考察する．なお，D_1からD_7の期間データベースに含まれる完全サンプル数が極めて少ないため，同表ではこれらのデータベースに関する記載を省略している．この表より定期モニタリングスキームでは，期間が進むにつれて完全サンプルが蓄積されるメカニズムになっていることが理解できる．**表２－５**には定期モニタリング実施後６年目のデータベース D_{12}，**表２－６**は定期モニタリング実施後11年目のデータベース D_{22}を用いて推定したワイブルハザード関数を示している．同表には，6ヶ月モニタリング，12ヶ月モニタリングデータベースに基づいた推定結果を比較している．

また，**図２－６**は6ヶ月，12ヶ月モニタリングデータベース D_{22}を用いて推定した生存曲線を比較している．**表２－６**，**図２－６**に示すように，定期モニタリング実施後，11年目のデータベースでは，6ヶ月モニタリングデータ，あるいは12ヶ月モニタリングデータのいずれを用いても，ワイブルハザード関数の推定結果はほとんど違いがないことが読み取れる．ただし，生存期間が長くなるほど，両者の差はわずかながら大きくなる傾向が読み取れる．しかし，現実の道路照明のマネジメントにおいて，多くの道路照明が交換される期間内（例えば，2000日以内）では両者の差はほとんど存在しない．そこで，次節では各期デー

タベースに基づいて推定したワイブルハザード関数と完全モニタリングデータベースを用いて推定したワイブルハザード関数の推定結果を比較し，モニタリングデータの蓄積によりワイブルハザード関数の推定結果がどのように変化するかを分析しよう．

2.5.4 モニタリング情報の推定結果

完全モニタリングデータベースと定期モニタリングデータベースに基づく推定結果を比較しよう．いま，例として6ヶ月定期モニタリングデータベースに基づいて推定したワイブルハザード関数のパラメータ最尤推定量を$\hat{\boldsymbol{\theta}}_6 = (\hat{\alpha}_6, \hat{\theta}_6^1, \hat{\theta}_6^2, \hat{\theta}_6^3)$，完全モニタリングデータベースに基づく最尤推定量を$\hat{\boldsymbol{\theta}}^* = (\hat{\alpha}^*, \hat{\theta}^{1*}, \hat{\theta}^{2*}, \hat{\theta}^{3*})$と表そう．この時，２つのデータベースに基づいて推定したワイブルハザード関数は

$$\lambda(\boldsymbol{x}_k : \hat{\boldsymbol{\theta}}_6) = (\hat{\theta}_6^1 + \hat{\theta}_6^2 x_k^2 + \hat{\theta}_6^3 x_k^3)\hat{\alpha}_6 y_k^{\hat{\alpha}_6 - 1} \tag{2.5.34a}$$

$$(k = 1, \cdots, K)$$

$$\lambda(\boldsymbol{x}_k : \hat{\boldsymbol{\theta}}^*) = (\hat{\theta}^{1*} + \hat{\theta}^{2*} x_k^2 + \hat{\theta}^{3*} x_k^3)\hat{\alpha}^* y_k^{\hat{\alpha}^* - 1} \tag{2.5.34b}$$

$$(k = K+1, \cdots, K+K')$$

と表せる．ただし，y_k, x_k^2, x_k^3 $(k = 1, \cdots, K)$，y_k, x_k^2, x_k^3 $(k = K+1, \cdots, K+K')$は，それぞれ6ヶ月定期モニタリングデータベース，完全モニタリングデータベースのサンプルデータを表す．K，K'はそれぞれのデータベースのサンプル数である．ここで，２つの異なるデータベースに基づく推定結果が同一か否かを検定するために，帰無仮説H_0と対立仮説H_1を

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\boldsymbol{\theta}}_6 =_{and} \hat{\boldsymbol{\theta}}^* \\ H_1 : \hat{\boldsymbol{\theta}}_6 \neq_{or} \hat{\boldsymbol{\theta}}^* \end{cases} \tag{2.5.35}$$

と定義する．ただし，記号$=_{and}$は論理式$\{\hat{\alpha}_6 = \hat{\alpha}^*\}$ and $\{\hat{\theta}_6^1 = \hat{\theta}^{1*}\}$ and $\{\hat{\theta}_6^2 = \hat{\theta}^{2*}\}$ and $\{\hat{\theta}_6^3 = \hat{\theta}^{3*}\}$を意味する．一方，記号$\neq_{or}$は論理式$\{\hat{\alpha}_6 \neq \hat{\alpha}^*\}$ or $\{\hat{\theta}_6^1 \neq \hat{\theta}^{1*}\}$ or $\{\hat{\theta}_6^2 \neq \hat{\theta}^{2*}\}$ or $\{\hat{\theta}_6^3 \neq \hat{\theta}^{3*}\}$を意味する．帰無仮説$H_0$と対立仮説$H_1$に現れる$\hat{\boldsymbol{\theta}}_6$と$\hat{\boldsymbol{\theta}}^*$は共に最尤推定量であり，仮説検定のために通常の尤度比検定を用ることはできない．ここでは，推定推定量間の同一性を検定するためのChowテスト[16]を用いて帰無仮説H_0を対立仮説H_1に対して仮説検定を試みる．そこで，新しいパラメータ$\hat{\boldsymbol{r}} = (\hat{r}_\alpha, \hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3)$を

$$\begin{cases} \hat{r}_\alpha = \hat{\alpha}^* - \hat{\alpha}_6 \quad r_1 = \hat{\theta}^{1*} - \hat{\theta}_6^1 \\ \hat{r}_2 = \hat{\theta}^{2*} - \hat{\theta}_6^2 \quad r_3 = \hat{\theta}^{3*} - \hat{\theta}_6^3 \end{cases} \tag{2.5.36}$$

と定義し，帰無仮説H_0と対立仮説H_1を

$$\begin{cases} H_0' : \hat{\boldsymbol{r}} =_{and} \mathbf{o} \\ H_1' : \hat{\boldsymbol{r}} \neq_{or} \mathbf{o} \end{cases} \tag{2.5.37}$$

と書き換える．さらに，２つのデータベースをプールした新しいデータベースを定義し，サンプルk $(k = 1, \cdots, K+K')$に対してワイブルハザード関数

$$\lambda(\boldsymbol{x}_k, \delta_k : \hat{\boldsymbol{\theta}}_6, \hat{\boldsymbol{r}}) = \{(\hat{\theta}_6^1 + \delta_k \hat{r}_1) + (\hat{\theta}_6^2 + \delta_k \hat{r}_2) x_k^2$$
$$+(\hat{\theta}_6^{\ 3} + \delta_k \hat{r}_3) x_k^3\}(\hat{\alpha}_6 + \delta_k \hat{r}_\alpha) y_k^{(\hat{\alpha}_6 + \delta_k \hat{r}_\alpha)-1} \tag{2.5.38}$$

を定義しよう．ただし，δ_kはダミー変数であり

$$\delta_k = \begin{cases} 0 & k = 1, \cdots, K \\ 1 & k = K+1, \cdots, K+K' \end{cases} \tag{2.5.39}$$

と定義する．この時，k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して式 (2.5.38) は式 (2.5.34a) に等しく，k $(k = K+1, \cdots, K+K')$ に対して式 (2.5.34b) に等しい．新しいワイブルハザード関数 (2.5.38) において$\boldsymbol{r} = \mathbf{o}$という制約を設けて推定した最尤推定量を$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_6$と表そう．この時，帰無仮説 H_0'を対立仮説 H_1'に対して検定するための尤度比検定統計量は

$$\xi = 2\left\{\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_6, \hat{\boldsymbol{r}})] - \ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_6)]\right\} \tag{2.5.40}$$
$$\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_6, \hat{\boldsymbol{r}})] = \sum_{k=1}^{K+K'} \ln\{f(\bar{\boldsymbol{x}}_k, \delta_k : \hat{\boldsymbol{\theta}}_6, \hat{\boldsymbol{r}})\}$$
$$\ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_6)] = \sum_{k=1}^{K+K'} \ln\{f(\bar{\boldsymbol{x}}_k, \delta_k : \tilde{\boldsymbol{\theta}}_6, \mathbf{o})\}$$

ここに，$\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_6, \hat{\boldsymbol{r}})]$ は制約がない（帰無仮説 H_0'の制約がない）場合の尤度を，$\ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_6)]$ は帰無仮説 H_0'の制約下での尤度を表す．もし，検定統計量が棄却域$\xi \geq \chi^2_{(100-\alpha)}(8)$ に入れば，有意水準α%で帰無仮説 H_0を棄却できる．ただし，$\chi^2_{(100-\alpha)}(8)$ は自由度 8 のχ^2分布における臨界値であり 20.09 という値をとる．以上の仮説検定を各期間データベース D_t $(t = 1, \cdots, 24)$ に基づいて推定したワイブルハザード関数に対して実施した．その結果を**表２－４**に示している．12ヶ月モニタリングデータベースに対しても，同様の仮説検定を実施したが，その結果も同表に示している．同表には，中間回線の低圧ランプを対象として，6ヶ月モニタリング，12ヶ月モニタリングデータベースに基づいて推定したワイブルハザード関数を用いて推定した期待寿命 $RMD_i(0)$(式 (2.3.15) 参照) のサンプル平均値も示している．

同表における Chow テスト１，Chow テスト２の欄は，それぞれ6ヶ月定期モニタリングデータベース，12ヶ月定期モニタリングデータベースを対象とした Chow テストにおける尤度比検定統計量ξ(式 (2.5.40) 参照) を表している．この結果より，6ヶ月モニタリングデータベースに基づいた推定結果では，D_{20}以降のデータベースを用いた場合には，$\xi < \chi^2_{(100-\alpha)}(8) = 20.09$ が成立し，有意水準１%で帰無仮説 H_0が棄却されない結果となっている．すなわち，完全データベースに基づいたワイブルハザード関数のパラメータの推定結果とデータベース D_{20}を用いたパラメータの推定結果が同一であるという仮説は棄却できない．同様に，12ヶ月モニタリングデータベースを用いた推定結果では，D_{22}以降のデータベースを用いた場合に有意水準１%で帰無仮説 H_0'が棄却されない結果となる．いずれの点検ケースにおいても，概ね10年程度

の期間にわたってモニタリング情報を蓄積することにより，完全情報を用いた推定結果と同程度の推定結果が得られる．ただし，以上の結果は対象とするデータベースに対して成立する事項であり，他の道路区間に対しても同様の知見が成立する保証はない．特に，管理対象とする道路照明数が異なれば，必要とされるデータ蓄積年数は変化する．例えば，道路照明数が増加すれば，同じ経過年数でもデータベースに含まれるサンプル数も増加することになり，データ蓄積に必要となる経過年数も少なくてすむ可能性が大きくなろう．

2.5.5 一斉モニタリング情報

一斉モニタリング情報はある断面においてトンネル照明の点灯または不点の状態が記録された情報である．前述したように，一斉モニタリング情報は，あるカレンダー時刻において，トンネル照明の故障の有無をはじめて一斉点検した場合や，故障の有無に関わらずある一定時間間隔を経て照明ランプを一斉に更新する場合等に得ることができる．本節では，1983年4月以降に取り替えた照明ランプに関して，取り替えたカレンダー時刻に関する記録が保存されている状況を考えよう．その上で，1983年以降のあるカレンダー時刻においてトンネル照明の故障の有無を一斉に点検するようなモニタリングスキームを考えよう．このような考え方の下に，一斉点検の時期間隔を1983年以降6ヶ月刻みで増加させたような一斉モニタリングデータベース$\tilde{D}_t$ $(t = 1, \cdots, 24)$を作成した．たとえば，$\tilde{D}_t$は1983年4月以降，$6 \times t$ヶ月後までに取り替えた照明ランプのみをサンプルとして，その故障の有無を1983年4月から$6 \times t$ヶ月後に点検した結果を記録している．なお，最初に取り替えた時点から，一斉点検を実施するまでに照明ランプが故障しても，当該ランプは取り替えられずに放置されると考える．**表２－７**には，以上のように作成した一斉モニタリングデータベース$\tilde{D}_t$と，そこに含まれるサンプルの平均期間長（照明ランプが設置された時刻から一斉点検時刻までの期間長の平均値）を一括して整理している．さらに，各データベースに基づいてワイブルハザード関数を推定した．**表２－７**には，以上のように推定したワイブルハザード関数の推定精度を分析するために，式(2.5.40)に示す尤度比検定統計量ξを示している．さらに，同表には，推定したワイブルハザード関数を用いて求めた期待寿命も併記している．同表に示すように，一斉モニタリング情報に基づく場合，データベースによりワイブルハザード関数の推定結果に大きな散らばりが見られる．また，Chowテストのための尤度比検定統計量ξは大きな値を示しており，いずれのデータベースを用いた場合でも有意水準1%で帰無仮説H_0'は棄却されている．すなわち，一斉モニタリングデータベースを用いてワイブルハザード関数を推定した場合，完全データベースを用いた場合と異なった推定結果が得られることになる．また，期待寿命の値もデータベースにより異なった値を示している．一斉モニタリングの場合，点検までの時間間隔が短いと完全サンプルの数が少なくなる．逆に，時間間隔が長くなれば平均期間長が長くなり，不完全サンプル数が極端に減少する．このように点検までの時間間隔によって完全サンプル数と不完全サンプル数の相対的な比率が著しく異なってしまう．その結果，推定結果がデータベースによって変動する

表２－７　サンプルデータの概要

$\tilde{D}_t$	平均期間長(日)	ξ	期待寿命(日)
$\tilde{D}_8$	453	213.72	912.1
$\tilde{D}_9$	611	251.21	930.9
$\tilde{D}_{10}$	693	360.44	933.8
$\tilde{D}_{11}$	873	297.07	1,301.9
$\tilde{D}_{12}$	960	270.91	1,143.1
$\tilde{D}_{13}$	1,055	237.88	1,096.1
$\tilde{D}_{14}$	1,190	360.40	1,130.2
$\tilde{D}_{15}$	1,357	270.72	1,171.0
$\tilde{D}_{16}$	1,513	473.63	1,199.7
$\tilde{D}_{17}$	1,590	398.32	1,267.6
$\tilde{D}_{18}$	1,736	406.62	1,288.1
$\tilde{D}_{19}$	1,910	357.93	1,358.8
$\tilde{D}_{20}$	2,072	328.56	1,255.3
$\tilde{D}_{21}$	2,252	267.24	1,273.2
$\tilde{D}_{22}$	2,419	536.92	941.8
$\tilde{D}_{23}$	2,599	338.37	1,083.6
$\tilde{D}_{24}$	2,779	-	-

結果となっている．さらに，いずれのデータベースを用いても推定したワイブルハザード関数が完全データベースを用いて推定した結果と一致する保証はない．このように一斉モニタリング情報を用いてワイブルハザード関数を推定する場合，推定精度において問題が残される．

2.5.6　モニタリングスキーム改善への示唆

以上の適用事例を通じて，定期モニタリング及び一斉モニタリングの実施方法と劣化ハザード関数の推定精度の間に密接な関係が存在することが判明した．特に，定期モニタリングスキームでは，モニタリングの回数を重ねるについて，完全サンプルデータが蓄積される．本章でとりあげた適用事例では，6ヶ月点検，もしくは12ヶ月点検の場合でも10年程度モニタリング情報を蓄積することにより，完全モニタリング情報を用いた場合と同程度の推定精度を有するワイブルハザードモデルを推定できることが判明した．さらに，6ヶ月モニタリング情報，あるいは12ヶ月モニタリング情報を用いても推定精度に大きな差異が現れていない．このことより，道路付帯施設のアセットマネジメントにおいて，劣化ハザード関数の推定という目的からは，必ずしも定期モニタリングを永続的に実施する必要性はないことが理解できる．当然のことながら，トンネル照明の定期モニタリングはランプの故障の有無を把握し，故障したランプ交換することを目的として実施される．劣化予測のためのデータの収集は本来のモニタリングの目的に対して，付随的な意味しか持っていない．適用事例で明らかにしたように，半年から１年程度のモニタリング間隔を対象としている限り，モニタリング間隔はトンネル照明の劣化ハザード関数の推定精度に大きな影響を及ぼさない．しかし，モニタリング間隔を長くすれば，前回のモニタリング時点から今回のモニタリング時点までに故障するランプ数が増加する．したがって，ランプの故障に関するサービス水準を決定することに

より，望ましいモニタリング方法を設計することが可能となる．

定期モニタリング情報は，モニタリング時点において故障したランプのみを交換することにより得ることができる．しかし，トンネルによっては，一定間隔ごとにすべてのランプを同時に交換する場合の方が，よりライフサイクル費用を抑制できる場合が起こりうる．この場合，一定間隔ごとに一斉モニタリング情報を獲得できる．しかし，一斉モニタリング情報は**2.5.5**で議論したような問題点を有している．さらに，すべてのトンネル照明を一定時間間隔で交換する場合，トンネル照明の使用期間長に関するデータがすべて一定値となり，使用期間長y_kに関わるパラメータαの値を推定できなくなる．この問題は，多くの使用期間長の異なるデータがプールできれば，ある程度克服することができる．しかし，本来，施設の交換タイミングは，ライフサイクル費用の最小化の観点に基づいて決定されるべきであり，その結果としてモニタリングデータが獲得できると考えるべきであろう．このように一斉モニタリングスキームでは，劣化ハザード関数を推定するための完全サンプルデータが蓄積される構造になっていない．そのため，劣化予測モデルを推定するためのモニタリング情報の収集を別途行うことが必要となる．

2.6 結言

本章では劣化状態が故障の有無という２値状態で表されるような土木施設を対象として，劣化ハザードモデルにより施設の劣化予測を行う方法を提案した．土木施設の劣化状態は点検業務により把握できるが，モニタリングスキームにより獲得できる劣化状態のモニタリング情報が異なることを指摘した．その際，完全モニタリング情報，定期モニタリング情報，一斉モニタリング情報という３つの異なるモニタリングスキームを対象として劣化ハザード関数を推定する方法を提案した．さらに，予防補修の実施により劣化状態に関するモニタリング情報が不完全になる問題についても考察した．また，提案した劣化予測モデルをトンネル照明という道路付帯施設の劣化予測問題に適用し，モデルの有用性を実証的に検証した．劣化ハザードモデルは多くの土木施設の劣化予測に適用可能であるが，その適用範囲を拡大するためには，いくつかの課題が残されている．

まず，本章で提案して劣化ハザードモデルは，劣化状態が故障の有無という２値状態で表される土木施設を対象としてきたが，例えば橋梁等の土木施設の場合，劣化状態が複数のランクにより判断される場合がある．この場合，推移状態が複数存在するようなmulti destination型劣化ハザードモデルを開発することが必要となる．この課題については，次章で提案する多段階指数ハザードモデルの適用により解決できよう．さらには，本章で提案した劣化予測モデルを用いて道路付帯施設の望ましいサービス水準や点検・補修スキームを設計するための方法論を開発することが必要である．この最適点検・補修戦略を導出する方法論については，**5章**で述べる．

参考文献

[1] 貝戸清之，阿部允，藤野陽三 : 実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.

[2] 鍵本広之，佐藤道生，川村満紀 : アルカリシリカ反応により劣化した施設の劣化度評価と細孔溶液分析による劣化進行の予測，土木学会論文集，No.641/V-46,pp.241-251, 2000.

[3] 小林孝一，宮川豊章:分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50,pp.173-186, 2001.

[4] 堤知明，白井伸一，安田登，松島学 : 塩害劣化に関する影響要因の実データに基づく定量評価，土木学会論文集，No.544/V-32,pp.33-41, 1996.

[5] 大野俊夫，魚本健人 : コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49,pp.29-44, 2000.

[6] 元路寛，関博，高木言芳 : 中性化したコンクリートにおける乾湿繰返し作用による鉄筋腐食に関する研究，土木学会論文集，No.697/V-54,pp.1-11, 2002.

[7] 佐伯竜彦，大即信明，長瀧重義 : 中性化によるモルタル中の鉄筋腐食の定量的評価，土木学会論文集，No.532/V-30,pp.55-66, 1996.

[8] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

[9] Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

[10] 山本俊之，藤井聡，北村隆一 : 保有予定期間との比較に基づく世帯における自動車非有期間の分析，土木計画学研究・論文集，No.14，pp.799-808, 1997.

[11] 多々納裕一，小林潔司，馬場淳一 : 滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測，土木学会論文集，No.625/IV-44, pp.113-124, 1999.

[12] Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

[13] Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, 26, pp.24-36, 1958.

[14] Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variables is truncated lognormal, with an application to the determination of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.

[15] 磯田和男，大野豊：数値計算ハンドブック，オーム社，1990.

[16] 森棟公夫：計量経済学，東洋経済新報社，1999.

第3章

多段階指数ハザードモデル

3.1　緒言

2章では，２値の状態変数のみが観測可能な土木施設の劣化過程を予測するための劣化ハザードモデルについて考察した．しかし，**2.6**において課題として取り上げたように，橋梁等に代表される土木施設の維持管理では，劣化状態が複数のランクにより判断される場合が多く，**2章**でモデル化した伝統的なハザードモデルからの拡張が必要となる．本章では，土木施設の劣化の進展過程を指数ハザードモデルで表現し，劣化予測のためのマルコフ推移確率モデルを推定する方法論を提案する．本章では，橋梁部材の劣化過程を想定して論じている．これらの方法論は，橋梁部材以外の様々な土木施設での適用が可能である．

橋梁のアセットマネジメントでは，ライフサイクル費用の低減化が図れるような最適補修戦略を求めることが重要な課題である．その上で，将来時点における橋梁の補修需要を予測し，橋梁の維持補修のために要する予算計画を策定することが必要となる．橋梁の劣化予測モデルは，ライフサイクル費用や補修需要を予測するために重要な役割を果たす．

橋梁部材の劣化予測モデルとして，１）過去の目視検査結果に基づいた統計的な劣化予測モデル，２）力学的メカニズムに基づいた劣化予測モデルが提案されている．対象となる問題によって，いずれの劣化予測モデルを用いるべきかが決定される．たとえば，橋梁群全体としてのマネジメント戦略や予算管理を検討する場合，統計的予測モデルが必要である．一方，具体的な劣化箇所の余寿命や補修戦術を求める場合，力学的メカニズムに基づいた予測モデルが有効であろう．このうち，本章では前者の立場から，橋梁部材の統計的予測モデルとその推定方法を提案することとする．

橋梁部材の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ連鎖モデルがある．マルコフ連鎖モデルでは，橋梁部材の健全度が複数のレーティングにより表現され，橋梁部材の劣化による健全度間の時間的推移過程をマルコフ推移確率を用いて表現する．マルコフ連鎖モデルは操作性が高く，米国の標準的な橋梁マネジメントシステムの１つであるPONTIS等をはじめとして，多くの橋梁マネジメントにおける劣化予測モデルとして用いられている．これらの事例では，マルコフ推移確率を複数の時点で実施された目視検査により判定された健全度の相対的な推移頻度等を用いて簡易に推定される場合が多い．しかし，目視検査による観

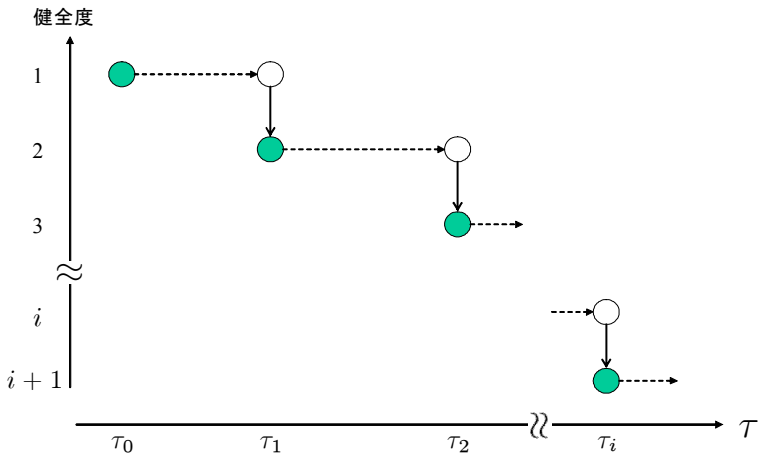
測結果の中には橋梁の構造特性や使用環境，目視検査の時間間隔等，異なるデータ特性を持つ橋梁のデータが混在しており，推定したマルコフ推移確率の推定精度が不十分である場合が少なくない．

本章では，個々の橋梁部材の目視検査により判定された健全度情報に基づいて，橋梁劣化のマルコフ推移確率を求める方法を提案する．本章では個々の橋梁部材の劣化過程をハザードモデルにより表現するとともに，推定されたハザードモデルに基づいてマルコフ推移確率を推定するという方法論を採用する．以下，**3.2** で本章の基本的な考え方を説明する．**3.3** でハザードモデルを用いたマルコフ推移確率モデルを定式化する．**3.4** でマルコフ推移確率の推定方法について述べ，**3.5** で適用事例について説明する．

3.2 本章の基本的な考え方

3.2.1 従来の研究概要

橋梁部材の劣化予測に関しては，数多くの研究事例がある．その中でも，貝戸等 [1] は，ニューヨーク市における橋梁の目視検査データを用いて，橋梁の劣化速度に着目した平均劣化曲線の算出方法を検討している．また，劣化速度を確率変数と捉えて，過去の検査履歴を反映したマルコフ推移確率の推定方法を提案している．橋梁部材の力学的劣化メカニズムに着目した劣化予測モデルも，数多く開発されている [2]−[7]．しかし，予測モデルの統計学的な推定方法に関しては，初歩的な段階にとどまっており，予測結果の信頼性に多くの問題が残されている．また，マルコフ推移確率の推定方法に関しても研究の蓄積がある．しかし，これらの既往の研究 [8] は，２時点間における状態間の推移件数というマクロなカウントデータに基づいて，マルコフ推移確率を推定するという立場をとる．このような集計的なマルコフ推移確率の推定法は取り扱いが簡便であるが，マルコフ推移確率の推定に個々の橋梁部材の構造特性や使用環境といった固有の情報を反映することができないという限界がある．これに対して，本章では橋梁部材に関する目視検査の結果に基づいて，個々の橋梁部材の劣化過程をハザードモデルで表現する点に特徴がある．ハザードモデルは，信頼性解析の分野で施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発され，信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている．また，ハザードモデルの推定方法に関しても研究成果が蓄積されており，その結果はいくつかの成書 [9]·[10] に詳しい．アセットマネジメントの分野においても，例えば Shin 等 [11] は，道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルを提案している．しかし，伝統的なハザードモデルでは，劣化状態が故障の有無という２値状態で表されるような施設や機器を対象としており，複数の健全度を同時に取り扱う橋梁劣化予測にはそのままでは適用できない．また，推移後の状態が複数個存在するような muliti destination 型のハザードモデル [9] も提案されている．しかし，橋梁の劣化過程を予測するマルコフ推移確率モデルでは，multi destination 型ハザードモデルが想定するように，ある状態から互いに排他的な状態の中の１つに推移するのではなく，劣化が順次進行することにより健全度が逐次悪化していくという特性がある．このような問題意識の下に，本章では橋梁部



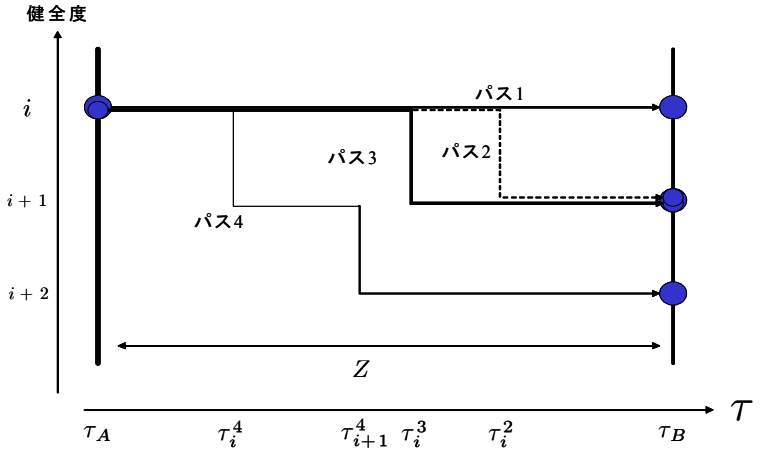
注) ある橋梁部材の劣化過程の例を示している．図中のカレンダー時刻 $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_i$に部材の健全度が１つだけ増加している．

図３－１ 健全度の時間的推移

材の劣化により健全度が逐次推移していくという推移関係を，隣接する２つの健全度間での推移過程を表す指数ハザードモデルを合成することにより表現する方法を提案する．その上で，推定したハザードモデルに基づいて，橋梁部材の劣化による健全度の推移過程を表すマルコフ推移確率を推定するという２段階の推定方法を開発する．本章で提案した推定方法に基づけば，個々の橋梁部材の確率的劣化過程を表すマルコフ推移確率を推定することが可能である．さらに，それらを用いて分析対象とする橋梁部材全体の平均的劣化過程のマルコフ推移確率も求めることが可能である．

3.2.2 健全度と定期検査スキーム

橋梁部材の劣化予測モデルを推定するためには，部材の健全度に関する時系列データを蓄積することが必要となる．いま，ある橋梁部材の劣化に関する履歴が**図３－１**に示すように与えられたとしよう．同図は，部材が補修されずに放置された時に，劣化がどのように進展するかを表したものである．現実には，部材の劣化過程には不確実性が含まれ，しかも健全度は時間軸上の限られた時刻で実施される目視検査を通じてのみ知ることができる．図中，時刻τはカレンダー上の実時刻（以下，時刻と呼ぶ）を表す．時刻τ_0で橋梁の供用が開始された直後から劣化が始まる．部材の健全度がI個のレーティングで記述される場合を考えよう．部材の健全度を表すレーティングを状態変数i $(i = 1, \cdots, I)$で表現しよう．部材がもっとも健全な（劣化が進展していない）状態を$i = 1$で表し，状態変数iの値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す．$i = I$の場合，当該の部材が使用限界に到達していることを表す．**図３－１**の例では，時間軸上の離散時刻τ_i $(i = 1, \cdots, I-1)$において，それぞれ健全度がiから$i+1$に進展している．以下，時刻τ_iは「健全度がiから$i+1$へ推移する時刻」を表す．



注) ある橋梁部材の劣化過程を表す４種類のサンプルパスを例示している．パス２，パス３ではカレンダー時刻τ_i^2，τ_i^3に健全度が１つ進行している．パス４では時刻τ_i^4, τ_{i+1}^4に部材の健全度が１つずつ増加している．しかし，定期検査スキームの場合，カレンダー時刻τ_A, τ_Bでの健全度のみが観測されるため，いずれの時点で健全度が変化したかを観測できない．Zは２つの検査の間の時間長を表す．

図３－２ 健全度の定期検査スキーム

橋梁の劣化過程に関する情報は，目視検査を通じて獲得できる．いま，橋梁の定期検査により，橋梁部材の健全度に関する観測情報が獲得できる場合を考えよう．橋梁の供用開始後，定期的に目視検査されていれば理想的であるが，現実には継続的，かつ定期的な目視検査による観測結果を獲得することは難しい．ここでは，時間軸上の２つの時刻τ_Aとτ_Bにおいて定期検査が実施された場合を考えよう．時刻τ_Aの定期検査により，観察対象である部材の健全度がi $(i = 1, \cdots, I-1)$であると判定されたとしよう．時刻τ_Aにおいて，将来劣化がどのように進展するかは不確実である．劣化過程として無限に多くのシナリオが考えられるが，現実にはその中から１つのパスが実現する．いま，**図３－２**に示すような４つのサンプルパスを考えよう．パス１は，２つの定期検査時刻の間で健全度iが変化しなかった場合を表している．パス２とパス３では，それぞれ時刻τ_i^2，τ_i^3において，劣化が進展し健全度がiから$i+1$に変化している．これら２つのパスに従った場合，時刻τ_Bで観測された健全度は$i+1$となる．定期検査スキームでは，健全度がiから$i+1$へ推移した時刻τ_i^2，τ_i^3はわからない．さらに，パス４は，定期検査間に時刻τ_i^4, τ_{i+1}^4という２つの時刻で健全度が変化した場合を表している．その結果，時刻τ_Bにおいて観測された健全度は$i+2$となる．定期検査では２つの定期検査時刻における健全度を観測できるが，健全度が変化した時刻に関する情報を獲得することは不可能である．

3.2.3 マルコフ推移確率

橋梁部材の推移過程は不確実であり，将来生起する状態を確定的に予測できない．２つの時刻間における部材の健全度の不確実な推移状態をマルコフ推移確率で表現する．のちに**3.3.4**で言及するように，マルコフ推移確率は任意の時間間隔に対して定義することができる．ここでは，議論を単純にするために，**図３－２**に示した定期検査スキームを用いてマルコフ推移確率を定義しよう．いま，ある部材の劣化予測を行う問題を考えよう．時刻τ_Aで観測した当該部材の健全度を状態変数$h(\tau_A)$を用いて表そう．状態変数$h(\tau_A)$は時刻τ_Aに測定した健全度であり，観測された健全度がiであれば$h(\tau_A)=i$と表せる．マルコフ推移確率は，時刻τ_Aで観測された健全度$h(\tau_A)=i$を与件とし，将来時点（たとえばτ_B）において健全度$h(\tau_B)=j$が生起する条件付推移確率として定義される．すなわち，

$$\mathrm{Prob}[h(\tau_B)=j|h(\tau_A)=i]=p_{ij} \tag{3.2.1}$$

と表せる．このような推移確率を健全度ペア(i,j)に対して求めれば，マルコフ推移確率行列

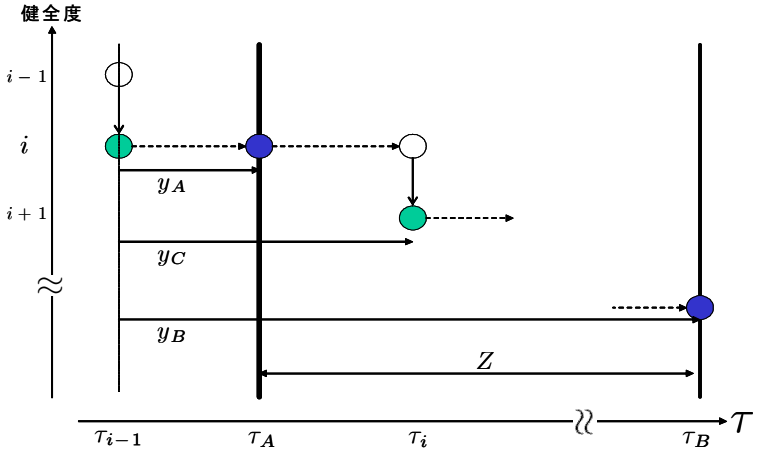
$$\mathbf{P}=\begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II} \end{pmatrix} \tag{3.2.2}$$

を得ることができる．マルコフ推移確率(3.2.1)は所与の２つの時点τ_A，τ_Bの間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする時間間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$p_{ij}=0\ (i>j)$が成立する．また，推移確率の定義より$\sum_{j=1}^{I}p_{ij}=1$が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して

$$\left.\begin{array}{l} p_{ij}\geq 0 \\ p_{ij}=0\ (i>j\text{の時}) \\ \sum_{j=1}^{I}p_{ij}=1 \end{array}\right\} \tag{3.2.3}$$

が成立しなければならない．状態Iはもっとも劣化した状態を表し，補修がない限りマルコフ連鎖における吸収状態となる．つまり，$p_{II}=1$が成立する．

なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される．**図３－２**において，検査時刻τ_Aにおいて健全度がiであることは検査結果から理解できる．しかし，検査時点τ_Aより遡って，どの時刻に健全度が$i-1$からiに推移したかはわからない．しかし，マルコフ推移確率モデルでは，健全度が$i-1$からiに推移した時刻に関わらず，検査時刻τ_Aから検査時刻τ_Bの間に推移する確率は時刻τ_Aにおける健全度のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足すると仮定する．マルコフ推移確率モデルは操作性に優れており，マルコフ推移確率モデルは橋梁群の劣化予測や補修戦略を求めるというマクロなレベルでのアセットマネジメント戦略を検討する場合に用いられる．



注) カレンダー時刻τ_{i-1}に健全度が$i-1$からiに変化した場合，検査が行われる時刻τ_A, τ_Bは時刻τ_{i-1}を起点とするサンプル時点y_A,y_Bと対応する．図中の劣化サンプルパスの場合，時点y_Cに健全度が1つ進行する．定期検査スキームの場合，時刻τ_{i-1}を観測できないため，サンプル時間軸上の時点y_A,y_B,y_Cも観測できない．しかし，$z = y_C - y_A \in [0, Z)$であるという情報を用いることができる．

図３－３ 劣化過程のモデル化

3.3 非集計マルコフ推移確率

3.3.1 ハザードモデルの定式化

マルコフ推移確率(3.2.1)を個別部材の劣化過程を表すハザードモデルを用いて定義しよう．目視点検により獲得できる観測情報には，個別部材の健全度だけでなく部材特性や橋梁の利用状態等，個別部材に特有な非集計データが含まれる．また，橋梁によって検査間隔が異なる場合もある．このような多様なデータに基づいてマルコフ推移確率を推定するためには，個別部材が有する多様性を考慮できる推定方法を開発することが望ましい．本章では，１）対象とするサンプルが有する個別情報に基づいて部材劣化のハザードモデルを推定し，２）その結果を用いてマルコフ推移確率を推定するという２段階の推定方法を提案する．ハザードモデルは個々の橋梁部材の劣化過程を対象とした推移確率を推定することを目的としており，ハザードモデルで求めたマルコフ推移確率を非集計マルコフ推移確率と呼ぶこととする．なお，橋梁部材全体を対象とした平均的な推移確率を求める方法については，のちに**3.4.3**で言及する．

ある橋梁部材の劣化過程をハザードモデルを用いて定式化しよう．ハザードモデルの詳細は文献[9]·[10]に譲るが，読者の便宜を図るためにハザードモデルを簡単に紹介する．いま，橋梁部材の劣化過程を**図３－３**に示すようにモデル化しよう．カレンダー時刻τ_{i-1}において，健全度が$i-1$からiに推移したと考える．ここで，カレンダー時刻τ_{i-1}を初期時点$y_i = 0$とする時間軸（以下，サンプル時間軸と呼ぶ）を導入しよう．サンプル時間軸上の時刻を，以下「時点」と呼び，カレンダー時間軸上の「時刻」とは区別す

る．検査時刻τ_A，τ_Bは，サンプル時間軸上の時点y_A，y_Bに一致する．当然のことながら，$y_A = \tau_A - \tau_{i-1}$，$y_B = \tau_B - \tau_{i-1}$が成立する．なお，定期検査スキームでは健全度$i$が始まったカレンダー時刻$\tau_{i-1}$に関する情報を獲得できない．したがって，サンプル時間軸上の時点y_A，y_Bも正確に把握できない．記述の便宜上，当面サンプル時点情報が既知であると仮定して議論を進めるが，このことは本質的な仮定ではない．次節で議論するように，サンプル時点情報y_A，y_Bに関する情報を用いなくても，指数ハザードモデルを推定することが可能である．

いま，時刻τ_i（時点y_C）において，健全度がiから$i+1$に推移すると考えよう．この時，当該の部材の健全度がiに留まる期間長（以下，健全度iの寿命と呼ぶ）は$\zeta_i = \tau_i - \tau_{i-1} = y_C$と表せる．健全度$i$の寿命$\zeta_i$は確率変数であり，確率密度関数$f_i(\zeta_i)$，分布関数$F_i(\zeta_i)$に従うと仮定する．ただし，健全度$i$の寿命$\zeta_i$の定義域は$[0, \infty)$である．分布関数の定義より

$$F_i(y_i) = \int_0^{y_i} f_i(\zeta_i) d\zeta_i \tag{3.3.4}$$

が成立し，分布関数$F_i(y_i)$は健全度がiとなった初期時点$y_i = 0$ (時刻τ_A)からサンプル時間軸上のある時点y_i(時刻$\tau_{i-1} + y_i$)までに健全度がiから$i+1$に変化した累積確率を表す．したがって，初期時点$y_i = 0$からサンプル時点$y_i \in [0, \infty)$まで，健全度がiのまま推移する確率$\tilde{F}_i(y_i)$は，時点y_iまでに健全度がiから$i+1$に変化する累積確率$F_i(y_i)$を用いて

$$\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_i\} = \tilde{F}_i(y_i) = 1 - F_i(y_i) \tag{3.3.5}$$

と定義できる．ここで，部材の健全度が時点y_iまで状態iで推移し，かつ期間$[y_i, y_i + \Delta y_i)$中に水準$i+1$に進展する条件付き確率は

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{f_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \tag{3.3.6}$$

と表せる．いま，対象とする部材の健全度が時点y_iまでiの状態で推移し，かつ時点y_iで$i+1$に推移する確率密度$\lambda_i(y_i)$をハザード関数と呼ぶ．

3.3.2 指数ハザードモデル

橋梁部材の劣化過程がマルコフ性を満足し，ハザード関数がサンプル時間軸上の時点y_iに依存せず，常に一定値$\theta_i > 0$をとると仮定する．すなわち，

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \tag{3.3.7}$$

が成立する．指数ハザード関数(3.3.7)を用いることにより，橋梁部材の劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現することが可能となる．さらに，$\theta_i \neq \theta_j$ $(i \neq j)$を仮定する．式(3.3.5)の両辺

をy_iに関して微分すれば，

$$\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i} = -f_i(y_i) \tag{3.3.8}$$

を得る．この時，式(3.3.6)は

$$\begin{aligned}\lambda_i(y_i) &= \frac{f_i(y_i)}{\tilde{F}_i(y_i)} = -\frac{\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i}}{\tilde{F}(y_i)} \\ &= \frac{d}{dy_i}\Big(-\log \tilde{F}_i(y_i)\Big)\end{aligned} \tag{3.3.9}$$

と変形できる．ここで，$\tilde{F}_i(0) = 1 - F_i(0) = 1$を考慮し，式(3.3.9)を積分すれば

$$\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du = \big[-\log \tilde{F}_i(u)\big]_0^{y_i} = -\log \tilde{F}_i(y_i) \tag{3.3.10}$$

を得る．ハザード関数$\lambda_i(y_i) = \theta_i$を用いれば，健全度$i$の寿命が$y_i$以上となる確率$\tilde{F}_i(y_i)$は

$$\begin{aligned}\tilde{F}_i(y_i) &= \exp\left[-\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du\right] \\ &= \exp(-\theta_i y_i)\end{aligned} \tag{3.3.11}$$

と表される．すなわち，指数ハザードモデルが得られる．また，式(3.3.8)より，健全度iの寿命分布を表す確率密度関数$f_i(\zeta_i)$は次式で示される．

$$f_i(\zeta_i) = \theta_i \exp(-\theta_i \zeta_i) \tag{3.3.12}$$

いま，カレンダー時刻τ_{i-1}に健全度がiに推移し，検査時刻τ_Aまで健全度iが継続した場合を考えよう．すなわち，時刻τ_Aにおける検査の結果，健全度がiであるという観測結果が得られたとする．この時，サンプル時間軸上の時点y_Aで，健全度がiであったという条件の下で，さらに時点y_Aから追加的にz_i (≥ 0)以上にわたって健全度iが継続する確率$\tilde{F}_i(y_A + z_i|\zeta_i \geq y_A)$は

$$\begin{aligned}&\tilde{F}_i(y_A + z_i|\zeta_i \geq y_A) \\ &\qquad = \mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A + z_i|\zeta_i \geq y_A\}\end{aligned} \tag{3.3.13}$$

と定義できる．確率$\tilde{F}_i(y_i)$の定義(3.3.5)より，

$$\frac{\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A + z_i\}}{\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_A\}} = \frac{\tilde{F}_i(y_A + z_i)}{\tilde{F}_i(y_A)} \tag{3.3.14}$$

が成立する．式(3.3.11)より，上式の右辺は

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{F}_i(y_A + z_i)}{\tilde{F}_i(y_A)} &= \frac{\exp\{-\theta_i(y_A + z_i)\}}{\exp(-\theta_i y_A)} \\ &= \exp(-\theta_i z_i)\end{aligned} \tag{3.3.15}$$

と変形できる．すなわち，検査時点y_Aにおいて健全度がiに判定され，次の検査時点$y_B = y_A + Z$においても健全度がiに判定される確率は

$$\mathrm{Prob}[h(y_B) = i | h(y_A) = i] = \exp(-\theta_i Z) \tag{3.3.16}$$

と表される．ただし，Zは２つの検査時点の間隔を表す．確率$\mathrm{Prob}[h(y_B) = i | h(y_A) = i]$はマルコフ推移確率$p_{ii}$に他ならない．すなわち，指数ハザード関数を用いた場合，推移確率p_{ii}はハザード率θ_iと検査間隔Zのみに依存し，時点y_A，y_Bに関する確定的な情報を用いなくても推移確率を推定することが可能となる．

3.3.3 マルコフ推移確率の導出

指数ハザード関数を用いて，検査時点y_Aとy_Bの間に健全度がiから$i+1$に推移する確率を求めよう．２つの検査時点に挟まれた期間$[y_A, y_B)$の間に，健全度がiから$i+1$に移行する事象が生起するためには，１）時点y_Aから時点$s_i = y_A + z_i, (z_i \in [0, Z))$まで健全度が$i$のまま推移し，２）時点$y_A + z_i$において健全度が$i$から$i+1$に推移し，３）時点$y_A + z_i$から時点$y_B$まで，健全度$i+1$が継続しなければならない．定期検査では健全度が$i$から$i+1$に推移した正確な時点を把握できないが，いま健全度の推移が時点$(y_A + \bar{z}_i) \in [y_A, y_B)$に生起したと考えよう．この時，検査時点$y_A$において健全度が$i$であるという条件の下で，時点$y_A$から時点$y_A + \bar{z}_i$まで健全度が$i$に留まり，時点$y_A + \bar{z}_i$で健全度が$i$から$i+1$に推移する条件付き確率密度$g_i(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A)$は

$$\begin{aligned} g_i(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A) &= \frac{f_i(\bar{z}_i + y_A)}{\tilde{F}_i(y_A)} = \frac{\theta_i \exp\{-\theta_i(\bar{z}_i + y_A)\}}{\exp(-\theta_i y_A)} \\ &= \theta_i \exp(-\theta_i \bar{z}_i) \end{aligned} \tag{3.3.17}$$

と表せる．したがって，検査時点y_Aで健全度がiであり，かつ時点$y_A + \bar{z}_i$において健全度がiから$i+1$に変化し，かつ検査時点y_Bにおいて健全度が$i+1$と判定される条件付き確率密度$q_{i+1}(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A)$は

$$\begin{aligned} & q_{i+1}(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A) \\ &= g_i(\bar{z}_i | \zeta_i \geq y_A) \cdot \tilde{F}_{i+1}(y_B - \bar{z}_i - y_A) \\ &= \theta_i \exp(-\theta_i \bar{z}_i) \exp\{-\theta_{i+1}(Z - \bar{z}_i)\} \\ &= \theta_i \exp(-\theta_{i+1} Z) \exp\{-(\theta_i - \theta_{i+1})\bar{z}_i\} \end{aligned} \tag{3.3.18}$$

と表せる．以上の議論では，健全度がiから$i+1$に推移する時点$\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i$を固定していた．しかし，健全度$i$の寿命$\zeta_i$は確率変数であり，$\bar{z}_i$は範囲$[0, Z)$の中で変化しうる．２つの検査時点$y_A$と$y_B$の間で健全度が$i$から$i+1$に推移するマルコフ推移確率$p_{ii+1}$は

$$p_{ii+1} = \mathrm{Prob}[h(y_B) = i+1 | h(y_A) = i]$$

$$
\begin{aligned}
&= \int_0^Z q_{i+1}(z_i|\zeta_i \geq y_A)dz_i \\
&= \int_0^Z \theta_i \exp(-\theta_{i+1}Z)\exp\{-(\theta_i - \theta_{i+1})z_i\}dz_i \\
&= \frac{\theta_i}{\theta_i - \theta_{i+1}}\{-\exp(-\theta_i Z) + \exp(-\theta_{i+1}Z)\}
\end{aligned} \tag{3.3.19}
$$

と表せる．ただし，上式において，θ_iとθ_jの大小関係に関わらず$p_{ii+1} > 0$が成立する．また，$\theta_i \neq \theta_{i+1}$の仮定より，$1 > p_{ii+1}$が成立する．以上の性質は，式(3.3.19)の導出過程より自明であり，証明は省略する．

つぎに，２つの検査時点の間に健全度がiからj $(j \geq i+2)$まで２つ以上変化する場合をとりあげよう．健全度jの状態が継続する期間長の分布を表す確率密度関数を$f_j(y_j)$，分布関数を$F_j(y_j)$と表そう．健全度jの状態に関するハザード関数を$\lambda_j(y_j) = \theta_j$と表す．期間$[y_A, y_B)$の間に，健全度が$i$から$j$に移行する事象が生起するためには，１）時点$y_A$から時点$\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i \in [y_A, y_B)$まで健全度が$i$のまま推移し，２）時点$\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i$において健全度が$i$から$i+1$に推移し，３）時点$\bar{s}_i = y_A + \bar{z}_i$から時点$\bar{s}_{i+1} = \bar{s}_i + \bar{z}_{i+1}$ $(< y_B)$まで健全度$i+1$が継続し，時点$\bar{s}_{i+1}$において健全度が$i+2$に推移する．さらに，４）時点$\bar{s}_{j-1}$ $(< y_B)$に健全度がjに推移し，時点y_Bまで健全度jが継続するという事象が同時に生起しなければならない．以上の事象が同時に生起する条件付き確率密度$q_j(\bar{z}_i, \bar{z}_{i+1}, \cdots, \bar{z}_{j-1}|\zeta_i \geq y_A)$は

$$
\begin{aligned}
&q_j(\bar{z}_i, \bar{z}_{i+1}, \cdots, \bar{z}_{j-1}|\zeta_i \geq y_A) \\
&= g_i(\bar{z}_i|\zeta_i \geq y_A) \prod_{m=i+1}^{j-1} f_m(\bar{z}_m)\tilde{F}_j\left(Z - \sum_{m=i}^{j-1}\bar{z}_m\right) \\
&= \prod_{m=i}^{j-1}\theta_m \cdot \exp\left\{-\sum_{m=i}^{j-1}\theta_m\bar{z}_m - \theta_j(Z - \sum_{m=i}^{j-1}\bar{z}_m)\right\} \\
&= \prod_{m=i}^{j-1}\theta_m \cdot \exp\left\{-\theta_j Z - \sum_{m=i}^{j-1}(\theta_m - \theta_j)\bar{z}_m\right\}
\end{aligned} \tag{3.3.20}
$$

と表せる．以上の議論では，$\bar{z}_i, \cdots, \bar{z}_{j-1}$を固定していた．しかし，健全度$i$ $(i = 1, \cdots, I-1)$の寿命ζ_iは確率変数であり，$z_i \geq 0, \cdots, z_{j-1} \geq 0$ $(j \leq I)$は

$$
0 \leq z_i + z_{i+1} + \cdots + z_{j-1} \leq Z \tag{3.3.21}
$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．したがって，検査時点y_Aとy_Bの間で健全度がiからj $(j \geq i+2)$に推移するマルコフ推移確率p_{ij}は若干の計算により

$$
\begin{aligned}
&p_{ij} = \mathrm{Prob}[h(y_B) = j|h(y_A) = i] \\
&= \int_0^Z \int_0^{Z-z_i} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-2} z_m} \\
&\quad q_j(z_i, \cdots, z_{j-1}|\zeta_i \geq y_A)dz_i \cdots dz_{j-1} \\
&= \sum_{l=i}^{j}\prod_{m=i}^{l-1}\frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_l}\prod_{m=l}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_l}\exp(-\theta_l Z)
\end{aligned} \tag{3.3.22}
$$

となる（**付録**参照）．ただし，式(3.3.22)より，θ_mとθ_k，θ_{m+1}とθ_kの大小関係に関わらず$1 > p_{ij} > 0$が成立する．また，p_{iI}に関しては条件(3.2.3)より

$$p_{iI} = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij} \tag{3.3.23}$$

が成立する．指数ハザードモデルに基づいて導出したマルコフ推移確率は以下のように整理できる．

$$p_{ii} = \exp(-\theta_i Z) \tag{3.3.24a}$$

$$p_{ii+1} = \frac{\theta_i}{\theta_i - \theta_{i+1}}\{-\exp(-\theta_i Z) + \exp(-\theta_{i+1} Z)\} \tag{3.3.24b}$$

$$p_{ij} = \sum_{l=i}^{j} \prod_{m=i}^{l-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_l} \prod_{m=l}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_l} \exp(-\theta_l Z)$$
$$(j = i, \cdots, I) \tag{3.3.24c}$$

$$p_{iI} = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij} (i = 1, \cdots, I-1) \tag{3.3.24d}$$

3.3.4 マルコフ推移確率の時間的整合性

式(3.3.24a)-(3.3.24d)に示すように，マルコフ推移確率は検査間隔Zの値に依存する．このことを明示的に示すために，マルコフ推移確率を$p_{ij}(Z)$と表そう．さらに，検査間隔Zに対して定義されるマルコフ推移確率行列を$\boldsymbol{P}(Z)$と表す．ただし，

$$\boldsymbol{P}(Z) = \begin{pmatrix} p_{11}(Z) & \cdots & p_{1I}(Z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II}(Z) \end{pmatrix} \tag{3.3.25}$$

である．いま，２種類の検査間隔ZとnZに着目しよう．ただし，nは整数である．マルコフ推移確率行列$\boldsymbol{P}(Z)$と$\boldsymbol{P}(nZ)$は，同一の劣化現象を異なる時間間隔に対して記述したものである．したがって，２つのマルコフ推移確率行列$\boldsymbol{P}(Z)$，$\boldsymbol{P}(nZ)$に対して

$$\boldsymbol{P}(nZ) = \{\boldsymbol{P}(Z)\}^n \tag{3.3.26}$$

が成立しなければならない．条件(3.3.26)をマルコフ推移確率行列の時間的整合性条件と呼ぼう．マルコフ推移確率行列が時間的整合性条件を満足するためには，マルコフ推移確率p_{ij}の間に一定の数学的構造が成立しなければならない．指数ハザードモデルを用いて導出した推移確率(3.3.24a)-(3.3.24d)は時間的整合性条件を満足することが理論的に保証される（**付録**参照）．換言すれば，推移確率(3.3.24a)-(3.3.24d)に含まれる検査間隔Zの値を変化させることにより，任意の時間間隔Zに対してマルコフ推移確率行列を求めることが可能となる．

3.4 マルコフ推移確率の推定方法

3.4.1 定期点検データの内容

同種の橋梁の部材に関するK個の定期検査データが得られたとする．検査サンプルk $(k=1,\cdots,K)$には，２個の連続する定期検査が実施されたカレンダー時刻τ_A^kとτ_B^kと，各検査で計測された部材の健全度のレーティング$h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$に関する情報が記述されている．検査サンプルにより，検査間隔が異なっていても差し支えがない．以上の検査データに基づいて，検査サンプルkの検査間隔を$Z^k=\tau_B^k-\tau_A^k$と定義する．さらに，２つの検査時刻における劣化推移パターン情報に基づいて，ダミー変数δ_{ij}^k $(i,j=1,\cdots,I;k=1,\cdots,K)$を

$$\delta_{ij}^k=\begin{cases}1 & h(\tau_A^k)=i, h(\tau_B^k)=j\text{の時}\\ 0 & \text{それ以外の時}\end{cases} \tag{3.4.27}$$

と定義する．さらに，橋梁の劣化速度に影響を及ぼす，橋梁の構造特性や使用環境を表す特性ベクトルを$\boldsymbol{x}^k=(x_1^k,\cdots,x_R^k)$と表す．ただし，$x_r^k$ $(r=1,\cdots,R)$は橋梁部材サンプルkのr番目の特性変数の観測値を表す．定期検査スキームの下で得られる検査サンプルkが有する情報は$\Xi^k=(\delta_{ij}^k, Z^k, \boldsymbol{x}^k)$として整理できる．

一方，橋梁部材サンプル$k=(k=1,\cdots,K)$の劣化過程を指数ハザード関数

$$\lambda_i^k(y_i^k)=\theta_i^k \ (i=1,\cdots,I-1)$$

を用いて表現しよう．健全度Iはマルコフ連鎖の吸収状態であり$p_{II}=1$が成立するためハザード率は定義されない．橋梁の劣化過程を特徴づけるハザード率θ_i^k $(i=1,\cdots,I-1;k=1,\cdots,K)$は橋梁部材の特性ベクトルに依存して変化すると考え，ハザード率θ_i^kを特性ベクトル$\boldsymbol{x}^k$を用いて

$$\theta_i^k=\boldsymbol{x}^k\boldsymbol{\beta}_i' \tag{3.4.28}$$

と表そう．ただし，$\boldsymbol{\beta}_i=(\beta_{i,1},\cdots,\beta_{i,R})$は未知パラメータ$\beta_{i,r}$ $(r=1,\cdots,R)$による行ベクトルである．記号$'$は転置操作を表す．マルコフ推移確率の推定手順の第１段階では，検査サンプル情報Ξ^k $(k=1,\cdots,K)$に基づいて指数ハザード関数$\lambda_i^k(y_i^k)=\theta_i^k$を推定することになる．**3.4.2**では，指数ハザード関数を推定する方法について述べる．ついで，第２段階においては，推定した指数ハザード関数を用いてマルコフ推移確率を推定することになる．本章で提案する方法論では，個別部材ごとにマルコフ推移確率を推定することが可能である．しかし，現実の橋梁マネジメントにおいて，個別の部材ごとに最適補修戦略を求めると問題が過度に煩雑になる．このため，類似の部材を対象にして平均的なマルコフ推移確率を推定した方が便利な場合が少なくない．そこで，**3.4.3**で推定した指数ハザードモデルを用いて平均的なマルコフ推移確率を推定する方法について説明する．なお，指数ハザードモデルを用いれば，橋梁マネジメントのためのリスクマネジメント指標を導出できる．すなわち，当該レーティングにはじめて到達した時点から，劣化

が進展して次のレーティングに進むまでの期待期間長（以下，レーティング期待寿命と呼ぶ）は，生存関数$\tilde{F}_i(y_i^k)$を用いて

$$RMD_i^k = \int_0^\infty \tilde{F}_i(y_i^k)dy_i^k \tag{3.4.29}$$

と表される [9]．ここで，指数ハザード関数を用いた生存関数$\tilde{F}_i(y_i^k)$が式 (3.3.11) で表されることに留意すれば，レーティング期待寿命は

$$RMD_i^k = \int_0^\infty \exp(-\theta_i^k y_i^k)dy_i^k = \frac{1}{\theta_i^k} \tag{3.4.30}$$

と表される．

3.4.2 ハザードモデルの推定方法

検査サンプルkに関して獲得できる情報は$\Xi^k = (\bar{\delta}_{ij}^k, \bar{Z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$である．記号「 ¯ 」は実測値であることを示す．マルコフ推移確率は指数ハザード関数を用いて式 (3.3.24a)-(3.3.24d) のように表すことができる．マルコフ推移確率には各健全度におけるハザード率θ_i^k $(i = 1, \cdots, I-1; k = 1, \cdots, K)$が含まれるが，ハザード率は橋梁部材の特性ベクトル$\bar{\boldsymbol{x}}^k$を用いて式 (3.4.28) で表現できる．また，劣化推移確率はデータが観察された検査間隔$\bar{Z}^k$にも依存する．このことを明示的に表すため推移確率p_{ij}を目視検査による実測データ$(\bar{Z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$と未知パラメータ$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \cdots, \boldsymbol{\beta}_{I-1})$の関数として$p_{ij}(\bar{Z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$と表そう．いま，$K$個の橋梁部材の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全検査サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数を

$$\begin{aligned}\ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})] &= \ln\left[\prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{k=1}^{K}\left\{p_{ij}(\bar{Z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\beta})\right\}^{\bar{\delta}_{ij}^k}\right] \\ &= \sum_{i=1}^{I-1}\sum_{j=i}^{I}\sum_{k=1}^{K}\bar{\delta}_{ij}^k \ln\left[p_{ij}(\bar{Z}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\beta})\right]\end{aligned} \tag{3.4.31}$$

と表わせる [12]･[13]．検査データ$\bar{\delta}_{ij}^k$, $\bar{Z}^k$, $\bar{\boldsymbol{x}}^k$はすべて確定値であり，対数尤度関数は未知パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の関数である．ここで，対数尤度関数 (3.4.31) を最大にするようなパラメータ値$\boldsymbol{\beta}$の最尤推定値は

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}})]}{\partial \beta_{i,r}} = 0, \\ &(i = 1, \cdots, I-1; r = 1, \cdots, R)\end{aligned} \tag{3.4.32}$$

を同時に満足するような$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_{1,1}, \cdots, \hat{\beta}_{I-1,R})$として与えられる．最適化条件は$(I-1)R$次の連立非線形方程式であり，Newton 法を基本とする逐次反復法 [14] を用いて解くことができる．さらに，パラメータの漸近的な共分散行列の推定値$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$は，

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \left[\frac{\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\}}{\partial\boldsymbol{\beta}\partial\boldsymbol{\beta}'}\right]^{-1} \tag{3.4.33}$$

と表すことができる．ただし，上式の右辺の逆行列は$\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\}/\partial\beta_{i,r}\partial\beta_{i',r'}$を要素とする$(I-1)R\times(I-1)R$次のFisher情報行列の逆行列である．

3.4.3 マルコフ推移確率の平均化操作

マルコフ推移確率は橋梁特性$\boldsymbol{x}^k$と検査間隔Z^kが与えられれば，式(3.3.24a)-(3.3.24d)により推定できる．検査間隔Z^kを変化させることにより，任意の検査間隔に対して時間的整合性の条件を満足するようなマルコフ推移確率行列を推定することができる．本章で提案した方法により，個々の橋梁部材ごとに，その部材固有のマルコフ推移確率行列を推定することが可能である．しかし，数多くの橋梁全体としての劣化パターンを予測する場合，個別の橋梁部材ごとの推移確率よりも，平均的な推移確率を求める方が便利な場合が多い．そのためには，時間的整合性条件を満足するような推移確率行列の平均化操作法を開発することが必要となる．本章ではハザード率θ_i^k $(k=1,\cdots,K)$に着目した平均化操作を提案しよう．いま，対象とする橋梁部材母集団における橋梁特性の分布関数を$\Gamma(\boldsymbol{x})$と表そう．この時，母集団におけるハザード率の期待値$E[\theta_i]$は

$$E[\theta_i] = \int_{\Theta} \boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta}_i' d\Gamma(\boldsymbol{x}) \tag{3.4.34}$$

と表せる．Θはサンプル母集団を表す．マルコフ推移確率を指数ハザード関数(3.3.24a)-(3.3.24d)で推定する場合，個々のサンプルごとに定義できるハザード率θ_i^k $(i=1,\cdots,I-1; k=1,\cdots,K)$を用いて定義されるマルコフ推移確率行列は時間的整合性条件を満足する．したがって，平均化操作(3.4.34)を用いて推定したマルコフ推移確率行列も時間的整合性条件を満足する．

3.5 適用事例

3.5.1 適用事例の概要

本章で提案したモデルを，ニューヨーク市（以下，NY市と略す）が過去10年間(1987〜1996年)に実施した目視検査結果を用いて，実際に推定する．米国では，すべての橋梁に対して少なくとも2年に一度，目視検査を実施することが義務付けられている．NY市は2000年時点で，合計764橋の橋梁を管理している．ちなみに，それらの平均年齢は，2000年時点で約75歳に達している．NY市では1982年よりNY州の定める橋梁検査マニュアル[15]に従って，上部構造25部材，下部構造22部材を対象とした目視検査を実施している．検査結果は，部材ごとに健全度として7から1のレーティングで評価される．目視検査は各スパンに対して実施され，同一部材が複数ある場合には複数あるレーティングの中でもっとも悪い状態のレーティングが当該スパンのレーティングの代表値となる．これらの目視検査の結果は，橋梁番号ごとにデータベースに保存され，デジタル化される．データベースにはこの他にも橋梁形式，構造諸元，所在地，スパン数，平均交通量などが保存されている．

表３－１　健全度７段階評価基準[15]

健全度	物理的な意味（床版）
1	新設状態，劣化の兆候がほとんどみられない．
2	1と3の中間
3	一部分で漏水が確認できる．(漏水を伴う 一方向ひび割れ，端部で斑点状の漏水)
4	3と5の中間
5	床版面積75%以上から漏水が確認できる． 一部分で剥離や剥落が確認できる． 桁上フランジに沿った遊離石灰が確認できる．
6	5と7の中間
7	深刻な剥落や遊離石灰が確認できる． 抜け落ちやその傾向が確認できる．

注)　NY市の健全度評価では，新設状態をレーティング７に，以降劣化が進行するほどレーティング番号が小さくなるように健全度が表記されている．

本章では，対象部材として，直接輪荷重が作用し，維持管理上の重要部材である床版を取り上げた．床版を対象とした健全度のレーティングと物理的な意味を**表３－１**に示す．NY州の橋梁検査マニュアル[15]では，床版に生じる様々な損傷（ひび割れ，剥離，漏水・遊離石灰，抜け落ち等）を損傷毎に区分せずに総合的に評価している．一方，我が国の橋梁点検，例えば橋梁定期点検要領（案）[16]では，ひびわれ損傷を中心に劣化メカニズムに則した5段階のレーティング評価（a〜e）を与え，さらに各レーティングにはひびわれ幅や長さの範囲が定量的に示されているために，評価をより客観的に行うことができる．また，ひびわれ性状にかかわらず，剥離，鉄筋露出を生じている場合は別項目で評価し，ひびわれからの漏水，遊離石灰や錆汁はひびわれの項目で評価する．このような差異が存在するものの，床版の損傷状態に対する両者のレーティングを比較すると，その評価は概ね対応（2→a，3→b，4→c，5→d，6 & 7→e）が取れている．

本章ではこのデータベースの履歴データを用いて指数ハザード関数のパラメータを推定した．橋梁の構造特性や使用環境を表す特性変数$\boldsymbol{x}$として，データの利用可能性を考慮して$x_1 = 1$：定数項，x_2：平均交通量，x_3：床版面積（橋面積/スパン数）を採用した．なお，補修が実施されたり，検査誤差等の理由により，定期検査によるレーティングの判定結果が従前のものより回復しているサンプルを除いた．さらに，平均交通量，床版面積に関するデータが同時に利用可能であるサンプルのみを抽出した．その結果，指数ハザードモデルの推定のために合計32,902個のサンプルで構成されるデータベースを作成した．なお，各サンプルの説明変数である交通量，床版面積は対象とする総サンプル32,902個の中の最大値を用いて規格化している．

表３－２　指数ハザードモデルの推定結果

健全度	サンプル数	定数項 $\beta_{i,1}$	平均交通量 $\beta_{i,2}$	床版面積 $\beta_{i,3}$
1	2152	0.3289	−	1.3648
		(26.144)	−	(2.547)
2	5605	0.2071	0.0779	0.8427
		(25.432)	(2.537)	(5.099)
3	14780	0.1334	0.1379	−
		(32.016)	(8.456)	−
4	13119	0.0847	0.0961	0.0755
		(21.154)	(6.608)	(3.250)
5	4715	0.0979	−	−
		(21.742)	−	−
6	993	0.1288	0.3842	−
		(6.951)	(4.067)	−

注）括弧内はt−値を表す．サンプル数の数え上げにあたり，健全度iからjへの推移サンプルはθ_iからθ_jまでのそれぞれの健全度に対応する指数ハザードモデルの推定において用いられるため，各健全度の指数モデルの推定に用いたサンプルとして重複して計上している．その結果，サンプル数の総計はデータベースに含まれるデータ数（32,902個）と一致しない．

3.5.2　推定結果

上記のデータベースに基づいて，指数ハザードモデルを推定した．同データベースでは，健全度が７つのレーティングで評価されている．健全度７の状態を除く合計６つのレーティングに対して６つの指数ハザードモデルが定義される．各サンプルに対して２つの異なる時点で実施された目視検査におけるレーティングの結果が記述されている．指数ハザードモデル(3.4.28)を，適用事例で用いる説明変数を用いて具体的に書き表せば，

$$\theta_i^k = \beta_{i,1} + \beta_{i,2}x_2^k + \beta_{i,3}x_3^k \tag{3.5.35}$$

$$(i = 1, \cdots, 6; k = 1, \cdots, K)$$

となる．このように指数ハザードモデルを定義すれば，６つのレーティングのそれぞれに対して$\beta_{i,1}$，$\beta_{i,2}$，$\beta_{i,3}$ $(i = 1, \cdots, 6)$という３つの未知パラメータが存在するため，合計18個の未知パラメータが存在する．当初，18個のパラメータすべてを用いて指数ハザードモデルを推定したが，符号条件やt−値が低いパラメータが存在した．そのため，説明変数x_2^k，x_3^kの有無を変更した組み合わせのそれぞれに対して指数ハザードモデルを推定した．その中で，符号条件を満足し，かつ説明変数の説明力に関する仮説を有意水準5%のt−検定で棄却されないような説明変数の組み合わせを抽出し，対数尤度(3.4.31)がもっとも大きくなるような説明変数の組み合わせを選択した．**表３－２**には以上の手順で推定した指数ハザードモデルのパラメータの最尤推定値$\hat{\boldsymbol{\beta}}$を示している．また，同表には各健全度の指数モデルを推定するために用いることができるサンプル数と各説明変数のt−値を示している．

推定した指数ハザードモデルを用いてマルコフ推移確率行列を求めることができる．本章で提案した方

表３－３　レーティング期待寿命

健全度	$E[\theta_i]$	$E[RMD_i^k]$(年) (推定結果)	$E[\overline{RMD}_i^k]$（年） （数え上げ）
1	0.3074	3.25	3.49
2	0.2605	4.33	4.38
3	0.1653	6.27	6.29
4	0.1048	10.04	9.43
5	0.0866	11.55	7.64
6	0.2067	5.11	14.39

法論に基づけば，各サンプルごとにマルコフ推移確率行列を求めることができる．このようにして推定したマルコフ推移確率行列は膨大な量に及ぶため，**3.4.3** で議論した平均化操作を行うことにより平均的なマルコフ推移確率行列を求めよう．さらに，本章で提案した推定方法の有効性を分析するために，簡便な数え上げ法を用いて，マルコフ推移確率行列を推定しておこう．数え上げ法によるマルコフ推移確率$\bar{p}_{ij}$は

$$\bar{p}_{ij} = \frac{h(\tau_A) = i \text{かつ} h(\tau_B) = j \text{である個数}}{h(\tau_A) = i \text{である個数}} \tag{3.5.36}$$

と定義される．ただし，数え上げ法によりマルコフ推移確率を求める場合には，検査間隔を固定する必要がある．そこで，最も多くのサンプルデータが取れる検査間隔として2年を選択している．その結果，データサンプル数は26,748個となる．また，このように作成したデータベースに含まれるサンプルの平均交通量は0.2266，平均床版面積は0.0431である．前述したように，交通量，床版面積は総サンプル数32,902個の中に含まれる最大値に対して基準化した値を示している．つぎに，以上のようにして再定義したデータベースに対して，指数ハザード関数を推定するとともに式(3.4.34)を用いて期待ハザード率$E[\theta_i]$を求めた．その結果を**表３－３**に示している．さらに，当該レーティングにはじめて到達した時点から，劣化が進展して次のレーティングに進むまでのレーティング期待寿命は式(3.4.30)で表される．そこで，26,748個のサンプルに対してレーティング期待寿命RMD_i^kを求め，全サンプルに対して平均値$E[RMD_i^k]$を求めた．その結果を**表３－３**に併記している．さらに，**表３－３**には数え上げにより求めた各レーティング期待寿命$E[\overline{RMD}_i^k]$も併記している．レーティング期待寿命$E[\overline{RMD}_i^k]$は，数え上げにより求めた推移確率(3.5.36)を用いれば

$$\begin{aligned} E[\overline{RMD}_i^k] = 2\bar{p}_{iI}(2) + \sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=i}^{I-1}(2l+2)\cdot\bar{p}_{im}(2l)\bar{p}_{mI}(2) \\ - \sum_{m=i+1}^{I-1} E[\overline{RMD}_m^k] \end{aligned} \tag{3.5.37}$$

と定義できる．ただし，$\bar{p}_{ij}(2l)$は数え上げにより求めた推移確率行列をl乗することにより求めた$2l$年間の推移確率を示している．上式の右辺第1項，第2項の和はiからIに至る期待経過年数を表す．また，第3項は$i+1$から$I-1$までのレーティング期待寿命$\overline{RMD}_i^k$の和であり，$i+1$からIに至る期待経過年数を意味する．すなわち，健全度iのレーティング期待寿命$E[\overline{RMD}_i^k]$は，健全度iから健全度Iまでに到達するま

表３－４　推定結果（推移確率行列）

健全度	1	2	3	4	5	6	7
1	0.5408	0.3485	0.0984	0.0116	0.0006	0.0000	0.0000
2	0	0.5939	0.3409	0.0606	0.0044	0.0002	0.0000
3	0	0	0.7185	0.2525	0.0273	0.0015	0.0002
4	0	0	0	0.8109	0.1731	0.0139	0.0021
5	0	0	0	0	0.8410	0.1295	0.0295
6	0	0	0	0	0	0.6614	0.3386
7	0	0	0	0	0	0	1

表３－５　数え上げによる推移確率行列

健全度	1	2	3	4	5	6	7
1	0.5382	0.3929	0.0595	0.0070	0.0018	0.0006	0.0000
2	0	0.6235	0.3272	0.0463	0.0022	0.0005	0.0002
3	0	0	0.7203	0.2557	0.0222	0.0018	0.0000
4	0	0	0	0.8046	0.1800	0.0126	0.0028
5	0	0	0	0	0.8413	0.1040	0.0547
6	0	0	0	0	0	0.8610	0.1390
7	0	0	0	0	0	0	1

での期待経過年数から，健全度$i+1$から健全度Iまでに到達するまでの期待経過年数を差し引いた値として定義される．

本実証分析で用いたデータベースは極めて多くのサンプルを有しており，劣化が進んでいない状態（健全度が1〜3）におけるレーティング期待寿命は，本章で提案した推定方法を用いた場合と数え上げ法に基づく場合の双方でそれほど大きな違いはない．しかし，劣化が進んだ状態（健全度4〜6）ではレーティング期待寿命が大きく異なっている．さらに，平均化操作により求めたマルコフ推移確率行列を**表３－４**に示している．また，数え上げ法によって求めたマルコフ推移確率行列を**表３－５**に示している．健全度指標が大きくなれば，１）サンプル数が相対的に少なくなること，２）サンプル属性による推移確率の差異が大きくなること等により，平均化操作で求めた推移確率と数え上げ法によって求めた推移確率の差異が大きくなっている．

数え上げ法に基づく場合，交通量や床版面積の違いがマルコフ推移確率に及ぼす影響を分析できない．一方，本章で提案した方法によれば，交通量や床版面積の違いが劣化速度に及ぼす影響をモデル化できる．そこで，交通量や床版面積を変化させることにより，劣化速度がどのように変化するかを分析しよう．マルコフ推移確率行列に対して平均的な劣化の進展を表す劣化期待値パスを定義する．期待値パスは，ある健全度からレーティング期待寿命RMD_i^kを経ると次の健全度に推移するように，平均的な劣化の進展過程を描いたグラフを意味する．**図３－４**には交通量をサンプル平均交通量0.2266，床版面積をサンプル平均面積0.0431に設定したベンチマークケース（以下，BMケースと表す）における劣化期待値パスを示している．同図では，初期時点から一定の経過年数を経るごとに健全度が悪化するような劣化過程が描かれている．劣化期待値パスは，健全度が１ランク推移するのに要する経過年数がそれぞれの健全度におけるレーティング期待寿命に一致するような劣化過程を表現している．同図に示すように，劣化期待値パスは経過

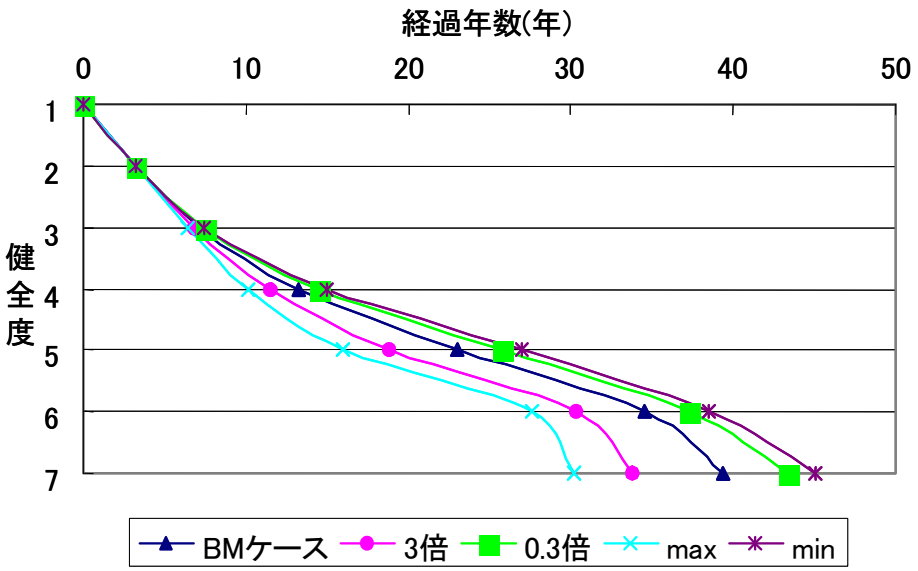


図３－４　劣化期待値パス（交通量の変化）

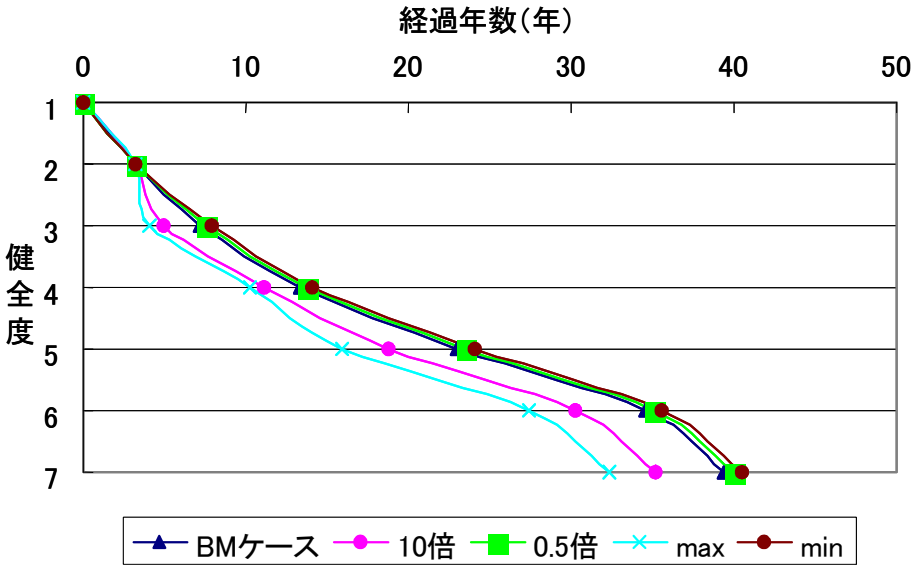


図３－５　劣化期待値パス（床版面積の変化）

年数に対して必ずしも上方に凸に形状を示していない．このことは健全度が離散的な状態変数として定義される指標であり，基数的な尺度として連続的に表現される指標ではない点に起因する．健全度を判定する基準が変更されれば，当然のことながら劣化期待値パスの形状は異なる．

図３－４には，BMケース（交通量0.2266）に対して利用交通量を，a) 最小（交通量0.0）にした場合，b) 0.3倍にした場合，c) 3倍にした場合，d) 最大（交通量1.0）にした場合における劣化期待値パスも示している．同図に示すように，床版の劣化が進んでいない場合（健全度が1〜3の場合）には，交通量の多寡は床版の劣化に大きな影響を及ぼさない．しかし，一度劣化が進展すれば，交通量が多くなるほど劣化の進展がより顕著に現れる．一方，**図３－５**は，BMケース(平均交通量0.2266，平均床版面積0.0431)に対して，床版面積を変化させることにより，劣化速度がどのように変化するかを分析した結果を示している．同図に示すように，床版面積が大きいほど，劣化の進展が早いことが理解できる．交通量の場合と異なり，劣化がそれほど進展していない健全度2の段階において，すでに床版面積の大小が劣化期待値パスに影響を及ぼしている．

3.5.3 サンプル数と推定精度

本実証分析で用いたデータベース（以下，原データベースと呼ぶ）は32,902個のサンプルを含む充実した内容になっている．しかし，多くの橋梁アセットマネジメントの現場では，それほど十分な目視検査サンプルを獲得できない場合が少なくない．この場合，どの程度のサンプル数を確保すれば，十分な推定結果が得られるかが問題となる．当然のことながら，指数ハザードモデルの推定精度を議論するためには，マネジメントの対象とする橋梁に関するデータに基づいた分析が不可欠である．ここでは，１つの思考実験として，本章で用いたデータベースの中から，データをランダムサンプリングしたデータベースを人為的に再構成し，サンプル数の多寡が指数ハザード関数の推定結果に及ぼす影響を分析することとする．これにより，NY市のデータベースの場合において，どの程度のサンプル数があれば原データベースと同様の推定結果が得られるかを明らかにすることができる．いま，原データベースに基づいて推定した指数ハザード関数のパラメータ最尤推定値を$\hat{\boldsymbol{\beta}}$と表そう．さらに，抽出データベースtに基づいて推定した最尤推定値を$\hat{\boldsymbol{\beta}}^t$と表そう．原データベースと抽出データベースに基づいて推定した指数ハザード関数は次式で表される．

$$\hat{\theta}_i^k = \hat{\beta}_{i,1} + \hat{\beta}_{i,2}x_2^k + \hat{\beta}_{i,3}x_3^k \tag{3.5.38a}$$

$$(i = 1, \cdots, 6; k = 1, \cdots, n)$$

$$\hat{\theta}_i^{k,t} = \hat{\beta}_{i,1}^t + \hat{\beta}_{i,2}^t x_2^k + \hat{\beta}_{i,3}^t x_3^k \tag{3.5.38b}$$

$$(i = 1, \cdots, 6; k = n+1, \cdots, n+n')$$

ただし，x_2^k, x_3^k $(k=1,\cdots,n)$，x_2^k, x_3^k $(k=n+1,\cdots,n+n')$ は，それぞれ原データベース，抽出データベースのサンプルデータを，n，n'はそれぞれのデータベースのサンプル数である．ここで，２つのデータベースをプールした新しいデータベースを定義し，サンプル k $(k=1,\cdots,n+n')$ に対して指数ハザード関数

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_i^k &= (\hat{\beta}_{i,1}+\delta^k\hat{\gamma}_{i,1})+(\hat{\beta}_{i,2}+\delta^k\hat{\gamma}_{i,2})x_2^k \\ &\quad +(\hat{\beta}_{i,3}+\delta^k\hat{\gamma}_{i,3})x_3^k \end{aligned} \tag{3.5.39}$$

を定義しよう．ただし，

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_{i,1}=\hat{\beta}_{i,1}^t-\hat{\beta}_{i,1} \\ \hat{\gamma}_{i,2}=\hat{\beta}_{i,2}^t-\hat{\beta}_{i,2} \\ \hat{\gamma}_{i,3}=\hat{\beta}_{i,3}^t-\hat{\beta}_{i,3} \end{cases} \tag{3.5.40}$$

である．δ^k $(k=1,\cdots,n+n')$ はダミー変数であり

$$\delta^k=\begin{cases} 0 & k=1,\cdots,n \\ 1 & k=n+1,\cdots,n+n' \end{cases} \tag{3.5.41}$$

と表せる．ここで，原データベースに基づいて推定した指数ハザードモデルと，抽出データベースに基づいて推定した指数ハザードモデルが一致するかどうかを分析するために，推定値間$\hat{\boldsymbol{\beta}}$，$\hat{\boldsymbol{\beta}}^t$の同一性を検定するためのChowテスト[17]を利用しよう．すなわち，指数ハザードモデルの一致性を検定するための帰無仮説 H_0と対立仮説 H_1を

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\gamma}_{i,r} =_{and} 0 \ (i=1,\cdots,6; r=1,2,3) \\ H_1 : \hat{\gamma}_{i,r} \neq_{or} 0 \ (i=1,\cdots,6; r=1,2,3) \end{cases} \tag{3.5.42}$$

と定義する．帰無仮説 H_0はすべての$i=1,\cdots,6; r=1,2,3$に対して，$\hat{\gamma}_{i,r}=0$が同時に成立することを要求している．これに対して，対立仮説 H_1は任意の$i=1,\cdots,6; r=1,2,3$に対して１つでも$\hat{\gamma}_{i,r}\neq 0$が成立することを意味する．抽出データベースに基づいた推定結果が，原データベースの推定結果と一致するという帰無仮説 H_0を対立仮説 H_1に対して検定するための尤度比検定統計量は

$$\xi = 2\left\{\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}})]-\ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\beta}})]\right\} \tag{3.5.43}$$

$$\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}})] = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=i}^{7}\sum_{k=1}^{n+n'}\bar{\delta}_{ij}^k \ln\left[p_{ij}(\bar{Z}^k,\bar{\boldsymbol{x}}^k:\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}})\right]$$

$$\ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\beta}})] = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=i}^{7}\sum_{k=1}^{n+n'}\bar{\delta}_{ij}^k \ln\left[p_{ij}(\bar{Z}^k,\bar{\boldsymbol{x}}^k:\tilde{\boldsymbol{\beta}})\right]$$

と表せる．ここに，$\hat{\boldsymbol{\gamma}}=(\hat{\gamma}_{1,1},\cdots,\hat{\gamma}_{6,3})$である．また，$\ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}})]$は制約がない（帰無仮説 H_0の制約がない）場合の尤度を，$\ln[\mathcal{L}(\tilde{\boldsymbol{\beta}})]$は帰無仮説 H_0の制約下での尤度を表す．$\tilde{\boldsymbol{\beta}}$は帰無仮説 H_0の下での最尤推定値を表す．なお，**表３－２**に示すように，説明変数によっては指数ハザードモデルの推定値が$\hat{\beta}_{i,r}=0$となっ

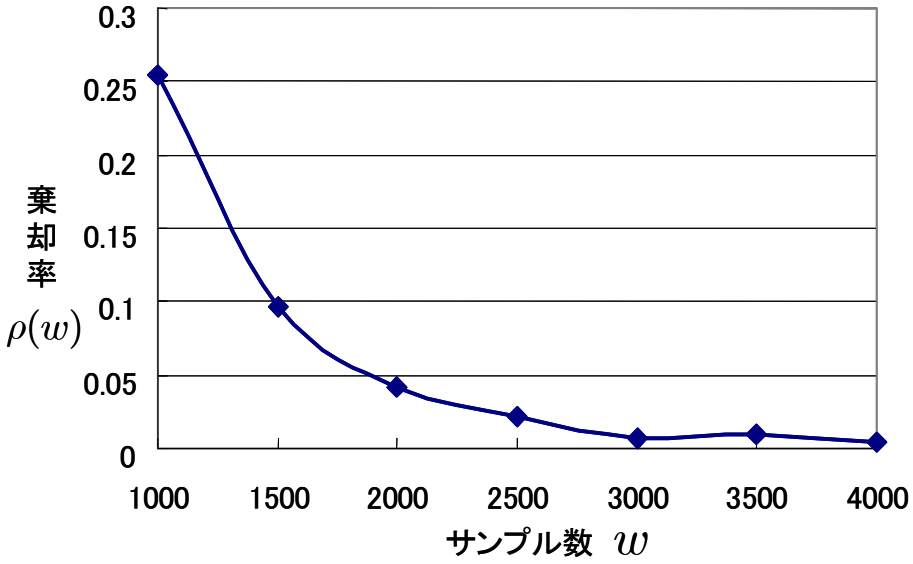


図３－６　サンプル数と推定精度

ているパラメータが存在する．すなわち，指数ハザードモデル(3.5.39)において，$\hat{\beta}_{i,r} \neq 0$であるパラメータは13個存在する．異なるデータベースに対するChowテストの結果を相互に比較するために，尤度比検定統計量の自由度を統一しておく必要がある．そこで，本章では原データベースを用いて推定した指数ハザードモデルにおいて$\hat{\beta}_{i,r} = 0$となるパラメータに対しては$\hat{\beta}^t_{i,r} = 0$を仮定する．すなわち，ハザードモデル(3.5.39)の推定に当たっては，$\hat{\gamma}_{i,r} = 0$という制約を設けることとする．したがって，尤度比検定統計量の自由度は原データベースに基づいて推定した指数ハザードモデルにおいて$\hat{\beta}_{i,r} \neq 0$となるパラメータ数である13となる．その結果，検定統計量ξが棄却域$\xi \geq \chi^2_{(100-\alpha)}(13)$に入れば，有意水準$\alpha$%で帰無仮説$H_0$を棄却できる．ただし，$\chi^2_{(100-\alpha)}(13)$は自由度13の$\chi^2$分布を表す．帰無仮説$H_0$が棄却された場合，抽出データベースに基づいて推定した指数ハザードモデルは，原データベースに基づいて推定した指数ハザードモデルと一致しないと判断できる．いま，原データベースから抽出するサンプル数を固定しよう．抽出サンプル数として，1000個から500個単位で4000個まで増加させた7通りのケースを設定した．その上で，抽出サンプル数を所与とした各ケースに対して，原データベースからサンプルをランダム抽出することにより，合計1,000通りの抽出データベースを作成した．したがって，7ケース全体では7,000個の抽出データベースが作成されたことになる．つぎに，抽出サンプル数を固定した各ケースにおける1000個の抽出データベースのそれぞれに対して指数ハザードモデルを作成し，検定統計量ξ（式(3.5.43)参照）を求めた．その上で，1000個の抽出データベースのそれぞれに対して求めた検定統計量ξに対して，有意水準1%で仮説H_0が棄却されるか否かを分析した．いま，抽出データベースに含まれるサンプル数wに対して仮説H_0が

棄却される割合$\rho(w)$を

$$\rho(w) = \frac{\text{仮説 } H_0 \text{が棄却されるデータベース数}}{\text{総データベース数}} \tag{3.5.44}$$

と定義する．**図３－６**は抽出データベースのサンプル数wと仮説H_0の棄却率$\rho(w)$の関係を示している．その結果，抽出データベースに含まれるサンプル数が多くなるにつれて，仮説H_0が棄却される割合が減少することが読みとれる．本実証分析に関する限り，抽出サンプル数が1000個のケースでは25.4%以上の抽出データベースにおいて，抽出サンプル数1500個のケースでは9.6%以上の抽出データベースにおいて仮説H_0が棄却されている．すなわち，1,500個程度のサンプル数で指数ハザードモデルを推定した場合，確率0.1程度で原データベースの推定結果とは異なる推定結果が得られる危険性が存在する．仮説H_0の棄却率を5%以下に抑えるためには，少なくとも2,000個以上程度のサンプル数を確保することが必要となる．以上の知見は本章で用いたデータベースに対してのみ成立する事項ではあるが，本データベースの場合，原データベースに基づく場合と同等程度の推定精度を確保するためには，目視点検の実績を相当程度（2,000サンプル以上）に蓄積することが必要であることが理解できる．

3.6 結言

本章では橋梁部材の統計的劣化予測のためのマルコフ推移確率を推定する方法論を提案した．その際，橋梁部材の健全度を複数の健全度で表すとともに，健全度間の推移過程を指数ハザードモデルを用いて表現した．さらに，定期検査データに基づいて指数ハザードモデルを最尤推定する方法論を提案した．本章で提案した方法論により，構造特性や使用環境，検査状況が異なる異質な検査データを用いて，それぞれの橋梁部材の劣化特性を非集計的に推定することが可能となる．本章で提案した指数ハザードモデルにより，マルコフ推移確率を任意の時間間隔に対して時間整合的に推定することが可能となる．さらに，鋼橋を対象とした適用事例を通じて，本章で提案したマルコフ推移確率推定法の有用性を実証的に検証した．本章で提案した方法論は鋼橋以外にも幅広い土木構造物の劣化予測に適用が可能であり，今後実証的な適用研究を蓄積していく必要がある．そのためは，更なる劣化ハザードモデルの拡張が必要である．本章で提案した多段階指数ハザードモデルは，構造物の劣化が過去の劣化過程に依存しないという性質を持っていることから，土木施設の劣化の進展速度が使用時間に依存するようなケースにはそのまま適用できない．この場合，施設の劣化過程が使用時間という過去の履歴に依存するような土木施設の劣化予測モデルの開発が必要となる．この時間依存型劣化予測モデルについては，次章で述べることにする．

付録　数学的補足

1)　式 (3.3.22) の導出過程　$\bar{\theta}_{m,j} = \theta_m - \theta_j$ と置く.

$$
\begin{aligned}
&\text{式 (3.3.22)}\\
&= \int_0^{\mathrm{Z}} \cdots \int_0^{\mathrm{Z}-\sum_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-3}} \mathrm{z_m}} \prod_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-1}} \theta_{\mathrm{m}} \exp(-\theta_{\mathrm{j}}\mathrm{Z} - \sum_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-2}} \bar{\theta}_{\mathrm{m,j}}\mathrm{z_m})\\
&\int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-2} z_m} \exp(-\bar{\theta}_{j-1,j} z_{j-1}) dz_i \cdots dz_{j-1}\\
&= -\frac{1}{\bar{\theta}_{j-1,j}} \int_0^{Z} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-3} z_m} \prod_{m=i}^{j-1} \theta_m \exp(-\theta_{j-1} Z)\\
&\exp(-\sum_{m=i}^{j-2} \bar{\theta}_{m,j} z_m + \sum_{m=i}^{j-2} \bar{\theta}_{j-1,j} z_m) dz_i \cdots dz_{j-2}\\
&+ \frac{1}{\bar{\theta}_{j-1,j}} \int_0^{Z} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-4} z_m} \prod_{m=i}^{j-1} \theta_m \exp(-\theta_j Z)\\
&\exp(-\sum_{m=i}^{j-3} \bar{\theta}_{m,j} z_m) \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-3} z_m} \exp(-\bar{\theta}_{j-2,j} z_{j-2})\\
&dz_i \cdots dz_{j-2}
\end{aligned}
$$

第１項を整理すると,

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{\bar{\theta}_{j-1,j}} \int_0^{Z} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-3} z_m} \prod_{m=i}^{j-1} \theta_m \exp(-\theta_{j-1} Z)\\
&\exp(-\sum_{m=i}^{j-2} \bar{\theta}_{m,j-1} z_m) dz_i \cdots dz_{j-2}\\
&= -\frac{\theta_j}{\bar{\theta}_{j-1,j}} \int_0^{Z} \cdots \int_0^{Z-\sum_{m=i}^{j-3} z_m} \prod_{m=i}^{j-2} \theta_m\\
&\exp(-\theta_{j-1} Z - \sum_{m=i}^{j-2} \bar{\theta}_{m,j-1} z_m) dz_i \cdots dz_{j-2}\\
&= -\frac{\theta_{j-1}}{\bar{\theta}_{j-1,j}} p_{ij-1}
\end{aligned}
$$

第２項を整理すると,

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{\bar{\theta}_{\mathrm{j-1,j}} \bar{\theta}_{\mathrm{j-2,j}}} \int_0^{\mathrm{Z}} \cdots \int_0^{\mathrm{Z}-\sum_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-4}} \mathrm{z_m}} \prod_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-1}} \theta_{\mathrm{m}} \exp(-\theta_{\mathrm{j}}\mathrm{Z})\\
&\exp(-\sum_{m=i}^{j-3} \bar{\theta}_{m,j} z_m) \Big[\exp\{-\bar{\theta}_{j-2,j}(Z - \sum_{m=i}^{j-3} z_m)\} - 1\Big]\\
&dz_i \cdots dz_{j-3}\\
&= -\frac{\theta_{j-1}\theta_{j-2}}{\bar{\theta}_{j-1,j}\bar{\theta}_{j-2,j}} p_{ij-2}
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{\bar{\theta}_{\mathrm{j-1,j}}\bar{\theta}_{\mathrm{j-2,j}}}\int_0^{\mathrm{Z}}\cdots\int_0^{\mathrm{Z}-\sum_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-4}}\mathrm{z_m}}\prod_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{j-1}}\theta_{\mathrm{m}}\exp(-\theta_{\mathrm{j}}\mathrm{Z})$$
$$\exp(-\sum_{m=i}^{j-3}\bar{\theta}_{m,j}z_m)dz_i\cdots dz_{j-3}$$

上記のように展開していくと，p_{ij}は

$$\begin{aligned}
p_{ij} &= -\frac{\theta_{j-1}}{\bar{\theta}_{j-1,j}}p_{ij-1}-\frac{\theta_{j-1}\theta_{j-2}}{\bar{\theta}_{j-1,j}\bar{\theta}_{j-2,j}}p_{ij-2}-\cdots \\
&\quad +\prod_{m=i}^{j-1}\frac{1}{\bar{\theta}_{m,j}}\int_0^Z\prod_{m=i}^{j-1}\theta_m\exp(-\theta_jZ)\exp(-\bar{\theta}_{i,j}z_i)dz_i \\
&= -\sum_{k=i+1}^{j-1}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}p_{ik} \\
&\quad -\prod_{m=i}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}\{\exp(-\theta_iZ)-\exp(-\theta_jZ)\} \\
&= -\sum_{k=i+1}^{j-1}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}p_{ik} \\
&\quad -\prod_{m=i}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}p_{ii}+\prod_{m=i}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}\exp(-\theta_jZ) \\
&= -\sum_{k=i}^{j-1}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}p_{ik}+\prod_{m=i}^{j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,j}}\exp(-\theta_jZ)
\end{aligned}$$

いま，$p_{ij}(i=1,\cdots,I-1,j=i,\cdots,I-1)$は$p_{i,i},p_{i,i+1},\cdots,p_{i,j-1}$の線形結合になっており，上式は

$$\boldsymbol{p}_i=-\boldsymbol{p}_i\mathbf{A}_i+\boldsymbol{C}_i$$

と表せる．ただし，$\boldsymbol{p}_i=(p_{i,i},p_{i,i+1},\cdots,p_{i,I-1})$であり，$(I-i)\times(I-i)$次行列$\mathbf{A}_i$は

$$\begin{pmatrix}
0 & \frac{\theta_i}{\bar{\theta}_{i,i+1}} & \frac{\theta_i\theta_{i+1}}{\bar{\theta}_{i,i+2}\bar{\theta}_{i+1,i+2}} & \cdots & \prod_{m=i}^{I-2}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,I-1}} \\
0 & 0 & -\frac{\theta_i}{\bar{\theta}_{i+1,i+2}} & \cdots & \prod_{m=i+1}^{I-2}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,I-1}} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0
\end{pmatrix}$$

と表せる．$\alpha_i=i+p-1$，$\alpha_j=i+q-1$と置けば，$\mathbf{A}_i$の(p,q)成分は

$$\mathbf{A}_i(p,q)=\begin{cases}\prod_{m=\alpha_i}^{\alpha_j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,\alpha_j}} & p<q\text{の時}\\ 0 & p\geq q\end{cases}$$

と表せる．$(I-i)$次行ベクトル$\boldsymbol{C}_i$のq要素$\boldsymbol{C}_i(q)$は

$$\boldsymbol{C}_i(q)=\prod_{m=i}^{\alpha_j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,\alpha_j}}\exp(-\theta_{\alpha_j}Z)$$

である．$\mathbf{A}_i+\mathbf{E}$の逆行列を$\mathbf{B}_i$とすると，その(p,q)成分は，次式が成立する．

$$\mathbf{B}_i(p,q)=\begin{cases}\prod_{m=\alpha_i}^{\alpha_j-1}\frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m+1,\alpha_i}} & p\leq q\text{の時}\\ 0 & p>q\end{cases}$$

この時，$\boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{C}_i \mathbf{B}_i$と表現でき，その要素$p_{ij}$は

$$
\begin{aligned}
p_{ij} &= \sum_{l=1}^{I-i} \boldsymbol{C}_i(l) \mathbf{B}_i(l, j-i+1) \\
&= \sum_{l=1}^{j-i+1} \prod_{m=i}^{i-2+l} \frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,i-1+l}} \exp(-\theta_{i-1+l} Z) \\
&\quad \cdot \prod_{m=i-1+l}^{j-1} \frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m+1,i-1+l}} \\
&= \sum_{k=i}^{j} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m,k}} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\bar{\theta}_{m+1,k}} \exp(-\theta_k Z)
\end{aligned}
$$

2) 時間的整合性の証明 数学的帰納法を用いて，指数ハザードモデルを用いて導出したマルコフ推移確率行列が時間的整合性条件を満足することを示す．$n=1$の時は自明．$n=k-1$の時に$\boldsymbol{P}((k-1)Z) = \{\boldsymbol{P}(Z)\}^{k-1}$が成立すると仮定する．このことは，$p_{ii}(kZ) = p_{ii}((k-1)Z)p_{ii}(Z)$, $p_{ij}(kZ) = \sum_{h=i}^{j} p_{ih}((k-1)Z)p_{hj}(Z)$が成立する（式展開は省略）ことより明らかである．

参考文献

[1] 貝戸清之，阿部允，藤野陽三 : 実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.

[2] 鍵本広之，佐藤道生，川村満紀 : アルカリシリカ反応により劣化した施設の劣化度評価と細孔溶液分析による劣化進行の予測，土木学会論文集，No.641/V-46，pp.241-251, 2002.

[3] 小林孝一，宮川豊章:分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.173-186，2001.

[4] 堤知明，白井伸一，安田登，松島学 : 塩害劣化に関する影響要因の実データに基づく定量評価，土木学会論文集，No.544/V-32，pp.33-41, 1996.

[5] 大野俊夫，魚本健人 : コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49，pp.29-44, 2000.

[6] 元路寛，関博，高木言芳 : 中性化したコンクリートにおける乾湿繰返し作用による鉄筋腐食に関する研究，土木学会論文集，No.697/V-54，pp.1-11, 2002.

[7] 佐伯竜彦，大即信明，長瀧重義 : 中性化によるモルタル中の鉄筋腐食の定量的評価，土木学会論文集，No.532/V-30，pp.55-66, 1996.

[8] Lee, T. C., Judge, G.G., and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland，1970.

[9] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

[10] Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

[11] Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of a stochastic model of pavement distress initation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp. 61-67, 2003.

[12] Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, 26, pp.24-36, 1958.

[13] Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.

[14] 磯田和男，大野豊：数値計算ハンドブック，オーム社，1990.

[15] State of New York, Department of Transportation: *Bridge Inspection Manual*, 1997.

[16] （財）海洋架橋・橋梁調査会：道路橋マネジメントの手引き，2005.

[17] 森棟公夫：計量経済学，東洋経済新報社，1999.

第4章

多段階ワイブル劣化ハザードモデル

4.1　緒言

これまで，**2章**において２値状態の劣化状態をワイブルハザードモデルにて推定した．ワイブルハザードモデルを用いてトンネル照明の劣化過程を予測する方法を提案した．このような伝統的なハザードモデルは，故障の有無という２値データを用いて，対象とする施設の寿命分布を推定するために用いることができる．さらに，**3章**では，複数の健全度ランクを示す橋梁のマルコフ劣化確率を指数ハザードモデルを過程し推定する方法論を述べた．土木施設の中には，施設の劣化状態をたとえば複数のランクを用いて表現することができる場合があり，このような土木施設の劣化過程を複数ランク間の推移確率を用いて表現するマルコフ連鎖モデルを提案した．マルコフ連鎖モデルは，たとえば橋梁部材の劣化予測モデルとして幅広く適用されている [1]−[5]．さらに，マルコフ推移確率を推定する方法論も提案されている [6]．マルコフ連鎖モデルは，取り扱いが簡便であるという利点があるが，一方で，ある時刻における劣化過程が過去の履歴に依存しないという特性がある．土木施設の中には，明らかに施設の劣化過程が，過去の履歴に依存する特性を持つ場合が少なくない．本章で対象とする道路付帯施設の場合，施設の寿命が比較的短く，使用開始時刻からの経過年数（以下，使用時間と呼ぶ）が施設の劣化の進展速度に影響を及ぼす．このような土木施設の劣化予測にマルコフ連鎖モデルを用いることには問題がある．

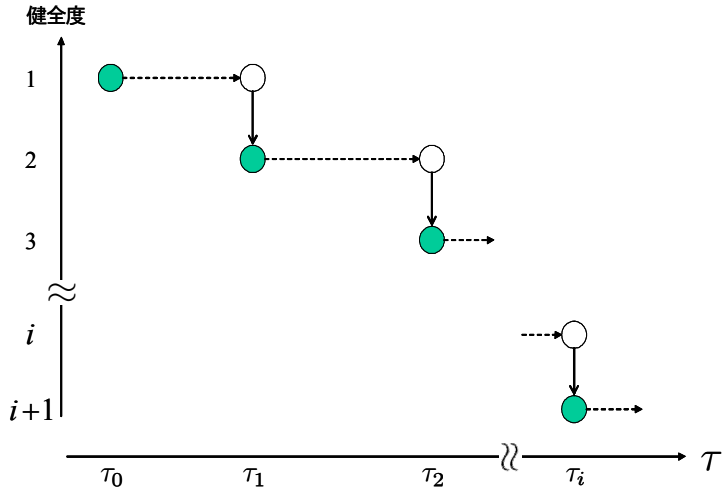
本章では，施設の劣化状態が複数レーティングで表現されるとともに，使用時間が劣化の進展速度に影響を及ぼすような土木施設の劣化予測モデルを提案する．具体的には複数レーティング間の推移確率をワイブルハザードモデルで表現したような多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案する．以下，**4.2**で本章の基本的な考え方を説明する．**4.3**でワイブルハザードモデルを用いた時間依存的な推移確率モデルを定式化する．**4.4**でハザードモデルの推定方法について述べ，**4.5**で，道路付帯施設を対象とした適用事例について説明する．

4.2 本章の基本的な考え方

4.2.1 従来の研究概要

土木施設の劣化予測に関しては，数多くの研究事例がある．構造物の力学的劣化メカニズムに着目した劣化予測モデル[7]−[12]が提案されている．個々の構造物，構造部材の余寿命や補修方法を検討するために，力学的メカニズムに基づく劣化予測が必要となる．しかし，これら既往研究における劣化予測モデルの統計学的な推定方法に関しては，初歩的な段階にとどまっており，予測結果の信頼性に多くの問題が残されている．一方，統計的な劣化予測モデルは，多くの劣化サンプルから，劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化することを目的とする．構造物群全体を対象としたアセットマネジメントにおいて，統計的劣化予測モデルは構造物の補修戦略や予算配分の問題を検討するために必要となる．

ハザードモデルは，信頼性解析の分野で施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発され，信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている．また，ハザードモデルの推定方法に関しても研究成果が蓄積されており，その結果はいくつかの成書[13]·[14]に詳しい．アセットマネジメントの分野においても，例えばShin and Madanat[15]は，道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している．また，**2章**において，トンネル照明を対象としたワイブル劣化ハザードモデルの有効性について実証的に検証した研究成果を紹介した．しかし，伝統的なハザードモデルでは，劣化状態が故障の有無という２値状態で表されるような施設や機器を対象としており，複数の健全度を同時に取り扱う土木施設の劣化予測にはそのままでは適用できない．推移後の状態が複数個存在するようなmuliti destination型のハザードモデル[13]も提案されている．しかし，土木施設の劣化過程においては，multi destination型ハザードモデルが想定するように，ある状態から互いに排他的な状態の中の１つに推移するのではなく，劣化が進行することにより健全度が逐次変化していくという特性がある．このような問題意識の下に，**3章**では，劣化過程による健全度間の垂直的な推移関係を多段階指数ハザードモデルにより記述し，橋梁部材の劣化過程を記述するマルコフ推移確率を推定する方法を提案した．マルコフ推移確率を用いた劣化予測モデルは操作性が高く，多くの分野に適用可能である．しかし，マルコフ推移確率は，構造物の劣化過程が過去の劣化履歴に依存しないという性質を持っている．しかし，現実の構造物の劣化過程が，マルコフ性を満足するという保証はない．特に，土木施設の劣化の進展速度が，その施設の使用時間に依存する場合が少なくない．本章では劣化過程が使用時間という過去の履歴に依存するような土木施設の劣化予測モデルを提案する．具体的には，劣化状態が複数の健全度指標で表現されるような土木施設を対象として，健全度間の推移状態をワイブルハザード関数で表現する．さらに，推定したハザードモデルに基づいて，土木施設の劣化過程を時間依存的な劣化状態確率で表現するという方法論を開発する．すなわち，本章で提案する方法論は，まず個々の土木施設の劣化状況を表す劣化状態確率を個別に推定できるようなハザードモデルを作成し，それらを用いて分析対象とする土木施設全体の平均的な劣化状態確率



注) ある土木施設の劣化過程の例を示している．図中のカレンダー時刻 $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_i$ に施設の健全度を表す状態変数の値が１つだけ増加している．

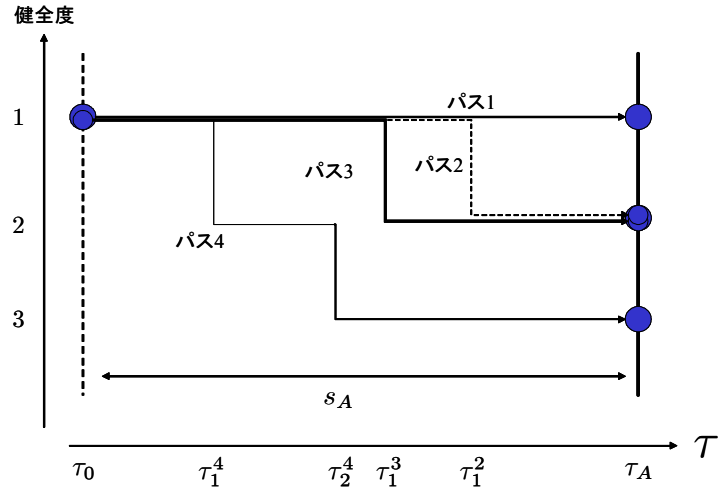
図４－１ 健全度の時間的推移

を求めるという２段階の推定方法を採用する．

4.2.2 劣化過程とレーティング指標

ある土木施設の劣化に関する履歴が **図４－１** に示すように与えられたとしよう．同図は，施設が補修されずに放置された時に，劣化がどのように進展するかを表したものである．現実には，施設の劣化過程には不確実性が含まれ，しかも健全度は時間軸上の限られた時刻で実施される目視点検を通じてのみ知ることができる．図中，時刻 τ はカレンダー上の実時刻（以下，時刻と呼ぶ）を表す．時刻 τ_0（以下，初期時刻と呼ぶ）で土木施設の使用が開始された直後から劣化が始まる．施設の健全度が I 個のレーティングで記述される場合を考えよう．施設の健全度を表すレーティングを状態変数 i $(i = 1, \cdots, I)$ で表現しよう．施設がもっとも健全な（劣化が進展していない）状態を $i = 1$ で表し，状態変数 i の値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す．$i = I$ の場合，当該の施設が使用不可能な状態に到達していることを表す．**図４－１** の例では，時間軸上の離散時刻 τ_i $(i = 1, \cdots, I-1)$ において，それぞれ健全度が i から $i+1$ に進展している．以下，時刻 τ_i は「健全度が i から $i+1$ へ推移する時刻」を表す．

土木施設の劣化過程に関する情報は，目視点検を通じて獲得できる．土木施設の使用開始後，対象とする施設の健全度を継続的に観測できれば理想的であるが，このような完全な検査情報を獲得することは難しい．ここでは，時間軸上の時刻 τ_A において，最初の目視点検が実施された場合を考えよう．さらに，時刻 τ_A の目視点検により，観察対象である施設の健全度が i $(i = 1, \cdots, I-1)$ であると判定されたとしよう．時刻 τ_A にはじめて目視点検が実施された場合，初期時刻 τ_0 からどのような経路に従って劣化が進展してきたかを確定的に把握できない．劣化過程として無限に多くのシナリオが考えられるが，現実にはその中か



注) ある土木施設の劣化過程を表す４種類のサンプルパスを例示している．パス２，パス３ではカレンダー時刻τ_1^2，τ_1^3に健全度が１つ進行している．パス４では時刻τ_1^4, τ_2^4に施設の健全度が１つずつ増加している．しかし，目視点検で健全度を観測する場合，カレンダー時刻τ_Aでの健全度のみが観測されるため，いずれの時刻で健全度が変化したかを観測できない．

図４－２ 健全度の推移パターン

ら１つのパスが実現する．いま，**図４－２**に示すような４つのサンプルパスを考えよう．パス１では初期時刻から劣化が進展していない．パス２とパス３では，それぞれ時刻τ_1^2，τ_1^3において，劣化が進展し健全度が1から2に変化している．これら２つのパスに従った場合，時刻τ_Aで観測された健全度は2となる．目視点検では，健全度が1から2へ推移した時刻τ_1^2，τ_1^3は判からない．さらに，パス４は，初期時刻から最初の目視点検までに時刻τ_1^4, τ_2^4という２つの時刻で健全度が変化した場合を表している．その結果，時刻τ_Aにおいて観測された健全度は3となる．このように目視点検では検査を実施した時刻における健全度を観測できるが，健全度が変化した時刻に関するデータを獲得することは不可能である．

4.2.3 劣化状態確率

土木施設の推移過程は不確実であり，将来生起する状態を確定的に予測できない．初期時刻から，ある一定の使用時間sを経過した時刻における施設の劣化状態を時間依存的な状態確率で表現する．いま，時刻τ_0で使用が開始されたある施設の劣化予測を行う問題を考えよう．初期時刻から使用時間sが経過したカレンダー時刻$\tau = \tau_0 + s$における当該施設の健全度を状態変数$h(s)$を用いて表そう．劣化過程は，使用開始時刻τ_0から時間sが経過した時刻において健全度$h(s) = i$が生起する確率（以下，劣化状態確率と呼ぶ）を用いて記述される．すなわち，

$$\mathrm{Prob}[h(s) = i | h(0) = 1] = w_i(s) \tag{4.2.1}$$

と表せる．このような劣化状態確率を健全度i $(i=1,\cdots,I)$に対して定義すれば，時間依存的な劣化状態確率ベクトル

$$\mathbf{W}(s)=\begin{pmatrix} w_1(s) \\ \vdots \\ w_I(s) \end{pmatrix} \tag{4.2.2}$$

を得ることができる．ただし，健全度Iはもっとも劣化した状態を表している．式(4.2.1)の劣化状態確率は時刻$\tau=\tau_0+s$においてそれぞれの健全度が観測できる確率を示したものであり，当然のことながら，初期時刻からの経過時間sが異なれば劣化状態確率の値は異なる．また，劣化状態確率の定義より$\sum_{i=1}^{I} w_i(s)=1$が成立する．

4.3 モデルの定式化

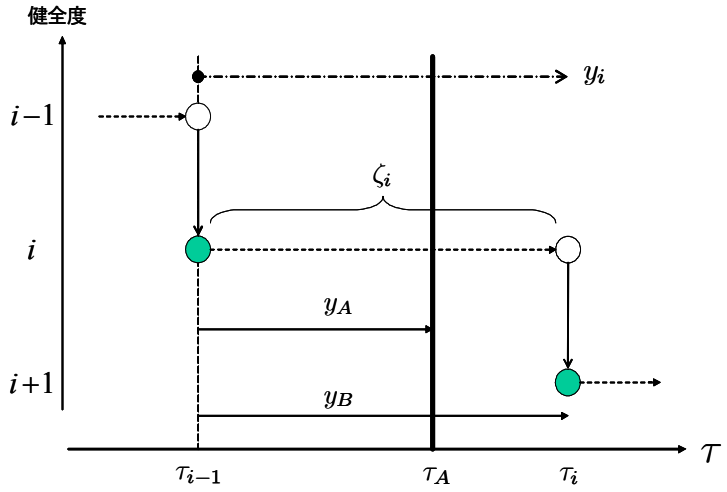
4.3.1 ワイブルハザードモデル

式(4.2.1)の劣化状態確率をワイブルハザードモデルを用いて定義しよう．目視点検により獲得できる観測データには，個別施設の健全度だけでなく施設特性や土木施設の利用状態等，個別施設に特有な非集計データが含まれる．また，土木施設によって検査間隔が異なる場合もある．このような多様なデータに基づいて劣化状態確率を推定するためには，個別施設が有する多様性を考慮できる推定方法を開発することが望ましい．本章では，１）対象とするサンプルが有する個別データに基づいて施設劣化のハザードモデルを推定し，２）その結果を用いて劣化状態確率を推定するという２段階の推定方法を提案する．

土木施設の劣化過程をハザードモデルを用いて定式化しよう．ハザードモデルの詳細は文献[13],[14]に譲るが，読者の便宜を図るためにハザードモデルを簡単に紹介する．さらに，議論を簡単にするために，施設の劣化状態に関する完全情報が獲得できる場合を考えよう．いま，土木施設の劣化過程を**図４－３**に示すようにモデル化しよう．すなわち，カレンダー時刻τ_{i-1}において，健全度が$i-1$からiに推移したと考える．ここで，カレンダー時刻τ_{i-1}を初期時点$y_i=0$とする時間軸（以下，サンプル時間軸と呼ぶ）を導入しよう．サンプル時間軸上の時刻を，以下「時点」と呼び，カレンダー時間軸上の「時刻」とは区別する．サンプル時間軸上の時点y_Aと，カレンダー時刻τ_Aとτ_{i-1}の間には$y_A=\tau_A-\tau_{i-1}$が成立する．

いま，時刻τ_iにおいて，健全度がiから$i+1$に推移すると考えよう．この時，当該の施設の健全度がiに留まる期間長（以下，健全度iの寿命と呼ぶ）は$\zeta_i=\tau_i-\tau_{i-1}$と表せる．健全度$i$の寿命$\zeta_i$は確率変数であり，確率密度関数$f_i(\zeta_i)$，分布関数$F_i(\zeta_i)$に従うと仮定する．ただし，健全度$i$ $(i=1,\cdots,I-1)$の寿命ζ_iの定義域は$[0,\infty)$である．分布関数の定義より

$$F_i(y_i)=\int_0^{y_i} f_i(\zeta_i)d\zeta_i \tag{4.3.3}$$



注) カレンダー時刻τ_{i-1}に健全度が$i-1$からiに変化した場合，検査が行われる時刻τ_Aは時刻τ_{i-1}を起点とするサンプル時点y_Aと対応する．図中の劣化サンプルパスの場合，時点y_Bに健全度が1つ進行する．目視点検の場合，時刻τ_{i-1}を観測できないため，サンプル時間軸上の時点y_A,y_Bも観測できない．

図４－３ 劣化過程のモデル化

が成立し，分布関数$F_i(y_i)$は健全度がiとなった初期時点$y_i=0$ (時刻τ_{i-1})からサンプル時間軸上のある時点y_i(時刻$\tau_{i-1}+y_i$)までに健全度がiから$i+1$に変化した累積確率を表す．したがって，初期時点$y_i=0$からサンプル時点$y_i\in[0,\infty)$まで，健全度がiのまま推移する確率$\tilde{F}_i(y_i)$は，時点y_iまでに健全度がiから$i+1$に変化する累積確率$F_i(y_i)$を用いて

$$\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_i\} = \tilde{F}_i(y_i) = 1 - F_i(y_i) \tag{4.3.4}$$

と定義できる．ここで，施設の健全度が時点y_iまで状態iで推移し，かつ期間$[y_i, y_i+\Delta y_i)$中に水準$i+1$に進展する条件付き確率は

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{f_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \tag{4.3.5}$$

と表せる．いま，対象とする施設の健全度が時点y_iまでiの状態で推移し，かつ時点y_iで$i+1$に推移する確率密度$\lambda_i(y_i)$をハザード関数と呼ぶ．本章の以下では，土木施設の劣化過程がワイブルハザード関数に従うと仮定する．ハザード関数として，ワイブルハザード関数以外に多様な形式が提案されている[13]･[14]．ここでは，実証分析で選択したワイブルハザード関数を用いて議論を進める．すなわち，

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \tag{4.3.6}$$

が成立する．θ_iは健全度iに固有の定数パラメータ，α_iは劣化の加速度パラメータである．$\alpha_i>1$の場合は，初期時点からの使用時間y_iが増加するにつれて加速度的に劣化が進行することを表す．逆に，$\alpha_i<1$が成

立する場合は，初期劣化が進むものの，使用時間が経過するにつれて，劣化の進行の程度が小さくなる．$\alpha_i = 1$ の場合は，劣化の進行速度が使用時間に依存しないことを意味する．式(4.3.6) のワイブルハザード関数を用いることにより，土木施設の使用時間に依存する劣化過程を表現することが可能となる．ここで，式(4.3.4) の両辺を y_i に関して微分すれば，

$$\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i} = -f_i(y_i) \tag{4.3.7}$$

を得る．この時，式(4.3.5) は

$$\begin{aligned}\lambda_i(y_i) &= \frac{f_i(y_i)}{\tilde{F}_i(y_i)} = -\frac{\frac{d\tilde{F}_i(y_i)}{dy_i}}{\tilde{F}(y_i)} \\ &= \frac{d}{dy_i}\Big(-\log \tilde{F}_i(y_i)\Big)\end{aligned} \tag{4.3.8}$$

と変形できる．ここで，$\tilde{F}_i(0) = 1 - F_i(0) = 1$ を考慮し，式(4.3.8) を積分すれば

$$\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du = \big[-\log \tilde{F}_i(u)\big]_0^{y_i} = -\log \tilde{F}_i(y_i) \tag{4.3.9}$$

を得る．式(4.3.6) のワイブルハザード関数を用いれば，健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i)$ は

$$\begin{aligned}\tilde{F}_i(y_i) &= \exp\left[-\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du\right] \\ &= \exp(-\theta_i y_i^{\alpha_i})\end{aligned} \tag{4.3.10}$$

と表される．すなわち，ワイブルハザードモデルが得られる．また，式(4.3.7) より，健全度 i $(i = 1, \cdots, I-1)$ の寿命分布を表す確率密度関数 $f_i(\zeta_i)$ は次式で示される．

$$f_i(\zeta_i) = \theta_i \alpha_i \zeta_i^{\alpha_i - 1} \exp(-\theta_i \zeta_i^{\alpha_i}) \tag{4.3.11}$$

4.3.2 初期時刻からの劣化状態確率

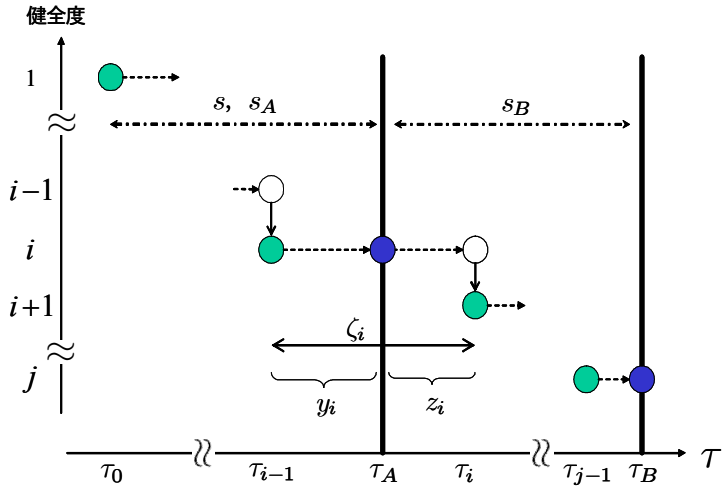
時刻 τ_0 に施設の使用が開始され（時刻 τ_0 に健全度 1 が観測され），現在時刻 τ の健全度が i であることが観測された場合を考えよう．この時，期間 $[\tau_0, \tau]$ において健全度が 1 から健全度 i に推移する確率は $w_i(s)$ で表される．ただし，$s = \tau - \tau_0$ である．

a) $i = 1$ の場合

まず，$i = 1$ の場合を考えよう．すなわち，時刻 τ_0 に施設の使用が開始され，現在時刻 τ まで劣化が進展せず，健全度が 1 に留まる場合を考える．この場合，劣化状態確率 $w_1(s)$ は，式(4.3.10) のワイブルハザードモデルより

$$w_1(s) = \tilde{F}_1(s) = \exp(-\theta_1 s^{\alpha_1}) \tag{4.3.12}$$

と表される．



注） 初期時刻τ_0から時間sが経過した時刻τ（図中ではτ_A）に健全度iが観測される．**4.3.3**では，２つの検査時刻τ_Aとτ_Bに着目する（$s_A = \tau_A - \tau_0$，$s_B = \tau_B - \tau_A$）．その場合，時刻τ_{i-1}から時刻τ_Aまでの期間長をy_i，時刻τ_Aから時刻τ_iまでの期間長をz_iと表し，健全度iの寿命を$\zeta_i = y_i + z_i$と表す．

図４－４ 初期時刻からの劣化過程と健全度の観測

b) $i = 2$の場合

時刻τ_0に施設の使用が開始され，時刻$\tau_1 \in [\tau_0, \tau)$に健全度が１から２に推移し，現在時刻$\tau$に健全度２が観測される場合を考えよう．このような事象が成立するのは，１）時刻$\tau_1 \in [\tau_0, \tau)$に，健全度が１から２に推移し，２）期間$[\tau_1, \tau]$において，健全度が２に留まる場合である．健全度１の寿命が$\zeta_1 = \tau_1 - \tau_0$となる確率密度はワイブルハザードモデルを用いて$f_1(\zeta_1)$と表される．ここで，健全度１の寿命$\zeta_1$ (≥ 0)は確率変数であり，

$$0 \leq \zeta_1 < s \tag{4.3.13}$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．時刻τに健全度２が観測される確率$w_2(s)$は，次式で表される．

$$w_2(s) = \int_0^s f_1(\zeta_1)\tilde{F}_2(s - \zeta_1)d\zeta_1 \tag{4.3.14}$$

c) $3 \leq i < I$の場合

初期時刻から現在時刻までに健全度が３以上変化する場合を考えよう．このような事象は，時刻$\tau_1, \cdots, \tau_{i-1}$ $(\tau_0 \leq \tau_1 \leq \cdots \leq \tau_{i-1} < \tau)$において健全度が１つずつ増加し，時刻$\tau_{i-1}$から時刻$\tau$まで健全度が$i$の水準に留まる場合である．このような事象が生起するためには，**図４－４**に示すように，１）時刻τ_0から時刻$\tau_1 = \tau_0 + \bar{\zeta}_1 \in [\tau_0, \tau)$まで健全度が１のまま推移する．２）時刻$\tau_1$において健全度が１から２に推移する．

3）時刻τ_1から時刻$\tau_2 = \tau_1 + \bar{\zeta}_2 \in [\tau_1, \tau)$まで，健全度2が継続し，時刻$\tau_2$において健全度が3に推移する．同様のプロセスを経たのちに，4）時刻$\tau_{i-1} = \tau_{i-2} + \bar{\zeta}_{i-1} \in [\tau_{i-2}, \tau)$に健全度が$i$に推移し，時刻$\tau$まで健全度$i$の状態に留まるという事象が同時に生起しなければならない．以上の事象が同時に生起する確率密度$q_i(\bar{\zeta}_1, , \cdots, \bar{\zeta}_{i-1})$は

$$q_i(\bar{\zeta}_1, \cdots, \bar{\zeta}_{i-1}) = \prod_{m=1}^{i-1} f_m(\bar{\zeta}_m) \tilde{F}_i(s - \sum_{m=1}^{i-1} \bar{\zeta}_m) \tag{4.3.15}$$

ただし，$s = \tau - \tau_0$である．以上では，健全度m $(m = 1, \cdots, i-1)$の寿命$\bar{\zeta}_m$を固定してきた．しかし，確率変数ζ_m (≥ 0)は，

$$0 \leq \zeta_1 + \zeta_2 + \cdots + \zeta_{i-1} < s \tag{4.3.16}$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．したがって，使用開始時刻から時間sが経過した時刻$\tau = \tau_0 + s$に健全度i $(i = 3, \cdots, I-1)$が観測される確率$w_i(s)$は，

$$\begin{aligned} w_i(s) = \int_0^s \int_0^{s-\zeta_1} \cdots \int_0^{s-\sum_{m=1}^{i-2} \zeta_m} \\ q_i(\zeta_1, \cdots, \zeta_{i-1}) d\zeta_1 \cdots d\zeta_{i-1} \end{aligned} \tag{4.3.17}$$

と表せる．

d) $i = I$の場合

健全度Iは劣化過程の吸収状態である．一度，健全度Iの状態に到達した場合，施設が更新されない限り健全度Iの状態が継続する．劣化状態確率の定義より，健全度Iの状態が観測される劣化状態確率は次式で表される．

$$w_I(s) = 1 - \sum_{m=1}^{I-1} w_m(s) \tag{4.3.18}$$

4.3.3 複数時刻における健全度の同時生起確率

複数時刻τ_A, τ_Bに健全度i, j $(i \leq j; i, j = 1, \ldots, I-1)$が観測される同時生起確率を定義しよう．以下で求める同時生起確率は，**4.3.4**においてアセットマネジメントのための管理指標を求める場合に用いる．あるいは，**4.4.3**に示すように，複数時刻における点検結果に基づいてハザードモデルを推定する際にも用いることとなる．いま，**図４－４**に示すように，時刻τ_0に使用が開始され，時刻τ_Aで健全度iが観測され，時刻τ_Bで健全度jが観測される事象が生起するためには，1）時刻τ_0に使用が開始され，時刻τ_{i-1}に健全度が$i-1$からiに推移し，時刻$\tau_A = \tau_{i-1} + y_i$まで健全度が$i$のまま推移する．2）時刻$\tau_A$から時刻$\tau_i = \tau_A + z_i$まで健全度$i$のまま推移し，時刻$\tau_i$に健全度が$i$から$i+1$に推移する．3）時刻$\tau_{j-1}$までに健全度が$i+1$

から$j-1$に推移し，時刻τ_{j-1}に健全度がjに推移し，時刻τ_Bまで健全度jが継続するという事象が同時に生起しなければならない．

いま，各時刻$\tau_1,\cdots,\tau_{j-1}$を，それぞれ$\bar{\tau}_1,\cdots,\bar{\tau}_{j-1}$に固定しよう．さらに，$s_A=\tau_A-\tau_0$, $s_B=\tau_B-\tau_A$を定義しよう．ここで，時刻$\bar{\tau}_{i-1}=\tau_A-\bar{y}_i$に健全度が$i-1$から$i$に推移したと考えよう．言い換えれば，目視点検時刻$\tau_A$においては，健全度$i$に移行してから時間$\bar{y}_i$が経過している．この時，健全度$i$の寿命$\zeta_i$が健全度$i$の下での使用時間$\bar{y}_i$より大きいという条件の下で，つぎの目視時刻$\tau_B$において健全度$j$が観測される条件付き確率密度$g_{ij}(s_B,\bar{z}_i,\bar{\zeta}_{i+1},\cdots,\bar{\zeta}_{j-1}|\bar{y}_i)$は

$$g_{ij}(s_B,\bar{z}_i,\bar{\zeta}_{i+1},\cdots,\bar{\zeta}_{j-1}|\bar{y}_i)=\frac{f_i(\bar{y}_i+\bar{z}_i)}{\tilde{F}_i(\bar{y}_i)}$$
$$\prod_{m=i+1}^{j-1}f_m(\bar{\zeta}_m)\tilde{F}_j(s_B-\bar{z}_i-\sum_{m=i+1}^{j-1}\bar{\zeta}_m) \tag{4.3.19}$$

と定義される．ここで，$\bar{y}_i,\bar{z}_i$はそれぞれ健全度iに移行した時刻τ_{i-1}から点検時刻τ_Aまでの期間長，時刻τ_Aから健全度iが終了する時刻τ_iまでの期間長であり，健全度iの寿命は$\bar{\zeta}_i=\bar{y}_i+\bar{z}_i$と表される．以上の議論では$\bar{z}_i,\bar{\zeta}_{i+1},\cdots,\bar{\zeta}_{j-1}$を固定していた．しかし，変数$z_i\ (\geq 0),\zeta_{i+1}\ (\geq 0),\cdots,\zeta_{j-1}\ (\geq 0)$は確率変数であり，

$$0\leq z_i+\sum_{m=i+1}^{j-1}\zeta_m<s_B \tag{4.3.20}$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．目視点検時刻τ_Aにおいて健全度iの状態で時間$\bar{y}_i$が経過したという条件の下で，２回目の検査時刻$\tau_B=\tau_A+s_B$において健全度jが観測される条件付き確率$\kappa_{ij}(s_B|\bar{y}_i)$は

$$\kappa_{ij}(s_B|\bar{y}_i)=\int_0^{s_B}\int_0^{s_B-z_i}\cdots\int_0^{s_B-z_i-\sum_{m=i+1}^{j-2}\zeta_m}$$
$$g_{ij}(s_B,z_i,\zeta_{i+1},\cdots,\zeta_{j-1}|\bar{y}_i)dz_id\zeta_{i+1}\cdots d\zeta_{j-1} \tag{4.3.21}$$

と表せる．以上では，$\bar{y}_i$を固定して議論していたが，y_iは$0\leq y_i\leq s_A$の範囲で自由な値を取る．時刻$\tau_{i-1}=\tau_A-y_i$に健全度がiに推移する確率密度$\eta_i(s_A,y_i)$は

$$\eta_i(s_A,y_i)=\left\{\int_0^{s_A-y_i}\int_0^{s_A-y_i-\zeta_1}\cdots\right.$$
$$\int_0^{s_A-y_i-\sum_{m'=1}^{i-3}\zeta_{m'}}\prod_{m'=1}^{i-1}f_{m'}(\zeta_{m'})$$
$$\left.d\zeta_1\cdots d\zeta_{i-2}\right\}\tilde{F}_i(y_i) \tag{4.3.22}$$
$$\zeta_{i-1}=s_A-y_i-\sum_{m'=1}^{i-2}\zeta_{m'}$$

と表せる．この時，使用開始時刻から時間s_Aが経過した後の第１回目の検査時刻τ_Aで健全度iが観測され，さらにそれより時間s_Bが経過した第２回目の検査時刻$\tau_B=\tau_0+s_A+s_B$において健全度jが観測される同

時生起確率$w_{ij}(s_A, s_B)$は，

$$
\begin{aligned}
&w_{ij}(s_A, s_B) = \mathrm{Prob}[h(s_A) = i, h(s_A + s_B) = j] \\
&= \int_0^{s_A} \eta_i(s_A, y_i)\kappa_{ij}(s_B|y_i)dy_i \\
&= \int_0^{s_A} \int_0^{s_A - y_i} \int_0^{s_A - y_i - \zeta_1} \cdots \int_0^{s_A - y_i - \sum_{m'=1}^{i-3} \zeta_{m'}} \\
&\int_0^{s_B} \int_0^{s_B - z_i} \int_0^{s_B - z_i - \zeta_1} \cdots \int_0^{s_B - z_i - \sum_{m=i+1}^{j-2} \zeta_m} \\
&f_i(y_i + z_i) \prod_{m'=1}^{i-1} f_{m'}(\zeta_{m'}) \prod_{m=i+1}^{j-1} f_m(\zeta_m) \\
&\tilde{F}_j(s_B - z_i - \sum_{m=i+1}^{j-1} \zeta_m) dy_i d\zeta_1 \cdots d\zeta_{i-2} \\
&dz_i d\zeta_{i+1} \cdots d\zeta_{j-1} \\
&\zeta_{i-1} = s_A - y_i - \sum_{m'=1}^{i-2} \zeta_{m'}
\end{aligned}
\tag{4.3.23}
$$

と表せる．なお，目視点検時刻τ_Aにおいて健全度Iが観測される確率は式(4.3.18)で表される．また，検査時刻τ_Aにおいて健全度i $(i = 1, \cdots, I-1)$が観測され，検査時刻τ_Bにおいて健全度Iが観測される確率$w_{iI}(s_A, s_B)$は

$$
w_{iI}(s_A, s_B) = w_i(s_A) - \sum_{j=i}^{I-1} w_{ij}(s_A, s_B) \tag{4.3.24}
$$

と表される．以上のように，劣化状態確率を定義できるが，それを明示的に関数形を用いて表現することは不可能である．劣化状態確率を求めるためには多重積分を数値計算により求めることが必要となる．なお，ワイブルハザード関数の加速度パラメータα_iが$\alpha_i = 1$となる時，指数ハザード関数

$$
\lambda_i(y_i) = \theta_i \tag{4.3.25}
$$

を得る．この場合には，劣化状態確率を解析的に解くことができる．**3章**では，すべての健全度iのハザード関数が式(4.3.25)の指数ハザード関数で表現できる時，任意の時点間における状態推移確率をマルコフ推移確率で表現できることを明らかにした．このように多段階指数劣化ハザード関数は，本章で提案した多段階ワイブル劣化ハザード関数の特殊形と考えることができる．

4.3.4 アセットマネジメントのための管理指標

多段階ワイブル劣化ハザードモデルに基づいて，土木施設のアセットマネジメントのための管理指標を導出しよう．まず，ある健全度iに到達した時刻τ_iから，劣化が進展して次の健全度$i+1$に移行するまでの期待期間長（以下，健全度期待寿命と呼ぶ）は，生存関数$\tilde{F}_i(y_i)$を用いて

$$
RMD(i) = \int_0^{\infty} \tilde{F}_i(y_i) dy_i \tag{4.3.26}
$$

と表すことができる [13]．ここで，ワイブルハザード関数を用いた生存関数$\tilde{F}_i(y_i)$が式 (4.3.10) で表されることに留意すれば，健全度期待寿命は

$$RMD(i) = \int_0^\infty \exp(-\theta_i y_i^{\alpha_i}) dy_i \tag{4.3.27}$$

と表される．しかし，限られた時刻に実施される目視点検により健全度を観測する場合，ある健全度に到達した時刻τ_iに関するデータを獲得することができない．そこで，このような土木施設を管理する場合，初期時刻からの使用時間sと目視点検で観測された健全度iに基づいて期待余寿命を定義した方が便利である．まず，初期時刻から健全度iが終了し，つぎの健全度$i+1$に推移するまでの期待余寿命$RL(i)$（以下，健全度iまでの初期期待寿命と呼ぶ）を定義しよう．そのために，初期時刻から使用時間sが経過した時刻$\tau = \tau_0 + s$において健全度iが終了する（健全度$i+1$が開始する）確率密度を

$$\begin{aligned}\rho_i(s) = &\int_0^s \int_0^{s-\zeta_1} \cdots \int_0^{s-\sum_{m=1}^{i-2}\zeta_m} \\ &\prod_{m=1}^{i-1} f_m(\zeta_m) f_i(s - \sum_{m=1}^{i-1}\zeta_m) d\zeta_1 \cdots d\zeta_{i-1}\end{aligned} \tag{4.3.28}$$

と定義しよう．$RL(i)$は初期時刻から健全度iの状態が終了するまでの期待期間長であり，

$$RL(i) = \int_0^\infty s\rho_i(s) ds \tag{4.3.29}$$

と表すことができる．ワイブルハザード関数を用いた場合，健全度iまでの初期期待寿命$RL(i)$と各健全度の期待寿命$RMD(m)$の和$\sum_{m=1}^{i} RMD(m)$が一致する保証はない．つぎに，初期時刻から時間s_Aが経過した時刻τ_Aに健全度iが観測されたと考えよう．式 (4.3.23) を利用すれば，目視点検時刻$\tau_A = \tau_0 + s_A$で健全度iが観察されたのちに，時刻τ_Aから時間sが経過した時刻で健全度jが終了する条件付き確率密度$\nu_j(s|h(s_A) = i)$は

$$\begin{aligned}&\nu_j(s|h(s_A) = i) \\ &= \frac{1}{w_i(s_A)} \Big\{ \int_0^{s_A} \int_0^{s_A - y_i} \int_0^{s_A - y_i - \zeta_1} \cdots \\ &\int_0^{s_A - y_i - \sum_{m'=1}^{i-3}\zeta_{m'}} \int_0^s \int_0^{s-z_i} \cdots \\ &\int_0^{s - z_i - \sum_{m=i+1}^{j-2}\zeta_m} f_i(y_i + z_i) \prod_{m'=1}^{i-1} f_{m'}(\zeta_{m'}) \\ &\prod_{m=i+1}^{j-1} f_m(\zeta_m) f_j(s - z_i - \sum_{m=i+1}^{j-1}\zeta_m) dy_i d\zeta_1 \cdots d\zeta_{i-2} \\ &dz_i d\zeta_{i+1} \cdots d\zeta_{j-1} \Big\} \\ &(i \le j; i, j = 1, \cdots, I-1) \\ &\zeta_{i-1} = s_A - y_i - \sum_{m'=1}^{i-2}\zeta_{m'}\end{aligned} \tag{4.3.30}$$

と定義される．この時，初期時刻から時間s_Aが経過した時刻で実施された目視点検で健全度iが観測された時に，健全度j $(j \geq i)$が終了するまでの期待余寿命（以下，条件付期待余寿命と呼ぶ）$RL_j(h(s_A)=i)$は

$$RL_j(h(s_A)=i) = \int_0^\infty s\nu_j(s|h(s_A)=i)ds \tag{4.3.31}$$
$$(i \leq j; i,j = 1,\cdots,I-1)$$

と表される．

4.4 モデルの推定方法

4.4.1 目視検査データの内容

同種の土木施設に関するK個の目視点検データが得られたとする．まず，検査サンプルk $(k=1,\cdots,K)$に対して，当該サンプル施設の使用が開始された初期時刻$\bar{\tau}_0^k$，目視点検が実施されたカレンダー時刻$\bar{\tau}_A^k$と，検査で計測された施設の健全度のレーティング$h(\bar{s}^k)$に関するデータのみが獲得できる場合を考えよう．ただし，記号「 ¯ 」は実測値であることを示す．また，$\bar{s}^k = \bar{\tau}_A^k - \bar{\tau}_0^k$は検査サンプル$k$の使用時間である．さらに，検査時刻における健全度データに基づいて，ダミー変数ベクトル$\bar{\boldsymbol{\delta}}^k = \{\bar{\delta}_i^k \ (i=1,\cdots,I)\}$の各要素を

$$\bar{\delta}_i^k = \begin{cases} 1 & h(\bar{s}^k) = i \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{4.4.32}$$

と定義する．さらに，土木施設の劣化速度に影響を及ぼす土木施設の構造特性や使用環境を表す特性ベクトルを$\bar{\boldsymbol{x}}^k = (\bar{x}_1^k,\cdots,\bar{x}_R^k)$と表す．ただし，$\bar{x}_r^k$ $(r=1,\cdots,R)$は検査サンプルkのr番目の特性変数の観測値を表す．検査サンプルkが有するデータは$\xi^k = (\bar{\boldsymbol{\delta}}^k, \bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$として整理できる．

一方，検査サンプル$k(k=1,\cdots,K)$の劣化過程をワイブルハザード関数

$$\lambda_i^k(y_i) = \theta_i^k \alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \ (i=1,\cdots,I-1) \tag{4.4.33}$$

を用いて表現しよう．健全度Iは劣化過程の吸収状態であり，$\lim_{s\to\infty} w_I(s) = 1$が成立するためハザード率は定義されない．土木施設の劣化過程を特徴づけるハザード率θ_i^k $(i=1,\cdots,I-1; k=1,\cdots,K)$は土木施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え，ハザード率θ_i^kを特性ベクトル$\bar{\boldsymbol{x}}^k$を用いて

$$\theta_i^k = \bar{\boldsymbol{x}}^k \boldsymbol{\beta}_i' \tag{4.4.34}$$

と表そう．ただし，$\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i1},\cdots,\beta_{iR})$は未知パラメータ$\beta_{ir}$ $(r=1,\cdots,R)$による行ベクトルである．記号$'$は転置操作を表す．劣化状態確率の推定手順の第１段階では，検査サンプルデータξ^k $(k=1,\cdots,K)$に基づいてワイブルハザード関数$\lambda_i^k(y_i)$を推定することになる．本章では，ワイブルハザード関数を推定する方法について述べる．その際，**4.4.2**では，初期時刻から１回のみの点検結果が得られる場合を想定

した推定法を提案する．さらに，**4.4.3** では，複数時刻の点検結果が得られる場合を対象とした推定方法についても説明する．本章で提案する方法論では，個別施設ごとにハザード関数を推定することが可能である．しかし，現実の土木施設マネジメントにおいて，個別の施設ごとに施設寿命を求めるよりも，類似の施設を対象にして平均的な劣化状態確率を推定した方が便利な場合が少なくない．そこで，**4.4.4** では，推定したワイブルハザードモデルを用いて平均的な劣化状態確率を推定する方法について説明する．

4.4.2 ワイブルハザード関数の推定

検査サンプルkに関して獲得できるデータは$\xi^k = (\bar{\boldsymbol{\delta}}^k, \bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$である．劣化状態確率はワイブルハザード関数を用いて式(4.3.12),(4.3.14),(4.3.17),(4.3.18)のように表すことができる．ハザード率は土木施設の特性ベクトル$\bar{\boldsymbol{x}}^k$を用いて式(4.4.34)で表現できる．また，劣化状態確率はデータが観察された使用時間$\bar{s}^k$にも依存する．このことを明示的に表すため劣化状態確率$w_i(\bar{s}^k)$を目視点検による実測データ$(\bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$と未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\gamma} = \{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_i\ (i = 1, \cdots, I-1)\}$の関数として$w_i(\bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma})$と表そう．ただし，$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \cdots, \alpha_{I-1})$は未知パラメータ$\alpha_i\ (i = 1, \cdots, I-1)$による行ベクトルである．いま，$K$個の土木施設の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全検査サンプルの劣化状態の分布パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数を

$$\begin{aligned}\ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma})] &= \ln\left[\prod_{i=1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\left\{w_i(\bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma})\right\}^{\bar{\delta}_i^k}\right] \\ &= \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K}\bar{\delta}_i^k \ln\left[w_i(\bar{s}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma})\right] \end{aligned} \tag{4.4.35}$$

と表わせる[16],[17]．検査データ$\bar{\boldsymbol{\delta}}^k$, $\bar{s}^k$, $\bar{\boldsymbol{x}}^k$はすべて確定値であり，対数尤度関数は未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\gamma}$の関数である．ここで，式(4.4.35)の対数尤度関数を最大にするようなパラメータ値$\boldsymbol{\gamma}$の最尤推定量は

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \ln[\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\gamma}})]}{\partial \gamma_{ir}} = 0, \\ &(i = 1, \cdots, I-1; r = 0, 1, \cdots, R)\end{aligned} \tag{4.4.36}$$

を同時に満足するような推定量$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\hat{\gamma}_{10}, \cdots, \hat{\gamma}_{I-1R})$として与えられる．ただし，$\hat{\alpha}_i = \hat{\gamma}_{i0}$，$\hat{\boldsymbol{\beta}}_i = (\hat{\gamma}_{i1}, \cdots, \hat{\gamma}_{iR})$を表す．最適化条件は$(I-1)\times(R+1)$次の連立非線形方程式であり，Newton法を基本とする逐次反復法[18]を用いて解くことができる．また，パラメータの漸近的な共分散行列の推定量$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\gamma}})$は，

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) = \left[\frac{\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\gamma}})\}}{\partial \boldsymbol{\gamma}\partial \boldsymbol{\gamma}'}\right]^{-1} \tag{4.4.37}$$

と表すことができる．ただし，上式の右辺の逆行列は$\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\gamma}})\}/\partial\gamma_{ir}\partial\gamma_{i'r'}$を要素とする$(I-1)(R+1)\times(I-1)(R+1)$次のFisher情報行列[19]の逆行列である．なお，以上の計算過程において，式(4.4.35)の対数尤度関数に含まれる劣化状態確率$w_i(s)$が解析的に求まらず式(4.3.17)の多重積分の値を求めることが必要となる．適用事例において，最尤推定量$\hat{\boldsymbol{\gamma}}$の推定精度が多重積分の計算精度に依存することが判明した．

そこで，本章では，数値積分の計算精度を向上させるために，単積分には二重指数関数型積分公式 [19] を，多重数値積分には，優良格子点法による多次元数値積分法 [20] を用いている．

4.4.3 複数時刻の点検データを用いた推定法

多くのアセットマネジメント現場では，初期時刻から１回の目視点検の結果のみが利用可能な場合が少なくない．しかし，今後点検データが蓄積されれば，複数の目視点検結果が得られる可能性も起こりうる．複数回の目視点検結果が得られる場合にも，以上の方法論を拡張することにより対応が可能である．以下では，複数回の目視点検結果が獲得できる場合の多段階ワイブル劣化ハザードモデルの推定方法について説明する．議論の見通しを良くするために，初期時刻から２回の検査結果が獲得できる場合を考える．３回以上の目視点検が実施された場合も，１回目と２回目，２回目と３回目等，２回の目視点検が繰り返されると考える．いま，検査サンプル k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して，当該サンプル施設の使用が開始された初期時刻 $\bar{\tau}_0^k$ と２回の目視点検が実施されたカレンダー時刻 $\bar{\tau}_A^k$，$\bar{\tau}_B^k$ と，検査で計測された施設の健全度 $h(\bar{s}_A^k)$，$h(\bar{s}_A^k + \bar{s}_B^k)$ に関するデータが獲得できると考えよう．ただし，$\bar{s}_A^k = \bar{\tau}_A^k - \bar{\tau}_0^k$，$\bar{s}_B^k = \bar{\tau}_B^k - \bar{\tau}_A^k$ である．さらに，ダミー変数行列 $\bar{\boldsymbol{\Delta}}^k = \{\bar{\delta}_{ij}^k \ (i = 1, \cdots, I-1, j = 1, \cdots, I)\}$ の各要素を

$$\bar{\delta}_{ij}^k = \begin{cases} 1 & h(\bar{s}_A^k) = i, h(\bar{s}_A^k + \bar{s}_B^k) = j \text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{4.4.38}$$

と定義する．検査サンプル k が有するデータは $\Xi^k = (\bar{\boldsymbol{\Delta}}^k, \bar{\boldsymbol{s}}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$ として整理できる．ただし，$\bar{\boldsymbol{s}}^k = (\bar{s}_A^k, \bar{s}_B^k)$ である．劣化状態確率はワイブルハザード関数を用いて式 (4.3.23),(4.3.24) のように表すことができる．劣化状態確率が検査データに依存していることを明示的に示すために，劣化状態確率 $w_{ij}(\bar{s}_A^k, \bar{s}_B^k)$ を目視点検による実測データ $(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k)$ と未知パラメータ $\boldsymbol{\gamma}$ の関数として $w_{ij}(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma})$ と表そう．**4.4.2** で述べたように，$\boldsymbol{\gamma} = \{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_i \ (i = 1, \cdots, I-1)\}$ である．いま，K 個の土木施設の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全検査サンプルの劣化状態の分布パターンの同時生起確率密度を表す対数尤度関数を

$$\begin{aligned} \ln[\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma})] &= \ln \left[\prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^{I} \prod_{k=1}^{K} \left\{ w_{ij}(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma}) \right\}^{\bar{\delta}_{ij}^k} \right] \\ &= \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=i}^{I} \sum_{k=1}^{K} \bar{\delta}_{ij}^k \ln \left[w_{ij}(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^k : \boldsymbol{\gamma}) \right] \end{aligned} \tag{4.4.39}$$

と表せる．以下，**4.4.2** と同様の方法で最尤推定量 $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ を求めることができる．なお，第１回目の点検で健全度 I が観測された時には直ちに更新が実施されると考え，式 (4.4.39) の尤度の定義に $i = I$ の場合が含まれていないことを断っておく．

4.4.4 平均的劣化状態確率の導出

本章で提案した方法により，個々の土木施設ごとに，使用時間に依存した劣化状態確率を推定することが可能である．しかし，数多くの土木施設全体としての劣化パターンを予測する場合，個別の土木施設ご

表４－１ 劣化ランク評価基準

点検結果	健全度	物理的な意味
OK	1	損傷なし
B	2	損傷はあるが，機能低下が見られないので損傷の進行状態を観察する
A	3	損傷があり機能低下が見られ補修が必要であるが緊急補修を要しない場合
AA	4	損傷が著しく機能的に緊急補修の必要のある場合

との劣化状態確率よりも，平均的な劣化状態確率を求める方が便利な場合が多い．そのためには，土木施設群（あるいは，その部分集合）を対象とした劣化状態確率の平均化操作法を開発することが必要となる．本章ではハザード率θ_i^k $(k=1,\cdots,K)$に着目した平均化操作を提案しよう．いま，対象とする土木施設母集団における施設特性の分布関数を$\Gamma(\boldsymbol{x})$と表そう．この時，母集団におけるハザード率の期待値$E[\theta_i]$は

$$E[\theta_i] = \int_{\Theta} \boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta}_i' d\Gamma(\boldsymbol{x}) \tag{4.4.40}$$

と表せる．Θはサンプル母集団を表す．この時，平均化操作後のワイブルハザード関数は

$$\overline{\lambda}_i(y_i) = E[\theta_i]\alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \tag{4.4.41}$$

と表される．平均操作後のワイブルハザード関数を用いて，平均的劣化状態確率（式(4.3.12),(4.3.14),(4.3.17),(4.3.18)）およびアセットマネジメント管理指標（式(4.3.29),(4.3.31)）を求めることができる．

4.5 適用事例

4.5.1 適用事例の概要

本章で提案した多段階ワイブルハザードモデルを，日本道路公団東北支社管内のトンネル照明灯具の点検データベースに適用した．照明灯具の材質として鋼板とステンレス鋼板（SUS）の２種類が存在する．SUSを利用した照明灯具は，導入されてから日も浅く，十分な劣化点検データが蓄積されていない．したがって，適用事例としては鋼板を利用した照明灯具の点検データのみを用いることとする．分析対象としたトンネル照明の構造検査データは，2002年4月から2003年1月までに実施された一斉点検に基づくものである．同データベースでは，灯具の供用開始時刻が記録されている．供用開始から，点検時刻までの平均経過年数は約11.8年である．同点検では，各照明灯具の劣化ランクを，**表４－１**に示すようにOK，B，A，AAの4段階のレーティングで評価している．本章で提案するモデルで用いる健全度との対応関係を**表４－１**のように設定する．

適用事例で用いたデータベースには合計12,311個のサンプルデータが含まれている．サンプルデータの

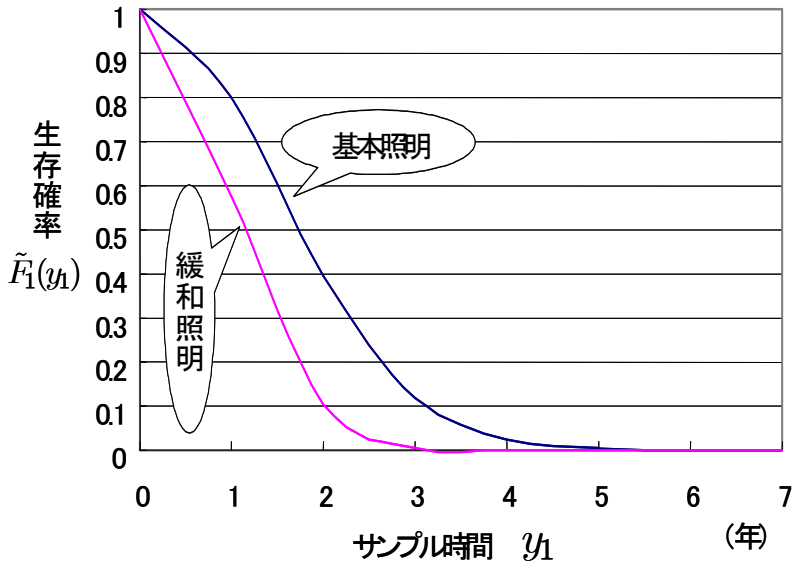
表４－２　データサンプル数

	サンプル数	平均経過年数
OK → OK	2	5.24年
OK → B	1,321	8.31年
OK → A	10,238	11.98年
内（補修履歴なし）	6,073	9.72年
OK → AA	750	15.91年
補正後	4,915	15.36年
合計	12,311	

表４－３　ハザードモデルの推定結果

	多段階ワイブル劣化ハザード				多段階指数劣化ハザード			
健全度	α_i	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$	α_i	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$
1	2.039	0.548	-0.323	0.367	1.0	1.054	-0.370	0.847
(t値)	(477.54)	(6.14)	(-3.49)	-	-	(10.12)	(-3.66)	-
2	1.623	0.0812	-	0.0812	1.0	0.265	-	0.265
(t値)	(469.92)	(32.90)	-	-	-	(58.99)	-	-
3	5.709	0.000011	-	0.000011	1.0	0.0882	-	0.0882
(t値)	(1486.69)	(15.10)	-	-	-	(35.43)	-	-
初期尤度	-811,804.79				-811,804.79			
尤度	-7,041.67				-8,996.89			
尤度比	0.991				0.989			

内，供用開始時刻から，一斉点検時刻までに観測された劣化ランクの推移状態を**表４－２**に整理している．また，同表には，それぞれの劣化ランクの推移パターンに含まれるサンプルの供用開始時刻からの平均経過年数も示している．推移パターンは，点検時刻において当該の劣化ランクに到達していたことを示したものであり，実際には点検時刻より前に遡った時刻に当該の劣化ランクに推移したと考えることができる．したがって，**表４－２**に示す平均経過年数は実際の健全度期待寿命により過大になっている可能性がある．同支所では，照明灯具の劣化が劣化ランク AA まで進行すれば補修を実施している．点検データベースには，補修が施された照明灯具は，ランク A まで回復すると判定されている．さらに，点検時刻で，補修を実施しても劣化ランクが回復されないと判断された照明灯具は取り替えられる．同点検記録には，劣化ランク A と判定された灯具の中に「本体腐食損傷箇所補修並びに落下防止処置実施」と所見が記録されたサンプルが4,165個存在する．したがって，推移パターン「OK→A」と分類された10,238個のサンプルの内，6,073個のサンプルが補修の履歴がないサンプルである．補修が実施された灯具は，点検時刻までに劣化ランクが少なくとも一度ランク AA に到達した履歴があることを示している．同表に示すように，点検時刻にランク AA と判定されたサンプル数は750個存在する．これに補修歴のあるサンプル数を加算した補正後のサンプル数は4,915個，平均経過年数は15.36年となる．適用事例では，以上のように補正した後のデータベースを用いることとした．



注) 基本照明と緩和照明の健全度１の初期時刻からの経過時間y_1と生存確率$\tilde{F}_1(y_1)$の関係を示している．

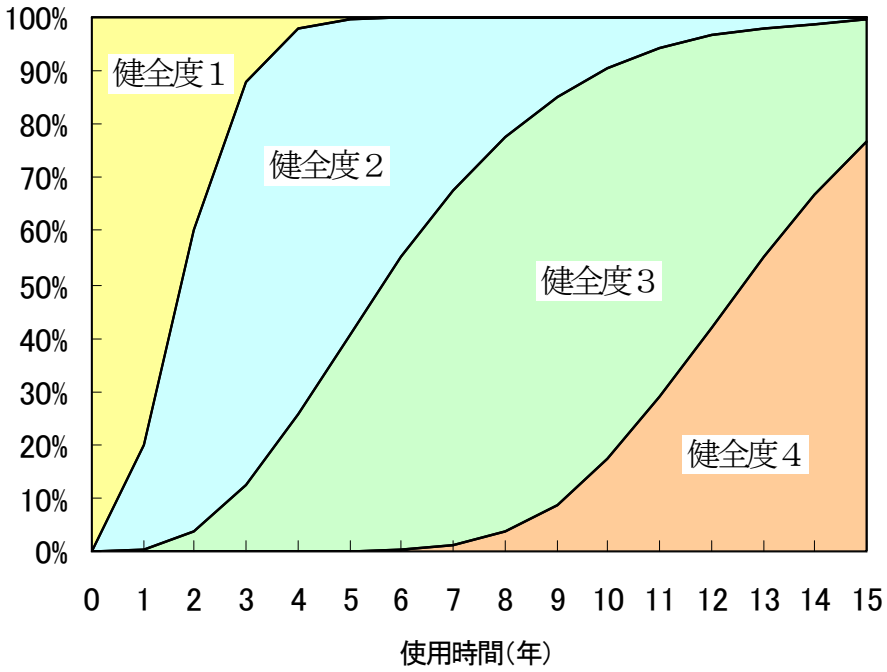
図４－５ 生存確率$\tilde{F}_1(y_1)$

4.5.2 ハザードモデルの推定

多段階ワイブル劣化ハザードモデルの推定にあたって，説明変数として，１）供用時刻から点検時刻までの経過時間（使用時間）$\bar{s}^k$，２）照明の種類（基本照明か，緩和照明），３）交通量，４）トンネル勾配等を説明変数の候補として採用した．緩和照明はトンネル導入部，基本照明はトンネル内部の照明に用いられており，基本照明と緩和照明の区別は，トンネル内で照明灯具が位置している場所に関する情報を表している．以上の変数の組み合わせたすべてのケースに対して多段階ワイブル劣化ハザード関数を推定した．その中で，符号条件とt-検定の結果を満足し，かつ尤度比が最も大きくなるような変数の組み合わせを採用した．その結果，選択された説明変数としては，使用時間，および照明の種類である．これらの説明変数を用いた場合，各健全度に対応するワイブルハザード関数は

$$\lambda_i^k(y_i^k) = \alpha_i(\beta_{i0} + \beta_{i1}d^k)(y_i^k)^{\alpha_i - 1} \ (i = 1, 2, 3) \tag{4.5.42}$$

と表すことができる．ただし，β_{i0}は定数項，β_{i1}はパラメータ，d^kはサンプルkが基本照明の場合に$d^k = 1$，そうでない場合は$d^k = 0$となるダミー変数，α_iは加速度パラメータである．説明変数y_i^kはサンプルkの健全度がiに到達した時点からの使用時間を表している．使用時間y_i^kを直接観測することはできないが，当該サンプルの健全度が$\bar{i}$であることが観測された場合，$\sum_{m=1}^{\bar{i}} y_m^k = \bar{s}^k$が成立する．以上のように特定したワイブルハザード関数を推定した結果を**表４－３**に一括して示している．同表に示すように，健全度１の場合は照明の種別により劣化速度に有意な差異がみられ，基本照明のダミー変数の係数が負値を示してい



注) 基本照明の場合を対象として，初期時刻からの使用時間 s と劣化状態確率 $w_i(s)$ の関係を示している．

図４－６ 劣化状態確率 $w_i(s)$

る．このことはトンネル開口部に位置する緩和照明の方が，灯具の初期劣化速度が早いことを意味している．一方，健全度２に劣化した後の劣化速度に有意な差はみられない．さらに，多段階ワイブル劣化ハザードモデルの有効性を検討するために，各健全度の劣化予測のために指数ハザードモデルを用いた多段階指数ハザード劣化モデルも推定した．その結果も**表４－３**に示している．**4.3.3** で言及したように，多段階指数劣化ハザードモデルは，多段階ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータ α_i の値を１に固定した特殊ケースに該当する．多段階指数劣化ハザードモデルの方が，パラメータ推定にあたって制約条件が新たに加わるため，推定結果の尤度比は多段階ワイブル劣化ハザードモデルの方が大きくなる．**表４－３**に示すようなサンプル特性に従って，サンプル母集団におけるハザード率の期待値 $E[\theta_i]$ を求めた．その結果を**表４－３**に併記している．多段階ワイブル劣化ハザードモデルの加速度パラメータは $\alpha_1 = 2.039$，$\alpha_2 = 1.623$，$\alpha_3 = 5.709$ となり，使用時間 y_i^k $(i = 1, 2, 3)$ が増加するほど劣化速度が加速度的に大きくなる．

図４－５は健全度１の生存確率 $\tilde{F}_1(y_1)$ を基本照明（$d^k = 1$），緩和照明（$d^k = 0$），それぞれについて示したものである．緩和照明の方が次の健全度に推移する確率が高いことが分かる．また，この図を詳細に見ると，緩和照明の約80%が健全度２に推移している時点（$y_1 \simeq 1.7$）でも，基本照明の半分近くは健全度１に留まっていることが分かる．**図４－６**は，照明灯具の使用時間の経過により，灯具の健全度の分布

表４－４ 管理指標

健全度	健全度期待寿命 $RMD(i)$		初期期待寿命 $RL(i)$	
	Weibull	Markov	Weibull	Markov
1	1.45年	1.23年	1.45年	1.27年
2	4.20年	3.77年	5.65年	5.00年
3	7.30年	11.34年	12.95年	16.34年

注）Weibullは多段階ワイブル劣化ハザードモデルを，Markovは多段階指数劣化ハザードモデルを表す．

状態（劣化状態確率）がどのように変化するかを示している．使用時間の経過により健全度が悪化する状態が読み取れる．使用時間6年が経過したあたりで，健全度４に到達する灯具が現れ始めるため，点検が必要となることが理解できる．使用時間15年に到達すると，ほとんどの灯具の健全度が３もしくは４となり，しかも大半が健全度４の状況になっている．

4.5.3 管理指標の算定

表４－３に示す多段階ワイブル劣化ハザードモデル，多段階指数劣化ハザードモデルに基づいて，健全度期待寿命 $RMD(i)$ と初期期待寿命 $RL(i)$ を算定した．その結果を**表４－４**に示している．一方，多段階指数劣化ハザードモデルでは，各健全度期待寿命の和が初期期待寿命に一致し，$\sum_{m=1}^{i} RMD(m) = RL(i)$ が成立する．多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いた場合，健全度が４に陥るまでの期待使用時間を表す $RL(3)$ は12.95年となり，**表４－２**に示した変化パターン $1 \rightarrow 4$ の平均経過年数15.36年より短い値となっている．一方，多段階指数劣化ハザードモデルを用いた場合，$RL(3) = 16.34$ となり初期期待寿命が過大に推定されている．前述したように，多段階ワイブル劣化ハザードモデルの加速度パラメータは$\alpha_i > 1$ が成立する．すなわち，使用時間 y_i^k $(i = 1, 2, 3)$ が増加するほど劣化速度が大きくなる．しかし，多段階指数劣化ワイブルモデルでは，ハザード率は使用時間に関わらず一定値をとるため，劣化が進展した照明灯具の期待寿命を過大推定する結果となる．前述したように，劣化過程を期待指数劣化ワイブルモデルで表現できる場合，ある一定期間を隔てた２つの時間断面間の健全度の推移パターンをマルコフ推移確率で表現できることになる．しかし，本適用事例の場合，指数ハザードモデルを用いると期待寿命を過大評価することになり，照明灯具の健全度推移パターンをマルコフ推移確率行列で表現することには問題があることが理解できる．つぎに，条件付期待余寿命 $RL_3(h(s_A) = i)$ を求めた結果を**表４－５**に示している．条件付期待余寿命 $RL_3(h(s_A) = i)$ は，初期時刻からある使用時間 s_A が経過した点検時刻で，健全度 i と判定した照明灯具の健全度3が終了する（健全度4に移行する）までの期待余寿命を示したものである．条件付期待余寿命に関する情報に基づいて，次回の点検時刻（あるいは取替え時刻）を判断することができる．**表４－３**に示した多段階ワイブル劣化ハザードモデルでは，使用時間の経過とともに劣化速度が加速化さ

表４－５　条件付期待余寿命 $RL_3(h(s_A)=i)$

健全度 i	$i=1$	$i=2$	$i=3$
$s_A=2$	11.85年	10.54年	6.40年
$s_A=4$	－	9.94年	5.77年
$s_A=6$	－	9.39年	4.92年
$s_A=8$	－	9.02年	3.96年
$s_A=10$	－	－	3.15年
$s_A=12$	－	－	2.60年

注）生存確率が10%以上となる使用時間 s_A についてのみ表示している．

れるため，同一の健全度が観測されても供用開始時刻からの使用時間数が長くなるほど，条件付期待余寿命は小さくなっている．

4.6　結言

本章では土木施設の統計的劣化予測のための多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案した．その際，土木施設の健全度を複数のレーティング指標で表すとともに，健全度間の推移過程をワイブルハザードモデルを用いて表現した．さらに，目視点検データに基づいてワイブルハザードモデルを最尤推定する方法論を提案した．本章で提案した方法論により，構造特性や使用環境，使用時間が異なる異質な検査データを用いて，それぞれの土木施設の劣化過程の特性を非集計的に推定することが可能となる．さらに，本章で提案した多段階ワイブル劣化ハザードモデルにより，初期時刻より任意の時間が継続した後の劣化状態確率を推定することが可能となる．さらに，高速道路上に設置されている照明灯具を対象とした適用事例を通じて，本章で提案した多段階ワイブル劣化ハザードモデルの有用性を実証的に検証した．本章で提案した方法論は道路付帯施設以外にも幅広い土木施設の劣化予測に適用可能であり，今後実証研究を蓄積していくことが必要である．たとえば，道路舗装の劣化は不確実性が大きく，本章で提案した方法論が有効であると考える．さらには，本章で推定した多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いた，土木施設の最適補修戦略を決定する方法論の開発が必要となる．

参考文献

[1] 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.

[2] 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.29-38, 2003.

[3] 水谷守，足立幸郎，小塚幹夫：経年劣化構造物の維持補修計画最適化に関する研究，ICOSSAR'95 論文集，pp.341-348，1995.

[4] 赤石沢総光，吉田郁政，安田登，宮本幸始：性能設計を活用したRC構造物の保守頻度・事故の最適化に関する研究，構造工学論文集，Vol.47A，pp.277-284，2001.

[5] 小牟禮健一，濱田秀則，横田弘，山路徹：RC桟橋上部工の塩害による劣化進行モデルの開発，港湾空港技術研究所報告，Vol.4，pp.3-37，2002.

[6] Lee, T. C., Judge, G.G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland,1970.

[7] 鍵本広之，佐藤道生，川村満紀：アルカリシリカ反応により劣化した施設の劣化度評価と細孔溶液分析による劣化進行の予測，土木学会論文集，No.641/V-46，pp.241-251, 2002.

[8] 小林孝一，宮川豊章:分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.173-186，2001.

[9] 堤知明，白井伸一，安田登，松島学：塩害劣化に関する影響要因の実データに基づく定量評価，土木学会論文集，No.544/V-32，pp.33-41，1996.

[10] 大野俊夫，魚本健人：コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49，pp.29-44，2000.

[11] 元路寛，関博，高木言芳：中性化したコンクリートにおける乾湿繰返し作用による鉄筋腐食に関する研究，土木学会論文集，No.697/V-54，pp.1-11，2002.

[12] 佐伯竜彦，大即信明，長瀧重義：中性化によるモルタル中の鉄筋腐食の定量的評価，土木学会論文集，No.532/V-30，pp.55-66，1996.

[13] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

[14] Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

[15] Shin,H.C. and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initation, *Journal of Infrastructure Planning and Management,* No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

[16] Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, 26, pp.24-36, 1958.

[17] Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variables is truncated lognormal, with an application to the determination of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.

[18] 磯田和男，大野豊：数値計算ハンドブック，オーム社，1990.

[19] 森棟公夫：計量経済学，東洋経済新報社，1999.

[20] 森正武：数値計算プログラミング，岩波書店，2000.

第5章

トンネル照明システムの最適点検・更新政策

5.1　緒言

トンネル照明ランプの劣化過程を直接観察することは不可能であり，劣化の結果として生じた照明ランプの故障（以下，不点と呼ぶ）の有無のみが観測できる．さらに，照明ランプの劣化過程に不確実性が存在し，照明ランプの寿命を確定的に把握することは不可能である．すでに，**2章**において，トンネル照明の劣化過程をワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現するとともに，照明ランプの使用を開始した時刻からの経過時間（以下，使用時間と呼ぶ）に基づいて照明ランプが不点となる確率を求める方法論を提案した．

トンネル照明システムは，数多くの照明ランプにより構成されるシステムである．トンネル照明システムの管理業務においては，照明ランプの取り替え費用だけではなく，管理業務に固有の固定費用が発生する．さらに，高速道路上での点検・更新業務は，走行速度の低下等の外部不経済をもたらす．このため，トンネル照明システムの管理にあたっては，個々の照明ランプごとに個別に管理するよりも，多くの照明ランプの点検・更新のタイミングを同期化することにより，ライフサイクル費用を抑制することが可能となる．

2章において，個々の照明ランプの劣化過程をワイブル劣化ハザードモデルを用いて予測する方法を提案した．しかし，一連の照明ランプ群で構成されるトンネル照明システムの点検・更新政策に関しては検討していない．トンネル照明システムの点検・更新政策を検討する場合，トンネル照明システムの点検・更新間隔と最大使用時間長が重要な政策パラメータとなる．照明ランプの不点確率を減少させるためには点検・更新頻度を多くし，最大使用時間長を短くすることが必要となる．一方で，ライフサイクル費用の増加を招くこととなる．このようにトンネル照明システムの不点リスクとライフサイクル費用の間にはトレードオフの関係がある．

本章では，集計的マルコフ過程モデルを用いて，トンネル照明システムの点検・更新政策が不点リスクとライフサイクル費用に及ぼす影響を分析する．さらに，所与の不点リスクに関する管理水準（以下，不点リスク水準と呼ぶ）に対して，トンネル照明システムのライフサイクル費用を最小化しうる最適管理政策を求める最適点検・更新モデルを提案する．以下，**5.2**では，本章の基本的な考え方を整理する．**5.3**では，トンネル照明システムの最適点検・更新モデルを定式化し，不点リスクとライフサイクル費用のトレー

ドオフの関係を分析する方法論を提案する．**5.4** では，現実のトンネル照明ランプのアセットマネジメント問題を対象とした実証分析について述べる．

5.2 本章の基本的な考え方

5.2.1 従来の研究概要

ハザードモデルを用いた生存時間解析に関しては，信頼性解析など多くの分野で適用事例があり，研究成果も豊富である．ハザードモデルの推定方法に関しても研究成果が蓄積されている．しかし，これらの研究は土木施設の統計的劣化予測を対象としたものであり，土木施設の具体的な維持・補修政策を検討するには至っていない．これに対して，本章では現実のデータに基づいて推定したワイブルハザードモデルを用いて，トンネル照明システムの点検・補修戦略を求める方法論を提案する．

土木施設の最適アセットマネジメント政策を求めるための最適維持補修モデルに関しても，多くの研究の蓄積がある．中でも，土木施設の劣化過程をマルコフ過程 [1] で表現し，マルコフ決定過程を用いて最適維持補修政策を求めることを目的とした最適維持補修モデルが数多く提案されている [2]–[5]．さらに，リアルオプション理論を用いて，マルコフ決定モデルを拡張した研究事例 [6] や，最適ジャンプ制御過程を用いた最適維持補修モデル [7],[8] も提案されている．これらの研究は，いずれも単体としての土木施設の最適補修政策を分析することを目的としており，多くの土木施設で構成されるシステムの最適点検・更新政策を対象としたものではない．さらに，劣化過程の推移現象が過去の履歴に依存しないマルコフ過程モデルで表現されているため，劣化速度が使用時間に依存するような土木施設のアセットマネジメント問題に適用できない．

本章で対象とするトンネル照明システムのアセットマネジメントにおいては，同種の数多くの照明ランプの劣化過程を同時に点検・更新することが必要となる．さらに，照明ランプの寿命が短く，劣化速度が使用時間に依存するという特性がある．本章では，このような特性を持つトンネル照明システムの最適点検・更新政策を検討するにあたり，多数の照明ランプの点検・更新政策のタイミングを一致させるような最適同期化政策に着目することとする．さらに，劣化速度が使用時間に依存するような劣化過程が，使用時間を状態変数として明示的にとりあげたマルコフ過程モデルで表現されることを示す．その上で，照明ランプの点検・更新タイミングの最適同期化政策を，集計的マルコフ過程モデルを用いて分析するような方法論を提案する．

5.2.2 トンネル照明システムの点検・更新政策

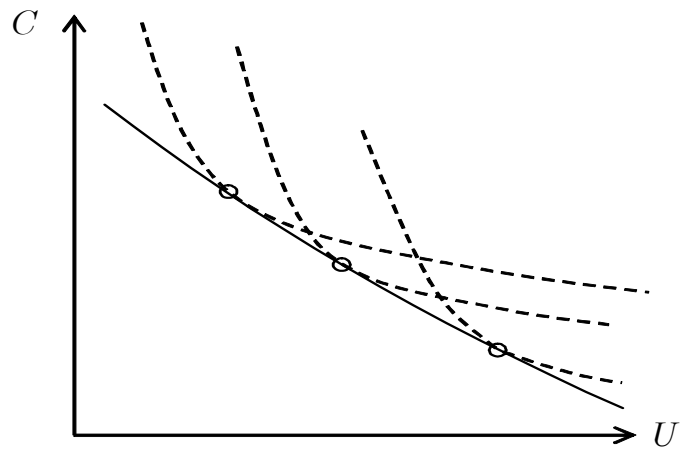
トンネル照明システムのアセットマネジメントにおいては，個々の照明ランプの更新費用だけでなく，点検・更新業務を実施するために固定費用が発生する．さらに，点検・更新業務により，道路混雑等の外部不経済が発生する可能性もある．したがって，トンネル照明システムを管理する場合，照明ランプの点検・

更新のタイミングを同期化することによりライフサイクル費用を削減することが可能となる．いま，トンネル照明システムが数多くの同種の照明ランプで構成されており，定期的に照明ランプの不点を点検している場合を考えよう．この場合，点検・更新戦略として，１）定期点検の時間間隔と，２）照明ランプの最大使用時間長を考えることができる．定期点検の時間間隔を広げれば，点検・更新業務に付随して発生する固定費用を削減することができる．さらに，照明ランプの更新費用を削減することも可能となろう．一方で，点検・更新間隔を広げれば，不点となる照明ランプの数が多くなり，不点リスクが増加する．照明ランプの最大使用時間長に関しても，同様のトレードオフの関係が成立する．すなわち，使用時間が大きい照明ランプほど不点となる確率が大きくなる．したがって，照明ランプが不点となる確率を抑制するためには，使用時間がある一定の値（最大使用時間長と呼ぶ）に到達すれば，不点の有無にかかわらず照明ランプを取り替えることが望ましい．しかし，最大使用時間長を過度に短くすれば，照明ランプの取り替え費用が増大し，結果としてライフサイクル費用が増加する．このように，定期点検間隔と最大使用時間長は，**5.2.3** で議論するように，管理目標であるライフサイクル費用，および不点リスクに関してトレードオフの関係が存在する．

なお，照明ランプの更新政策として，１）逐次更新ルール，２）一斉更新ルールという２つのルールを考えることができる．前者は定期点検時に不点が判明した照明ランプのみを更新するルールである．後者は，ある一定の期間ごとに，照明ランプをすべて更新するルールである．一斉更新ルールを採用した場合，故障していない照明ランプも取り替えるために，逐次更新ルールを採用した場合よりも照明ランプの更新費用は増加する．一方，点検業務を省略することができるため，点検費用の節約が可能となる．逐次更新ルールと一斉更新ルールのいずれが望ましいかは，照明ランプの劣化特性，および点検費用・取り替え費用等に依存して決定され，先験的に決定することはできない．しかし，一斉更新ルールは，初回の点検時にすべての照明ランプを取り替えるルールに他ならず，逐次更新ルールにおいて点検間隔と最大使用時間長を一致させた特殊ケースに他ならない．したがって，本章では，逐次更新ルールと一斉更新ルールを区別せず，両方のルールを同時に考慮できるような最適点検・更新モデルを定式化することとする．

5.2.3 最適点検・更新政策

トンネル照明システムの管理水準として，ライフサイクル費用と不点リスクの２つをとりあげる．不点リスクの管理指標に関しては，**5.3.4** で議論するが，ここでは簡単のために照明ランプの不点確率を用いて不点リスクを表現しよう．一方，トンネル照明ランプの点検・更新政策として，**5.2.2** で議論したように，点検・更新間隔 d と最大使用時間長 md をとりあげる．すなわち，トンネル照明ランプの使用開始時点から，一定の点検回数を経過した照明ランプは自動的に更新する政策を考える．この時，最大使用期間長は，点検・更新間隔 d と最大点検回数 m の積 md で与えられる．ライフサイクル費用，不点確率を点検更新政策 $\xi = (d, m)$ の関数として，それぞれ $C(d, m)$，$U(d, m)$ と表そう．**図５－１** に示す破線は，点検・更新間

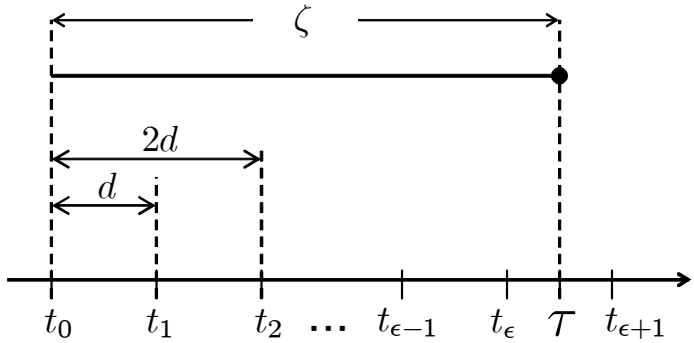


注） 破線は点検・更新時間dを固定し，最大使用時間長を変化させた$C-U$曲線を表している．縦軸はライフサイクル費用Cを，横軸は不点確率Uを表している．実線は，効率的なライフサイクル費用と不点リスク水準の組み合わせを表した費用・リスク曲線を表示している．

図５－１ 費用・リスク曲線

隔dを固定し，最大点検回数mを変化させ，管理水準である$C(d,m)$と$U(d,m)$の関係（以下，$C-U$曲線と呼ぶ）を例示している．同図の各破線に示すように，点検・更新間隔dを固定する限り，照明ランプの最大使用時間長を増加させるほど，ライフサイクル費用$C(d,m)$は減少し，照明ランプの不点確率$U(d,m)$は増加する．このようにライフサイクル費用と不点リスクの間には，最大使用時間長を介在して$C-U$曲線に示すようなトレードオフの関係が成立する．

以上では，点検・更新間隔を固定していたが，つぎに点検・更新間隔dを変化させよう．本章における実証分析の結果，$C-U$曲線は下に凸な形状を示すことが判明した．そこで，異なるdに対する$C-U$曲線に対して，**図５－１**において実線で示すような包絡線を定義することとした．このような包絡線上の各点は，不点リスクを所与とした時に達成可能なライフサイクル費用の最小値を示したものである．本章では，このような包絡線を費用・リスク曲線と呼ぶこととする．照明ランプの劣化過程に不確実性が存在するため，照明リスクの不点リスクを完全になくそうとすれば，ライフライクル費用の著しい増加を招くことになる．したがって，現実的にはある一定水準の不点リスクを受け入れざるを得ない．不点リスクに関する管理水準（不点リスク水準）を決定すれば，管理水準を達成するために必要となるライフサイクル費用を最小化するような最適点検・更新政策を求めることができる．このような不点リスク水準の決定にあたっては，利用者の効用や管理瑕疵，さらに経営主体の財務的構造等を総合的に勘案して決定すべきであり，本稿の域を越えている．**図５－１**で示すような，費用・リスク曲線は，効率的なライフサイクル費用と不点リスクの組み合わせを示したものであり，トンネル照明システムのアセットマネジメントの合理化を図る上で重要な情報を提供する．



注） 時刻$t_0, t_0+d, t_0+2d, \cdots$に定期点検が実施される．サンプルとして取り上げた照明ランプは時刻tに使用が開始され，時刻τに寿命が終了している．しかし，定期点検時刻$t_{\epsilon+1} = t_0 + (\epsilon+1)d$において，ランプが不点であることが観測される．

図５－２ 点検・更新過程

5.3 最適点検・更新モデルの定式化

5.3.1 モデル化の前提条件

トンネル照明システムを構成するある照明ランプの劣化・更新履歴が**図５－２**に示すように与えられたとしよう．時刻tはカレンダー上の実時刻を表す．以下，実時刻のことを「時刻」と呼ぶ．同図において，t_0においてランプの使用が開始され，時刻$\tau = t_0 + \zeta$にランプが不点となり，最初のランプの寿命が終了している．ここで，各照明ランプの使用開始時刻をその照明ランプの寿命の初期時点とするサンプル時間軸を導入する．このように，各照明ランプに固有に定義されるサンプル時間軸上の時点を，以下では「時点」と呼ぶこととする．**図５－２**の例では，サンプル時間軸上の時点ζに当該の照明ランプが不点となる．この時，ランプの寿命はζとなる．しかし，ランプの寿命が終了したか否かは，照明ランプを点検することにより観察することが可能である．いま，照明ランプの不点の有無を定期点検により観察する場合を考えよう．**図５－２**の例では，時刻$t_0, t_0+d, t_0+2d, \cdots$において点検が実施される．ここで，初期時刻におけるカレンダー時刻をt_0と表し，初期時刻t_0から時間間隔dごとに刻まれた離散的時間軸

$$t_\epsilon^d = t_0 + \epsilon d \ (\epsilon = 0, 1, \cdots) \tag{5.3.1}$$

を導入しよう．ここに，添え字ϵ $(\epsilon = 0, 1, 2, \cdots)$は時間間隔$d$の離散的時刻における時刻番号を表す．時刻$\tau$に不点になった照明ランプは，時刻$t_{\epsilon+1}^d = t_0 + (\epsilon+1)d$に実施される定期点検において不点が発見される．$[\tau, t_{\epsilon+1}^d]$の期間は，照明ランプは不点のまま放置されることになる．定期点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$において，照明ランプが不点であることが判明した場合，ランプは直ちに取り替えられ，時刻$t_{\epsilon+1}^d$に新しい照明ランプの使用が開始される．

つぎに，道路管理者が総数Nの照明ランプを同時に管理する問題を考えよう．議論を簡単にするため，

照明ランプの種類はすべて同じであると考えよう．トンネル照明システムの点検・更新政策ξを点検・更新間隔dと最大使用時間長mdの組を用いて$\xi = (d, m)$と表そう．いま，点検・更新政策ξの下で，照明ランプの不点の有無が，時刻$t_0, t_1^d, \cdots, t_\epsilon^d, \cdots$に点検される．さらに，使用時間が$md$以上となる照明ランプはすべて取り替えられると考えよう．照明ランプの寿命に不確実性が存在し，点検時点に不点が発見された照明ランプのみが取り替えられるため，各定期点検時刻において，使用時間が異なる照明ランプが混在することになる．一定の時間間隔ごとに照明ランプが点検・更新されるため，使用されているランプの使用時間は$0, d, 2d, \cdots, md$というようにdの整数倍で表される．そこで，点検時刻において使用されている照明ランプを使用時間と対応させて分類することにより，使用時間別照明ランプ数を定義することができる．点検時刻に不点であった照明ランプは直ちに新しい照明ランプに取り替えられているため，それらの照明ランプの点検時刻t_0における使用時間は0となる．点検時刻t_0における使用時間別照明ランプ数を，状態変数ベクトル$\boldsymbol{n}^\xi(t_0) = (n_0^\xi(t_0), \cdots, n_{m-1}^\xi(t_0))$で表そう．ただし，状態変数$n_j^\xi(t_0)$は，点検時刻$t_0$において使用時間が$jd$であるような照明ランプの個数を表す．当然のことながら，

$$\sum_{j=0}^{m-1} n_j^\xi(t_0) = N \tag{5.3.2}$$

が成立する．この時，点検・更新ルールξの下における照明ランプの点検・更新過程は初期時刻t_0を起点とする状態変数ベクトルの系列$\boldsymbol{n}^\xi(t_0), \boldsymbol{n}^\xi(t_1^d), \boldsymbol{n}^\xi(t_2^d), \cdots$として表すことができる．

5.3.2 点検・更新過程のモデル化

道路管理者が点検・更新政策ξを用いてN個の照明ランプを管理する問題を考えよう．すなわち，時間間隔d，最長使用時間mdを与件と考える．ある点検時刻t_ϵ^dにおける使用時間別照明ランプ数は状態変数ベクトル$\boldsymbol{n}^\xi(t_\epsilon^d) = (n_0^\xi(t_\epsilon^d), \cdots, n_{m-1}^\xi(t_\epsilon^d))$で表される．前述したように，状態変数$n_j^\xi(t_\epsilon^d)$ $(j = 0, \cdots, m-1)$は，時刻t_ϵ^dにおいて使用時間がjdの照明ランプ個数を表す．ここで，時刻t_ϵ^dにおける使用時間別照明ランプの相対頻度を$\pi_j^\xi(t_\epsilon^d) = n_j^\xi(t_\epsilon^d)/N$ $(j = 0, \cdots, m-1)$と表そう．さらに，相対頻度ベクトルを$\boldsymbol{\pi}^\xi(t_\epsilon^d) = (\pi_0^\xi(t_\epsilon^d), \cdots, \pi_{m-1}^\xi(t_\epsilon^d))$と定義する．当然のことながら，

$$\sum_{j=0}^{m-1} \pi_j^\xi(t_\epsilon^d) = 1 \tag{5.3.3}$$

が成立する．

ここで，定期点検時刻t_ϵ^dにおいて，使用時間がjdである照明ランプに着目しよう．この照明ランプが次の定期点検時刻まで故障が生じない確率をp_j^dと表そう．この時，定期点検時刻t_ϵ^dにおいて不点が発見されなかった使用時間jdの照明ランプが，次の点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$においては使用時間が$(j+1)d$となる照明ランプの相対頻度の期待値$\pi_{j+1}^\xi(t_{\epsilon+1}^d)$は

$$\pi_{j+1}^\xi(t_{\epsilon+1}^d) = p_j^d \pi_j^\xi(t_\epsilon^d) \tag{5.3.4}$$

と表せる．一方，定期点検時刻$t^d_{\epsilon+1}$において不点が観測される照明ランプは，直ちに新しい照明ランプに取り替えられ，点検時刻$t^d_{\epsilon+1}$において使用時間が0のランプとなる．また，使用時間が$(m-1)d$となる照明ランプは次の点検時刻において新しい照明ランプに取り替えられる．したがって，定期点検時刻$t^d_{\epsilon+1}$において，使用時間0の照明ランプの期待頻度$\pi^\xi_0(t^d_{\epsilon+1})$は

$$\pi^\xi_0(t^d_{\epsilon+1}) = \sum_{j=0}^{m-2}(1-p^d_j)\pi^\xi_j(t^d_\epsilon) + \pi^\xi_{m-1}(t^d_\epsilon) \tag{5.3.5}$$

と表される．ここで，点検・更新間隔をdとした場合の$m \times m$次推移確率行列を

$$\boldsymbol{P}^\xi = \begin{pmatrix} 1-p^d_0 & p^d_0 & \cdots & 0 \\ 1-p^d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1-p^d_{m-2} & 0 & \cdots & p^d_{m-2} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{5.3.6}$$

と定義しよう．初期時刻における相対頻度を$\boldsymbol{\pi}^\xi(t_0)$と定義すれば，任意の定期点検時刻$t^d_\epsilon$における期待相対頻度$\boldsymbol{\pi}^\xi(t^d_\epsilon)$は

$$\boldsymbol{\pi}^\xi(t^d_\epsilon) = \boldsymbol{\pi}^\xi(t_0)(\boldsymbol{P}^\xi)^\epsilon \tag{5.3.7}$$

と表される．ここに，$(\boldsymbol{P}^\xi)^\epsilon$は推移確率行列$\boldsymbol{P}^\xi$の$\epsilon$回乗じた行列を意味する．点検・更新政策$\xi$に対する推移確率行列$\boldsymbol{P}^\xi$を与えれば，トンネル照明システムの劣化・更新過程は式(5.3.7)を用いて記述することができる．劣化・更新過程(5.3.7)における状態変数は，通常の最適維持補修モデルとは異なり，状態変数が劣化状態ではなく，システム全体における使用時間別照明ランプ数に対して定義されている．このように，本章では点検・更新過程が集計的マルコフ過程モデルとして定式化されることになる．さらに，点検・更新過程が長期間繰り返され，長期定常状態に到達したとしよう．使用時間別照明ランプのシェアに関する定常確率ベクトルを$\overline{\boldsymbol{\pi}}^\xi = (\overline{\pi}^\xi_0, \cdots, \overline{\pi}^\xi_{m-1})$と表そう．定常確率は

$$\overline{\boldsymbol{\pi}}^\xi = \overline{\boldsymbol{\pi}}^\xi \boldsymbol{P}^\xi \tag{5.3.8}$$

を満足するような$\overline{\boldsymbol{\pi}}^\xi$として定義される．なお，定常確率$\overline{\boldsymbol{\pi}}^\xi = (\overline{\pi}^\xi_0, \cdots, \overline{\pi}^\xi_{m-1})$は連立方程式

$$\overline{\pi}^\xi_0 = \sum_{j=0}^{m-2}(1-p^d_j)\overline{\pi}^\xi_j + \overline{\pi}^\xi_{m-1} \tag{5.3.9a}$$

$$\overline{\pi}^\xi_j = p^d_{j-1}\overline{\pi}^\xi_{j-1} \ (j = 1, \cdots, m-2) \tag{5.3.9b}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}\overline{\pi}^\xi_j = 1 \tag{5.3.9c}$$

を解くことにより求めることができる．

5.3.3 推移確率の導出

照明ランプの推移確率行列$\boldsymbol{P}^{\xi}$を，**2章**で提案してワイブル劣化ハザードモデルを用いて導出しよう．いま，照明ランプの寿命を確率変数ζで表し，確率密度関数$f(\zeta)$，分布関数$F(\zeta)$に従って分布すると仮定する．ただし，寿命ζの定義域は$[0,\infty)$である．照明ランプの使用開始時点から任意の時点$\zeta \in [0,\infty]$まで，照明ランプが故障しないで生存する確率（以下，生存確率と呼ぶ）$\tilde{F}(\zeta)$は，全事象確率1から時点ζまでに照明ランプが不点となる累積不点確率$F(\zeta)$を差し引いた値

$$\tilde{F}(\zeta) = 1 - F(\zeta) \tag{5.3.10}$$

により定義できる．ここで，照明ランプが時点ζまで生存し，かつ期間$[\zeta, \zeta+\Delta\zeta]$中にはじめて不点となる確率は

$$\lambda(\zeta)\Delta\zeta = \frac{f(\zeta)\Delta\zeta}{\tilde{F}(\zeta)} \tag{5.3.11}$$

と表せる．照明ランプが使用時間ζまで故障せず，使用時間ζとなった時点で初めて不点となる確率密度$\lambda(\zeta)$を「照明劣化ハザード関数」と呼ぼう．

いま，式(5.3.10)の両辺をζに関して微分することにより，

$$\frac{d\tilde{F}(\zeta)}{d\zeta} = -f(\zeta) \tag{5.3.12}$$

を得る．この時，式(5.3.11)は

$$\begin{aligned}\lambda(\zeta) &= \frac{f(\zeta)}{\tilde{F}(\zeta)} = -\frac{\frac{d\tilde{F}(\zeta)}{d\zeta}}{\tilde{F}(\zeta)} \\ &= \frac{d}{d\zeta}\left(-\log\tilde{F}(\zeta)\right)\end{aligned} \tag{5.3.13}$$

と変形できる．ここで，$\tilde{F}(0) = 1 - F(0) = 1$を考慮し，式(5.3.13)を積分すれば

$$\int_0^{\zeta} \lambda(u)du = \left[-\log\tilde{F}(u)\right]_0^{\zeta} = -\log\tilde{F}(\zeta) \tag{5.3.14}$$

を得る．したがって，劣化ハザード関数$\lambda(u)$を用いれば，時点ζまで照明ランプが使用可能である確率$\tilde{F}(\zeta)$は

$$\tilde{F}(\zeta) = \exp\left[-\int_0^{\zeta} \lambda(u)du\right] \tag{5.3.15}$$

と表される．この時，点検時刻t_{ϵ}^{d}で使用時間がjdであり，点検時刻$t_{\epsilon+1}^{d}$においても使用可能となる確率p_j^dは

$$p_j^d = \frac{\Pr\{\zeta \geq (j+1)d\}}{\Pr\{\zeta \geq jd\}} \tag{5.3.16}$$

と定義できる．施設の生存確率$\tilde{F}(\zeta)$の定義より，

$$p_j^d = \frac{\tilde{F}((j+1)d)}{\tilde{F}(jd)} \tag{5.3.17}$$

が成立する．劣化ハザード関数$\lambda(\zeta)$の関数形を特定化することにより，具体的な劣化ハザードモデルを定式化できる．ハザード関数に関する議論の詳細は，**2章**を参照してほしい．ここでは読者の便宜を図るため，本章の実証分析で用いるワイブルハザードモデルについて，再度，簡単に説明しておこう．ワイブルハザード関数は

$$\lambda(\zeta) = \theta\alpha\zeta^{\alpha-1} \tag{5.3.18}$$

と表すことができる．ここに，θはハザード率の大きさを表すパラメータ，αは劣化過程の依存依存性を表すパラメータである．ワイブルハザード関数を用いた場合，照明ランプの寿命分布を表す確率密度関数$f(\zeta)$，および生存確率$\tilde{F}(\zeta)$は，

$$f(\zeta) = \theta\alpha\zeta^{\alpha-1}\exp(-\theta\zeta^{\alpha}) \tag{5.3.19a}$$

$$\tilde{F}(\zeta) = \exp(-\theta\zeta^{\alpha}) \tag{5.3.19b}$$

と表される．さらに，点検時刻t_ϵ^dにおいて使用時間が$\zeta = jd$であるランプ照明が，次の点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$まで不点にならない確率p_j^dは式(5.3.17)より，

$$p_j^d = \exp[-\theta\{(j+1)^\alpha - j^\alpha\}d^\alpha] \tag{5.3.20}$$

と表される．

5.3.4 不点リスク管理指標

点検・更新政策$\xi = (d, m)$を用いた定常状態において実現するライフサイクル費用と不点リスクを定義しよう．推移確率行列$\boldsymbol{P}^\xi$が定義できれば，式(5.3.9a)-(5.3.9c)を用いて定常確率$\boldsymbol{\pi}^\xi$を求めることができる．定常状態において，各定期点検時刻において発生する不点照明ランプの期待発生確率$U(d, m)$は式(5.3.5)より

$$\begin{aligned} U(d,m) &= \sum_{j=0}^{m-1}(1-p_j^d)\overline{\pi}_j^\xi \\ &= \overline{\pi}_0^\xi - \overline{\pi}_{m-1}^\xi p_{m-1}^d \end{aligned} \tag{5.3.21}$$

と表される．期待発生確率$U(d, m)$は直観的に分かりやすい指標である．しかし，期待発生確率指標は数多く繰り返される定期点検において観測される不点照明ランプのシェアの期待値を定義したものであり，現実に各点検時刻において観測される不点照明ランプのシェアを表したものではない．各点検時刻において観測される不点照明ランプのシェアが$U(d, m)$より多くなることは当然起こりうる．

いま，点検・更新政策ξの下で実現する各照明ランプの使用時間別定常確率$\boldsymbol{\pi}^{\xi}$は式(5.3.8)で定義される．ここで，照明ランプが不点となる定常確率を$\overline{\pi}_{F}^{\xi} = \overline{\pi}_{0}^{\xi} - \overline{\pi}_{m-1}^{\xi} p_{m-1}^{d}$，故障していない状態にある定常確率を$\overline{\pi}_{\overline{F}}^{\xi} = 1 - \overline{\pi}_{F}^{\xi}$と表そう．さらに，各照明ランプの不点確率が互いに独立であると仮定しよう．この時，N個の照明ランプのうち，n個の照明ランプが不点となる確率分布は２項分布

$$Bi(n : N, \overline{\pi}_{F}^{\xi}) =_{N} C_{n} (\overline{\pi}_{F}^{\xi})^{n} (\overline{\pi}_{\overline{F}}^{\xi})^{N-n} \tag{5.3.22}$$

で表される．ここで，不点照明ランプが全ランプ数Nに占める割合を表す確率変数（以下，不点照明ランプのシェアと呼ぶ）$z = n/N$を定義しよう．各定期点検時刻において観測される不点照明ランプのシェアzは，**図５－３**に示すような離散的な確率分布に従うことになる．同図では，照明ランプ総数を変化させた３つのケースのそれぞれに対して，不点照明ランプのシェアが生起する確率分布を表したものである．このような不点照明ランプのシェアの確率分布を考慮した不点リスクの管理指標としてVaR（Value at Risk）指標を定式化しよう．いま，点検・更新政策ξを採用した時に，点検時点において観測される不点ランプの発生シェアzがある許容水準（以下，不点管理限界と呼ぶ）$\overline{U}$以上となる確率は

$$P^{\xi}(z \geq \overline{U}) = \sum_{n=[N\overline{U}]}^{N} Bi(n : N, \overline{\pi}_{F}^{\xi}) \tag{5.3.23}$$

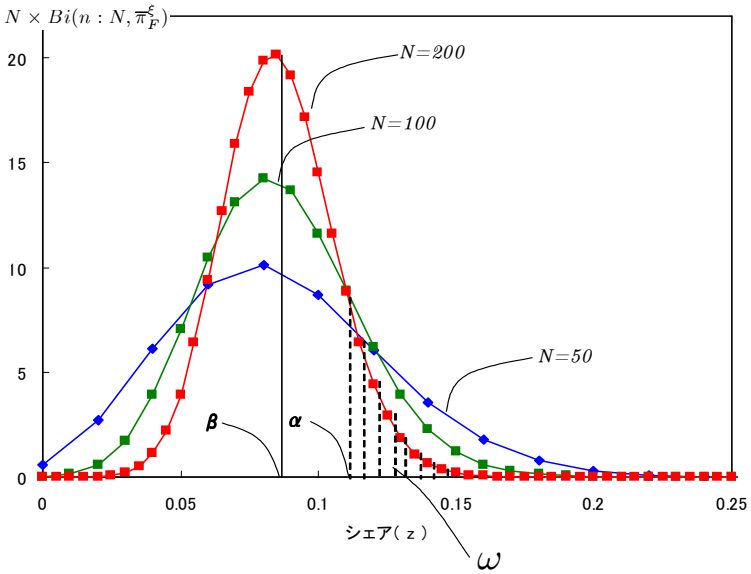
と表される．ただし，$[N\overline{U}]$は$N\overline{U}$を越える整数の中で最小の整数を表す．**図５－３**に示すように，点検時点において観察される不点照明ランプのシェアzは，確率的に変動する．管理対象とする照明ランプ数が多くなるほど確率変数zの分散が小さくなることが理解できる．図中の$z \geq \alpha$の領域に描かれている破線の線分長（確率）の総和ωは，ランプ総数$N = 200$の時に，点検時に観測される不点ランプシェアが不点管理限界として設定した$\overline{U} = \alpha$より大きくなる確率を表している．照明ランプの劣化過程に不確実性があるため，不点照明ランプのシェアに関する所与の不点管理限界を常に達成できるとは限らない．確率ωは，照明ランプの不点リスクを表す指標であり，不点リスク管理水準と呼ぶこととする．ここで，不点管理水準ωと点検・更新政策$\xi = (d, m)$を所与としたVaR指標$\mathrm{VaR}_{\omega}(d, m)$を

$$\mathrm{VaR}_{\omega}(d, m) = \arg\max_{U} \left\{ U : P^{\xi}(z \geq U) \leq \omega \right\} \tag{5.3.24}$$

と定義しよう．ただし，argは，式(5.3.24)の右辺を最大にするUを指定する記号である．ここで，集合$\Omega_{\omega}(\overline{U})$を

$$\Omega_{\omega}(\overline{U}) = \left\{ (d, m) | \mathrm{VaR}_{\omega}(d, m) \leq \overline{U} \right\} \tag{5.3.25}$$

と定義しよう．集合$\Omega_{\omega}(\overline{U})$は,「不点リスク管理水準$\omega$の下で不点照明ランプの発生シェアを不点管理限界$\overline{U}$以下に抑えることが可能な点検・更新政策の集合」を表している．このように，照明ランプの不点リスクは，不点リスク管理水準ωと不点管理限界$\overline{U}$という２つのパラメータを用いて表現できる．なお，期待発生頻度$U(d, m)$は不点リスク管理水準として0.5を採用したVaR値（$\mathrm{VaR}_{0.5}(d, m)$）に他ならない．VaRの定義より，$\omega < 0.5$の場合，$U(d, m) < \mathrm{VaR}_{\omega}(d, m)$が成立する．



注） 本図は実証分析事例（低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）を点検・更新政策 $d = 6$ ヶ月，$md = 24$ ヶ月の下で管理した場合）において定常状態におけるシェア分布を示したものである．図中の点 $\alpha(z = 0.11)$ は，$N = 200$ の場合の VaR 値 $\mathrm{VaR}_{0.05}(6, 4)$ を，点 $\beta(z = 0.085)$ は期待発生確率 $U(6, 4)$ を表している．

図５－３ 不点照明ランプのシェア分布

5.3.5 最適点検・更新モデル

最適点検・更新モデルを定式化するために，トンネル照明システムのライフサイクル費用を定義しよう．トンネル照明システムの点検・更新過程が定常状態にあると考えよう．ここで，管理対象の照明ランプ個数を N，照明ランプのトンネル単位延長当たりの点検費用（固定費用）を e，トンネル管理延長を L，照明ランプ単価を c，さらに照明ランプ１個当りの交換費用を f，点検・更新時にトンネル延長に応じて発生する交通規制費用を h とすれば，定期点検・逐次更新ルールを時間間隔 d の下で運用した場合に発生するライフサイクル費用の単位期間当たり平均費用 [9] $C(d, m)$ は

$$C(d, m) = \frac{(c + f)N\overline{\pi}_0^{\xi} + eL + h}{dN} \tag{5.3.26}$$

と表される．小林 [9] は，インフラ管理者が，点検・更新タイミングが異なる数多くの社会基盤施設を同時に管理する場合，個別の施設に対して単位期間当たり平均費用に基づいた最適補修政策を検討することにより，結果的に社会基盤システム全体としてのライフサイクル費用の割引現在価値の最小化を達成できることを理論的に示している．本章においても，道路管理者が点検・更新タイミングが異なる数多くのトンネル照明システムを同時に管理する問題を対象としており，ライフサイクル費用の評価指標として，単位期間当たり平均費用を用いることとする．**5.3.4** で議論したように，不点照明ランプの期待発生確率指標

は，VaR指標の特殊ケースに相当する．したがって，トンネル照明の不点リスクをVaR指標$\mathrm{VaR}_\omega(d,m)$を用いて定義しよう．この時，不点管理限界$\overline{U}$，不点リスク管理水準ωを所与とした時に，ライフサイクル費用を最小にするような最適点検・更新政策$\xi^*(\overline{U},\omega)$を求める最適点検・更新モデルは

$$\min_{d,m}\{C(d,m)\} \tag{5.3.27a}$$

$$\text{subject to} \quad (d,m)\in\Omega_\omega(\overline{U}) \tag{5.3.27b}$$

と定式化できる．前述したように，$\omega=0.5$を採用することにより，不点リスクの管理指標として期待発生確率を用いた最適点検・更新政策を求めることができる．

最適点検・更新モデルを用いれば，**5.2.3**で議論したような$C-U$曲線，および費用リスク曲線を以下の手順で求めることができる．すなわち，１）不点リスク管理水準ωを与える（ステップ１）．不点確率を用いて不点リスクを定義する場合，$\omega=0.5$と設定すればいい．２）まず，dの値を固定しよう．所与の不点管理限界$\overline{U}$に対して，問題(5.3.27a),(5.3.27b)をmに関して最小化を図ることにより，不点管理限界$\overline{U}$の下で達成できるライフサイクル費用の最小値を求めることができる．さらに，不点管理限界$\overline{U}$の値を逐次変化させ，問題(5.3.27a),(5.3.27b)をmに関して最小化することにより，$C-U$曲線を求めることができる（ステップ２）．３）dの値を逐次変化させ，それに対応する$C-U$曲線を求める．さらに，$C-U$曲線群に対する包絡線を求めることにより，費用・リスク曲線を得ることができる（ステップ３）．なお，包絡線は不点管理限界$\overline{U}$の値それぞれに対して，ステップ２）で求めた$C-U$曲線の中で最小のライフサイクル費用を対応させることにより定義できる．

5.4 適用事例

5.4.1 適用事例の概要

本章で提案した最適点検・更新モデルを，東北自動車道十和田道路事務所管内のトンネル照明システムのアセットマネジメント問題に適用しよう．劣化予測モデルに関しては，同事務所が有するトンネル照明の不点履歴データに基づいて**2章**で推定した，ワイブル劣化ハザードモデルを用いることとする．その詳細は**2章**を参照してほしい．ここでは読者の便宜を図るために，以後の実証分析で用いるワイブル劣化ハザードモデルについて簡単に説明する．分析対象とするトンネル照明不点履歴データベースでは，1983年から1995年に至る12年間を対象として，トンネル照明の使用開始日と不点となった日が記載されている．同道では，トンネル照明用光源として，低圧ナトリウム灯及び高圧ナトリウム灯の２タイプが設置されている．さらに，トンネル照明の種類は，基本照明と緩和照明に分類される．基本照明は，トンネル全長にわたって設置されており，前方視認に必要な照度を与えることを目的としている．一方，緩和照明は昼間時にトンネル入り口部にてトンネル内外の照度差を緩和するために設置されており，屋外輝度に応じて回

表５－１ 照明種類と日平均点灯時間

照明種類	基本照明			
	昼間	夜間	深夜	非常
点灯時間/日	**11.70**	**16.20**	**24.00**	**24.00**
	緩和照明			
	晴天-1	晴天-2	曇天-1	曇天-2
	1.70	**2.70**	**5.70**	**9.30**

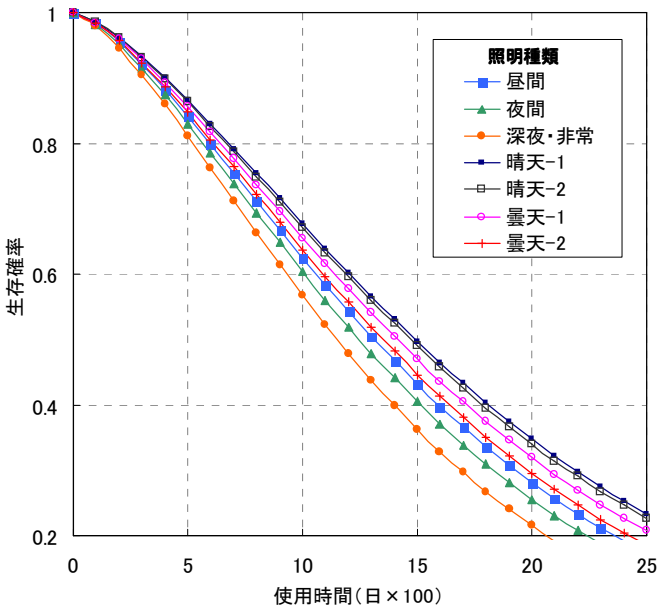


図５－４ 生存関数（低圧ナトリウム灯）

線が制御されている．トンネル照明は**表５－１**に示すように，照明の種類により１日当たりの平均点灯時間が異なる．

ワイブル劣化ハザードモデルの説明変数として，１）照明用光源のタイプ，２）点灯時間，３）点灯回数，４）ランプのトンネル内の位置を代替的な説明変数としてとりあげた．これら説明変数の組み合わせに対して，ワイブルハザード関数を推定した．その結果，符号条件，t-検定により説明変数の有意性条件を満足する説明変数として，使用時間ζ以外に，最終的に

$$x_2 = \begin{cases} 1 & \text{低圧ナトリウム灯} \\ 0 & \text{高圧ナトリウム灯} \end{cases}$$

$$x_3 = \text{照明種類別の日平均点灯時間（時間/日）}$$

表５－２ 費用パラメータ

パラメータ	種類	単位費用
c	低圧ナトリウム灯	11,000（円/灯）
	高圧ナトリウム灯	12,000（円/灯）
e	-	70,000（円/km）
f	-	1,400（円/灯）
h	～500m	64,000（円）
	501～1,000m	103,000（円）
	1,001～2,000m	111,000（円）
	2,001～3,000m	114,000（円）
	3,001～4,000m	127,000（円）
	4,001m～	133,000（円）

注） 点検費用e，交通規制費用hは，点検・更新１回に要する費用を示す．また，交通規制費用hは，トンネル１個（単位は１チューブ），１方向当たりのトンネル内規制費用であり，照明ランプの種類にかかわらず，トンネル長に応じて変化する．

という２つの説明変数が採用された．その結果，推定されたワイブル劣化ハザードモデルは

$$\lambda(\zeta) = (0.0154 + 0.0045x_2 + 0.00042x_3)\zeta^{0.44} \tag{5.4.28}$$

$$(13.96) \quad (6.42) \quad (6.95) \quad (80.97)$$

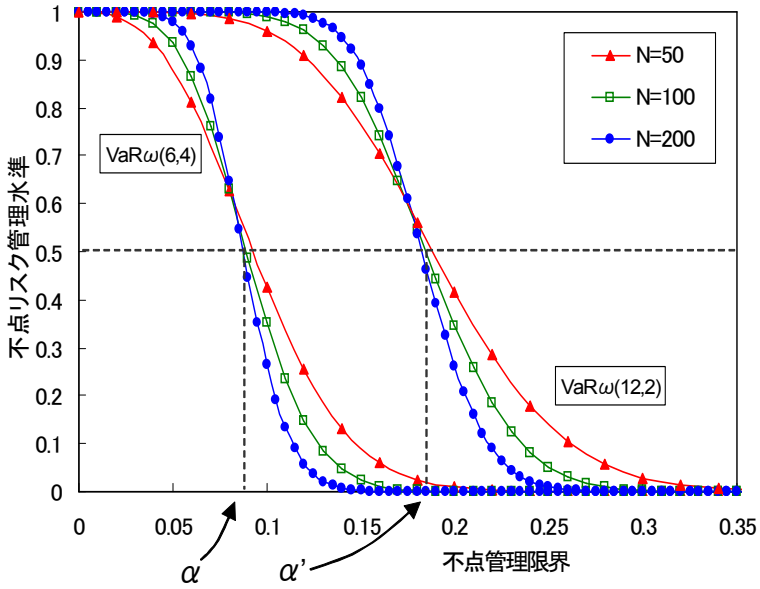
と表される．ただし，括弧の中の数値はt−値を表しており，いずれのパラメータに関するt−値も，各説明変数のモデルに対する説明力がないという帰無仮説は有意水準0.95で棄却される結果となっている．ワイブル劣化ハザードモデルの対数尤度は$-16,870$，初期尤度は$-99,223$であり，尤度比は0.83である．ワイブル劣化ハザードモデルに基づいて作成した低圧ナトリウム灯の照明種類別ごとの生存関数は**図５－４**に示す通りである．ワイブル劣化ハザードモデル(5.4.28)を用いれば，点検・更新政策ξの下で実現する推移確率(5.3.20)は

$$p_j^d = \exp[-(0.0107 + 0.0031x_2 + 0.00029x_3) \{(j+1)^{1.44} - j^{1.44}\}d^{1.44}] \tag{5.4.29}$$

と表すことができる．式(5.4.29)を利用すれば，照明ランプ種別，照明タイプ（日平均点灯時間）別に，推移確率行列$\boldsymbol{P}^\xi$を式(5.3.6)を用いて定義できる．

5.4.2 費用・リスク曲線

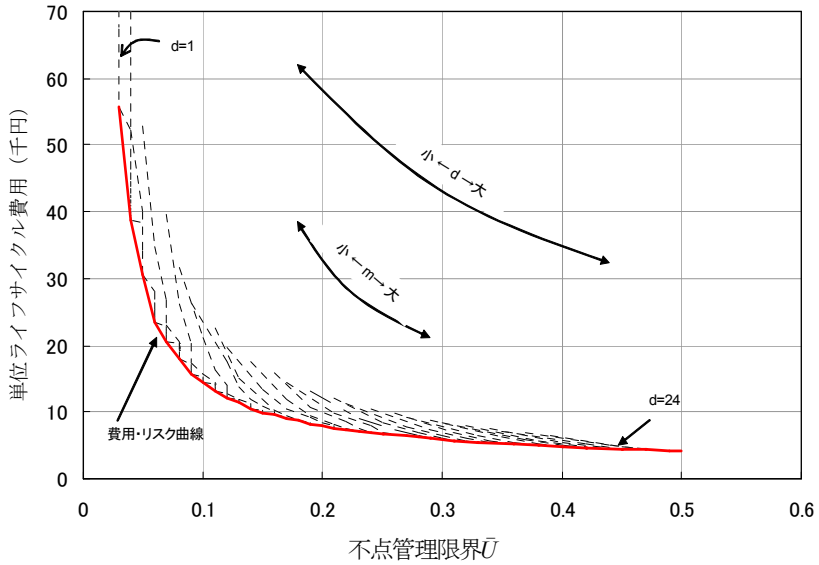
点検・更新政策ξに対して，確率行列$\boldsymbol{P}^\xi$より定常確率$\pi_F^\xi, \pi_{\overline{F}}^\xi$を求めることができる．先に示した**図５－３**は，点検・更新政策として$d = 6$ヶ月，$md = 24$ヶ月を採用した場合の，低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）の定常状態における不点照明ランプのシェア分布を示している．同図の点α，βは，照明ランプ数$N = 200$としたときのそれぞれVaR指標$\mathrm{VaR}_{0.05}(6,4)$と不点ランプの期待発生確率$U(6,4)$を示している．この図に示すように，定常状態においても，各期に発生する不点照明ランプのシェアにリスクが存在している．さ



注）照明ランプ数を $N = 50, 100, 200$ とし，低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）を対象とした不点リスク管理水準ωと VaR 値 $\mathrm{VaR}_\omega(6,4), \mathrm{VaR}_\omega(12,2)$ の関係を示している．点α，α'はそれぞれ $\mathrm{VaR}_{0.5}(6,4), \mathrm{VaR}_{0.5}(12,2)$ を表す．

図５－５　不点リスク管理水準と VaR 値

らに，**図５－５**は低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）をとりあげ，照明ランプ総数を $N = 50, 100, 200$ と設定した場合において，VaR 指標の不点リスク管理水準ωと VaR 値 $\mathrm{VaR}_\omega(6,4)$ および $\mathrm{VaR}_\omega(12,2)$ の関係を示したものである．すなわち，点検・更新間隔として $d = 6, 12$ ヶ月に設定したケースを取り上げ，最大使用時間長は $md = 24$ である．図中の点α，α'はそれぞれ $\mathrm{VaR}_{0.5}(6,4), \mathrm{VaR}_{0.5}(12,2)$（すなわち，期待生起頻度 $U(6,4), U(12,2)$）を示している．許容確率ωが小さくなるほど，VaR_ωが増加することが理解できる．また，サンプル数 N が増加するほど，ωの変化に対して $\mathrm{VaR}_\omega(6,4), \mathrm{VaR}_\omega(12,2)$ の変化が小さくなることが理解できる．ライフサイクル費用を算定するためには，式 (5.3.26) に含まれるパラメータ c, e, f, h に関するデータが必要となる．本章では，十和田道路事務所の実績データより**表５－２**に示すようなデータを用いることとした．同表のデータの内，照明ランプは低圧ナトリウム灯か，高圧ナトリウム灯かにより，ランプ単価が異なっている．また，交通規制費用は点検・更新のために発生するトンネル内における１方向当たりの規制費用を表す．規制費用は，トンネル長に応じて変化する．以上のデータに基づいて，点検・更新間隔 d として１ヶ月刻みで，最長２年まで想定することとした．さらに，最長使用時間長 md を表すパラメータ m として $m = 1, 2, \cdots, [60/d]$ という値を採用した．ここに，$[60/d]$ は $60/d$ を越える最小の整数を表す．ランプ種別，照明タイプ別に，以上のように設定した点検・更新間隔 d のそれぞれに対して



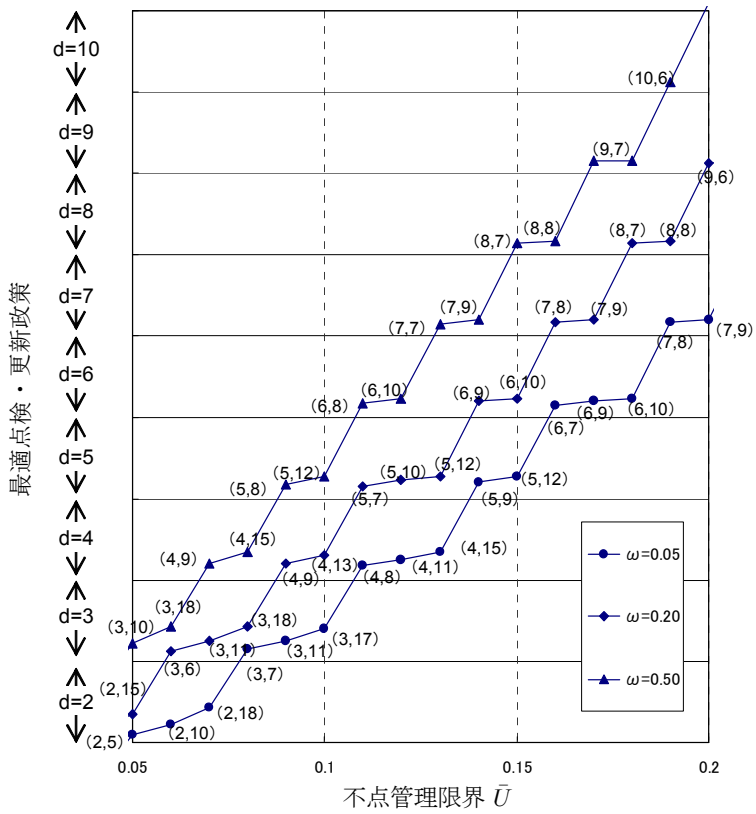
注）不点リスク管理水準$\omega = 0.05$，照明ランプ数$N = 100$とし，低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）を対象とした$C-U$曲線群を破線で示している．実線は，$C-U$曲線の包絡線で表現できる費用・リスク曲線を示す．

図５－６　費用・リスク曲線

$C-U$曲線を求めた．その際，不点リスク管理指標として$\mathrm{VaR}_{0.05}(d,m)$を採用している．**図５－６**は，照明ランプ数$N = 100$とし，低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）を対象とした$C-U$曲線を示している．$C-U$曲線は，点検・更新間隔dを固定してmを変化させた時に，ライフサイクル費用と不点リスク水準$\mathrm{VaR}_{0.05}(d,m)$の関係がどのように変化するかを示している．同図に示すように，点検・更新区間d，および最大使用時間長mdを表すパラメータmが大きくなるほど，ライフサイクル費用が小さくなるが，不点リスクが大きくなるというトレードオフの関係が見いだせる．さらに，同図には，異なるdに対して定義される$C-U$曲線の包絡線である費用・リスク曲線を併記している．不点管理限界を0.1以下に抑制しようとすれば，ライフサイクル費用が急速に増加する．一方，不点管理限界を0.2以上に増加させても，ライフサイクル費用の抑制にはそれほど貢献しないことが理解できる．言い換えれば，不点確率限界が0.2以上の場合，予算をわずかに削減しても，照明ランプの不点確率は大幅に増加することになる．

5.4.3　最適点検・更新政策

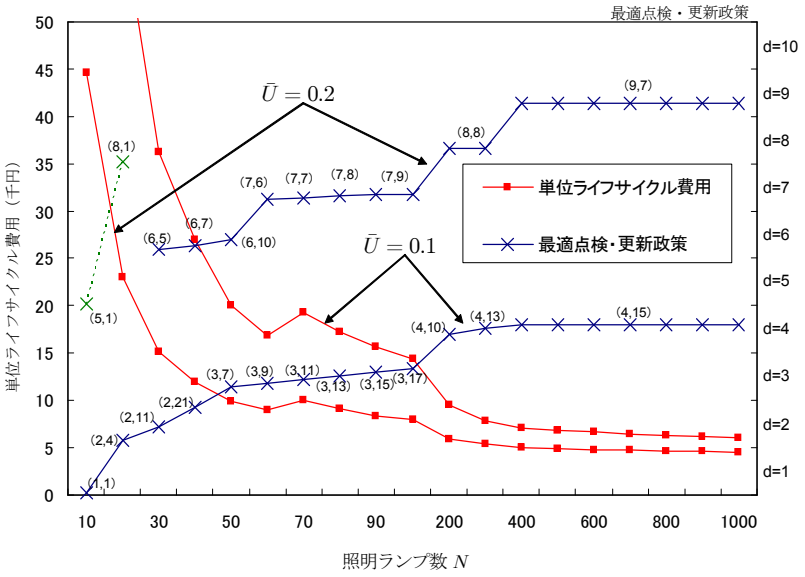
トンネル照明システムの不点リスク管理水準は，不点リスク管理水準ωと不点管理限界$\overline{U}$を指定することにより決定できる．これらのパラメータを変化させれば，それと対応して最適点検・更新政策も変化する．このことを明示的に表すために最適点検・更新政策を$\xi^*(\overline{U},\omega) = (d^*(\overline{U},\omega), m^*(\overline{U},\omega))$と表そう．**図５－７**は，照明ランプ数を100個とした場合を想定し，異なる不点リスク管理水準ωに対して，不点管理限界$\overline{U}$



注）縦軸に最適点検・更新政策$\xi^*(\overline{U},\omega)$を序列化した尺度を，横軸に不点管理限界$\overline{U}$を示す．本図は実証実験結果より，$0.05 \leq \overline{U} \leq 0.20$，$1 \leq m \leq 40$の範囲についてのみ例示している．括弧の中に数字は最適政策(d^*, m^*)を示している．

図５－７　不点リスク管理図（$N = 100$の場合）

と最適点検・更新政策$\xi^*(\overline{U},\omega)$の関係を示したものである．**図５－６**に示したように費用・リスク曲線は，異なる点検・更新間隔dに対して定義された$C-U$曲線の包絡線として定義される．不点リスク管理水準ωを一定にすれば，最適点検・更新政策が同一の$C-U$曲線上に留まる限り，不点管理限界を大きくすることにより，最適最大使用時間長m^*が大きくなる．さらに，費用・リスク曲線が異なる$C-U$曲線の包絡線として定義されることに着目しよう．不点管理限界をさらに大きくすれば，費用・リスク曲線を構成する$C-U$曲線が，より大きな最適点検・更新間隔d^*に対応する$C-U$曲線にシフトする．このように不点管理限界を大きくすれば，最適点検・更新政策が，１）d^*が一定で，m^*が大きくなる，２）d^*が大きくなるという順で，逐次変化することになる．そこで，**図５－７**では，最適点検・更新政策を，図の縦軸に示すように順序で序列化し，不点管理限界と最適点検・更新政策の関係を示している．図中の括弧内の数字は，最適政策(d^*, m^*)を表している．同図に示すように，リスク管理水準が厳しくなる（ωを小さくする，あるいは不点管理限界$\overline{U}$を小さくする）ほど，点検・更新間隔d^*と最大使用時間長m^*d^*が小さくなることが理解できる．このようにリスク管理パラメータ$\overline{U},\omega$と最適点検・更新政策$\xi^*(\overline{U},\omega)$の関係を表したグラ

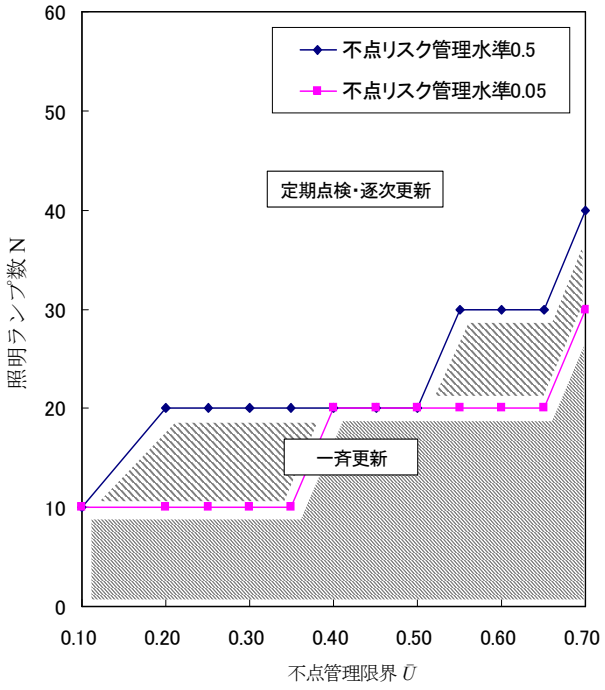


注）不点リスク管理水準$\omega = 0.05$，不点管理限界$\overline{U} = 0.1, 0.2$とした場合を表す．縦軸（左）は単位ライフサイクル費用を，縦軸（右）は最適点検・更新政策ξ^*を序列化した尺度を示す．最適点検間隔を，$1 \leq d \leq 10$の範囲で示し，その間は最大使用時間長mdの係数$m = 0, 1, \cdots, 10$の値で等間隔に分割して表現している．破線は一括更新政策を表す．括弧内の数字は最適政策(d^*, m^*)を表す．

図５－８　照明ランプ数と単位ライフサイクル費用

フを不点リスク管理図と呼ぶ．

照明ランプ数Nが異なれば，ライフサイクル費用において固定費が占める割合が異なる．そこで，照明ランプ数と最適点検・更新政策の関係を分析しよう．**図５－８**は，不点リスク管理水準を$\omega = 0.05$，不点管理限界を$\overline{U} = 0.1$，0.2に固定し，照明ランプ数を変化させた時に，照明ランプ１個当たりのライフサイクル費用（以下，単位ライフサイクル費用と呼ぶ）がどのように変化するかを示したものである．同図には，照明ランプ数Nの変化により，最適点検・更新政策がどのように変化するかも併記している．また，**図５－８**の縦軸は**図５－７**と同様に最適点検・更新政策を序列化した尺度を，横軸は照明ランプ数を対数尺度で表現している．同図に示すように，照明ランプ数Nが十分大きくなれば，照明ランプ数Nが変化しても，単位ライフサイクル費用，最適点検・更新政策はほとんど変化しないことが読みとれる．したがって，実用的には十分大きなサンプル数を対象とするのであれば，所与の不点リスク管理水準ωの下で適切な不点管理限界を決定することが重要な課題となる．一方，対象とする照明ランプ数が少ない場合，点検・更新のための固定費用の効果が現れるため，照明ランプ１個当たりの単位ライフサイクル費用は大きくなる．また，不点照明ランプのシェアの変動が大きくなるため，ある一定の不点リスク管理水準の下で所与の不点管理限界を達成するために，より頻繁な点検・更新が必要となる．さらに，たとえば，不点管理限界を



注）不点リスク管理水準$\omega = 0.05, 0.5$，低圧ナトリウム灯，基本照明（深夜）を対象とした場合を表す．縦軸は照明ランプ数N，横軸は不点管理限界$\overline{U}$を表す．図中の斜線を施した領域では一斉更新が合理的となる．

図５－９　一斉更新政策のカバー範囲

0.5程度に設定すれば，照明ランプ数が20個以下になれば，固定費用の効果が卓越し，一斉更新政策が選ばれることになる．

最後に，**図５－９**は不点リスク管理水準を$\omega = 0.05, 0.5$に設定し，最適点検・更新政策として一斉更新政策が選択されるような照明ランプ数と不点管理限界の関係を分析した結果を示している．所与の不点管理限界に対して，一斉更新政策と定期点検・逐次更新政策が選択される領域の境界となるような照明ランプ数を臨界的照明ランプ数と呼ぶこととする．**図５－９**の実線，および破線は，それぞれ不点管理水準を$\omega = 0.05$，0.5に設定した場合における不点管理限界と臨界的照明ランプ数の関係を示している．同図に示すように，トンネル照明システムの規模が小さくなれば，点検業務を省略し，定期的に照明ランプを一斉更新することが効率的となる．しかし，不点管理限界が小さくなれば，定期点検・逐次更新ルールが合理的になるような臨界的照明ランプ数は小さくなる．言い換えれば，より照明ランプ数の小さいトンネルにおいても，定期点検・逐次更新ルールを採用することが合理的となる．

5.4.4 実用化への示唆

以上の分析結果に基づけば，今後のトンネル照明システムのアセットマネジメントの高度化に関するいくつかの示唆を得ることができる．本章で提案した方法論に関わる今後の研究課題に関しては，**8章**にて言及することとし，ここでは，今後実用的なアセットマネジメントシステムを開発する上での課題について，とりまとめておく．

第１に，点検・更新政策を検討する場合，トンネル照明システムの規模が重要な管理変数となる．実証分析の結果，トンネル照明システムの規模が小さい場合，点検業務を省略し，照明ランプの一斉更新政策が合理的となる場合があることが判明した．本適用事例は交通需要の小さい路線のトンネル照明システムをとりあげている．しかし，交通需要の大きい路線のトンネル照明システムの最適点検・更新政策を検討する場合，点検・更新業務がもたらす外部不経済が大きくなり，一斉更新政策が合理的である場合も起こりえる．しかし，この場合においても，不点リスクを小さい水準に管理するためには，定期点検・逐次更新政策を採用することが不可欠となることは言うまでもない．

第２に，不点リスク管理水準の決定が重要な課題となる．**図５－４**に示すように，低圧ナトリウム灯（基本照明，深夜）の場合，約50ヶ月（1500日程度）で生存率が0.4程度まで低下している．一方，**図５－７**あるいは**図５－８**に示すように，不点リスク管理水準を$\omega = 0.05$という厳しい水準を用いても，不点管理限界を0.1以上に設定する場合，ランプ総数が100個程度以上であれば，最適な最大使用時間長m^*d^*の値は30〜50ヶ月程度となる．さらに，不点リスク管理限界$\overline{U}$を0.15程度に設定すれば，不点リスク管理水準$\omega = 0.05$を用いても，最適な最大使用時間長は約60ヶ月程度となる．最大使用時間長に制約を設ける場合，個々の照明ランプの使用を開始した時刻を記録し，かつ点検時刻において使用時間が最大使用時間長を越える照明ランプのリストを作成することが必要となり，点検・更新業務が煩雑となる．不点リスクの管理水準を例えば0.05に設定しても，不点管理限界を0.15程度に設定する場合，実際のトンネル照明システムの点検・更新過程において，照明ランプが最適最大時間長まで生存する確率が小さくなるため，実用的には個々の照明ランプの使用時間を管理せず，点検時に不点の照明ランプのみを交換することで十分であろう．しかし，不点リスクの管理水準を厳しく設定する場合には，照明ランプの最大使用時間長に関する管理が必要となる．このように本章で提案した方法論により，トンネル照明システムの管理における費用・リスク曲線を求めることができる．なお，トンネル照明システムの点検・更新政策を一意的に決定するためには，不点リスク管理水準ω，不点管理限界$\overline{U}$の値を決定することが必要となる．このようなリスク管理パラメータの値を決定するためには，利用者の満足水準や事故リスク，管理瑕疵リスク，さらには他の道路付帯施設のリスク管理水準，経営主体の財務構造等を総合的に勘案して決定すべき問題であり，本章の域を越えている．この問題に関しては，将来の研究課題としたい．

第３に，点検・更新記録の蓄積方法に関して検討することが必要である．すでに，**2章**において，点検

データがある程度蓄積されれば，点検・更新期間を変化させても，劣化ハザードモデルの推定精度に影響を及ぼさないことを明らかにした．したがって，劣化ハザードモデルの更新のためには，照明ランプの使用開始時刻と，不点ランプの取り替え時刻に関する記録を残せば十分である．そのためには，劣化モデルの推定結果のフォローアップを実施するトンネルを選定し，上述のような点検データを蓄積することが望ましい．さらに，**2章**において，一斉更新を実施する場合には，使用時間が同じ照明ランプに関するデータのみが記録され，データを蓄積しても劣化モデルの推定精度の向上にはつながらないことを指摘した．小規模なトンネル照明システムでは，照明ランプの一斉取り替えを行うことにより，ライフサイクル費用を低減することが可能となる．しかし，劣化ハザードモデルの推定精度を向上させるためには，モニタリング対象となるトンネル照明システムを決定し，定期点検・逐次更新を通じて照明ランプの不点履歴に関するデータを蓄積することが必要である．

5.5 結言

本章ではトンネル照明ランプの劣化過程がワイブル劣化ハザードモデルにより記述できることに着目し，多数の照明ランプで構成されるトンネル照明システムの点検・更新プロセスを集計的マルコフ過程モデルで表現した．さらに，照明ランプの点検・更新間隔と最大使用時間長という２つの管理変数が，ライフサイクル費用および不点リスクに及ぼす影響を分析するための最適点検・更新モデルを定式化した．その結果，不点リスクを管理水準として与えた場合に，ライフサイクル費用を最小にするようなトンネル照明システムの最適点検・更新政策を求めることが可能になった．また，現実のトンネル照明システムの管理問題を対象として，本章で提案した方法論の有効性を実証的に検討した．本章で提案した方法論は，トンネル照明システムに限らず，劣化過程がワイブル劣化ハザードモデルで記述されるような多くの土木施設システムのアセットマネジメントに適用可能である．今後，土木施設単体の維持管理だけでなく，多くの同種の施設で構成されるような土木施設システムのアセットマネジメントの方法論を幅広く開発することが必要となるが，そのためにはいくつかの研究課題が残されている．土木施設の劣化状態は本章でとりあげたような２値変数でなく，複数のレーティング（もしくは，健全度）で記述される場合が少なくない．すでに**4章**にて，複数レーティングを考慮した多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案しているが，このような複数レーティングを用いた集計的アセットマネジメントモデルを開発することが必要となる．この，複数レーティングを用いた集計的アセットマネジメントモデルについては，次章において開発する．

参考文献

[1] Howard, R.A.: *Dynamic Programming and Markovian Processes*, 関根智明他訳：ダイナミックプログラミングとマルコフ過程，培風館, 1971.

[2] 例えば，Heyman, D.P. and Sobel, M.J.(eds.): Stochastic Models, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol.2, North-Holland, 1990.

[3] Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.

[4] Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.

[5] Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates:An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol. 36, pp.763-778, 2002.

[6] 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.

[7] 栗野盛光，小林潔司，渡辺晴彦：不確実性下における補修投資ルール，土木学会論文集，No.667/IV-50，pp.1-14，2001.

[8] 慈道充，小林潔司：不確実性下における最適点検補修ルール，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.39-50，2003.

[9] 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.

第6章

時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル

6.1　緒言

本章では，舗装，上下水道，道路付帯施設等のように，数多くの同種類の施設や機器（以下，施設と呼ぶ）で構成される土木施設群（以下，システムと呼ぶ）の点検・補修問題をとりあげる．すでに**5章**において，トンネル照明ランプを対象とした最適補修政策の点検・更新政策を求める方法論を提案した．次に，施設の劣化水準が複数の健全度で表現されるような土木施設を対象とした最適補修政策を決定する方法論について述べる．このような特性を有するシステムの管理業務にあたっては，個々の施設の補修費用だけではなく，点検・補修を実施するために固定費用が発生する．固定費用の中には，管理業務に伴う外部不経済も含まれる．このため，システムの管理にあたっては，個々の施設ごとに個別に管理するよりも，多くの施設の点検・補修のタイミングを同期化することにより，ライフサイクル費用を抑制することが重要となる．

従来より，単一部材や単一施設を対象とした最適補修政策に関しては数多くの研究が蓄積されている．さらに，施設の劣化過程の不確実性を考慮した最適補修モデルも提案されている．そこでは，部材や施設の健全度を複数の離散的なレーティング指標で表現し，健全度間の推移確率を用いて劣化過程を表現する．数多くの同種の施設で構成されるシステムにおいて，すべての施設の劣化が一様に進展するわけではない．個々の施設の劣化過程には不確実性が存在する．システム全体の劣化・補修過程をモデル化する場合，個々の施設の不確実な劣化過程を集計化し，システム全体の平均的な劣化・補修過程をモデル化することが必要となる．以下，システム全体の平均化した劣化・補修過程の最適点検・補修政策を求めるモデルを集計的最適点検・補修モデルと呼ぶ．

土木施設の劣化過程を記述するためにマルコフモデルが用いられることが多い．マルコフモデルは操作性に優れており，マルコフ決定モデルを用いて容易に最適補修政策を求めることができる．単純マルコフモデルは，土木施設の劣化過程が過去の使用履歴に依存せず，毎期ごとに独立な推移確率で表されることを前提としている．しかし，土木施設の劣化過程が単純マルコフモデルに従う保証はない．例えば，**4章**で

示したように，照明施設を対象とした場合に劣化予測モデルとしてワイブル型ハザードモデルを用いた非斉次マルコフモデルが適切であり，単純マルコフモデルを用いた場合，施設の寿命を過大に評価するケースが存在する．特に，施設寿命が短く，頻繁に補修や更新が行われるシステムの点検・補修政策を検討する場合，推移確率が使用履歴に依存するような非斉次マルコフモデルで表現することが望ましい．

以上の問題意識に基づいて，本章では施設の劣化過程を，健全度間の推移確率が施設の使用時間に依存して変化するようなシステムの劣化過程を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現する．その上で，最適な定期点検間隔や個々の施設の最適補修政策を求めるような集計的最適点検・補修モデルを提案することとする．以下，**6.2** では本章の基本的な考え方を整理し，**6.3** では集計的最適点検・補修モデルを定式化する．**6.4** では，多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する．**6.5** では，トンネル照明灯具を対象とした適用事例について述べる．

6.2 本章の基本的な考え方

6.2.1 従来の研究概要

土木施設の最適アセットマネジメント政策を求めるための最適維持補修モデルに関しても，多くの研究の蓄積がある．しかし，これらの研究は，いずれも単体としての土木施設の最適アセットマネジメント政策を分析することを目的としたものであり，多くの土木施設で構成されるシステムの最適点検・補修政策を分析できないという限界がある．さらに，劣化過程が過去の履歴に依存しない単純マルコフモデルで表現されているため，劣化速度が使用時間に依存するような土木施設のアセットマネジメント問題に適用できない．

一方，最適点検・補修モデルを現実のアセットマネジメント問題に適用するに当たっては，施設の劣化予測モデルが重要となる．マルコフ型決定モデルを用いる場合，マルコフ推移確率行列の推定が重要となる．既に，**3章**において，劣化状態が複数の健全度で表現されるような土木施設に着目し，多段階指数劣化ハザードモデルを用いて劣化過程をマルコフ推移確率行列で表現する方法を提案した．推定した劣化確率を用いることで，単純マルコフモデルを体系的に推定することが可能になった．さらに，**4章**において，施設の使用時間に依存して健全度間の劣化速度が変化するような多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案した．本章では，この**4章**において推定した多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて，劣化速度が使用時間に依存するような施設の劣化過程を，健全度間の推移確率が使用時間に依存するような非斉次マルコフモデルとして表現する．

また，従来の最適補修モデルが単一の部材や施設の補修政策を取り扱っているのに対して，多数の施設で構成される土木施設のアセットマネジメントを実施するためには，土木施設を構成する施設の点検・補修政策のタイミングを一致させるような最適同期化政策を求めることが必要となる．このような観点から，

5章において，トンネル照明ランプを対象とした集計的な最適点検・補修モデルを提案した．そこでは，トンネル照明ランプの不点リスク確率を所与の水準以下に維持しつつ，ライフサイクル費用を最小にするようなトンネル照明ランプの点検・更新政策を求める方法論を提案した．しかし，施設の劣化水準が複数の健全度で表現されるような土木施設システムを対象とする場合には，点検・更新間隔と健全度に応じた最適補修政策の最適な組み合わせを同時に決定することが必要となる．さらに，施設の最適更新間隔を決定するためには，伝統的な単純マルコフモデルの枠組みを越えて，劣化推移確率が使用時間に依存して変化するような非斉次マルコフモデルを開発することが必要となる．以上の問題意識の下に，本章では，１）多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて非斉次マルコフモデルを定式化するとともに，２）同種の多数の施設の点検・補修タイミングの最適同期化政策を求めるための集計的最適点検・補修モデルを提案する．

6.2.2 システムの点検・補修政策

数多くの施設で構成されているシステムの点検・補修政策を検討する場合，個々の施設の点検・補修政策だけでなく，数多くの施設の点検・補修のタイミングの同期化政策を検討することが必要となる．本章では，対象とするシステムを構成する施設の点検や補修を時間軸上における同一時刻において一斉に実施するような問題を考える．すなわち，一斉点検において補修が認められた施設に関しては，点検時刻に施設の補修・更新も一斉に実施されると考える．この場合，点検・補修政策ξは，１）定期点検・補修の時間間隔と，２）施設の健全度に応じた補修アクションの双方が含まれる．いま，カレンダー時間軸上に等間隔に設けられた離散的な時刻において点検を実施し，必要な場合には施設の補修・更新も同時に実施するような管理業務を考えよう（**図６－１**参照）．以下，カレンダー時刻のことを「時刻」と呼ぶ．初期時刻t_0^dを起点とする離散的時間軸

$$t_\epsilon^d = t_0^d + \epsilon d \ (\epsilon = 0, 1, \cdots) \tag{6.2.1}$$

を導入しよう．ここに，添え字ϵ $(\epsilon = 0, 1, 2, \cdots)$は時間間隔$d$の離散的時刻における時刻番号を表す．時間間隔$d$は政策変数であり，時間間隔$d$を設定すれば，初期時刻$t_0^d$を起点とする離散的時間軸が一意的に決定される．つぎに，施設の健全度がI個の離散的なレーティング指標i $(i = 1, \cdots, I)$で表現されていると考える．健全度$i = 1$の場合，施設がもっとも健全な状態を表している．逆に，$i = I$の場合，劣化がもっとも進んだ状態を表す．劣化・補修過程は不確実であるが，**図６－１**は１つの劣化・補修パスをサンプルとして例示している．当該施設は時刻t_0に使用が開始され，時間とともに劣化が進展している．健全度が離散的なレーティング指標で表されるため，健全度は時間とともに段階的に変化するが，ここでは劣化・補修過程を直感的に理解するために連続的な曲線で表現している．図の事例では，時刻t_aとt_bに行われた補修により健全度が２から１まで回復しているが，その後の劣化によって再び健全度２に劣化した時点では補修が実施されない．さらに，時刻t_cにおいて健全度iが観測されて，再び補修が実施され健全度がi''に回復

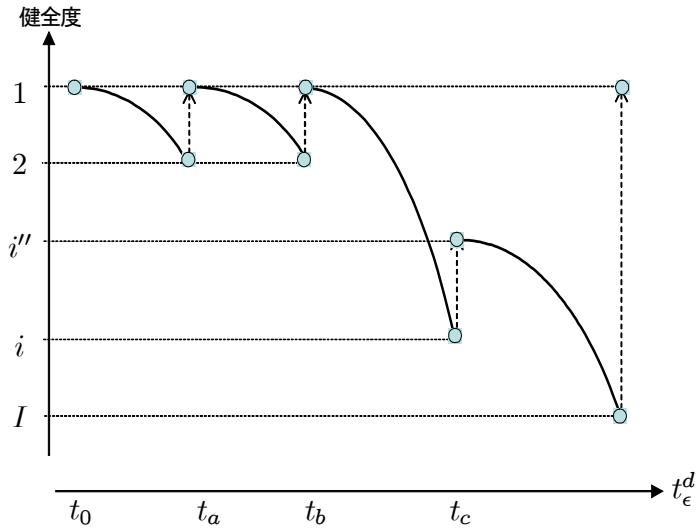


図６－１　劣化・補修過程

している．このように，補修実施の有無が，過去の補修履歴に影響を受けることになる．つまり，施設は補修によって健全度が回復するが，その補修の繰返し回数には制限があり，当該健全度での補修回数が繰返し制限を越えると，より劣化が進んだ状態での補修が適用される．この補修の繰返し制限回数Lは，各健全度で実施される補修工法に対してそれぞれ適用されると考えよう．ただし，健全度Iは最悪の水準であり，時刻t_dに，健全度がIまで劣化した施設は直ちに取り替えられ，健全度は1に推移する．このように補修内容は，補修が実施されるときの健全度i，過去に補修が実施された時点での健全度kと，その健全度まで回復した過去の補修回数l，及び補修後の健全度の回復水準i''を用いて表現することができる．そこで，補修履歴k $(k=1,\cdots,I-2)$，l $(l=0,\cdots,L)$を持つ施設に対する点検・補修政策ξの補修アクションを，補修履歴k $(k=1,\cdots,I-2)$，l $(l=0,\cdots,L)$，健全度i $(i=k,\cdots,I)$に対して補修後に回復する健全度i'' $(k\leq i''\leq i)$を表す対応関係

$$\eta^\xi(k,l,i)=\begin{cases} i & \text{補修しない時} \\ i'' & \text{健全度}i''\text{に回復する時} \end{cases} \tag{6.2.2}$$

を用いて定義する．ただし，上付き添え字ξは，点検・補修政策ξを構成する補修アクションであることを表している．また，健全度Iの場合，施設が取り替えられ$i''=1$となる．補修により，健全度$I-1$に回復することがないため，補修履歴kは$k=1,\cdots,I-2$の間の値をとる．施設の補修政策は，補修アクションベクトル

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\eta}^\xi=(&\eta^\xi(1,0,1),\cdots,\eta^\xi(1,0,I),\cdots,\eta^\xi(1,L,I),\\ &\cdots,\eta^\xi(2,0,2),\cdots,\eta^\xi(I-2,L,I))\end{aligned} \tag{6.2.3}$$

により表現できる．さらに，点検・補修政策$\xi \in \Xi$は，点検時間間隔dと補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$の組$\xi = (d, \boldsymbol{\eta}^{\xi})$で定義される．ただし，$\Xi$は点検・補修政策の集合を表す．システムの更新政策として，１）定期点検時点において健全度がIに達した施設のみを，点検時点において逐次更新する政策（以下，逐次更新ルールと呼ぶ），２）ある一定の期間ごとに，システムを構成するすべての施設を（健全度にかかわらず）一括して取り替える政策（以下，一括更新ルールと呼ぶ）という，２種類の更新政策を考えることができる．一括更新ルールを採用した場合，劣化が進展していない施設も取り替えるため，逐次更新ルールを採用した場合よりもシステムの更新費用は増加する．一方，一括更新ルールは，更新作業のために発生する規制の回数が減少するため，社会的費用の低減効果が期待できる．逐次更新ルールと一括更新ルールのいずれが望ましいかは，システムの劣化特性や補修・更新費用，さらに社会的費用等の外部費用に依存する．しかし，一括更新ルールは，逐次更新ルールにおいて，健全度Iに達した施設を直ちに更新えずに，一括更新が実施される時刻まで更新を見送る特殊ケースに他ならない．以下では，基本的に逐次更新ルールを採用する場合を想定し，最適点検・補修モデルを定式化する．更新アクションを修正することにより容易に一括更新ルールに関しても分析できることを付記しておく．

6.2.3 劣化・補修過程

管理者が点検・補修政策$\xi \in \Xi$を用いて，N個の施設で構成されるシステムを管理する問題を考えよう．いま，時刻$t^d_{\epsilon-1}$において点検・補修が実施された直後の施設n $(n = 1, \cdots, N)$の状態を状態変数$\boldsymbol{\omega}_n(t^d_{\epsilon-1}) = (k_n(t^d_{\epsilon-1}), l_n(t^d_{\epsilon-1}), i_n(t^d_{\epsilon-1}), m_n(t^d_{\epsilon-1}))$ $(n = 1, \cdots, N)$を用いて表そう．ここに，状態変数を構成する$k_n(t^d_{\epsilon-1})$，$l_n(t^d_{\epsilon-1}), i_n(t^d_{\epsilon-1}), m_n(t^d_{\epsilon-1})$は，それぞれ時刻$t^d_{\epsilon-1}$の点検・補修後に定義される当該施設の直近の（回復健全度で定義される）補修履歴，その回復健全へ補修回復された回数，施設の健全度，直近の更新後の点検回数である．つぎに，時刻t^d_{ϵ}に点検が実施される．点検後（補修アクションが実施される前）の施設状態を，$\boldsymbol{\omega}'_n(t^d_{\epsilon}) = (k'_n(t^d_{\epsilon}), l'_n(t^d_{\epsilon}), i'_n(t^d_{\epsilon}), m'_n(t^d_{\epsilon}))$ $(n = 1, \cdots, N)$と表す．ただし，$k'_n(t^d_{\epsilon}) = k_n(t^d_{\epsilon-1}), l'_n(t^d_{\epsilon}) = l_n(t^d_{\epsilon-1})$，$m'_n(t^d_{\epsilon}) = m'_n(t^d_{\epsilon-1}) + 1$が成立する．$i'_n(t^d_{\epsilon})$は時刻$t^d_{\epsilon}$の点検で観測された施設の健全度を表す．つぎに，補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$に従って，補修アクションが実施される．補修アクションは$\eta^{\xi}(k'_n(t^d_{\epsilon}), l'_n(t^d_{\epsilon}), i'_n(t^d_{\epsilon})) = i''_n(t^d_{\epsilon})$と表される．その結果，施設状態は状態変数$\boldsymbol{\omega}''_n(t^d_{\epsilon}) = (k''_n(t^d_{\epsilon}), l''_n(t^d_{\epsilon}), i''_n(t^d_{\epsilon}), m''_n(t^d_{\epsilon}))$ $(n = 1, \cdots, N)$で表される．ここに，$k''_n(t^d_{\epsilon})$は

$$k''_n(t^d_{\epsilon}) = \begin{cases} k'_n(t^d_{\epsilon}) & \text{補修しない時} \\ i''_n(t^d_{\epsilon}) & \text{補修する時} \end{cases} \tag{6.2.4}$$

と定義される．すなわち，$k''_n(t^d_\epsilon)$は，１）時刻t^d_ϵにおいて補修をしなかった場合は，時刻t^d_ϵ以前に実施された補修アクション時の健全度を，２）補修を実施した場合は，補修後の健全度を表す．さらに，$l''_n(t^d_\epsilon)$は，

$$l''_n(t^d_\epsilon) = \begin{cases} l'_n(t^d_\epsilon) & \text{補修しない時} \\ l'_n(t^d_\epsilon)+1 & \text{健全度}\, k'_n(t^d_\epsilon)\,\text{に回復} \\ & \text{する時} \\ 0 & k''_n(t^d_\epsilon) > k'_n(t^d_\epsilon)\,\text{が成立する} \\ & \text{時，もしくは取り替えた時} \end{cases} \tag{6.2.5}$$

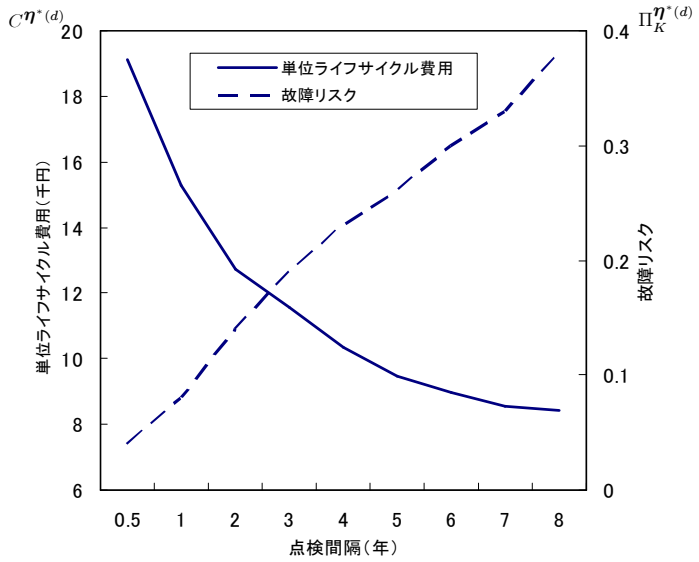
と定義できる．すなわち，$l''_n(t^d_\epsilon)$は，１）時刻t^d_ϵにおいて補修をしなかった場合は，時刻t^d_ϵ以前に実施された補修の回数を，２）$l'_n(t^d_\epsilon) < L$であり，かつ補修により健全度が$k'_n(t^d_\epsilon)$に回復した場合は，時刻t^d_ϵ以前に実施された補修の回数に，時刻t^d_ϵにて実施した補修回数を加える．３）健全度が$k''_n(t^d_\epsilon) > k'_n(t^d_\epsilon)$に回復，もしくは取り替えた時には補修の履歴回数を0に修正する．なお，時刻t^d_ϵで施設nの健全度がIと判定された場合，施設は更新され補修履歴は$k''_n(t^d_\epsilon) = 1$に更新される．また，$m''_n(t^d_\epsilon)$は，直近の更新アクションが実施されてからの点検回数を表しており，

$$m''_n(t^d_\epsilon) = \begin{cases} 0 & \text{取り替える時} \\ m'_n(t^d_\epsilon)+1 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{6.2.6}$$

と表される．なお，過去に更新の履歴がない場合は，その施設の使用が開始されてからの点検回数を表す．定期点検・補修スキームの下では，一定の時間間隔dごとに点検・補修されるため，点検時点に観測される使用時間は$0, d, 2d, \cdots, md$というようにdの整数倍の値をとる．したがって，前回の補修アクションからの点検回数がmであることは，前回の補修・更新時刻からmdが経過していることを意味する．また，点検回数mが上限値Mに到達した施設は直ちに更新されると考える．この仮定は，逐次更新ルールにおいて状態変数の数を有限個に制約するための仮定であるが，Mの値が十分に大きければ，施設の使用時間がMに到達する確率が微少になるため，実用的には問題ないと考える．このように，システムの劣化・補修過程は，１）時刻$t^d_{\epsilon-1}$の補修後の状態変数ベクトル$\boldsymbol{\omega}(t^d_{\epsilon-1}) = (\boldsymbol{\omega}_1(t^d_{\epsilon-1}), \cdots, \boldsymbol{\omega}_N(t^d_{\epsilon-1}))$，２）時刻$t^d_\epsilon$の点検後に観測される状態変数ベクトル$\boldsymbol{\omega}'(t^d_\epsilon)$，３）時刻$t^d_\epsilon$の補修後に定義される状態変数ベクトル$\boldsymbol{\omega}''(t^d_\epsilon)$を用いて記述できる．時刻$t^d_\epsilon$と$t^d_{\epsilon+1}$間の劣化・補修過程を考える場合，$\boldsymbol{\omega}(t^d_\epsilon)$は$\boldsymbol{\omega}''(t^d_\epsilon)$を用いて定義される．

6.2.4 ライフサイクル費用とリスク管理水準

数多くの施設で構成されるシステムを定期的に点検・補修する場合，定期点検の時間間隔dの設定が重要な課題となる．定期点検・補修の間隔が大きくなれば，点検・補修業務に付随して発生する点検費用を削減することができる．一方で，点検・補修間隔を広げれば，その間に施設の劣化が進行する可能性がある．施設の健全度が比較的良好な段階で予防的補修を実施すれば，施設の更新が生じるまでの期間長（施設の寿命）が長くなり，結果的に補修費用の削減につながる可能性がある．のちに，**6.3.5**において議論するように，本章では点検・補修政策の効率性を点検・補修に要する点検費用と，施設の予防的補修に要す



注） 実線は点検間隔dとライフサイクル費用$C^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$の関係を，破線は点検間隔$d$と故障リスク$\Pi_K^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$の関係を表している．縦軸（左）はライフサイクル費用を，縦軸（右）は故障リスクを表している．本図は，**6.5** 適用事例において実際に分析した結果から，逐次更新ルールの補修政策ξ_5に基づく点検間隔，ライフサイクル費用，故障リスクの関係を図示したものである．

図６－２ ライフサイクル費用と故障リスク

る補修費用の総和で評価する．**図６－２**は，点検間隔dとライフサイクル費用$C^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$の関係を示している．ここに，ライフサイクル費用$C^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$は，所与の点検間隔$d$に対してライフサイクル費用を最小にするような最適補修アクション$\boldsymbol{\eta}^*(d)$を採用した場合に達成可能なライフサイクル費用を意味している．本章の実証分析でとりあげたトンネル照明システムでは，点検間隔dを大きくするほどライフサイクル費用が小さくなるという関係が見いだされている．

一方，土木施設システムを管理する場合，ライフサイクル費用だけでなく，システムのサービス水準である施設の健全度分布を同時に管理することが重要である．本章の実証分析では，高速道路トンネルの照明灯具の管理問題をとりあげる．照明灯具が高速道路上に落下した場合，重大な事故の発生につながる可能性がある．このため，健全度Iの照明灯具が存在する確率をある一定の管理水準以下に抑制することが望ましい．**図６－２**には，点検間隔と健全度Iの施設が発生する確率$\Pi_I^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$の関係を併記している．ただし，$\Pi_I^{\boldsymbol{\eta}^*(d)}$は，点検間隔$d$を所与とした時の最適補修アクション$\boldsymbol{\eta}^*(d)$を採用した時に点検時点において健全度$I$の施設が発生する確率（以下，故障リスクと呼ぶ）を表す．図に示すように，点検・補修間隔dが大きくなれば，故障リスクが大きくなる．このような観点から，本章では施設管理者がリスク管理水準$\overline{U}$を設定し，所与のリスク管理水準の下でライフサイクル費用を最小にするような最適点検・補修政策$\xi^*(\overline{U})$を求

める問題を定式化することとする．

6.3 最適点検・補修モデルの定式化

6.3.1 モデル化の前提条件

システムの点検・補修政策ξの下で実現するシステムの劣化・補修過程は，それぞれの施設の点検結果，補修履歴を用いて記述することができる．しかし，システムを構成する施設数が多くなれば，劣化・補修過程をシステムを構成する施設それぞれの点検結果や補修履歴を用いて記述すると，のちに示す推移確率行列の次元数が膨大になるという問題が生じる．また，ライフサイクル費用を最小化するような最適点検・補修政策を検討する際，このような個別施設ごとの点検・補修履歴に関する詳細な情報は必要ではない．そこで，個別施設に関する点検・補修履歴に関する情報を集計化し，システムの平均的な劣化・補修過程をモデル化しよう．

点検・補修政策ξの下で，各施設の健全度$i''_n(t^d_\epsilon)$ $(n=1,\cdots,N)$が，時刻t^d_ϵ $(i=0,1,2,\cdots)$に点検される．各施設の劣化過程に不確実性が存在するため，点検時刻において，健全度や使用時間が異なる施設が混在することになる．システムを構成する施設を過去の補修履歴，補修履歴についての繰返し回数，現在の健全度，前回の補修時刻からの経過時間と対応させて分類することにより，補修履歴別，補修履歴についての繰返し回数別，健全度別，点検回数別施設数を定義することができる．時刻t^d_ϵにおいて補修アクションを実施した直後における補修履歴別，補修履歴についての繰返し回数別，健全度別，点検回数別施設数を，行ベクトル

$$\begin{aligned}\boldsymbol{n}^\xi(t^d_\epsilon) = (&n^\xi_{1010}(t^d_\epsilon),\cdots,n^\xi_{101(M-1)}(t^d_\epsilon),n^\xi_{1110}(t^d_\epsilon),\cdots,\\ &n^\xi_{111(M-1)}(t^d_\epsilon)),n^\xi_{1211}(t^d_\epsilon)),\cdots,n^\xi_{1L1(M-1)}(t^d_\epsilon),\\ &n^\xi_{1220}(t^d_\epsilon)),\cdots,n^\xi_{1L(I-1)(M-1)}(t^d_\epsilon)),\\ &\cdots,n^\xi_{(I-2)L(I-1)(M-1)}(t^d_\epsilon))\end{aligned} \tag{6.3.7}$$

を用いて表そう．ただし，変数$n^\xi_{klim}(t^d_\epsilon)$ $(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L;\ i=k,\cdots,I-1;\ m=0,\cdots,M-1)$は，点検時刻$t^d_\epsilon$において補修履歴が$k$，補修履歴$k$の繰返し補修回数が$l$，健全度が$i$，直近の補修アクションからの点検回数が$m$（経過時間が$md$）となる施設の個数を表す．また，$M$は十分大きな整数を表し，点検回数$m$の上限値を表す．点検回数$m$が$M-1$に到達した場合，つぎの点検・補修時点$t^d_{\epsilon+1}$で自動的に新しい施設に更新されると考える．当然のことながら，

$$\sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1} n^\xi_{klim}(t^d_\epsilon) = N \tag{6.3.8}$$

が成立する．この時，点検・補修ルールξの下における施設の劣化・補修過程は初期時刻t_0を起点とする状態変数ベクトルの系列$\boldsymbol{n}^\xi(t_0),\boldsymbol{n}^\xi(t^d_1),\boldsymbol{n}^\xi(t^d_2),\cdots$として表すことができる．ここで，各施設状態が生起する

相対頻度を$\pi^{\xi}_{klim}(t^d_\epsilon) = n^{\xi}_{klim}(t^d_\epsilon)/N$ $(k = 1, \cdots, I-2;\ l = 0, \cdots, L;\ i = k, \cdots, I-1;\ m = 0, \cdots, M-1)$ と表し，相対頻度ベクトルを行ベクトル$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t^d_\epsilon) = (\pi^{\xi}_{1010}(t^d_\epsilon), \cdots, \pi^{\xi}_{(I-2)L(I-1)(M-1)}(t^d_\epsilon))$ で定義する．この時，次式が成立する．

$$\sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1}\pi^{\xi}_{klim}(t^d_\epsilon) = 1 \tag{6.3.9}$$

6.3.2 劣化過程のモデル化

各施設の健全度はI個の健全度で表現される．施設が更新された時刻（あるいは補修された時刻）から，施設の劣化が進展する．このような施設の劣化過程は健全度間の時間的推移状態として記述できる．いま，時間間隔dごとに等間隔に点検時刻が設定された離散的時間軸 (6.2.1) を考える．ある点検時刻t^d_ϵにおいて，補修アクション実施後に，施設の補修履歴，補修の繰返し回数，健全度，点検回数に関するデータが更新されたとしよう．以上のデータに基づいて，つぎの点検時刻$t^d_{\epsilon+1}$における健全度を予測する問題を考える．当面の間，施設の補修や更新を考慮せず，施設の劣化過程のみに着目する．

いま，時刻t^d_ϵの補修アクション実施後に補修履歴k，繰返し回数l，健全度i，点検回数mとなる施設に着目しよう．さらに，当該時刻の施設状態を４つの状態変数の組(k, l, i, m) $(k = 1, \cdots, I-2;\ l = 0, \cdots, L;\ i = k, \cdots, I-1;\ m = 0, \cdots, M-1)$ で表そう．つぎに，時刻$t^d_{\epsilon+1}$（点検を実施し，補修アクションを実施する前の段階）における施設状態を状態変数の組(k', l', i', m') $(k' = 1, \cdots, I-2;\ l' = 0, \cdots, L;\ i' = k', \cdots, I;\ m' = 0, \cdots, M)$ と表す．これらの施設状態の間の推移確率を$p^{k'l'i'm'}_{klim}(d)$ と表そう．劣化過程の特性から，推移確率$p^{k'l'i'm'}_{klim}(d)$ の中には推移パターンとして生起しえず，推移確率が０となるものが存在する．推移確率$p^{k'l'i'm'}_{klim}(d)$ は点検・補修間隔dに依存する．以下では，記述の簡便化を図るために点検間隔dを省略する．時刻t^d_ϵから時刻$t^d_{\epsilon+1}$の間で，生起する推移状態として，１）健全度がiのまま推移し，使用時間がmdから$(m+1)d$に推移するケース，２）健全度がi' $(i' > i)$ に変化し，使用時間も$(m+1)d$に変化する場合，が起こりうる．それぞれのケースに対応する推移確率を$p^{kli(m+1)}_{klim}$，$p^{kli'(m+1)}_{klim}$と表そう．健全度I，点検回数Mは吸収状態であり，施設を更新されない限り健全度I，あるいは点検回数Mの状態に留まる．すなわち，$p^{klI(m+1)}_{klIm} = 1$，$p^{kliM}_{kliM} = 1$ $(k = 1, \cdots, I-2;\ l = 0, \cdots, L;\ i = k, \cdots, I;\ m = 0, \cdots, M-1)$ が成立すると考える．それ以外の推移確率はすべて０となる．推移確率の定義より，

$$\sum_{i'=i}^{I} p^{kli'(m+1)}_{klim} = 1 \tag{6.3.10}$$
$$(k = 1, \cdots, I-2;\ l = 0, \cdots, L;\ i = k, \cdots, I-1;$$
$$m = 0, \cdots, M-1)$$

が成立する．ここで，施設の推移状態に関する理解を容易にするために，推移確率行列を定義しよう．補

修履歴k，繰返し回数lの施設に着目しよう．推移確率行列$\boldsymbol{p}_{ll}^{kk}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L)$を

$$\boldsymbol{p}_{ll}^{kk}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{p}_{kk}^{kkll} & \boldsymbol{p}_{k(k+1)}^{kkll} & \cdots & \boldsymbol{p}_{kI}^{kkll} \\ \mathbf{o}_{(k+1)k}^{kkll} & \boldsymbol{p}_{(k+1)(k+1)}^{kkll} & \cdots & \boldsymbol{p}_{(k+1)I}^{kkll} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o}_{(I-1)k}^{kkll} & \mathbf{o}_{(I-1)(k+1)}^{kkll} & \cdots & \boldsymbol{p}_{(I-1)I}^{kkll} \end{pmatrix} \tag{6.3.11}$$

と定義しよう．ただし，$\mathbf{o}_{ii'}^{kkll}$ $(i=k+1,\cdots,I-1;\ i'=k,\cdots,I-1)$は0を要素とする$(M+1)\times M$行列である．さらに，行列$\boldsymbol{p}_{ll}^{kk}$を構成する対角ブロック行列$\boldsymbol{p}_{ii}^{kkll}$は，同一の健全度$i$の間における推移確率を表現したものであり，

$$\boldsymbol{p}_{ii}^{kkll}=\begin{pmatrix} p_{kli0}^{kli1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{kli1}^{kli2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & p_{kli(M-1)}^{kliM} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{6.3.12}$$

と表される．また，それ以外のブロック行列$\boldsymbol{p}_{ii'}^{kkll}$ $(i=k,\cdots,I-1;\ i'=i+1,\cdots,I)$は

$$\boldsymbol{p}_{ii'}^{kkll}=\begin{pmatrix} p_{kli0}^{kli'1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{kli1}^{kli'2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & p_{kli(M-1)}^{kli'M} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.13}$$

と表される．さらに，補修履歴k，繰返し回数lごとに定義された推移確率行列$\boldsymbol{p}_{ll}^{kk}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L)$を対角ブロック行列とする推移確率行列$\boldsymbol{p}$を

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{p}_{00}^{11} & \cdots & \mathbf{o}_{0L}^{11} & \cdots & \mathbf{o}_{0L}^{1(I-2)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o}_{L0}^{11} & \cdots & \boldsymbol{p}_{LL}^{11} & \cdots & \mathbf{o}_{LL}^{1(I-2)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o}_{L0}^{(I-2)1} & \cdots & \mathbf{o}_{LL}^{(I-2)1} & \cdots & \boldsymbol{p}_{LL}^{(I-2)(I-2)} \end{pmatrix} \tag{6.3.14}$$

と定義しよう．ただし，非対角ブロック行列$\mathbf{o}_{ll'}^{kk'}$ $(k,k'=1,\cdots,I-2;\ l,l'=0,\cdots,L)$はすべての要素を0とする行列である．

6.3.3 劣化・補修過程のモデル化

施設管理者が点検・補修政策ξを用いてN個の施設を同時に管理する問題を考えよう．いま，定期点検時刻t_{ϵ}^{d}において，定期点検・補修が実施され，補修アクション実施後の補修履歴k，繰返し回数l，健全度

i，点検回数mの施設に着目しよう．この施設の劣化が，推移確率行列$\boldsymbol{p}$に従って進展し，次の定期点検時刻$t^d_{\epsilon+1}$において補修履歴$k'(=k)$, 繰返し回数$l'(=l)$，健全度i' $(i \leq i' \leq I)$, 点検回数$m' = m+1$が観測されたとしよう．さらに，時刻$t^d_{\epsilon+1}$において，補修アクション$\eta^{\xi}(k',l',i')$が実施され，状態(k'',l'',i'',m'')へ推移すると考えよう．施設の劣化・補修過程をモデル化するためには，時点t^d_{ϵ}の補修アクション実施後の状態(k,l,i,m)から，時点$t^d_{\epsilon+1}$における補修アクション実施後の状態(k'',l'',i'',m'')への推移状態を表す確率$P^{k''l''i''m''}_{klim}(\xi)$を定義することが必要となる．そこで，まず時点$t^d_{\epsilon+1}$の点検により観測された状態$(k',l',i',m')$から，補修アクション実施後の状態$(k'',l'',i'',m'')$への推移状態を

$$
q^{k''l''i''m''}_{k'l'i'm'}(\xi) = \begin{cases} 1 & \eta^{\xi}(k',l',i') = i' = i'', \\ & l' = l'' \leq L, k' = k'', \\ & m'' = m'+1 \text{の時} \\ 1 & \eta^{\xi}(k',l',i') = k' = i'' \neq i', \\ & k' = k'', l'' = l'+1 \leq L, \\ & m'' = m'+1 \text{の時} \\ 1 & \eta^{\xi}(k',l',i') = i'' \neq i', \\ & i'' = k'' > k', l' = L, \\ & l'' = 0, m'' = m'+1 \text{の時} \\ 1 & k' = I, k'' = 1, i'' = 1, \\ & l = 0, m'' = 0 \text{の時} \\ 1 & m' = M-1, k'' = 1, i'' = 1, \\ & l = 0, m'' = 0 \text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{6.3.15}
$$

$$
\begin{aligned}
&(k', k'' = 1, \cdots, I-2;\ i' = k', \cdots, I; \\
&l, l'' = 0, \cdots, L;\ i'' = k'', \cdots, I-1; \\
&m, m'' = 0, \cdots, M-1)
\end{aligned}
$$

と表そう．式(6.3.15)の右辺の内，最上段のケースは，時刻$t^d_{\epsilon+1}$において補修が実施されず点検回数のみが$m'' = m'+1$に推移する場合を表す．第２段目は補修により，健全度がi'から$i'' = k'$ $(i' > i'')$に回復し，補修履歴が$k'' = k'$に，繰返し回数が$l'' = l'+1$に，点検回数が$m'' = m+1$に推移することを表す．第３段目は補修の回数が上限Lに到達したため健全度k'に回復することを見送り，かつ健全度がi'まで劣化した段階で補修することによりi'' $(i' > i'' > k')$に回復し，補修履歴が$k'' = i''$に，繰返し回数が$l'' = 0$に，点検回数が$m'' = m+1$に推移することを表す．第４段目は点検により健全度Iが観測され，更新が行われるケースであり，補修履歴が$k'' = 1$，繰返し回数が$l'' = 0$，健全度が$i'' = 1$，点検回数が$m'' = 0$に更新されることを表す．第５段目は施設の使用時間が上限Mに到達したため施設が更新され，補修履歴が$k'' = 1$，健全度が$i'' = 1$，繰返し回数が$l'' = 0$，点検回数が$m'' = 0$に更新されることを表す．最下段は，該当する推移パターンが存在しない場合に該当している．時刻t^d_{ϵ}から時刻$t^d_{\epsilon+1}$間における健全度の推移確率$p^{k'l'i'm'}_{klim}$と，式(6.3.15)に示す補修後の推移パターン$q^{k''l''i''m''}_{k'l'i'm'}(\xi)$を用いれば，点検・補修政策$\xi$の下に

おける時刻t_ϵ^dと時刻$t_{\epsilon+1}^d$の間における健全度推移確率$P_{klim}^{k''l''i''m''}(\xi)$を表現できる．

ここで，一度過去に補修によりある健全度kに回復した場合には，その健全度kからさらに劣化し健全度i $(i>k)$が観測されない限り，補修が実施されないという補修履歴の制約を考慮しよう．このような補修履歴の制約を表現するために，時刻t_ϵ^dにある健全度iに回復した場合，時刻$t_{\epsilon+1}^d$においても健全度がiに留まる場合，補修は実施されないと考える．したがって，点検・補修政策ξの下における推移確率$P_{klim}^{k''l''i''m''}(\xi)$は

$$P_{klim}^{k''l''i''m''}(\xi)=\begin{cases} p_{klim}^{kli(m+1)}\begin{cases} k''=k, i=i'' \\ l''=l \\ m''=m+1\text{の時} \end{cases} \\ \sum_{i'=i}^{i''} p_{klim}^{k'l'i'm'} q_{k'l'i'm'}^{k''l''i''m''}(\xi) \\ \qquad\qquad \begin{cases} \text{それ以外の時} \end{cases} \end{cases} \tag{6.3.16}$$

$$(k,k''=1,\cdots,I-2;\ i=k,\cdots,I-1;\ l,l''=0,$$
$$\cdots,L;\ i''=k'',\cdots,I-1;\ m,m''=0,\cdots,M-1)$$

と定義できる．推移確率(6.3.16)を用いて，施設の劣化・補修過程を記述することができる．まず，劣化・補修過程においては，時刻$t_{\epsilon+1}^d$において，１）補修が実施されない，２）補修が実施される，３）施設を取り替える，という３つのケースが起こりうる．いま，時刻$t_{\epsilon+1}^d$における補修アクション実施後の補修履歴k'' $(k''=1,\cdots,I-2)$，繰返し補修回数l'' $(l''=0,\cdots,L)$，健全度i'' $(i''=k'',\cdots,I-1)$，点検回数m'' $(m''=0,\cdots,M-1)$の相対頻度は$\pi_{k''l''i''m''}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^d)$と表される．まず，時刻$t_{\epsilon+1}^d$において補修が実施されない場合を考えよう．この時，施設の劣化過程は

$$\pi_{k''l''i''m''}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^d)=\sum_{i=1}^{i''} P_{k''l''i(m''-1)}^{k''l''i''m''}(\xi)\pi_{k''l''im''}^{\xi}(t_\epsilon^d) \tag{6.3.17}$$

$$(k''=1,\cdots,I-2;\ l''=0,\cdots,L;\ i''=k'',\cdots,$$
$$I-1;\ m''=0,\cdots,M-1)$$

と表せる．つぎに，定期点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$に補修が実施される場合を考えよう．補修が実施され健全度がk''に回復する場合，補修履歴と健全度が伴にk''に，繰返し回数がl''にそれぞれ更新され，点検回数はm''に更新される．施設の劣化・補修過程は

$$\pi_{k''l''k''m''}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^d)= \sum_{k=1}^{k''}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1} P_{klim}^{k''l''k''m''}(\xi)\pi_{klim}^{\xi}(t_\epsilon^d) \tag{6.3.18}$$

と表される．最後に，施設が更新された場合，補修履歴，繰返し回数，健全度，点検回数がすべて0に更新される．したがって，劣化・補修過程は次式で表される．

$$\pi^{\xi}_{1010}(t^{d}_{\epsilon+1}) = \sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1} P^{1010}_{klim}(\xi)\pi^{\xi}_{klim}(t^{d}_{\epsilon}) \tag{6.3.19}$$

6.3.4 劣化・補修過程の行列表記

計算過程の便宜を図るため，以上の式(6.3.17)-(6.3.19)で表される劣化・補修過程を行列表記の形でとりまとめよう．そのために，点検・補修政策ξの下での推移確率行列$\boldsymbol{P}(\xi)$と，それを構成する補修履歴間の推移パターン(k,k'')及び繰返し回数間の推移パターン(l,l'')に対する推移確率行列$\boldsymbol{P}^{kk''}_{ll''}(\xi)$，さらに健全度$(i,i'')$間の推移パターンを表す推移確率行列$\boldsymbol{P}^{kk''ll''}_{ii''}(\xi)$を定義しよう．以下，本節では表記の簡略化のために点検・補修政策ξを表す記号(ξ)をすべて省略する．まず，推移確率行列$\boldsymbol{P}$を次式のように定義する．

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{P}^{11}_{00} & \cdots & \boldsymbol{P}^{11}_{0L} & \cdots & \boldsymbol{P}^{1(I-2)}_{0L} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{P}^{11}_{L0} & \cdots & \boldsymbol{P}^{11}_{LL} & \cdots & \boldsymbol{P}^{1(I-2)}_{LL} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{P}^{(I-2)1}_{L0} & \cdots & \mathbf{o}^{(I-2)1}_{LL} & \cdots & \boldsymbol{P}^{(I-2)(I-2)}_{LL} \end{pmatrix} \tag{6.3.20}$$

劣化過程を表す推移確率行列(6.3.14)と異なり，補修アクションが行使されると補修履歴が更新されるため，式(6.3.20)の対角上方ブロック行列$\boldsymbol{P}^{kk''}_{ll''}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ k''=k+1,\cdots,I-2;\ l,l''=0,\cdots,L)$は必ずしもゼロ行列とならない．また，対角下方ブロック行列の中で，ブロック行列$\boldsymbol{P}^{k1}_{l0}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L; k=1, l=0$の時を除く$)$は，施設の更新パターンを表し，ゼロ行列にはならない．それ以外の対角下方ブロック行列はゼロ行列となる．推移確率行列(6.3.20)のブロック行列の内容について，1）対角ブロック行列$\boldsymbol{P}^{kk}_{ll}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L)$，2）対角下方ブロック行列$\boldsymbol{P}^{k1}_{ll''}$ $(k=2,\cdots,I-2;\ l,l''=0,\cdots,L;\ k=1, l=0$の時を除く$)$，3）対角上方ブロック行列$\boldsymbol{P}^{kk''}_{ll''}$ $(k=1,\cdots,I-2;\ k''=k+1,\cdots,I-2;\ l,l''=0,\cdots,L)$の順にその内容を表記しよう．

a) 対角ブロック行列$\boldsymbol{P}^{kk}_{ll}$

推移確率行列(6.3.20)の対角ブロック行列$\boldsymbol{P}^{kk}_{ll}(k=1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L)$は，補修履歴が更新されない劣化・補修過程を表す．この対角ブロック行列は健全度間の推移関係を表すブロック行列で構成されており，

$$\boldsymbol{P}^{kk}_{ll} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{P}^{kkll}_{kk} & \boldsymbol{P}^{kkll}_{k(k+1)} & \cdots & \boldsymbol{P}^{kkll}_{k(I-1)} \\ \mathbf{o}^{kkll}_{(k+1)k} & \boldsymbol{P}^{kkll}_{(k+1)(k+1)} & \cdots & \boldsymbol{P}^{kkll}_{(k+1)(I-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o}^{kkll}_{(I-1)k} & \mathbf{o}^{kkll}_{(I-1)(k+1)} & \cdots & \boldsymbol{P}^{kkll}_{(I-1)(I-1)} \end{pmatrix} \tag{6.3.21}$$

と表記することができる．対角ブロック行列$\boldsymbol{P}_{ii}^{kkll}$は，同一の健全度$i$ $(i=k,\cdots,I-1)$の間における推移確率を表現したものであり，

$$\boldsymbol{P}_{ii}^{kkll}=\begin{pmatrix} P_{kli0}^{kli1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_{kli1}^{kli2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_{kli(M-2)}^{kli(M-1)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.22}$$

と表される．第$M-1$行は点検回数が上限Mに到達するため施設が取り替えられる事象と対応している．対角ブロック行列(6.3.22)以外の対角ブロック行列，および対角上半ブロック行列$\boldsymbol{P}_{ii''}^{kkll}$ $(i=k,\cdots,I-1;\ i''=i,\cdots,I-1)$に関しては

$$\boldsymbol{P}_{ii''}^{kkll}=\begin{pmatrix} P_{kli0}^{kli''1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_{kli1}^{kli''2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_{kli(M-2)}^{kli''(M-1)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.23}$$

となる．一方，式(6.3.21)を構成する対角下方ブロック行列$\boldsymbol{P}_{ik}^{kkl(l+1)}$ $(i=k+1,\cdots,I-1;\ l=0,\cdots,L-1)$は，補修履歴$k$の更新を伴わない（健全度$i$から健全度$k$への）補修パターンを示したブロック行列であり，

$$\boldsymbol{P}_{ik}^{kkl(l+1)}=\begin{pmatrix} P_{kli0}^{k(l+1)k1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{kli1}^{k(l+1)k2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{kli(M-2)}^{k(l+1)k(M-1)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.24}$$

と表される．

b) 対角下方ブロック行列$\boldsymbol{P}_{l0}^{k1}$

推移確率行列(6.3.20)の対角下方ブロック行列$\boldsymbol{P}_{l0}^{k1}(k=2,\cdots,I-2)$は，施設の更新が伴う劣化・補修過程を表しており，

$$\boldsymbol{P}_{l0}^{k1}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{P}_{k1}^{k1l0} & \mathbf{o}_{k2}^{k1l0} & \cdots & \mathbf{o}_{k(I-1)}^{k1l0} \\ \boldsymbol{P}_{(k+1)1}^{k1l0} & \mathbf{o}_{(k+1)2}^{k1l0} & \cdots & \mathbf{o}_{(k+1)(I-1)}^{k1l0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{P}_{(I-1)1}^{k1l0} & \mathbf{o}_{(I-1)2}^{k1l0} & \cdots & \mathbf{o}_{(I-1)(I-1)}^{k1l0} \end{pmatrix} \tag{6.3.25}$$

と表記することができる．ブロック行列 (6.3.25) の第 2 列以降のブロック行列はすべて 0 を要素とするブロック行列である．第 1 列のブロック行列$\boldsymbol{P}_{i1}^{k1l0}(i=k,\cdots,I-1)$ は施設の更新パターンを表しており，

$$\boldsymbol{P}_{i1}^{k1l0}=\begin{pmatrix} P_{kli1}^{1010} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{kli2}^{1010} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{kli(M-1)}^{1010} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.26}$$

と表される．

c) 対角上方ブロック行列$\boldsymbol{P}_{ll''}^{kk''}$

推移確率行列 (6.3.20) の対角上方ブロック行列の中でブロック行列$\boldsymbol{P}_{l0}^{kk''}(k=1,\cdots,I-3;\ k''=k+1,\cdots,I-2;\ l=0,\cdots,L)$ は，施設の補修履歴の変化を伴う補修パターンを表しており，

$$\boldsymbol{P}_{l0}^{kk''}=\begin{pmatrix} \mathbf{o}_{kk}^{kk''l0} & \cdots & \boldsymbol{P}_{kk''}^{kk''l0} & \cdots & \mathbf{o}_{k(I-1)}^{kk''l0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ \mathbf{o}_{k''k}^{kk''l0} & \cdots & \boldsymbol{P}_{k''k''}^{kk''l0} & \cdots & \mathbf{o}_{k''(I-1)}^{kk''l0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ \mathbf{o}_{(I-1)k}^{kk''l0} & \cdots & \boldsymbol{P}_{(I-1)k''}^{kk''l0} & \cdots & \mathbf{o}_{(I-1)(I-1)}^{kk''l0} \end{pmatrix} \tag{6.3.27}$$

と表記できる．ブロック行列 (6.3.27) の第 1 列以外のブロック行列はすべて 0 を要素とするブロック行列である．第k''列のブロック行列$\boldsymbol{P}_{ik''}^{kk''l0}(i=k,\cdots,I-1)$ は補修履歴の更新を伴う施設の補修パターンを表しており，

$$\boldsymbol{P}_{ik''}^{kk''l0}=\begin{pmatrix} P_{kli0}^{k''0k''1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{kli1}^{k''1k''2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{kli(M-2)}^{k''0k''(M-1)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{6.3.28}$$

と表される．

以上で定義した点検・補修政策ξの下における推移確率行列$\boldsymbol{P}(\xi)$ を用いて劣化・補修過程をモデル化しよう．以下の議論では，点検・補修政策を表す記号 (ξ) を明示的に表記する．初期時刻における相対頻度$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_0^d)$ を与件とすれば，任意の定期点検時刻t_ϵ^dにおける補修アクションを行使する直前の期待相対頻度$\tilde{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}(t_\epsilon^d)$ は

$$\tilde{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}(t_\epsilon^d)=\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_0^d)\{\boldsymbol{P}(\xi)\}^{m-1}\boldsymbol{p} \tag{6.3.29}$$

と表される．ここに，$\{\boldsymbol{P}(\xi)\}^{m-1}$は推移確率行列$\boldsymbol{P}(\xi)$ を$m-1$回乗じた行列を意味する．点検・補修政策ξに対する推移確率行列$\boldsymbol{P}(\xi)$ を与えれば，式 (6.3.29) を用いてシステムの平均的な劣化・補修過程を記述することができる．通常のマルコフ過程モデル [1]−[5] と異なり，劣化・補修過程 (6.3.29) における状態変数は，個々の施設の健全度ではなく，システム全体における補修履歴別，健全度別，点検回数別期待相

対頻度を用いて定義されている．このように，本章ではシステムの平均的な劣化・補修過程を集計的マルコフモデルを用いて定式化する点に特徴がある．いま，劣化・補修過程が長期間繰り返され，長期定常状態に到達したとしよう．補修履歴別，健全度別，点検回数別施設シェアに関する定常確率ベクトル $\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi} = (\overline{\pi}^{\xi}_{1010}, \cdots, \overline{\pi}^{\xi}_{(I-2)L(I-1)(M-1)})$ は

$$\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi} = \overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi} \boldsymbol{P}(\xi) \tag{6.3.30}$$

を満足する $\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}$ として定義される．なお，点検・補修政策 ξ によっては，定常確率の中に $\overline{\pi}^{\xi}_{klim} = 0$ が成立する（当該の状態に論理的に到達しない）状態変数 (k, l, i, m) が存在する可能性がある．言い換えれば，推移確率行列 $\boldsymbol{P}(\xi)$ の中にすべての要素が 0 となる行と列が存在する場合がある．この時，推移確率行列の中で，該当する行と列を削除した縮約行列を作成することが必要となる．このような推移行列の縮約化と定常確率の算出方法に関しては，改めて **6.5.2** で言及する．

6.3.5 最適点検・補修モデル

最適点検・補修モデルを定式化するために，システムのライフサイクル費用を定義しよう．システムの劣化・補修過程が，点検・補修政策 ξ の下で定常状態にあると考えよう．小林は，数多くの同種類の施設を更新して，無限期間にわたり継続的に利用する場合，平均費用最小化原則に従って最適政策を求めることにより，結果的にシステム全体のライフサイクル費用の割引現在価値の最小化を達成できることを理論的に示している [9]．したがって，本章では，定常状態におけるライフサイクル費用を 1 施設当たりの単位期間当たりの平均費用で評価することとする．いま，施設の劣化水準を i' から i'' $(1 \leq i'' < i' \leq I-1)$ へ修復するための補修費用を $c^{i''}_{i'}$ と表そう．ただし，補修費用は条件

$$\begin{aligned} &c^{i''}_{i'} \leq \cdots \leq c^{i''}_{l} \leq \cdots \leq c^{i''}_{I-1} \leq c^{1}_{I} \\ &(i' \leq l \leq I-1;\ i' = 2, \cdots, I-1) \end{aligned} \tag{6.3.31}$$

を満足すると仮定する．ただし，c^{1}_{I} は更新費用である．条件 (6.3.31) は補修前の劣化水準が悪い方が，同一の劣化水準に回復するための費用が大きくなることを意味する．点検・補修政策 ξ の下で補修履歴 k'，補修回数 l'，健全度 i' の施設に対して補修アクション $\eta^{\xi}(k', l', i') = i''$ を採用した場合の補修費用は $c^{i''}_{i'}$ と表せる．補修が実施されない場合（$\eta^{\xi}(k', l', i') = i'$ が成立する場合），$c^{i'}_{i'} = 0$ が成立する．

まず，逐次更新ルールを用いた場合の最適点検・補修モデルを定式化しよう．点検時刻 t^{d}_{ϵ} において補修履歴 k，繰返し回数 l，健全度 i，点検回数 m の施設が，時刻 t^{d}_{m+1} まで劣化が進展し，時刻 $t^{d}_{\epsilon+1}$ において補修政策 ξ の下で発生する期待補修費 EC^{ξ}_{klim} は

$$EC^{\xi}_{klim} = \sum_{k'}^{I-2} \sum_{k''=1}^{I-2} \sum_{l'=0}^{L} \sum_{l''=0}^{L} \sum_{i''=k''}^{I-1} \sum_{i'=k'}^{I} \sum_{m'=0}^{M-1} \sum_{m''=0}^{M-1} p^{k'l'i'm'}_{klim} q^{k''l''i''m''}_{k'l'i'm'}(\xi) c^{i''}_{i'}$$

$$(k=1,\cdots,I-2;\ i=k,\cdots,I-1;$$
$$l=0,\cdots,L;\ m=0,\cdots,M-1)$$

と表される．定常状態における健全度別，繰返し補修回数別，点検回数別，補修履歴別施設の相対頻度$\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}=(\overline{\pi}^{\xi}_{1010},\cdots,\overline{\pi}^{\xi}_{(I-2)L(I-1)(M-1)})$を用いれば，補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$の下で発生する期待補修費用$R^{\xi}$は

$$R^{\xi}=\sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1}EC^{\xi}_{klim}\overline{\pi}^{\xi}_{klim} \tag{6.3.32}$$

と表せる．ここで，管理対象の施設個数をN，単位距離当たりの点検費用をe，点検・更新時にトンネル延長に応じて発生する交通規制費用をh，規制によって発生する利用者の時間損失や走行損失で定義される社会的費用をsとしよう．点検・更新政策$\xi=(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$の下で，時間間隔$d$ごとに点検し，補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$を適用した場合に発生する１施設・１年間当たりの単位ライフサイクル費用[6]$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$は

$$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})=\frac{NR^{\xi}+eL+h+s}{dN} \tag{6.3.33}$$

と表される．点検間隔dが変化すれば，各点検時刻において健全度Iの施設が観測される相対頻度が変化する．そこで，施設のリスク管理のために，点検・更新政策ξの下で実現する健全度Iの定常確率（本章では，故障リスクと呼んでいる）Π^{ξ}_{I}を用いよう．健全度Iが観測される定常確率$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$は

$$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})=\sum_{k=1}^{I-1}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1}p^{klI(m+1)}_{klim}\overline{\pi}^{\xi}_{klim} \tag{6.3.34}$$

と表される．施設のリスク管理水準を$\overline{U}$と表そう．この時，故障リスク$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$を，リスク管理水準$\overline{U}$以下に抑えることが可能な点検・更新政策の集合$\Omega(\overline{U})$を

$$\Omega(\overline{U})=\left\{(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})|\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\leq\overline{U}\right\} \tag{6.3.35}$$

と定義しよう．この時，リスク管理水準$\overline{U}$を所与とした時に，ライフサイクル費用を最小にするような最適点検・補修政策$\xi^*(\overline{U})$を求める最適点検・補修モデルは

$$\min_{d,\boldsymbol{\eta}^{\xi}}\left\{C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\right\} \tag{6.3.36a}$$
$$\text{subject to}\quad (d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\in\Omega(\overline{U}) \tag{6.3.36b}$$

と定式化できる．問題(6.3.36a),(6.3.36b)の最適政策はリスク管理水準$\overline{U}$を所与とした場合の条件付き最適政策であり，$\xi^*(\overline{U})$と表すこととする．

一括更新ルールを用いる場合，一括更新を実施した時刻にすべての施設の健全度が1に更新されるため，定常確率を用いることができない．一括更新が実施された時刻における健全度の相対頻度を$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t^d_0)=$

$(1,0,\cdots,0)$ と表そう．この時，一括更新時刻から，m $(m=1,\cdots,M)$ 回目の点検を実施する時刻における健全度の期待相対頻度ベクトルを$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d})=(\pi_{1010}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}),\cdots,\pi_{(I-2)L(I-1)(M-1)}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}))$ と表そう．期待相対頻度は

$$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d})=\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{0}^{d})\{\boldsymbol{P}(\xi)\}^{m} \tag{6.3.37}$$

により定義される．すなわち，一括更新時刻からの使用時間に依存して期待相対頻度$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d})$ が定義されることになる．いま，２つの連続する更新時刻の間に実施される点検回数を $M-1$，点検間隔を d とすれば，連続する２つの一括更新時刻の間の時間間隔は Md と表せる．この時，一括更新間隔 Md を所与として，補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$を実施した場合に発生する期待補修費用$\tilde{R}^{\xi}$は

$$\tilde{R}^{\xi}=\sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=1}^{M}EC_{klim}^{\xi}\pi_{klim}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}) \tag{6.3.38}$$

と表せる．また，単位ライフサイクル費用$\tilde{C}(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$ は

$$\tilde{C}(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})=\frac{N\tilde{R}^{\xi}+eL+h+s}{dN} \tag{6.3.39}$$

と表される．さらに，M回目の点検時刻（一括更新時刻）における故障リスク$\tilde{\Pi}_{I}(M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$ は

$$\tilde{\Pi}_{I}(M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})=\sum_{k=1}^{I-1}\sum_{l=0}^{L}\pi_{klIM}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}) \tag{6.3.40}$$

となる．故障リスク$\tilde{\Pi}_{I}(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$ を，リスク管理水準$\overline{U}$以下に抑えることが可能な点検・更新政策の集合$\tilde{\Omega}(\overline{U})$ を

$$\tilde{\Omega}(\overline{U})=\left\{(M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})|\tilde{\Pi}_{I}(M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\leq\overline{U}\right\} \tag{6.3.41}$$

と定義しよう．この時，リスク管理水準$\overline{U}$を所与とした時に，ライフサイクル費用を最小にするような最適点検・補修政策$\xi^{*}(\overline{U})$ と最適一括更新間隔を求める最適点検・補修モデルは

$$\min_{M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi}}\left\{\tilde{C}(M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\right\} \tag{6.3.42a}$$

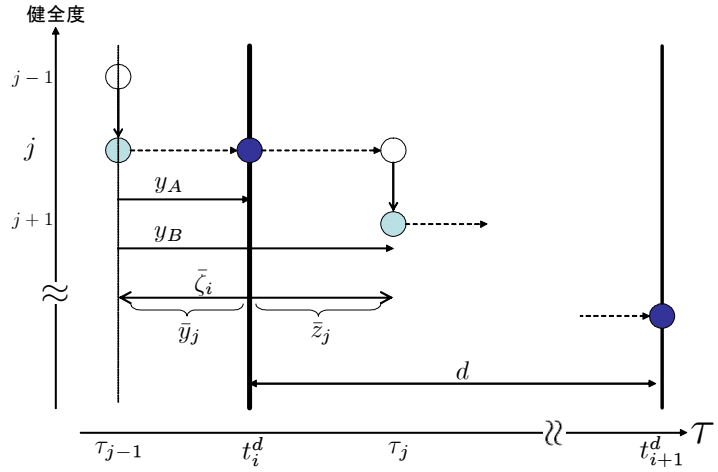
$$\text{subject to}\quad (M,d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})\in\tilde{\Omega}(\overline{U}) \tag{6.3.42b}$$

と定式化できる．なお，一括更新ルールを用いた最適点検・補修モデル(6.3.42a),(6.3.42b) を適用する際には，健全度 Iに到達した段階で直ちに更新を実施するという制約を緩和しておく必要がある．

6.4 ハザードモデルと推移確率

6.4.1 ハザードモデル

推移確率$p_{klim}^{klii'(m+1)}$を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて導出しよう．本章で用いる多段階ワイブル劣化ハザードモデルは，**4章**にて提案したモデルにに基づいている．しかし，最適点検補修モデル



注) 時刻τ_{i-1}に健全度が$i-1$からiに変化した場合，点検が行われる時刻t_ϵ^dは時刻τ_{i-1}を起点とするサンプル時点y_Aと対応する．図中の劣化サンプルパスの場合，時点y_Bに健全度が１つ進行する．目視点検の場合，時刻τ_{i-1}を観測できないため，サンプル時間軸上の時点y_A,y_Bも観測できない．時刻τ_{i-1}から時刻t_ϵ^dまでの期間長をy_i，時刻t_ϵ^dから時刻τ_iまでの期間長をz_iと表し，健全度iの寿命を$\zeta_i = y_i + z_i (= y_B)$と表す．

図６－３ 劣化過程のモデル化

で用いるために，多段階ワイブル劣化ハザードモデルを若干加工することが必要となる．そこで，本章の以下では，改めて，多重ワイブル劣化ハザードモデルを用いて推移確率を導出する過程を簡単にとりまとめることとする．いま，システムを構成するある施設の劣化過程を**図６－３**に示すようにモデル化しよう．さらに，議論を簡単にするために，当面の間，離散時間軸ではなく，同図に示すような連続的時間軸を考えよう．さらに，不必要な混乱を避けるために，連続時間軸上の時刻は変数τで表す．離散時間軸上で定義される時刻t_ϵ^dも，**図６－３**に示すように同じ連続時間軸上の１つの離散的な時刻を表しているが，離散時間軸上の時刻に関しては，いままでどおり変数tを用いて表記する．さて，時刻τ_{i-1}において，健全度が$i-1$からiに推移したと考える．ここで，さらに時刻τ_{i-1}を初期時点$y_i = 0$とする時間軸（以下，サンプル時間軸と呼ぶ）を導入しよう．サンプル時間軸上の時点を，以下「時点」と呼び，連続時間軸上の「時刻」とは区別する．サンプル時間軸上の時点y_Aと，時刻t_ϵ^dと時刻τ_{i-1}の間には$y_A = t_\epsilon^d - \tau_{i-1}$が成立する．いま，時刻$\tau_i$（時点$y_{i+1} = 0$）において，健全度が$i$から$i+1$に推移すると考えよう．この時，当該の施設の健全度がiに留まる期間長（以下，健全度iの寿命と呼ぶ）は$\zeta_i = \tau_i - \tau_{i-1}$と表せる．健全度$i$の寿命$\zeta_i$は確率変数であり，確率密度関数$f_i(\zeta_i)$，分布関数$F_i(\zeta_i)$に従うと仮定する．ただし，健全度$i$ $(i = 1, \cdots, I-1)$の寿命ζ_iの定義域は$[0, \infty)$である．分布関数の定義より

$$F_i(y_i) = \int_0^{y_i} f_i(\zeta_i) d\zeta_i \tag{6.4.43}$$

が成立し，分布関数$F_i(y_i)$は健全度がiとなった初期時点$y_i = 0$ (時刻τ_{i-1})からサンプル時間軸上のある時点y_i(時刻$\tau_{i-1} + y_i$)までに健全度がiから$i+1$に変化した累積確率を表す．したがって，初期時点$y_i = 0$からサンプル時点$y_i \in [0, \infty)$まで，健全度がiのまま推移する確率$\tilde{F}_i(y_i)$は，時点y_iまでに健全度がiから$i+1$に変化する累積確率$F_i(y_i)$を用いて

$$\mathrm{Prob}\{\zeta_i \geq y_i\} = \tilde{F}_i(y_i) = 1 - F_i(y_i) \tag{6.4.44}$$

と定義できる．ここで，施設の健全度が時点y_iまで状態iで推移し，かつ期間$[y_i, y_i + \Delta y_i)$中に水準$i+1$に進展する条件付き確率は

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{f_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{F}_i(y_i)} \tag{6.4.45}$$

と表せる．いま，対象とする施設の健全度が時点y_iまでiの状態で推移し，かつ時点y_iで$i+1$に推移する確率密度$\lambda_i(y_i)$をハザード関数と呼ぶ．ワイブルハザード関数は

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \tag{6.4.46}$$

と表せる[10]−[12]．ここに，θ_iは健全度iに固有の定数パラメータ，α_iは劣化の加速度パラメータである．ワイブルハザード関数(6.4.46)を用いれば，健全度iの寿命がy_i以上となる確率$\tilde{F}_i(y_i)$は

$$\begin{aligned}\tilde{F}_i(y_i) &= \exp\left[-\int_0^{y_i} \lambda_i(u)du\right] \\ &= \exp(-\theta_i y_i^{\alpha_i})\end{aligned} \tag{6.4.47}$$

と表される．すなわち，ワイブル劣化ハザードモデルが得られる．また，健全度i $(i = 1, \cdots, I-1)$の寿命分布を表す確率密度関数$f_i(\zeta_i)$は次式で示される．

$$f_i(\zeta_i) = \theta_i \alpha_i \zeta_i^{\alpha_i - 1} \exp(-\theta_i \zeta_i^{\alpha_i}) \tag{6.4.48}$$

6.4.2 多段階ワイブル劣化ハザードモデル

時刻$t^d_{\epsilon-m}$に更新が実施され健全度が1に回復した施設の時刻$t^d_\epsilon = t^d_{\epsilon-m} + md$における健全度の分布を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現しよう．いま，時刻$t^d_{\epsilon-m}$に補修・更新により健全度k $(k = 1, \cdots, I-2)$に回復した施設が，使用時間mdを経過したのちに，健全度がi $(k \leq i \leq I)$に推移する確率を$\rho_{ki}(m)$と表そう．

a) $i = k$の場合

時刻$t^d_{\epsilon-m}$に健全度kに回復し，時刻t^d_ϵまで使用期間mdの間，劣化が進展せず，健全度がkに留まる確率は，ワイブル劣化ハザードモデル(6.4.47)を用いて

$$w_{kk}(m) = \tilde{F}_k(md) = \exp\{-\theta_k (md)^{\alpha_k}\} \tag{6.4.49}$$

と表される．

b) $i = k+1$ の場合

時刻 $t^d_{\epsilon-m}$ に健全度 k に回復し，時刻 $\tau_k = t^d_{\epsilon-m} + \zeta_k \in [t^d_{\epsilon-m}, t^d_\epsilon)$ に健全度が k から $k+1$ に推移し，時刻 t^d_ϵ まで健全度 k のまま推移する場合を考える．健全度 k の寿命が ζ_k となる確率密度はワイブルハザードモデルを用いて $f_k(\zeta_k)$ と表される．健全度 k の寿命 ζ_k は確率変数であり，$0 \leq \zeta_k < md$ を満足する間で自由な値をとる．したがって，時刻 t^d_ϵ に健全度 $k+1$ が観測される確率は，ワイブル劣化ハザードモデルを合成した多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて

$$w_{k(k+1)}(m) = \int_0^{md} f_k(\zeta_k)\tilde{F}_{k+1}(md - \zeta_k)d\zeta_k \tag{6.4.50}$$

と表される．

c) $i > k+1$ の場合

時刻 $t^d_{\epsilon-m}$ に健全度 k に回復し，時刻 $\tau_k, \cdots, \tau_{i-1}$ $(t^d_{\epsilon-m} \leq \tau_k \leq \cdots \leq \tau_{i-1} < t^d_\epsilon)$ において，健全度が 1 つずつ増加し，時刻 τ_{i-1} から時刻 t^d_ϵ まで健全度 i に留まる場合を考える．このような事象が生起する同時生起確率密度 $h_i(\zeta_k, \cdots, \zeta_{i-1})$ は

$$h_i(\zeta_k, \cdots, \zeta_{i-1}) = \prod_{v=k}^{i-1} f_v(\zeta_v)\tilde{F}_i(md - \sum_{v=k}^{i-1}\zeta_v) \tag{6.4.51}$$

となる．健全度 k の寿命 ζ_v $(v = k, \cdots, i-1)$ は確率変数であり，$0 \leq \sum_{v=k}^{i-1}\zeta_v < md$ を満足する間で自由な値をとる．したがって，時刻 t^d_ϵ に健全度 i が観測される確率は，多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて

$$\begin{aligned} w_{ki}(m) = \int_0^{md}\int_0^{md-\zeta_k}\cdots\int_0^{md-\sum_{v=k}^{i-2}\zeta_v} \\ h_i(\zeta_k, \cdots, \zeta_{i-1})d\zeta_k \cdots d\zeta_{i-1} \end{aligned} \tag{6.4.52}$$

と表せる．

d) $i = I$ の場合

健全度 I は劣化過程の吸収状態である．一度，健全度 I の状態に到達した場合，施設が更新されない限り健全度 I の状態が継続する．劣化状態確率の定義より，健全度 I の状態が観測される推移確率は次式で表される．

$$w_{kI}(m) = 1 - \sum_{i=k}^{I-1}\rho_{ki}(m) \tag{6.4.53}$$

6.4.3 推移確率のモデル化

推移確率行列$\boldsymbol{p}$を構成する推移確率$p_{klim}^{kli'(m+1)}$を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現するためには，補修履歴k，点検回数mの施設が時刻t_ϵ^dに健全度i $(k \leq i)$であるという条件の下で，時刻$t_{\epsilon+1}^d$に健全度i'が観測される条件付き確率を定義しなければならない．そこで，まず時刻t_ϵ^dに点検回数m，健全度i $(i = k, \ldots, I)$，時刻$t_{\epsilon+1}^d$に，点検回数$m+1$，健全度i' $(i \leq i')$が同時に観測される同時生起確率を定義しよう．いま，時刻$t_{\epsilon-m}^d$に補修により健全度kに回復した施設に着目しよう．時刻t_ϵ^dにおける使用時間はmdである．時刻t_ϵ^dで健全度iが観測され，時刻$t_{\epsilon+1}^d$で健全度i'が観測される事象が生起するためには，1）時刻τ_{i-m}^dに補修が実施され健全度kに回復し（施設が更新された場合には，健全度が1に更新され），その後，時刻τ_{i-1}までに健全度がkからiに推移し，時刻$t_\epsilon^d = \tau_{i-1} + y_i$まで健全度が$i$のまま推移する．2）時刻$t_\epsilon^d$から時刻$\tau_i = t_\epsilon^d + z_i$まで健全度$i$のまま推移し，時刻$\tau_i$に健全度が$i$から$i+1$に推移する．3）時刻$\tau_{i'-1}$までに健全度が$i+1$から$i'$に推移し，時刻$t_{\epsilon+1}^d$まで健全度$i'$が継続するという事象が同時に生起しなければならない．ここで，$t_\epsilon^d - t_{\epsilon-m}^d = md$, $t_{\epsilon+1}^d - t_\epsilon^d = d$であることに留意しよう．さらに，時刻$\tau_{i-1} = t_\epsilon^d - y_i$に健全度が$i-1$から$i$に推移したと考えよう．この時，時刻$\tau_{i-1} = t_\epsilon^d - y_i$に健全度$i$に移行し，点検時刻$t_\epsilon^d$に健全度$i$が観測されたという条件の下で，各健全度が期間長$z_i, \zeta_{i+1}, \cdots, \zeta_{i'-1}$だけ継続し，次の点検時刻$t_{\epsilon+1}^d = t_\epsilon^d + d$において健全度$i'$が観測される条件付き確率密度$g_{ii'}(z_i, \zeta_{i+1}, \cdots, \zeta_{i'-1}|y_i)$は

$$g_{ii'}(z_i, \zeta_{i+1}, \cdots, \zeta_{i'-1}|y_i) = \frac{f_i(y_i + z_i)}{\tilde{F}_i(y_i)} \prod_{v=i+1}^{i'-1} f_v(\zeta_v)\tilde{F}_i(d - z_i - \sum_{v=i+1}^{i'-1} \zeta_v) \tag{6.4.54}$$

と定義される．ここで，y_i, z_iはそれぞれ健全度iに移行した時刻τ_{i-1}から点検時刻t_ϵ^dまでの期間長，時刻t_ϵ^dから健全度iが終了する時刻τ_iまでの期間長であり，健全度iの寿命は$\zeta_i = y_i + z_i$と表される．以上の議論では$z_i, \zeta_{i+1}, \cdots, \zeta_{i'-1}$を固定していた．しかし，変数$z_i$ $(\geq 0), \zeta_{i+1}$ $(\geq 0), \cdots, \zeta_{i'-1}$ (≥ 0)は確率変数であり，

$$0 \leq z_i + \sum_{v=i+1}^{i'-1} \zeta_v < d \tag{6.4.55}$$

を満足する範囲の中で自由な値をとる．時刻t_ϵ^dにおいて「健全度iの状態で時間y_iがすでに経過していた」という条件の下で，つぎの点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$において健全度iが観測される条件付き確率$\kappa_{ii'}(d|y_i)$は

$$\kappa_{ii'}(d|y_i) = \int_0^d \int_0^{d-z_i} \cdots \int_0^{d-z_i-\sum_{v=i+1}^{i'-2}\zeta_v} g_{ii}(z_i, \zeta_{i+1}, \cdots, \zeta_{i'-1}|y_i) dz_i d\zeta_{i+1} \cdots d\zeta_{i'-1} \tag{6.4.56}$$

と表せる．以上では，y_iを固定して議論していたが，y_iも$0 \leq y_i \leq md$の範囲で自由な値を取る．補修により健全度がkに回復してから劣化が進展し，時刻$\tau_{i-1} = t_\epsilon^d - y_i$に健全度が$i$に推移する確率密度$v_i^k(md, y_i)$

は

$$v_i^k(md, y_i) = \left\{ \int_0^{md-y_i} \int_0^{md-y_i-\zeta_k} \cdots \right.$$
$$\int_0^{md-y_i-\sum_{v'=k}^{i-1}\zeta_{v'}} \prod_{v'=k}^{i-1} f_{v'}(\zeta_{v'})$$
$$\left. d\zeta_k \cdots d\zeta_{i-1} \right\} \tilde{F}_i(y_i) \tag{6.4.57}$$

と表せる．この時，補修により健全度kに回復してから，使用時間mdが経過した点検時刻t_ϵ^dで健全度iが観測され，さらにそれより時間dが経過した点検時刻$t_{\epsilon+1}^d = t_{\epsilon-m}^d + (m+1)d$において健全度$i'$が観測される同時生起確率$w_{ii'}^k(md, (m+1)d)$は，

$$\begin{aligned}
&w_{ii'}^k(md, (m+1)d) \\
&= \int_0^{md} v_i^k(md, y_i)\kappa_{ij'}(d|y_i)dy_i \\
&= \int_0^{md} \int_0^{md-y_i} \int_0^{md-y_i-\zeta_k} \cdots \int_0^{md-y_i-\sum_{v'=k}^{i-3}\zeta_{v'}} \\
&\int_0^{d} \int_0^{d-z_i} \int_0^{d-z_i-\zeta_k} \cdots \int_0^{d-z_i-\sum_{v=i+1}^{i'-2}\zeta_v} \\
&f_i(y_i+z_i) \prod_{v'=k}^{i-1} f_{v'}(\zeta_{v'}) \prod_{v=i+1}^{i'-1} f_v(\zeta_v) \\
&\tilde{F}_i'(d - z_i - \sum_{v=i+1}^{i'-1}\zeta_v)dy_i d\zeta_k \cdots d\zeta_{i-1} \\
&dz_i d\zeta_{i+1} \cdots d\zeta_{i'-1}
\end{aligned} \tag{6.4.58}$$

と表せる．なお，点検時刻t_ϵ^dにおいて健全度Iが観測される確率$w_I^k(md)$は式(6.4.53)より，$w_I^k(md) = \rho_{kI}(m)$で表される．また，時刻$t_{\epsilon-m}^d$において，補修（更新）が実施され健全度k $(k = 1, \cdots, I-2)$に復帰したのちに，点検時刻t_ϵ^dにおいて健全度i $(i = k, \cdots, I-1)$が観測され，点検時刻$t_{\epsilon+1}^d$において健全度Iが観測される確率$w_{iI}^k(md, (m+1)d)$は

$$\begin{aligned}
w_{iI}^k(md, (m+1)d) &= \rho_{ki}(m) \\
&- \sum_{i'=i}^{I-1} w_{ii'}^k(md, (m+1)d)
\end{aligned} \tag{6.4.59}$$

と表される．この時，式(6.4.58),(6.4.59)より，点検時刻t_ϵ^dにおいて補修履歴k，健全度i，点検回数mの施設が，点検時点$t_{\epsilon+1}^d$において補修履歴k，健全度i'，点検回数$m+1$の状態に推移する確率$p_{klim}^{kli'(m+1)}$は

$$p_{klim}^{kli'(m+1)} = \frac{w_{ii'}^k(md, (m+1)d)}{\rho_{ki}(m)} \tag{6.4.60}$$

と表される．このように，推移確率は式(6.4.60)を用いて定義できるが，推移確率を明示的に関数形を用いて表現することは不可能であり，数値計算により多重積分を解くことが必要である．本章では，数値積

表６－１ 劣化ランク評価基準

点検結果	健全度	物理的な意味
OK	1	損傷なし
B	2	損傷はあるが，機能低下が見られないので損傷の進行状態を観察する
A	3	損傷があり機能低下が見られ補修が必要であるが緊急補修を要しない場合
AA	4	損傷が著しく機能的に緊急補修の必要のある場合
	5	更新が必要な場合

分の計算精度を向上させるために，単積分には二重指数関数型積分公式を，多重数値積分には，優良格子点法による多次元数値積分法 [13] を用いている．

6.5 適用事例

6.5.1 適用事例の概要

本章で提案した最適点検・補修モデルを，トンネル照明灯具のアセットマネジメント問題に適用しよう．本節では，日本道路公団東北支社管内のトンネル照明システムを対象とした適用事例について考察する．実証分析で用いるデータベースは**4章**に詳しいが，ここでは簡単に紹介しておく．同支社が管理する照明灯具の材質として鋼板とステンレス鋼板（SUS）の２種類が存在する．SUS を利用した照明灯具は，導入されてから日も浅く，十分な劣化点検データが蓄積されていない．したがって，適用事例としては鋼板を利用した照明灯具を対象とする．照明灯具の健全度は，**表６－１**に示すようにOK，B，A，AAの4段階のレーティングで評価されている．本章で提案するモデルで用いる健全度との対応関係を**表６－１**のように設定する．なお，本適用事例では，のちに**5.5.2**で述べるように，モデル計算の便宜上，日本道路公団が用いている４段階のレーティングに対して，新たに「更新が必要な場合 $(k = 5)$」という新たなレーティングを付け加えている．

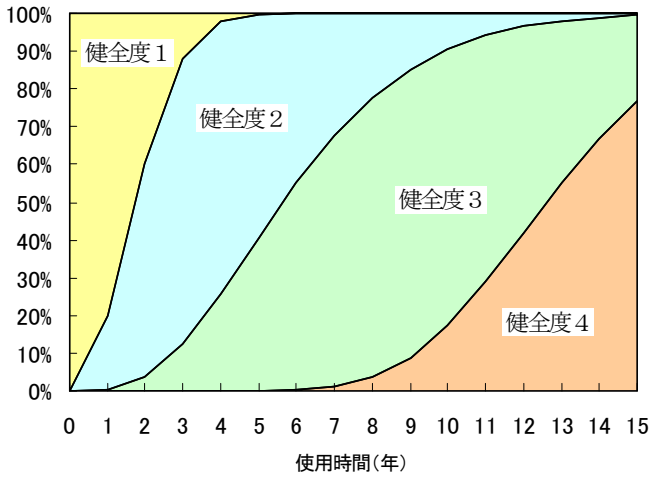
多段階ワイブル劣化ハザードモデルの説明変数として，１）供用時刻から点検時刻までの経過時間（使用時間）$\bar{y}^k$，２）照明の種類（基本照明か，緩和照明），３）交通量，４）トンネル勾配等を説明変数の候補として採用し，変数の組み合わせたすべてのケースに対して多段階ワイブル劣化ハザード関数を推定した．その中で，符号条件とt-検定の結果を満足し，かつ尤度比が最も大きくなるような変数の組み合わせを採用した．その結果，選択された説明変数としては，使用時間，および照明の種類である．これらの説明変数を用いた場合，各健全度に対応するワイブル劣化ハザード関数は

$$\lambda_i^k(y_i^k) = \alpha_i(\beta_{i0} + \beta_{i1}d^k)(y_i^k)^{\alpha_i - 1} \ (i = 1, 2, 3) \tag{6.5.61}$$

と表すことができる．ただし，β_{i0}は定数項，β_{i1}はパラメータ，d^kはサンプルkが基本照明の場合に$d^k = 1$，そうでない場合は$d^k = 0$となるダミー変数，α_iは加速度パラメータである．説明変数y_i^kはサンプルkの健

表６－２　ハザードモデルの推定結果

健全度	α_i	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$
1	2.039	0.548	-0.323	0.367
(t 値)	(477.54)	(6.14)	(-3.49)	-
2	1.623	0.0812	-	0.0812
(t 値)	(469.92)	(32.90)	-	-
3	5.709	0.000011	-	0.000011
(t 値)	(1486.69)	(15.10)	-	-
初期尤度	-811,804.79			
尤度	-7,041.67			
尤度比	0.991			



注)　基本照明の場合を対象として，点検間隔を１年とし，初期時刻からの点検回数 m と推移確率 $\rho_{1i}(m)$ の関係を示している．

図６－４　推移確率 $\rho_{1i}(m)$

全度が i に到達した時刻からの使用時間を表している．使用時間 y_i^k を直接観測することはできないが，当該サンプルの健全度が $\bar{i}$ であることが観測された場合，$\sum_{i=1}^{\bar{i}} y_i^k = \bar{y}^k$ が成立する．以上のように特定したワイブル劣化ハザード関数を推定した結果を**表６－２**に一括して示している．同表に示すように，健全度１の場合は照明の種別により劣化速度に有意な差異がみられ，基本照明のダミー変数の係数が負値を示している．このことはトンネル開口部に位置する緩和照明の方が，灯具の劣化速度が早いことを意味している．以上のようなサンプル特性に従って，サンプル母集団におけるハザード率の期待値 $E[\theta_i]$ を求めた．その結果を**表６－２**に併記している．多段階ワイブル劣化ハザードモデルの加速度パラメータは $\alpha_1 = 2.039$, $\alpha_2 = 1.623$，$\alpha_3 = 5.709$ となり，使用時間 y_i^k $(i = 1, 2, 3)$ が増加するほど劣化速度が加速度的に大きくなる．**図６－４**は，点検間隔を１年とし，照明灯具の使用開始時刻からの点検回数 m と灯具の健全度の推移確率 $\rho_{1i}(m)$ の関係を分析した結果を示している．使用時間６年が経過したあたりで，健全度４に到達する

表６－３ 補修工法と費用パラメータ

健全度	種類（工法）	単位費用	回復水準	繰返制限
B	錆除去・防錆剤	2,100円	ＯＫ	1
A	錆除去・防錆剤	4,200円	B	1
ＡＡ	落下防止対策	5,700円	A	1
ＡＡ	更新	158,000円	ＯＫ	－
e	-	113,000（円/km）		
h	～500m	64,000（円）		
	501～1,000m	103,000（円）		
	1,001～2,000m	111,000（円）		
	2,001～3,000m	114,000（円）		
	3,001～4,000m	127,000（円）		
	4,001m～	133,000（円）		

表６－４ 規制時間

工種	規制時間（時間）	
点検	～500m	3.5
	1,001～3,000m	7.0
	3,001m～	14.0
補修	～42灯	3.5
(錆除去・防錆剤)	43～126灯	14.0
	127灯～	14.0
補修	～420灯	3.5
(落下防止対策)	421灯～	7.0
更新（一括）	～100灯	28.0
	101～500灯	56.0
	501灯～	70.0
更新（逐次）	～14灯	7.0
	15～30灯	14.0
	31～60灯	28.0
	61～100灯	49.0
	101～150	70.0
	151～200灯	98.0
	201灯～	120.0

注）点検時の規制時間は，トンネル延長別に決定される．一方，補修及び更新時の規制時間は，それぞれ補修，更新の対象となる灯具数によって決定される．

灯具が現れ始めるため，点検が必要となることが理解できる．使用時間15年に到達すると，ほとんどの灯具の健全度が３もしくは４となる．

6.5.2 モデルの解法

図６－５は逐次更新ルールを用いて最適点検・補修政策を求める手順を示している．すなわち，１）点検間隔dを設定する．２）多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて，推移確率行列$\boldsymbol{p}$を求める．３）補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$に対して，推移確率行列$\boldsymbol{P}(\xi)$を求める．４）推移確率行列から，0要素のみで構成される行，列を削除した縮約行列$\overline{\boldsymbol{P}}(\xi)$を求める．５）縮約行列$\tilde{\boldsymbol{P}}(\xi)$に対して定常確率$\tilde{\boldsymbol{\pi}}$を求める．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\pi}}$は，定常確率が0となる要素を除いた縮約した定常確率ベクトルである．６）補修アクションξの下で達成されるライフサイクル費用$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$と故障リスク$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$を求める．７）すべての補修アクション$\boldsymbol{\eta}^{\xi}$に対して，

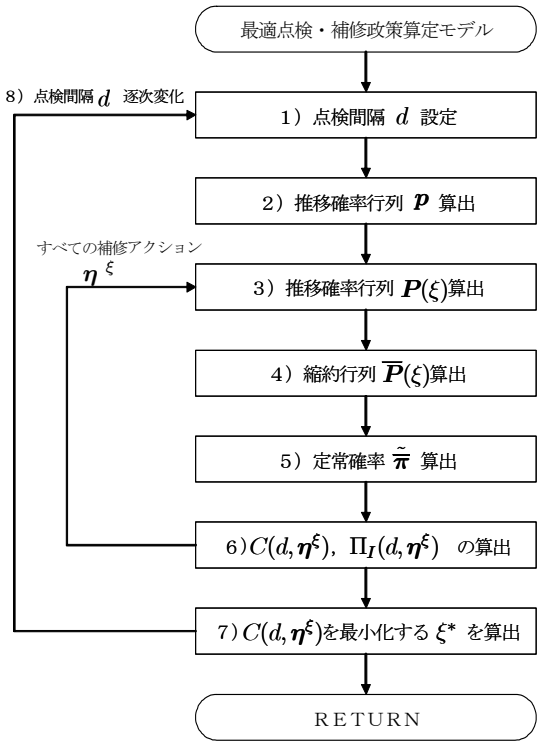


図６－５　最適点検・補修モデルの解法

以上の３）から６）までのプロセスを繰り返し，ライフサイクル費用$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi^*})$を最小にする最適政策$\xi^*$を求める．８）時間間隔$d$を逐次変化させ，ライフサイクル費用$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$と故障リスク$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$を求める．故障リスクは，定常状態において，点検時点に健全度がAAと判定される灯具が全灯具数に占める割合を用いて定義する．なお，縮約された定常確率$\tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}$は

$$\tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}^{\xi} = \tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}^{\xi}\tilde{\boldsymbol{P}}^{\xi} \tag{6.5.62}$$

を満足するような$\tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}^{\xi}$として定義 される．定常確率$\tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}^{\xi}$は，式(6.5.62)から任意の式を１つ削除するとともに，定常確率の定義式(6.3.9)を加えた連立方程式を解くことにより求まる．なお，一括更新ルールを用いて最適点検・補修ルールを求める手順も，基本的には逐次更新ルールを用いた場合と同じである．ただし，ライフサイクル費用，故障リスクを求める際に，定常確率$\tilde{\overline{\boldsymbol{\pi}}}$ではなく，使用時間に依存する期待相対頻度$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d})$を用いる点が異なる．

ライフサイクル費用を算定するためには，式(6.3.33)に含まれる補修費用$c_{i'}^{i''}$及びパラメータe,h,sに関するデータが必要となる．本章では，東北支社管内の実績データより，**表６－３**に示す費用データを採用した．同表には各健全度の補修において用いられる補修工法と回復水準，繰返し補修の制限回数を併記し

ている．なお，**表６－３**において，健全度がＡＡの場合，落下防止対策と更新という２つの種類の工法が記載されている．健全度ＡＡが判定された場合でも，軽度の劣化の場合，落下防止対策が講じられるが，劣化の程度が重大であると判断される場合には取り替えられる．本適用事例では，新たに健全度$k=5$というレーティングを設け，過去に１度健全度がＡＡ（$k=4$）と判定され，その結果落下防止対策を講じた灯具が，再び健全度ＡＡと判定された場合には健全度が$k=5$に推移すると考える．さらに，**表６－４**に示すような点検・補修・更新時の規制時間Tに関するデータに基づいて，規制による社会的費用を算定した．点検時の規制時間はトンネル延長により区分されるのに対して，補修・更新時の規制時間は，それぞれ補修・更新の対象となる施設数によって決定される．また，更新の際の規制時間は，一括更新と逐次更新では基準が異なっている．一括更新の場合は，あらかじめ更新対象となる施設数を見積もることによって，多くの作業人員によって一斉に更新作業を実施することで規制時間を短縮することが可能となる．社会的費用sの算出にあたっては，東北支社が採用している社会的費用算出モデル

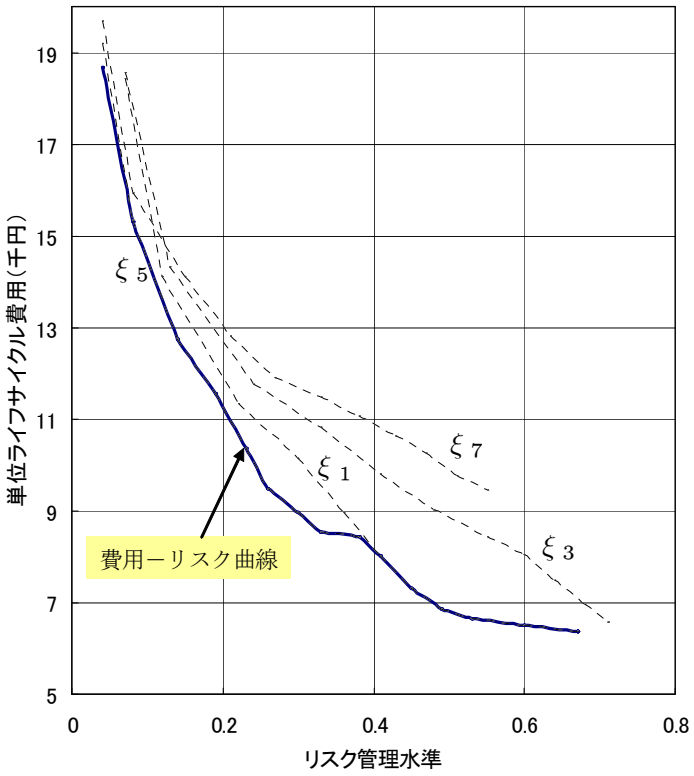
$$s=\begin{cases} BT & \text{一方通行の場合} \\ BT+BR & \text{対面通行の場合} \end{cases} \tag{6.5.63}$$

$$BT=T(\sum_j Q_j L/V_s\gamma_j-\sum_j Q_j L/V\gamma_j)$$
$$BR=T(\sum_j Q_j L''\psi_j-\sum_j Q_j L'\psi_j)$$

を用いた．ただし，Q_jは車種jの交通量（台/時間），Lはトンネル延長（規制区間延長）（km），L'，L''は，それぞれ当該トンネルを含むインターチェンジ間の距離及び規制時の一般部迂回路距離（km），V，V_s，は，それぞれ通常時及び規制時の走行速度（km/時），γ_jは，車種jの時間価値原単位（円/分・台），ψ_jは，車種jの走行経費原単位（円/台・km）である．

6.5.3 逐次更新ルール

逐次更新ルールをとりあげ，最適点検・補修政策を求めよう．いま，点検・補修間隔dとして１年刻みで最長10年まで想定した．点検の結果，補修・更新が必要と判断された場合には，直ちに実行される．さらに，**表６－５**に示す８とおりの補修政策に対して，点検間隔dを逐次変化させ，**図６－５**の手順により定常確率$\boldsymbol{\pi}^{\xi}$を算出した．その上で，ライフサイクル費用$C(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$と健全度$I$が観測される定常確率（故障リスク）$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^{\xi})$の関係を分析した．その１例は，先に**図６－２**に示した通りである．以下，ライフサイクル費用と故障リスクの関係を$C-U$曲線と呼ぶ．$C-U$曲線は，補修政策ξを固定して，点検間隔dを変化させた時に，ライフサイクル費用とリスク管理水準$\overline{U}$の関係を示したものである．**図６－６**は，灯具数$N=100$と設定した場合の$C-U$曲線を示している．同図には，**表６－５**に示す８つの補修アクションの組み合わせのうち，健全度Ｂで予防的に補修を行う４つの補修政策に対応する$C-U$曲線を併記している．



注）灯具数 $N = 100$ とし，各補修政策ごとに算出された $C - U$ 曲線群を破線で示している．実線は，所与のリスク管理水準を達成する補修政策の中で，ライフサイクル費用を最小にする最適政策の組合せについての $C - U$ 曲線を示し，この曲線を費用－リスク曲線としている．

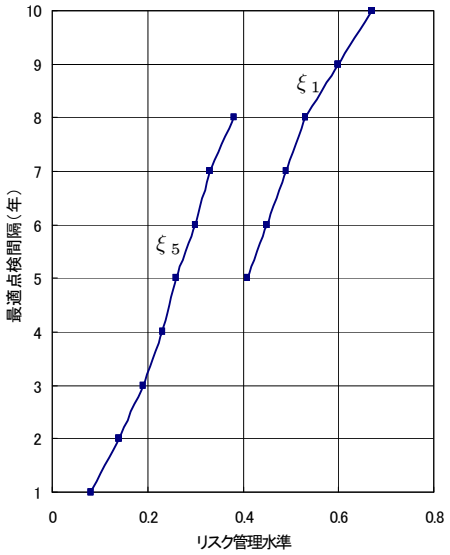
図６－６　費用－リスク曲線（逐次更新）

但し，本図では，健全度Ｂに対する補修の有無がライフサイクル費用に大きく影響しないことが判明しており，図の標記上の煩雑さを避けるために，健全度Ｂで予防的に補修を行う４つの補修政策のみを示している．同図に示すように，点検間隔 d を大きくするするほど，ライフサイクル費用が小さくなる一方，リスク管理水準が大きくなるというトレードオフの関係が表現されている．このように補修政策 ξ ごとに異なった $C - U$ 曲線を描くことができる．図中の費用－リスク曲線は，リスク管理水準のそれぞれに対してライフサイクル費用 $C(d, \boldsymbol{\eta}^{\xi})$ を最小にする最適点検政策（問題 (6.3.36b) の最適解 $\xi^*(\overline{U})$）を採用した場合の単位ライフサイクル費用を示したグラフである．本適用事例の場合，リスク管理水準 $\overline{U}$ を 0.4 以下に抑えるためには，健全度Ｂ及びＡの段階で予防的に補修を行いＡＡが観測された時点で更新を行う政策 ξ_5 を採用した場合に，単位ライフサイクル費用が最も小さくなっている．一方，リスク管理水準 $\overline{U}$ を 0.4 以上に設定する場合には，すべての健全度の段階で予防的に補修を行う政策 ξ_1 が採用される．費用－リスク曲線は，所与のリスク管理水準 $\overline{U}$ に対して，もっとも単位ライフサイクル費用が小さくなるような補修政策を採用

表６－５　補修政策ξのリスト

	B	A	AA
ξ_1	錆除去・防錆剤	錆除去・防錆剤	落下防止対策
ξ_2	なし	錆除去・防錆剤	落下防止対策
ξ_3	錆除去・防錆剤	なし	落下防止対策
ξ_4	なし	なし	落下防止対策
ξ_5	錆除去・防錆剤	錆除去・防錆剤	更新
ξ_6	なし	錆除去・防錆剤	更新
ξ_7	錆除去・防錆剤	なし	更新
ξ_8	なし	なし	更新

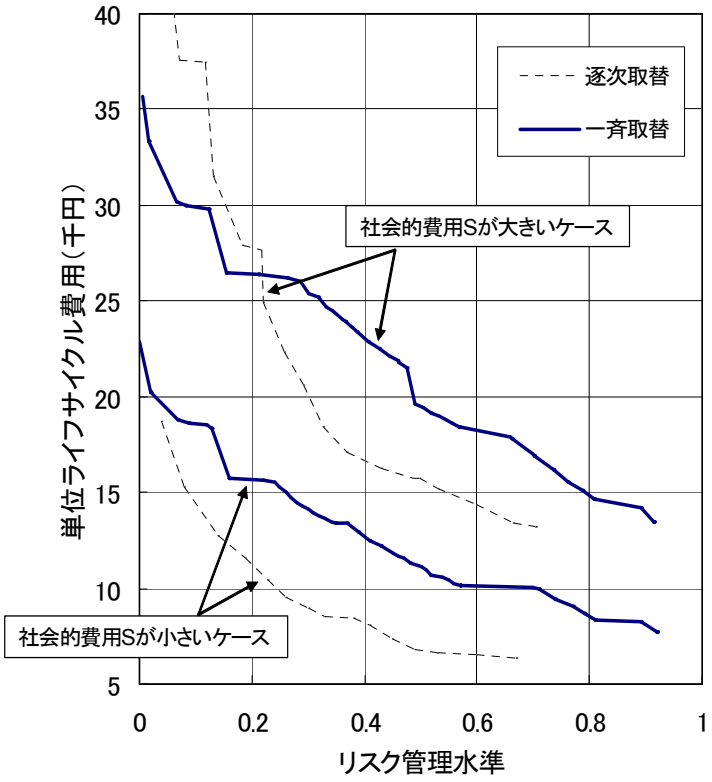
注）但し，政策ξ_1～ξ_4では，最初に健全度ＡＡが判定された時に落下防止対策を実施した後，再度ＡＡまで劣化した際は更新が適用される．一方，政策ξ_5～ξ_8の場合には，最初に健全度がＡＡと判断された段階で，施設を交換する．



注）逐次更新ルールにおける点検・補修・更新の間隔とリスクの関係を図示する．縦軸に最適点検間隔d，横軸にリスク管理水準$\overline{U}$を示す．

図６－７　最適点検間隔とリスク管理水準の関係（逐次更新）

した場合の単位ライフサイクル費用を示したものであり，リスク管理水準0.4を境界として最適政策が異なっていることに留意して欲しい．最後に，照明灯具のリスク管理水準$\overline{U}$と最適点検間隔の関係を分析しよう．本章では，トンネル照明灯具のリスク管理水準を，点検時点に健全度がAAと判定される灯具が全灯具数に占める割合を用いて定義している．リスク管理水準を向上させる（健全度AAと判定される灯具が占める割合を小さくする）ためには，点検間隔を短くしなければならない．**図６－７**は，管理対象となる照明灯具を100個に設定し，リスク管理水準$\overline{U}$と最適点検間隔dの関係を示したものである．ここでは，点検間隔の基本間隔を１年単位に設定している．同図に示すように，ある一定の補修政策を採用した場合には，リスク管理水準を厳しくするほど，点検間隔dが小さくなることがわかる．特に，リスク管理水準を0.1に保つためには，毎年照明灯具の点検を実施することが不可欠になる．

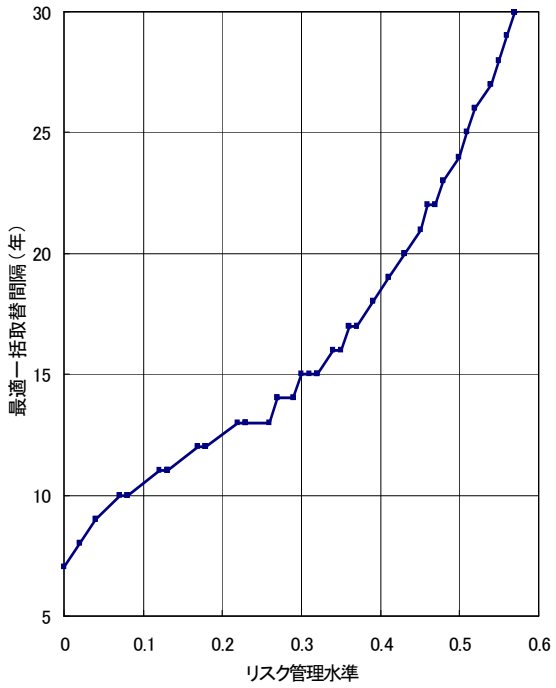


注）逐次更新ルールと一斉更新ルールの場合の，費用－リスク曲線を示す.

図６－８　費用－リスク曲線（逐次更新と一括更新の比較）

6.5.4　一括更新ルール

一括更新ルールの適用にあたっては，逐次更新ルールで議論した点検・補修間隔，補修政策に加えて，一括更新の時間間隔（最大使用時間長 Md）が重要な政策変数となる．一括更新ルールの下で，**表６－５**に示した補修政策に対して，逐次，最大使用時間長 Md を変化させ費用－リスク曲線を求めた．その結果を，**図６－８**に示す．逐次更新ルールの場合と同様に，ライフサイクル費用とリスク管理水準の間のトレードオフの関係を確認することができる．同図には，逐次更新の場合の費用－リスク曲線を同時に示しており，両ルールを用いた場合のライフサイクル費用を比較することができる．今回の数値計算の対象とした日本道路公団東北支社管内のトンネル施設は，他の路線と比較して利用交通量がそれほど大きくない（$\sum_i Q_j = 189$）．その結果，**図６－８**に示すように，一括更新よりも逐次更新の方がライフサイクル費用が小さくなる（社会的費用 s が小さいケース）．しかし，交通量が多い路線では，更新作業に伴う社会費用が大きくなる．そこで，仮想的に社会費用 s を大きくしたケースを想定し，費用－リスク曲線を求めた．このとき，交通量を $\sum_j Q_j = 1000$，さらに対象施設数を $N = 1000$ として，交通量が多く延長が長いトン



注）一括更新ルールにおける点検・補修・更新の間隔とリスクの関係を図示する．縦軸に最適一括更新間隔 Md，横軸にリスク管理水準$\overline{U}$を示す．

図６－９　最適更新間隔とリスク管理水準の関係（一括更新）

ネルを管理する場合を想定した．その際，他のパラメータ値は同じ値に設定している．その結果，同図に併記しているように，社会的費用が大きいケースにおいて，リスク管理水準$\overline{U}$を0.2以下に保つためには，逆に一括更新ルールの方がライフサイクル費用が小さくなる結果となる．すなわち，一括更新ルールの場合，ある一定期間ごとに，個々の照明灯具の健全度とは関係なく，すべての施設を一括して取り替えることになる．このため，逐次更新ルールを適用した場合より，補修・更新のために費やされるライフサイクル費用は大きくなる．しかし，一括更新は，すべての更新作業を同期化することが可能であり，更新作業のために発生する点検費用や規制費用，さらには規制による交通混雑等の社会的費用を発生を抑えることが可能となる．本適用事例では，灯具劣化による第３者被害をライフサイクル被害に計上せずに，故障リスクを管理水準として別途評価する考え方を採用している．したがって，逐次更新ルールと一括更新ルールのいずれが望ましいかを，単純なライフサイクル費用の比較のみでは決定できないことは事実である．しかし，本章で提案した方法論により，少なくとも（第３者被害等を除いた）ライフサイクル費用に関して，いずれのルールの方が有意であるかという管理情報を提供することが可能である．なお，**図６－６**及び**図６－８**において，リスク管理水準を変化させると最適点検・補修政策が離散的に変化するため，費用－リスク曲線は滑らかな曲線とはならない．施設管理者が最適戦略を選択する際には，費用－リスク曲線とあ

わせて，最適点検・補修モデルの算定結果を参照する必要がある．最後に，**図６－９**は，一括更新ルールを採用した場合を対象として，リスク管理水準と最適な一括更新間隔の関係を示している．リスク管理水準を緩和すれば，一括更新の間隔をより広く設定することが可能となる．この図より，リスク管理水準を0.3以下に抑制するためには，15年ごとに灯具を一括して取り替えることが必要である．さらに，リスク管理水準を0.1以下に保つためには，少なくとも11年ごとの更新が必要となる．それに応じて，**図６－８**に示すように，ライフサイクル費用も増加する．

6.6 結言

本章では多数の同一種類の施設で構成されるシステムの最適点検・補修政策を求める方法論を提案した．その際，施設の劣化速度が使用時間に応じて変化するような多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて個々の施設の劣化過程を表現した．さらに．多くの施設で構成されるシステム全体の劣化・補修過程を集計的マルコフモデルで表現する方法を提案した．そのうえで，施設の故障リスクを管理水準として与えた場合に，ライフサイクル費用を最小にするようなシステムの定期点検・補修間隔と，施設の健全度に応じた補修アクションを同時に求めるような最適点検・補修モデルを定式化した．さらに，本章で提案した方法論を，現実のトンネル照明灯具の維持補修問題に適用し，方法論の有効性を実証的に検討した．本章で提案した方法論は，トンネル照明灯具に限らず，劣化過程が多段階ワイブル劣化ハザードモデルで記述されるような多くの土木施設システムのアセットマネジメントに適用可能である．今後，多くの同種の施設で構成されるような土木施設システムのアセットマネジメントの方法論を幅広く開発することが必要となる．また本章で提案した方法論を実用化するためには，最適点検・補修モデルを中核とするような実用的なアセットマネジメントシステムを開発することが必要である．そのためには，劣化・補修過程を記録するデータベースシステム，資産管理をする管理会計システムの開発が重要となる．次章では，実用的なアセットマネジメントシステムのアプリケーション化について検討する．

参考文献

[1] Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27B, pp.425-438, 1993.

[2] Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.

[3] Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates:An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol 36, pp.763-778, 2002.

[4] 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

[5] 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.

[6] 栗野盛光，小林潔司，渡辺晴彦：不確実性下における補修投資ルール，土木学会論文集，No.667/IV-50，pp.1-14，2001.

[7] 慈道充，小林潔司：不確実性下における最適点検補修ルール，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.39-50，2003.

[8] Lee, T. C., Judge, G.G., and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland,1970.

[9] 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.

[10] Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

[11] Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

[12] Shin,H.C., and Madanat, S.M. : Development of stochastic model of pavement distress initation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

[13] 森正武：数値計算プログラミング，岩波書店，2000.

第7章

道路付帯施設マネジメントシステムアプリケーション

7.1 緒言

2章から**4章**まで，土木構造物の統計的劣化予測モデルについて，ハザードモデルにより劣化過程を定義し，劣化リスクを定量化する手法論を提案した．さらに，**5章**，**6章**において，推定した劣化予測モデルを用いて，多くの施設を同時に関する場合における，最適補修戦略を導出する手法論について提案した．ここでは，トンネル照明システムを対象とした実証分析も行った．アセットマネジメントシステムは，土木構造物の管理者が最適な意思決定を行う際に有用な情報を提供することを目的としている．これまで議論した内容は，アセットマネジメントシステムを構成する重要な要素技術に関する提案であった．アセットマネジメントシステムを現場の維持管理業務へ順応させるためには，これらの要素技術を総合的に結合した全体システムとして開発し，業務プロセスの中に取り込まなければならない．

本章では，土木構造物の管理者が維持管理業務を合理的に執行するためのアセットマネジメントシステムを提案する．さらに，適用事例として，道路付帯施設に焦点をあて，道路付帯施設マネジメントシステム（Facility Management System：以下，FMSと略す.）を提案する．さらに，本システムを高速道路の道路付帯施設の実務において運用するために，パソコン上での操作を可能とするアプリケーション（以下，FMSアプリケーションと呼ぶ.）の開発を試みる．本章で開発するFMSアプリケーションは主に，１）付帯施設の長期的な維持管理のための補修戦略や予算計画を立案するための分析機能，２）点検や補修・更新の結果，施設の管理状況をモニタリングするための現況把握機能に大きく分類される．１）の分析機能には，a) 施設の劣化確率を特定する劣化特性モジュール，b) ライフサイクル費用とリスク管理基準値の関係を評価する点検補修最適化モジュール，c) 長期的な予算，管理状態を健全度分布として示す，シミュレーションモジュールにて構成される．本章の以下では，**7.2**で，FMSアプリケーションの基本的な考え方を，**7.3**においてFMSの基本構成と要素技術について説明する．さらに，**7.4**にて，FMSアプリケーションについて説明し，**7.5**において，東北自動車道の道路付帯施設（照明灯具システム）を対象とした適用事例を紹介する．

7.2 本章の基本的な考え方

7.2.1 従来の研究概要

アセットマネジメントシステムにおけるプロジェクトレベルを対象とした土木構造物の最適補修モデルや，さらにはそれらの手法を具体化した業務支援システムアプリケーションの開発に関する研究が蓄積されている．橋梁を対象としたアセットマネジメントシステムとしては，例えば，米国における代表的なBMS（Bridge Management System）の１つであるPONTISをはじめ，橋梁の長期的なライフサイクル費用の削減を目指したBMSが提案されている[1]．橋梁の維持管理にあたっては，橋梁単体の補修計画を検討するプロジェクトレベルと，管理する橋梁システム全体の補修戦略や予算計画を検討するネットワークレベルといった階層的に異なるマネジメントレベルを取り扱う必要がある．橋梁単体を取り扱うプロジェクトレベルにおいては，マルコフ決定モデルを用いてライフサイクル費用評価を行うことによって最適補修戦略を導出するモデルが提案されている[2]−[6]．ライフサイクル費用評価において，将来時点に発生する費用を積み重ねる際に，異なった時間軸上での費用の取り扱いが重要となる．前述のPONTISでは，異なる時間軸上で発生する費用に対して割引率を用いて現在価値に換算する割引現在価値法を採用している．一方，橋梁マネジメントにおいて割引率を用いたライフサイクル費用評価は，長寿命化の効果を積極的に評価できないという指摘[2]から，貝戸らは，将来時刻に発生するライフサイクル費用を年平均費用に置き換えて評価する平均費用法を用いた最適補修戦略を決定する手法を提案している[5]．さらに，青木らは，平均費用法による最適補修戦略導出モデルを搭載したBMSを報告している[7]．ここで提案しているBMSは，橋梁システム全体の維持管理を対象とした場合に，各会計年度における維持補修実績に基づいて橋梁システム全体の維持補修実績のパフォーマンスを評価するための橋梁資産評価と予算管理を目的とした管理会計システムを提案している．さらに，道路舗装を対象とした補修計画の最適化に関する研究[8]−[11]やアセットマネジメントシステム[12]について，いくつかの研究成果が報告されている．しかし，土木構造物を取り扱う場合，その複雑な構造を有する施設の点検や補修のタイミングを同期化するような最適点検・補修戦略を必要とするケースも少なくない．このような観点から，本章で提案するFMSは，数多くの施設が道路上に設置されているような道路付帯施設をモデルとして，その点検・補修の最適補修戦略を導出するシステムを提案する．さらに，施設全体を管理するうえでの予算計画機能を含めたFMSアプリケーションを開発し，高速道路における実際の付帯施設の管理業務への適用について実証的に分析する．

7.2.2 道路付帯施設

道路付帯施設は，照明設備（道路照明，トンネル照明）やトンネル非常用設備（消火栓等），さらにはジェットファンや道路情報盤といった，道路上に数多く設置された施設群で構成され，道路利用者の安全な交通を支える重要な施設である．道路付帯施設の故障が発生すると，道路利用者へ与える影響は大きく，

直ちに対策を施さねばならない．これらの道路付帯施設は，その他のインフラ資産と同様に，施設の老朽化が進行して，機能維持のための費用負担が増大している．このことから，安全性や利用者の満足を確保しつつ，施設の延命化，良好な状態の維持，点検・補修・更新時期の最適化を通じて，ライフサイクル費用を逓減する必要性が高まっている．

本研究では，道路上に数多く設置されている同種の施設群を対象としたアセットマネジメントシステムを開発することである．その中で，本研究の実証分析で取り扱っている，道路照明設備の目的は，道路の利用者に視覚情報を与え，これによって障害物の認知，線形の確認及び視線誘導等，道路の安全性に関する個々にについて十分に知覚させることにある．さらに，トンネル部における照明設備は，これらの目的の他，１）トンネル内部の特殊な周囲条件による交通機能の低下の軽減，２）トンネル内部又は外部への移動時における運転者の視覚の平衡状態の維持，３）トンネル内部における空気の汚濁による透過率低下のもたらす交通障害の防止，といった道路交通の安全性にとって重要な機能を有している．

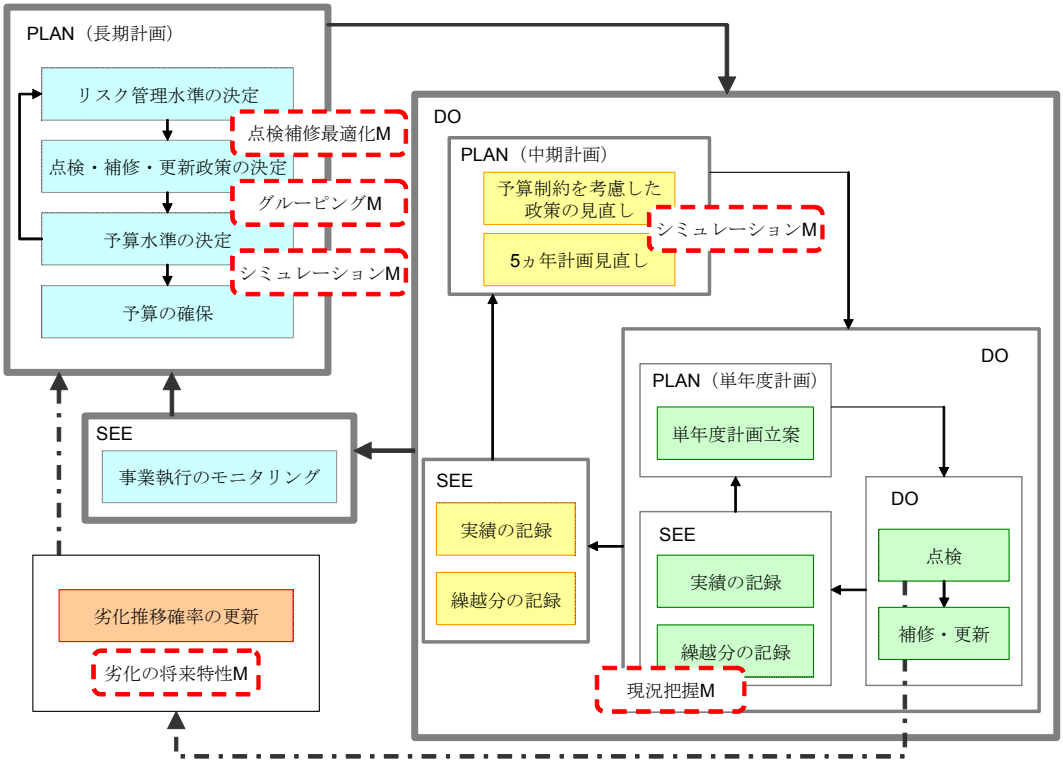
道路付帯施設は大別すると機能的な部分と構造的な部分から構成されており，これらの劣化要因と劣化傾向を把握することが施設設備の保全をマネジメントしていく上で必要となってくる．例えば，照明設備の場合，機能的な部分は「点灯」又は「明るさ」であり，劣化要因として考えられる主な項目は「不点」,「灯具表面の汚れ」,「ランプの照度」等である．一方，構造的な部分の劣化要因として考えられる主な項目は「腐食」である．機能的劣化に対しては，部品の交換，構造的劣化に対しては，予防的補修による延命化対策や，劣化が進行した時点での更新といった対策が必要とされる．

7.2.3 道路付帯施設のアセットマネジメント

アセットマネジメントの全体構造については，**1章**で述べた．本章において提案するFMSの全体構成についても，この階層的なマネジメントフローに従って検討する．

照明灯具やトンネル非常用設備（消火栓）等の道路付帯施設は，道路上に同種の施設が数多く設置されており，それらの施設の点検・補修・更新業務を同期化することにより，点検・補修・更新業務に付随する固定費用を低減することができる．ある一定の時間間隔において点検を行い，点検結果に応じた補修・更新を実施する．さらに，これらの施設の劣化は不確実性を含んでおり，点検時において施設の劣化に対するリスクを許容しなければならない．このことから，道路付帯施設の管理指標として，点検・補修・更新の政策とその政策を適用した際の施設の劣化リスク（リスク管理水準）及びライフサイクル費用の関係を示すこととなる．この劣化リスクとライフサイクル費用はトレードオフの関係にある．**図７－１**に，道路付帯施設マネジメントシステムの全体構成を示す.

戦略レベルにおいて，対象施設についての点検・補修・更新の政策の最適化及び予算推移について長期的に予測を行い，必要な予算を調達する．所与のリスク管理水準を達成する時の，点検・補修・更新の定常政策を決定し，長期的な予算水準をシミュレーションによって求める．また，年間の予算に制約がある



注） 図中の破線で囲んだ部分はシステムモジュールを表し，実線で囲んだ部分は，システムユーザによる意思決定または行為を表している．

図７－１ 道路付帯施設マネジメントシステム全体図

場合に，制約予算による施設の劣化・補修過程に与える影響を分析する．

戦術レベルにおいて，戦略レベルにて決定した各期予算にしたがって，管理対象となる各付帯施設群への予算の配分を検討する．配分された予算の範囲内で，管理水準の目標値と点検・補修・更新政策の見直しを行う．ここでは，おおむね５ヵ年の計画を立案する．

維持補修レベルでは，単年度に点検・補修・更新を実施する対象施設を決定し，計画にしたがって点検・補修・更新を実施する．各期の予算の範囲内で，計画にしたがった点検・補修・更新をすべて実施できない場合は，当該年度の補修・更新の繰越量として記録され，次年度以降の計画に反映され，５ヵ年計画の見直しが行われる．

アセットマネジメントにおいてライフサイクル費用評価を行うために，施設の将来の劣化特性を予測する必要がある．ライフサイクル費用評価の信頼性は，この劣化予測モデルの精度に大きく依存する．本システムでは，点検によって蓄積された実測データからワイブル劣化ハザードモデルを用いて，将来の劣化過程を予測する．

以下では，FMS の核となる機能を担う劣化予測モデルの推定方法，最適点検・補修・更新政策の導出モ

デル，劣化・補修・更新過程のシミュレーションの概要について説明する．

7.3 FMS構築のための検討

7.3.1 最適点検・補修・更新政策の導出

同一種類の多数の施設で構成されるシステムの最適点検・補修政策の導出モデルについては，**6章**で詳細に述べた．本章の適用事例において対象としている照明灯具の場合，そのシステムの更新政策として，１）定期点検時点において健全度Iに達した施設のみを，点検時点において逐次更新する政策（逐次更新ルール），２）ある一定の期間ごとに，システムを構成するすべての施設を（健全度にかかわらず）一括して更新する政策（一斉更新ルール）という，２種類の更新政策を考えることができる．ここに，Iは，施設の健全度がI個の離散的なレーティング指標で表現され，施設の劣化がもっとも進んだ状態を表す．一括更新ルールの場合，ある一定の間隔ごとに，施設の健全度にかかわらずすべてを一斉に更新することから，劣化が進展していない施設も更新することとなり，更新費用が増加する．一方，一斉更新ルールは，更新作業のために発生する規制回数が減少するため，社会的費用の減少が期待できる．逆に，逐次更新ルールを採用した場合には，更新費用を最小限に抑えることが可能となる一方で，更新作業を実施する毎に社会的費用が発生する．逐次更新ルール，一斉更新ルールのいずれが望ましいかは，システムの劣化特性や補修・更新費用，さらには施設の利用状況に関係する社会的費用等の外部費用に依存する．本システムでは，点検や施設の補修・更新費用，規制費用の他，渋滞等による利用者の損失を含めた社会的費用を考慮したライフサイクル費用の比較によって，最適な更新政策を導出する機能を搭載する．

多数の施設を定期的に一斉点検・補修を実施するようなシステムの劣化・補修過程を，集計的な非斉次マルコフモデルとして定式化する．施設の劣化過程が時間に依存するようなワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現され，さらに個々の施設の補修履歴や補修の繰り返し回数が，次の補修の有無に与える影響を考慮することから，通常のマルコフ過程モデルとは異なり，劣化・補修過程における状態変数を，個々の施設の健全度に加えて，システム全体における補修履歴別，健全度別，点検回数別期待相対頻度を用いて定義される．ここで，各施設の状態が生起する相対頻度は，$\pi^{\xi}_{klim}(t^d_\epsilon)$で表現される．ただし，$\xi$は，点検・補修のルールを示し，$k$，$l$，$i$，$m$はそれぞれ，点検・補修後に定義される当該施設の直近の（回復健全度で定義される）補修履歴，その回復健全度へ補修により回復された回数，施設の健全度，直近の更新後の点検回数（使用時間）を示している．このとき，次式が成立する．

$$\sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1}\pi^{\xi}_{klim}(t^d_\epsilon)=1 \tag{7.3.1}$$

さらに，施設の劣化・補修過程をモデル化する際に，時点t^d_ϵの補修アクション実施後の状態(k,l,i,m)から，時点$t^d_{\epsilon+1}$における補修アクション実施後の状態(k'',l'',i'',m'')への推移状態を表す確率$P^{k''l''i''m''}_{klim}(\xi)$

を定義することが必要となる．$P_{klim}^{k''l''i''m''}(\xi)$を，点検・補修政策$\xi$の下における時刻$t_{\epsilon}^{d}$と時刻$t_{\epsilon+1}^{d}$の間における健全度推移確率を表現している．このとき，施設の劣化過程は，次の３種類の式で表すことができる．まず，時刻$t_{\epsilon+1}^{d}$において補修が実施されない場合は，

$$\pi_{k''l''i''m''}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^{d}) = \sum_{i=1}^{i''} p_{k''l''i(m''-1)}^{k''l''i''m''}(\xi)\pi_{k''l''im''}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}) \tag{7.3.2}$$

$$(k''=1,\cdots,I-2;\ l''=0,\cdots,L;\ i''=k'',\cdots,$$
$$I-1;\ m''=0,\cdots,M-1)$$

次に，定期点検時刻$t_{\epsilon+1}^{d}$に補修が実施される場合は，

$$\pi_{k''l''k''m''}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^{d}) = \sum_{k=1}^{k''}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1} P_{klim}^{k''l''k''m''}(\xi)\pi_{klim}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}) \tag{7.3.3}$$

最後に，施設が更新された場合，補修履歴，繰返し回数，健全度，点検回数がすべて0に更新される．このとき，

$$\pi_{1010}^{\xi}(t_{\epsilon+1}^{d}) = \sum_{k=1}^{I-2}\sum_{l=0}^{L}\sum_{i=k}^{I-1}\sum_{m=0}^{M-1} P_{klim}^{1010}(\xi)\pi_{klim}^{\xi}(t_{\epsilon}^{d}) \tag{7.3.4}$$

となる．

以上の劣化・補修過程を行列表記の形で整理する．点検・補修政策ξの下における推移確率行列を，$\boldsymbol{P}(\xi)$とすると，劣化・補修過程が長期間繰り返され，長期定常状態に到達したときの，補修履歴別，健全度別，点検回数別施設シェアに関する定常確率ベクトルは，

$$\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi} = \overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}\boldsymbol{P}(\xi) \tag{7.3.5}$$

を満足する$\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}$として定義される．定常確率$\overline{\boldsymbol{\pi}}^{\xi}$は，式(7.3.5)から任意の式を１つ削除するとともに，定常確率の定義式(7.3.1)を加えた連立方程式を解くことにより求めることができる．

導出された定常確率ベクトルから，点検・補修政策ξの下での，ライフサイクル費用及び健全度Iが観測される定常確率（故障リスク）を算出することができる．施設のリスク管理水準を$\overline{U}$と表し，さらに故障

リスク$\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^\xi)$を，リスク管理水準$\overline{U}$以下に抑えることが可能な点検・更新政策の集合$\Omega(\overline{U})$を

$$\Omega(\overline{U}) = \left\{(d,\boldsymbol{\eta}^\xi)|\Pi_I(d,\boldsymbol{\eta}^\xi) \leq \overline{U}\right\} \tag{7.3.6}$$

と定義する．この時，リスク管理水準$\overline{U}$を所与とした時に，ライフサイクル費用を最小にするような最適点検・補修政策$\xi^*(\overline{U})$を求める最適点検・補修モデルは

$$\min_{d,\boldsymbol{\eta}^\xi} \left\{C(d,\boldsymbol{\eta}^\xi)\right\} \tag{7.3.7a}$$

$$\text{subject to} \quad (d,\boldsymbol{\eta}^\xi) \in \Omega(\overline{U}) \tag{7.3.7b}$$

と定式化できる．

一方，一斉更新ルールを採用する場合，一括更新を実施した時刻にすべての施設の健全度が1に更新されるため，定常確率を用いることができない．点検間隔dとして一括更新時刻の時間間隔をMdとすると，リスク管理水準はM回目の点検時刻（一斉更新時刻）における故障リスク$\tilde{\Pi}_I(M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi)$として定義される．このとき，故障リスク$\tilde{\Pi}_I(d,\boldsymbol{\eta}^\xi)$を，リスク管理水準$\overline{U}$以下に抑えることが可能な点検・更新政策の集合$\tilde{\Omega}(\overline{U})$を

$$\tilde{\Omega}(\overline{U}) = \left\{(M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi)|\tilde{\Pi}_I(M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi) \leq \overline{U}\right\} \tag{7.3.8}$$

と定義しよう．この時，リスク管理水準$\overline{U}$を所与とした時に，ライフサイクル費用を最小にするような最適点検・補修政策$\xi^*(\overline{U})$と最適一括更新間隔を求める最適点検・補修モデルは

$$\min_{M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi} \left\{\tilde{C}(M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi)\right\} \tag{7.3.9a}$$

$$\text{subject to} \quad (M,d,\boldsymbol{\eta}^\xi) \in \tilde{\Omega}(\overline{U}) \tag{7.3.9b}$$

と定式化できる．なお，ライフサイクル費用及び故障リスクの定常確率の算出方法の詳細については，**6.3**を参照してほしい．

7.3.2 劣化予測モデルの推定

施設の最適点検・補修・更新政策の導出するために，その推移確率を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現しなければならない．この多段階ワイブル劣化ハザードモデルについては，すでに**4章**にて詳しく述べている．しかし，本システムで用いる推移確率行列$\boldsymbol{p}$を構成する推移確率$p_{klim}^{kli'(m+1)}$を多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現するためには，補修履歴k，点検回数mの施設が時刻t_ϵ^dに健全度i $(k \leq i)$であるという条件の下で，時刻$t_{\epsilon+1}^d$に健全度i'が観測される条件付き確率を定義しなければならない．このため若干の加工が必要となる．この最適点検・補修・更新政策を導出するための推移確率の算出方法についても，**6章**の**6.4**にて述べている．点検時刻t_ϵ^dにおいて補修履歴k，健全度i，点検回数m

の施設が，点検時点$t^d_{\epsilon+1}$において補修履歴k，健全度i'，点検回数$m+1$の状態に推移する確率$p^{kli'(m+1)}_{klim}$は，式(6.4.58),(6.4.59)より，

$$p^{kli'(m+1)}_{klim} = \frac{\pi^k_{ii'}(md,(m+1)d)}{\rho_{ki}(m)} \tag{7.3.10}$$

により定義できる．

式(7.3.10)により定義される推移確率は，明示的に関数系を用いて表現することは不可能であり，数値計算により多重積分を解いて求めることとなる．このため，点検による実測データから本モデルを用いて多段階ワイブル劣化ハザードモデルを推定するモジュールを汎用システムとして搭載することは避けている．本システムでは，**4章**の実証分析において東北支社管内のトンネル照明システムに関する点検データを用いた推定結果を採用している．さらに，劣化推移確率を補正するために，施設の期待寿命長を入力条件として簡易的に劣化推移確率を求める機能を搭載している．この簡易機能については，**7.4.4**にて改めて述べる．

新しい点検による実測データが取得された際にそのデータを用いてハザードモデルのパラメータをベイズ更新する方法論を開発し，システムの機能として搭載することが望ましい．この課題については本研究の範囲を超えており，次の研究課題として，**8章**に整理する．

7.3.3 劣化・補修・更新過程のシミュレーション

a) シミュレーションの手順

シミュレーションモジュールの目的は，管理対象の施設をグループ化し，グループ全体を管理するための必要予算の推移と健全度推移をシミュレーションによって予測することである．点検補修最適化モジュールにおいて，当該トンネル内の施設の，点検・補修・更新に関して，外生的に与えたリスク管理水準を達成する時の最適な定常政策をアウトプットとして与える．この定常政策は，現場のメンテナンス業務に対するマクロ的な指針であり，点検・更新の間隔や補修の考え方（予防的補修や事後的補修の判断など）といった，ミクロマネジメントにおける有用な情報を与える．一方，現在供用されている施設群は，設置年や劣化過程，補修履歴など，様々な異なる条件を有する施設が集合しており，その状態は定常状態にあるとは限らない．将来の費用推移や健全度の推移は，現在の管理状況に大きく依存することとなる．さらに将来の劣化過程は，ワイブル劣化ハザードモデルにより推定した劣化確率に従って推移するものと仮定しているが，多大な不確実性を有しており，このことも将来の需要予測に影響する．本モジュールは，このような不確実性下において，施設の現在の管理状態を考慮した上で将来時点における費用及び健全度推移を，シミュレーションによって予測するものである．また，年間の制約予算による健全度推移の影響を予測することも可能としている．これらのアウトプットは，当該施設群を将来時点に亘って管理するために必要な費用を調達するための説明資料として用いられる．

いま，管理対象とするシステムの施設の総数をMとする．また，それぞれの施設を$m(m=1,\cdots,M)$と表現する．ここで，時刻tにおける施設mの健全度を状態変数$\omega_m(t)$により表現する．このとき，システム全体における健全度を，状態ベクトル

$$\boldsymbol{\omega}(t)=(\omega_1(t),\cdots,\omega_M(t)) \tag{7.3.11}$$

を用いて表現することができる．いま，時刻tにおいて施設の健全度が，iと評価された施設の総数を$\eta^i(t)$と表す．このとき，施設数ベクトルを，

$$\boldsymbol{\eta}(t)=(\eta^1(t),\cdots,\eta^I(t)) \tag{7.3.12}$$

但し

$$\eta^i(t)=\sum_{m=1}^{M}\delta_{im}(t)\ (i=1,\cdots,I)$$

$$\delta_{im}(t)=\begin{cases}1 & \omega_m(t)=i\text{の時}\\ 0 & \omega_m(t)\neq i\text{の時}\end{cases}$$

と定義する．ここで，初期時点$t=0$を基準時刻と考え，システム全体の劣化過程をシミュレートする問題を考える．現時刻において，将来時刻における健全度を確定的に予測することは不可能であるため，初期時刻からn期経過した時刻$t=n$における施設mの状態の確率分布を，

$$\boldsymbol{\kappa}_m(n)=(\kappa_m^{1010}(n),\cdots,\kappa_m^{(I-2)L(I-1)(M-1)}(n)) \tag{7.3.13}$$

と表す．但し，$\kappa_m^{klim}(n)$は，$t=n$において施設mの補修履歴がk，補修回数l，健全度i，点検回数（経過時間）mとなる確率を示す．このとき，初期時刻における施設の状態が，(k,l,i,m)であった施設mのn期後の状態分布は，

$$\boldsymbol{\kappa}_m(n)=\boldsymbol{e}_i\big(\boldsymbol{P}_m\big)^n \tag{7.3.14}$$

と表すことができる．ただし，$e_i=(0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)$は，第$i$番目の要素のみが値1をとり，それ以外の要素がすべて0をとる行ベクトルである．さらに，$\big(\boldsymbol{P}_m\big)^n$は推移確率行列$\boldsymbol{P}_m$の$n$乗を表している．また$\boldsymbol{P}_m$は，施設$m$に対して定義される推移確率行列である．

次に，劣化した施設に対して点検・補修政策ξを適用した場合を考える．初期時刻の施設の状態が，(k,l,i,m)であった施設mのn期後の状態分布は，

$$\boldsymbol{\kappa}_m^{\xi}(n)=\boldsymbol{e}_i\big(\boldsymbol{P}_m^{\xi}\big)^n \tag{7.3.15}$$

と表せる．ただし，$\kappa_m^{\xi}(n)$は施設mの状態分布であり，$\boldsymbol{\kappa}_m^{\xi}(n)=(\kappa_m^{1010,\xi}(n),\cdots,\kappa_m^{(I-2)L(I-1)(M-1),\xi}(n))$と表現できる．このとき，点検・補修政策$\xi$の下で実現するシステム全体の状態分布確率は，

$$\boldsymbol{\kappa}^{\boldsymbol{\xi}}(n)=\{\boldsymbol{\kappa}_{1010}^{\xi}(n),\cdots,\boldsymbol{\kappa}_{(I-2)L(I-1)(M-1)}^{\xi}(n)\} \tag{7.3.16}$$

で表現される．マルコフ連鎖モデルを反復的に利用することにより，各期における健全度分布を求めることができる．時刻nに各健全度が観測される期待施設数ベクトルを，

$$E\boldsymbol{\eta}^{\boldsymbol{\xi}}(n) = (E\eta_1^{\boldsymbol{\xi}}(n), \cdots, E\eta_I^{\boldsymbol{\xi}}(n)) \tag{7.3.17}$$

と定義したとき，時刻$t = n$に健全度iと判定される期待施設数$E\boldsymbol{\eta}_i^{\boldsymbol{\xi}}$は，

$$E\eta_i^{\boldsymbol{\xi}}(n) = \sum_{m=1}^{M} \kappa_m^{i,\xi}(n) \ (i = 1, \cdots, I) \tag{7.3.18}$$

と定義できる．さらに，時刻$t = n$の直前に発生する健全度iである施設mの補修費の期待値は，

$$\begin{aligned} E\zeta_m^{\xi}(n) = &\sum_{k'}^{I-2}\sum_{k''=1}^{I-2}\sum_{l'=0}^{L}\sum_{l''=0}^{L}\sum_{i''=k''}^{I-1}\sum_{i'=k'}^{I}\sum_{m'=0}^{M-1}\sum_{m''=0}^{M-1} \\ &\boldsymbol{\kappa}_m^{klim,\xi}(n-1)p_{klim}^{k'l'i'm'}q_{k'l'i'm'}^{k''l''i''m''}(\xi)c_{i'}^{i''} \end{aligned} \tag{7.3.19}$$

$$(k = 1, \cdots, I-2;\ i = k, \cdots, I-1; l = 0, \cdots, L;\ m = 0, \cdots, M-1)$$

であり，各施設の期待補修費を加算して各期におけるシステム全体の年間補修費の期待値を，

$$E\zeta^{\boldsymbol{\xi}}(n) = \sum_{m=1}^{M} E\zeta_m^{\xi}(n) \tag{7.3.20}$$

と表すことができる．シミュレーションを行う場合，施設の健全度，補修履歴，点検回数（使用時間）といった初期状態を与件として設定する．以上の手順によって，システムの劣化・補修過程をシミュレートすることができる．なお，本モジュールのシミュレーションでは，モンテカルロ法により擬似乱数を発生させ，各橋梁部材の劣化・補修過程を表現するサンプルパスを発生させている．サンプルパスの試行回数は任意に設定することが可能である．発生させたサンプルパス上で評価したLCCを多数のサンプルパスに対して平均化操作を行うことにより，各年時で発生する年間補修費用及び健全度別部材数の期待値を求めることができる．

b) 予算制約を考慮したシミュレーション

各期の費用に制約がない場合には，ライフサイクル評価によって導出された最適政策に基づいた補修・更新が実施される．しかし，現実的には最適政策を遂行するための予算を毎年確保できるとは限らず，確保された予算枠の中で優先的に実施すべき施設を選定して補修・更新が実施される．補修・更新の優先順位は，施設の健全度によって決定するものとする．施設の健全度がもっとも劣化した状態であるIが観測された場合には，更新が行われる．まず，予算枠の範囲内で，１）更新が行われ，次に健全度が悪い状態を優先的に，２）健全度$(I-1)$の補修，３）健全度$(I-2)$の補修，$\cdots$，最後に健全度2の補修が行われるものと設定している．予算の不足によって当該年度に補修が実施されなかった施設については，その結果が記録され，次年度以降に補修が繰越されることとなる．

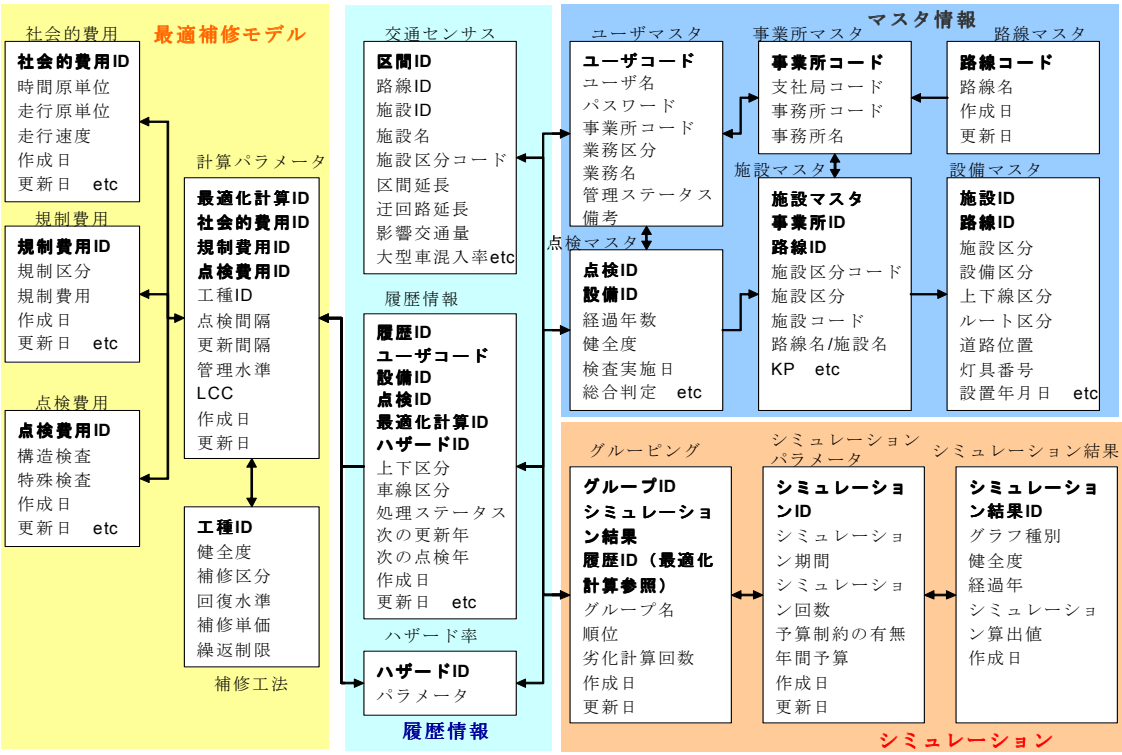


図７－２　論理データモデル図

7.4　FMSアプリケーションの設計

7.4.1　FMSアプリケーションの概要

本章で提案した道路付帯施設アセットマネジメントシステムであるFMSに基づき，高速自動車道の道路付帯施設管理業務を対象としたアプリケーションを設計した．今回，設計したアプリケーションは，システムのGUI部分には，Visual Basic6.0を用いており，DBMSには，MSDE（SQL Server Engine）を採用している．GUIの設計に関しては，システムユーザの操作性を考慮し，その他の既存のシステムで作成されたGUIを参考に本システムへの適用を検討した．本システムの利用者の権限について確認するために，ユーザID及びパスワードによる認証機能を備えている．以下に，本章で設計したアプリケーションにおけるシステムユーザとインタフェースである各システム内の主要なモジュールについて説明する．

7.4.2　データベースシステム

管理下にある施設に関する諸元情報や点検データ，基本となる補修工法に関する情報等を一括して管理している．本システムで用いるデータ群の論理データモデル図を，**図７－２**に示す．本システム内で使用するデータ群は，１）最適補修政策計算，２）シミュレーション，３）履歴情報，４）マスタ情報に大別される．履歴情報として，システムユーザが行った処理結果を時系列に格納し，任意に情報を閲覧・加工

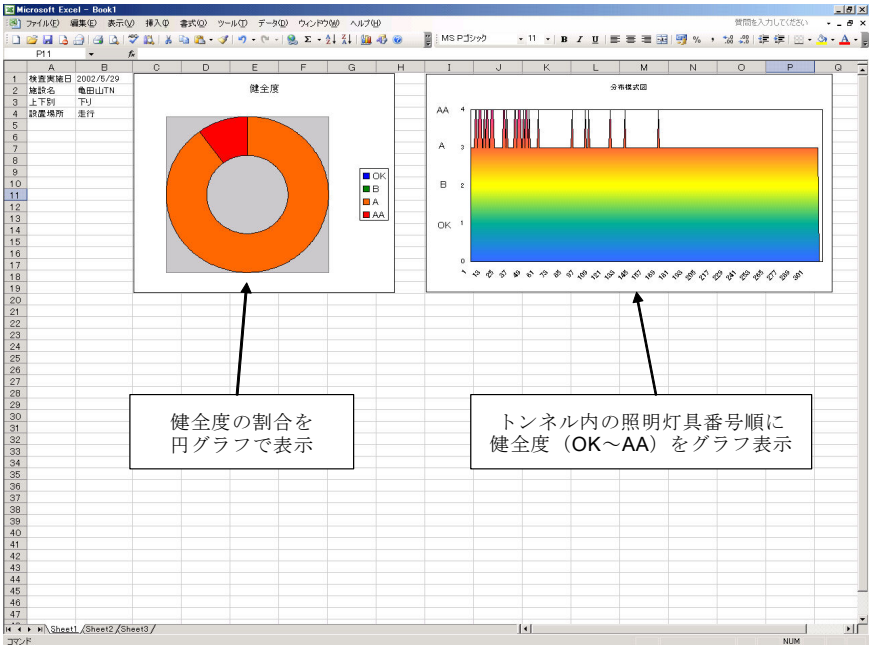


図７－３　現況把握モジュール

を可能とする．また，本データベースを構築する際に，施設の諸元データや点検データについては，関連する別のデータ管理システムとの属性の整合を図り，データベースからCSV形式でインポートするインタフェースを構築した．

7.4.3　現況把握モジュール

本モジュールでは，点検や補修が行われた結果をデータベースに反映し，現在の施設の管理状況を視覚的に把握することを目的としている．システムユーザは，分析の対象となる施設を，管理事務所名，路線名，施設区分等から抽出する．抽出された対象施設の現在の健全度分布状況を，グラフ表示することにより，視覚的に健全度状態を把握することができる．さらには，過去の時点における状態に関するデータを履歴情報として管理することで，過去の時点における状況と比較分析することも可能としている．

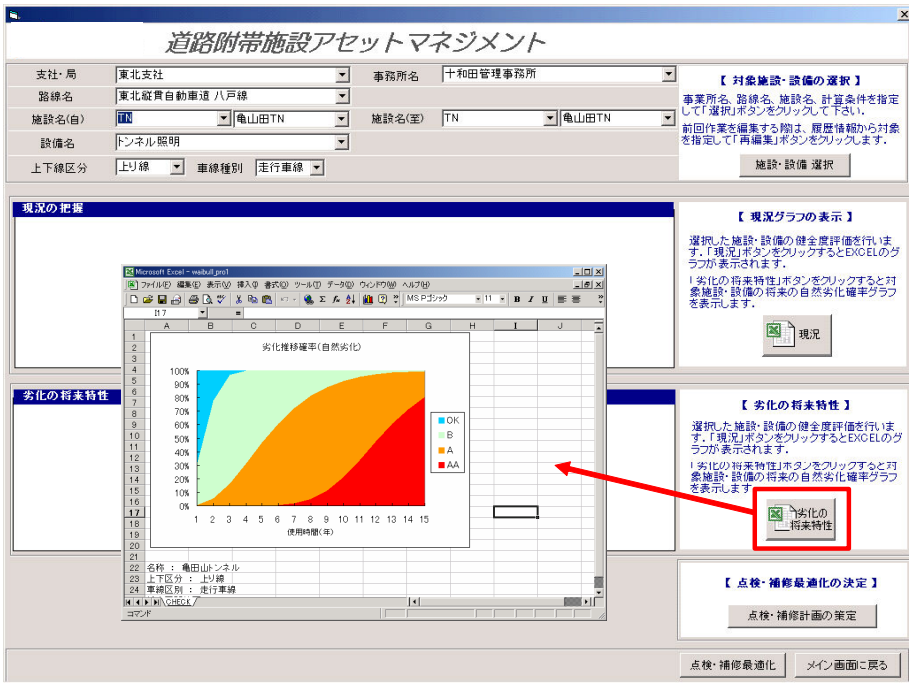


図７－４　劣化特性モジュール

7.4.4　劣化特性モジュール

分析の対象とした施設の劣化特性として，推定したワイブル劣化ハザードモデルを特定する．劣化推移確率は，**図７－４**に示すように，供用初期時点からの経過時間と推移確率の関係を図示することで表現する．本システムでは基本となるワイブル劣化ハザードモデルの推定結果を初期値として設定している．劣化特性の異なる施設を対象とした分析を行う場合，ワイブル劣化ハザードモデルを補正しなければならない．しかし前述したように，点検による実測データを用いたワイブル劣化ハザードモデルの推定には，多くの時間を要するため，システムのモジュールとしては適切ではない．このため，本システムでは，システムユーザが当該施設の期待寿命長から，ワイブル劣化ハザードモデルを補正する簡易機能を搭載している．既往の研究や当該施設の性能規定等から推測される期待寿命長を外生的に与えることによって，ワイブル劣化ハザード関数のパラメータ値θ_iを補正する．ワイブルハザード関数における故障までの期待時間$E(T)$は，

$$E(T) = \theta_i^{-\frac{1}{\alpha_i}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_i}\right) \tag{7.4.21}$$

で与えられる．パラメータを補正するために主観的に与えた期待寿命長を，$\bar{E}(T)$とする．さらに事前情報として基準となるワイブルハザード関数のパラメータを，θ_i，α_i，このときの期待寿命長を$E(T)$と表すと，主観的に与えた期待寿命長より補正するワイブルハザード関するのパラメータ$\bar{\theta}_i$は，

$$\bar{\theta}_i = \theta_i \left(\frac{E(T)}{\bar{E}(T)}\right)^{\alpha_i} \tag{7.4.22}$$

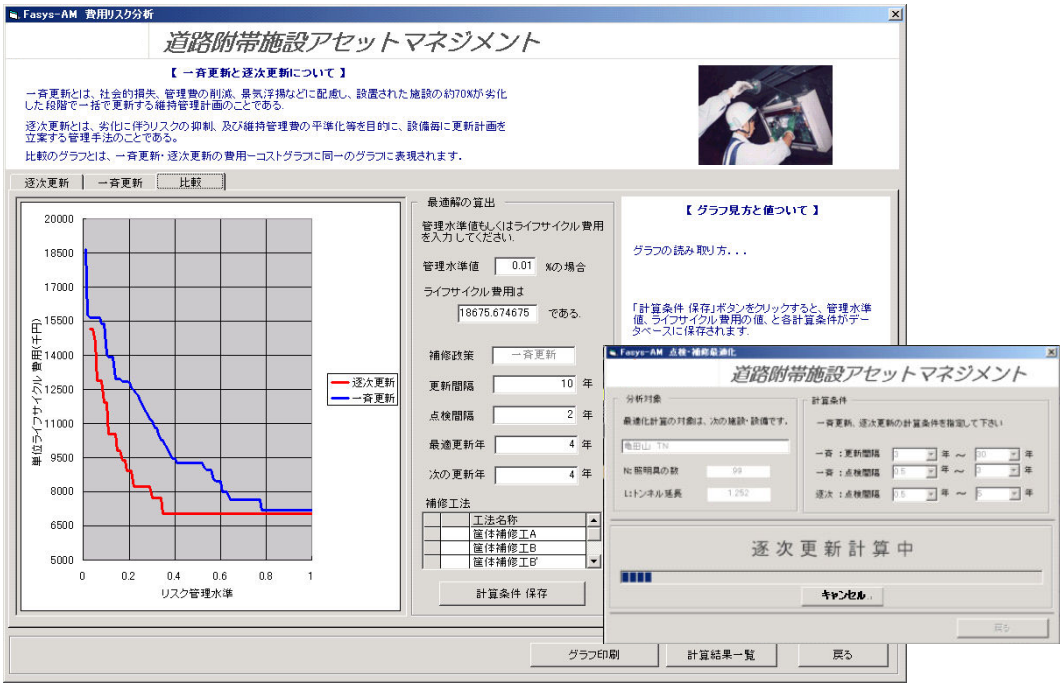


図７－５　点検・補修・更新最適化モジュール

により求めることができる．

7.4.5　点検・補修・更新最適化モジュール

FMS では，最適な補修政策と点検・更新間隔を同時に求めることができる．さらには，更新ルールとして，一斉更新ルールと逐次更新ルールの２種類が考えられ，いずれのルールを採用した場合におけるライフサイクル評価を行うことが可能である．システムユーザは分析の対象となる施設を選択し，当該施設のワイブル劣化ハザードモデルの特定の他，インプット条件として，補修工法に関する情報（工法，補修費用単価，補修の繰返し制限，回復水準），社会的費用を計算するための諸原単位，点検間隔（一斉更新の場合は更新間隔）の最適化計算範囲等を入力することで，費用－リスク曲線を描画する．その費用－リスク曲線の結果から，所与のリスク管理基準値又はライフサイクル費用の制限を満足するような最適な点検・補修・更新ルールを１点選択する．

7.4.6　グルーピングモジュール

点検・補修・更新最適化モジュールにより導出される政策は，管理対象の施設に対して，点検・補修を同時に行うことができる最小の単位毎に設定される．本システムの適用事例として取り上げている，トンネル照明灯具システムの場合，トンネルチューブが点検・補修を同期化する最小単位として考えることができる．しかし，実際の管理業務においては，数多くのトンネルを同時に管理することが想定され，以下

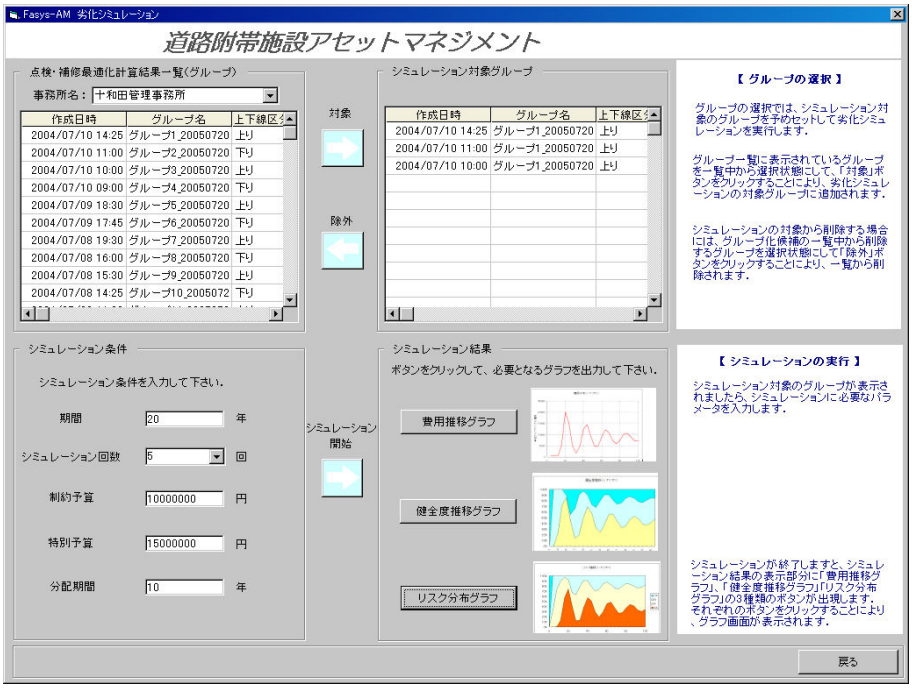


図７－６　シミュレーションモジュール

の点検・補修・更新過程のシミュレーションの分析を行う場合，個々のトンネル単位で予算計画や補修需要の予測を行うことは望ましくない．グルーピングモジュールでは，予算計画や補修需要予測を検討する際の施設群のグループ化を行うものであり，通常は事務所単位やトンネル規模等によって分類される．

7.4.7　点検・補修・更新過程シミュレーションモジュール

a) シミュレーション条件の設定

費用－リスク曲線から最適な点検・補修・更新政策を抽出した結果と，ワイブル劣化ハザードモデルをもとに，施設の劣化・補修過程のシミュレーションを行い，各期の補修需要の予測，必要予算，予算制約による健全度への影響を分析する．シミュレーションの条件として，シミュレーション期間（年），年間予算の制約条件，モンテカルロ法により擬似乱数を発生させる回数などを設定する．

b) シミュレーションモジュールの出力

シミュレーションの結果は，経年的な１）健全度の推移，２）各期の費用推移，３）補修直前の健全度推移，４）各期の補修需要数量，５）予算不足によって補修が繰越される数量について，グループ全体の合計の期待値とトンネル別の期待値を同時に出力する．１）健全度の推移，２）各期の費用推移，３）補修直前の健全度推移については，計算結果の一覧表とグラフ表示によって表現し，４）各期の補修需要数

量，５）予算不足については，一覧表によって表示する．

c) 予算の平準化機能

シミュレーションの結果として，定常政策に従った点検・補修・更新によって，制約条件として設定したすべての予算を費消できなかった場合に，次年度以降に実施されるべき補修を前倒しにより実施することによる影響を分析する機能を設けている．これは，シミュレーションによる各期の補修需要と費用の平準化することを目的とした機能であり，通常の定常政策に加えて，点検・補修・更新の前倒し政策を管理指標として与える．この前倒し政策には，以下の２つの前倒し政策パターンを考慮する．

i）点検・補修・更新時期の変更政策当該期が，定常政策において点検・補修・更新の該当年でない場合，つまり点検・補修・更新が翌年度以降に計画されているトンネルを，予算の範囲内において，今期に前倒しで実施する．点検によって観測された施設の健全度に対する補修は，定常政策で決定された補修政策を適用する．ii）早期更新対策通常の点検・補修・更新又はi）の前倒し政策にしたがって，点検・補修・更新を実施し，それらの費用を計上しても，制約予算を超越しない場合に適用する．通常の政策及びi)の前倒し政策のルールにしたがって補修需要を計上する．その需要額と制約予算を比較し，予算をすべて費消できない場合に適用する．その補修計画を変更するパターンは，１）健全度AAによる補修（落下防止対策）から，補修をせずに更新に変更する，２）健全度Aの状態にある施設に対して，補修をせずに更新に変更する，の２種類を考慮している．

（注）本章における適用事例では，トンネル照明灯具の健全度を，離散的な４段階のレーティングで示しており，健全な状態からOK，B，A，AAとし，健全度AAがもっとも劣化が進んだ状態を示している．

7.5 適用事例

本章で提案した，道路付帯施設マネジメントシステムを，高速自動車道路における施設管理問題として，トンネル照明灯具を対象としたマネジメント業務へ適用した．実証分析で対象とするトンネル照明灯具は，その材質として鋼板とステンレス鋼板（SUS）の２種類が存在する．SUSを利用した照明灯具は，導入されてから日も浅く，十分な点検データが蓄積されていないことから，本実証分析では，鋼板を対象とした分析を行う．なお，SUSのように十分な点検データが蓄積されていないケースにおいても，式(7.4.21)により，期待健全度寿命長をインプットすることで，劣化予測モデルを特定し，分析を行うことも可能であることを断っておく．照明灯具の健全度は，**表７－１**に示すように，OK，B，A，AAの４段階のレーティングによって評価されている．本章の適用事例で用いる健全度との対応関係を，**表７－１**のように設定する．また，多段階ワイブル劣化ハザードモデルの推定結果を，**表７－２**に示している．本実証実験では，ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータを平均化操作した値$E(\theta_i)$を用いることとする．また，適用した補修工法と費用パラメータを，**表７－３**に示している．

表７－１　劣化ランク評価基準

点検結果	健全度	物理的な意味
OK	1	損傷なし
B	2	損傷はあるが，機能低下が見られないので損傷の進行状態を観察する
A	3	損傷があり機能低下が見られ補修が必要であるが緊急補修を要しない場合
AA	4	損傷が著しく機能的に緊急補修の必要のある場合
	5	更新が必要な場合

表７－２　ハザードモデルの推定結果

健全度	α_i	β_{i0}	β_{i1}	$E[\theta_i]$
1	2.039	0.548	-0.323	0.367
(t 値)	(477.54)	(6.14)	(-3.49)	-
2	1.623	0.0812	-	0.0812
(t 値)	(469.92)	(32.90)	-	-
3	5.709	0.000011	-	0.000011
(t 値)	(1486.69)	(15.10)	-	-
初期尤度	-811,804.79			
尤度	-7,041.67			
尤度比	0.991			

表７－３　補修工法と費用パラメータ

健全度	種類（工法）	単位費用	回復水準	繰返制限
B	錆除去・防錆剤	2,100円	ＯＫ	1
A	錆除去・防錆剤	4,200円	B	1
ＡＡ	落下防止対策	5,700円	A	1
ＡＡ	更新	158,000円	ＯＫ	－
e	-	113,000（円/km）		
h	～500m	64,000（円）		
	501～1,000m	103,000（円）		
	1,001～2,000m	111,000（円）		
	2,001～3,000m	114,000（円）		
	3,001～4,000m	127,000（円）		
	4,001m～	133,000（円）		

以上の条件をインプットとして，対象トンネル内の照明灯具システムの費用－リスク分析を行った．その結果，管理基準値（補修直前のAA率）を0.12以下に保つ政策集合のうち，ライフサイクル費用を最小にする政策を１点抽出することができた．このときの政策は，１）更新政策は，逐次更新ルールで，２）点検間隔は１年，３）補修政策として，すべての段階で予防的に補修を実施するものと設定された．

さらに，対象トンネル内の照明灯具システムの劣化・補修シミュレーションを実施した．今回のシミュレーション実験で適用した，トンネル数は，１チューブを対象とし，トンネル内の照明灯具数を500個としている．シミュレーション期間を100年，シミュレーション回数を500回とした結果を以下に示す．シミュレーション回数は任意に設定できるが，試行の結果，シミュレーション回数を500回程度で安定した結果が得られている．まず，毎期の制約予算として，7,000千円ずつ計上させるものとして仮定したシミュレーション結果，経年的健全度分布を**図７－７**に示した．この結果から，もっとも損傷が進んだ健全度AAの状態は長期にわたり出現することはなく，長期にわたり当該トンネルの照明灯具が健全に維持される結果

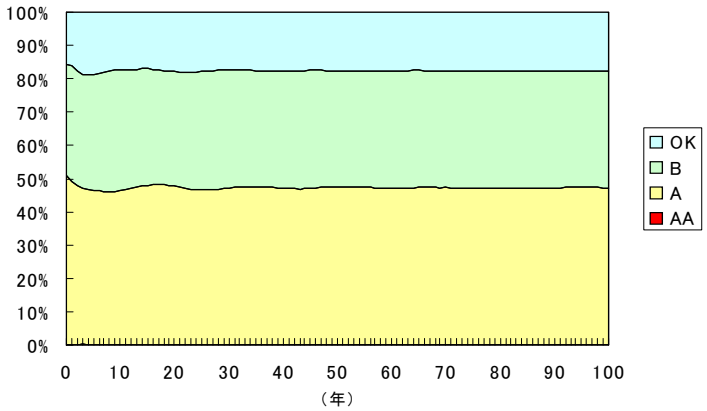


図７－７　経年的健全度分布（制約予算7,000千円/年）

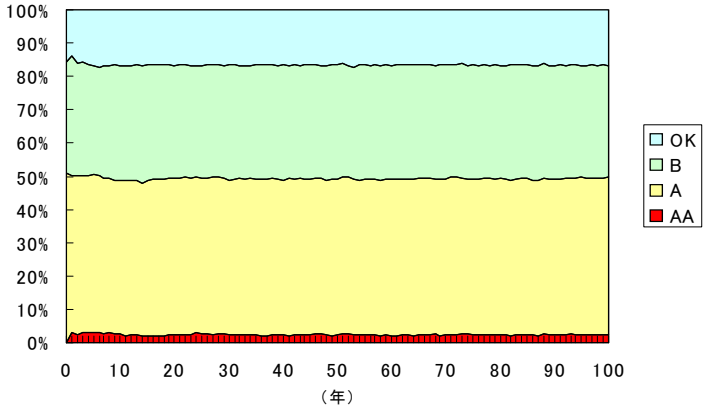


図７－８　経年的健全度分布（制約予算5,500千円/年）

となっている．一方，毎期の制約予算を，5,500千円と仮定してシミュレーションを行った結果として，その経年的健全度分布を**図７－８**に示している．この結果から，健全度AAの状態が，分析初期時点から顕著に現れるようになり，この予算水準では長期的に照明灯具を維持することは難しいことを示唆している．これは，予算の不足によって，予防的補修が実施されずに補修の積み残しが経年的に発生し，管理施設全体の健全度に影響を及ぼしていることを示している．

今回の実証分析での結果は，トンネル照明灯具システムの管理業務のうち，ある一部分に焦点を絞った結果を示しているが，実際には管理対象となる多くのトンネル内の，様々な異なる条件を考慮したシミュレーション実験を行うことが必要となる．この場合，予算制約や最適政策等を変更しシミュレーション実験を繰返し実行することで，政策変更の影響を分析することが可能なシステムとなっている．さらには，

7.4.7において説明した予算の前倒し政策の適用の検討や予算制約による繰越量の見積等，予算や補修計画の立案業務に有用な情報を与えることが可能なシステムとなっている．

7.6 結言

本章では，統計的劣化予測モデルを用いて，多くの施設を同時に関する際の，ライフサイクル費用とリスク管理水準の関係を分析し，長期的な予算計画と補修計画を立案するような，アセットマネジメントシステムを提案した．さらに，道路付帯施設のトンネル照明灯具の管理業務を対象として，FMSアプリケーションを開発し，その有用性を実証的に分析した．実証分析の結果，本アプリケーションが現場の実務において道路付帯施設のマネジメントから上位の予算計画に至るまでに非常な有用なツールとしてなる得ることが明示された．今後は，さらなる業務への適用範囲を拡大することにより，より実用的なアプリケーションを目指したシステム改良が必要である．

参考文献

[1] 宮本文穂，河村圭，中村秀明，山本秀夫：階層構造ニューラルネットを用いたコンクリート橋診断エキスパートシステムの開発，土木学会論文集，No.644/IV-46，pp.67-86，2000.

[2] 西川和廣：道路橋の寿命と維持管理，土木学会論文集，Vol.501/I-29，pp.1-10，1994.

[3] 山口亮太，伊藤裕一，三木千壽，市川篤司：社会的損失を考慮した道路橋のライフサイクルコスト評価の試み，構造工学論文集，Vol.47A，pp. 983-989, 2001.

[4] 貝戸清之，阿部允，公門和樹，藤野陽三：ストック効果を考慮したトータルコスト最小化に基づく橋梁マネージメント，構造工学論文集，Vol.47A，pp.991-998, 2001.

[5] 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

[6] 保田敬一，小林潔司：ＢＭＳにおける点検結果と状態推移確率がＬＣＣに及ぼす影響，建設マネジメント論文集，Vol.11, pp.111-122，2004.

[7] 青木一也，若林伸幸，大和田慶，小林潔司：橋梁マネジメントシステムアプリケーション，土木学会土木情報利用技術論文集，Vol. 14，pp199-210，2005.

[8] 原田隆郎，呉智深，吉田典史，岩松幸雄：ニューラルネットワークによる道路舗装の補修計画最適化モデル，土木学会論文集，No.700/VI-54，pp.145-157，2003.

[9] 斎藤雅道，福田正：予算制約のあいまいさを考慮したアスファルト舗装の修繕計画，土木学会論文集，No.571/V-36，pp.159-167，1997.

[10] 大塚勝，武山泰，福田正：路面状態量をネットワークとした舗装修繕計画の最適化，土木学会論文集，No.550/V-33，pp.155-161，1996.

[11] 孔永健，福田正：年度予算の制約がある場合のネットワークレベル舗装修繕計画，土木学会論文集，No.532/V-30，pp.167-171，1996.

[12] 慈道充，江尻良，織田澤利守，小林潔司：道路舗装管理会計システムアプリケーション，土木学会土木情報利用技術論文集，Vol. 13，pp125-134，2004.

第8章

結論

インフラ資産のアセットマネジメントシステムに関する多くの研究が蓄積されてきており，さらには現場の管理業務において実用化が進んでいる．しかしこれまで，アセットマネジメントの実用化に向けての歩みは順調であるとは言い難い．アセットマネジメントシステムを構築するためには，膨大な道路施設のストックに関するデータ，過去の劣化や補修に関する履歴データの整備が不十分であることが，実用化への弊害の大きな要因と考えられてきた．アセットマネジメントシステムの運用のためには，施設の過去の補修履歴や点検に関する情報は最も根幹となるものである．これまで，アセットマネジメントに必要なデータの仕様，それらのデータを取得し管理する業務の合理化についての議論はあまりされてこなかった．昨今のIT技術の進展に伴い，建設事業の高度情報化の視点においては，CALS/EC（Continuous Acquisition and Life-Cycle Support / Electronic Commerce）の活用，GIS（Geographic Information System）による情報連携システムという高度な研究とともに実用化に向けた取り組みが実施されている．しかし，建設事業の高度情報化はそれ自体が目的ではなく，計測したデータとそれらを分析することで得られる情報を，マネジメントシステムとして運用されなければ効果を発揮しない．そのためには，日常的な業務で管理されるデータを分析するためのツール化と道路管理の業務改革と併せたモデル化が必要であろう．アセットマネジメントシステムは，インフラ管理業務の業務改善のためのサブシステムと位置づけられよう．本論文では，アセットマネジメントシステムの重要なインプット情報である施設の劣化予測モデルを，確率的劣化予測手法によりモデル化した．その際，様々な道路施設に適応するためのモデルの拡張を考えた．さらに，確率的劣化予測モデルを用いた，最適補修戦略を決定する手法論を提案した．施設の劣化予測モデルを確率として表現することにより，劣化リスクを定量的に評価することを可能とした．さらに，実用的なマネジメントシステムアプリケーションを開発し，その有用性を実証的に分析した．本論文における結論と今後に残された課題を以下に整理する．

2章では，劣化状態が故障の有無という２値で表されるような土木施設を対象として，劣化ハザードモデルにより施設の劣化予測を行う方法を提案した．そのとき，モニタリングによる獲得できる劣化状態の情報が異なることを指摘し，それぞれ異なるスキームによって取得可能な情報を対象とした劣化ハザードモデルを推計する方法を提案した．さらに，予防補修の実施により劣化状態に関するモニタリング情報が

不完全になる問題についても考察した．また，提案した劣化予測モデルをトンネル照明という道路付帯施設の劣化予測問題に適用しモデルの有用性を検証した．本モデルは，トンネル照明の他に，多くの土木施設の劣化予測モデルに適用可能である．例えば，道路舗装のひび割れ発生をハザードの事象と捉えた場合の，ひび割れ発生確率をハザードモデルで定式化することも可能であろう．

3章では，**2章**の問題で取り上げたハザードモデルを多段階の健全度で表現される土木施設に適用するためにモデルを拡張した．橋梁部材の統計的劣化予測のためのマルコフ推移確率を推計する方法論を提案した．その際，橋梁部材の健全度を複数の健全度で表すとともに，健全度間の推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現した．さらに，定期検査データに基づいて指数ハザードモデルを最尤推定する方法論を提案した．ここで提案した指数ハザードモデルにより，マルコフ推移確率を任意の時間間隔に対して時間整合的に推計することが可能となる．さらに，鋼橋を対象とした適用事例を通じて，マルコフ推移確率の推計方法の有用性を実証的に検証した．この方法論は，今後の実証的な適用研究を蓄積することにより，幅広い土木施設の劣化予測に適用可能である．

4章では，多段階ワイブル劣化ハザードモデルを提案した．これは，**3章**において考慮しなかった劣化リスクの時間依存性について，供用の初期時刻より任意の時間が経過した後の劣化状態確率を推計することを可能としたモデルである．土木施設の健全度を複数のレーティング指標で表すとともに，健全度間の推移確率をワイブルハザードモデルを用いて表現した．さらに，目視点検データに基づいてワイブルハザードモデルを最尤推定する方法論を提案した．提案した方法論により，構造特性や使用環境，使用時間が異なる異質な検査データを用いて，それぞれの土木施設の劣化過程の特性を非集計的に推計することが可能となる．また，開発した方法論を用いて，高速道路上に設置されている照明灯具を対象とした適用事例を通じて，多段階ワイブル劣化ハザードモデルの有用性を実証的に検証した．この方法論は，今後の実証的な適用研究を蓄積することにより，幅広い土木施設の劣化予測に適用可能である．

ここまでの議論は，土木施設の確率的劣化手法による予測のためのハザードモデルを推定する方法論を提案するしたである．このハザードモデルは，前述したように土木施設の特性，点検スキームの違いに応じたモデルを適用する必要がある．**5章**以降では，この確率的劣化予測手法を用いた最適補修戦略を導出する方法論についての研究を行った．

5章では，多数の同種の施設で構成される土木施設システムの点検・更新プロセスを集計的マルコフ過程モデルで表現し，最適点検・更新政策を決定する手法論を提案した．具体的には，トンネル照明システムを取り上げ，照明ランプの点検・更新間隔と最大使用時間長という２つの管理変数が，ライフサイクル費用及び不点リスクに及ぼす影響を分析するための最適点検・更新モデルを定式化した．ここで提案した費用－リスク曲線は，ライフサイクル費用とリスクの関係を定量的に示しことができ，そのことにより施設管理者が費用－リスク曲線を用いて管理基準値を最適な点検・更新政策を決定する重要な情報を与えることができた．

6章では**5章**で提案した最適点検・更新政策を拡張し，施設の健全度が複数のレーティングで評価されるような施設を対象とした最適補修政策を導出する手法論を提案した．さらに劣化過程が使用時間に依存して変化するような施設を対象として，その劣化過程を**4章**で推定した多段階ワイブル劣化ハザードモデルにより記述し，システム全体の劣化・補修過程を集計的マルコフ過程モデルで表現する方法論を提案した．ライフサイクル費用とリスク管理水準の関係を定量的に示すことで，施設の故障リスクを管理水準として与えた場合に，ライフサイクル費用を最小にするような，システムの最適点検・補修・更新政策を同時に求めるような最適点検・補修・更新モデルを定式化した．本手法を用いることで，実証分析で取り上げたトンネル照明灯具の他に，様々な土木施設への適用範囲が広がり，アセットマネジメントにおける戦略レベルでの定量的な管理指標の導出を可能とした．

最後に，**7章**において，**2章**から**6章**までの研究成果を，インフラの管理者の実務を支援するためのアセットマネジメントシステムを検討し，そのアプリケーションを開発した．さらにトンネル照明灯具を適用事例として，その有用性を実証的に分析した．

本研究で開発した確率的劣化予測手法と最適補修モデル，さらにはアセットマネジメントシステムの有用性をさらに高めるために，いくつかの課題が残されている．まず，確率的劣化予測手法に関して，第１に，今後，定期的な点検を重ねることにより実測データの蓄積が期待される．現実には，点検による実測データが不足しており，十分な劣化予測モデルの推定精度を確保できない場合も少なくない．新たに取得した実測データをもとに，劣化予測モデルを更新し，マネジメントシステムの信頼性を向上させていかねばならない．この劣化予測モデルの更新を行う手法として，ベイズ理論を用いたベイズ更新を行う方法論の開発が期待される．このベイズ統計学は，対象とする事象が生起する確率を推定するにあたり，分析者が事前に保有している情報，知識，経験等を活用し，主観的に確率を決定する考え方に基づいている．ベイズ更新は，事前情報をもとに，新たな点検データをモデルに反映させることで，事前情報を随時更新するプロセスである．土木施設は，技術革新とともに新たな新製品の開発により将来の劣化過程に関する点検データが存在しない施設に対するマネジメントを考えるケースも少なくない．この場合においても，将来の劣化確率を期待寿命長等の情報から主観的に与え，マネジメントサイクルを重ねることにより点検データを蓄積し，主観的に与えた劣化確率を更新していくことが可能となる．このベイズ理論を用いた劣化予測モデルは土木施設のアセットマネジメントにおいて，確率的劣化予測モデルの信頼性をさらに向上させる手段として大きく期待できる．第２に，点検によって観測された実測データには不確実な点検誤差を含んでいる．目視検査による点検データは，検査の主観的な判断に頼るところも多く，検査された健全度に判定誤差が含まれることは避けられない．また，舗装のように自動測定車によりシステム的な点検を実施する場合においても，同様の測定誤差は考えられる．例えば，舗装のわだち量の測定においては，舗装の点検区間をある一定の間隔に設定してその間の代表値（通常は最大値）をわだち量として測定する．しかし，同一箇所を測定する場合に過去の点検との測定位置が一致せずに，経年的にわだち量が補修の影響が

なくとも減少するサンプルが得られる可能性がある．このような測定誤差に関しては，誤算観測の規則性を発見し劣化モデルへ反映するような手法論を開発する必要がある．第３に，本研究で用いた推定方法では，すべての検査サンプルに対して同一の構造を有するハザードモデルを適用している．しかし．ハザード関数にはサンプル固有の誤差が含まれる可能性がある．この種のサンプル誤差に関しては，例えば混合ハザードモデル（Mixture Hazard Model）の適用を検討することが必要である．第４に，本研究で取り上げたハザードモデルは，土木施設の健全度が離散的に有限個のレーティングで表現されるものに限っている．しかし，現在においても舗装の損傷度等は，自動測定車による計測が行われており，その値は連続値として評価されている．さらには，各種センサーを用いたモニタリング技術や定量的診断に関する研究が進んでおり，今後もさらに定量的な数値による連続変数での健全度評価が普及する可能性がある．本章で提案したモデルを適用するためには，連続値をいったん，離散的なレーティングに置き換える作業を必要とする．連続変数による健全度評価の結果から劣化予測を推定するモデルの開発が必要である．

次に，確率的劣化予測手法を用いた最適補修モデルに関してもいくつかの課題が明らかになっている．第１に，土木施設は数多くの要素によって構成されるような複雑な構造体を有しているものが多い．例えば橋梁は，複数の部材からなる複合施設であり，道路付帯施設の消化施設等も複数の部品，構造系と機能系にそれぞれが分類されている．このような土木施設を取り扱う場合，個々の施設間や要素間の劣化・補修の関係を無視できないケースも少なくない．このように，複数の要素の補修のタイミングを互いに調整するようなミクロ補修同期化政策を求める手法論の開発が必要である．第２に，本研究で提案した最適補修戦略を求める手法は，ライフサイクル費用とリスク管理基準との関係を定量的に評価し，所与のリスク管理基準を達成するときにライフサイクル費用を最小にする戦略を求める問題である．ここで定義しているリスク管理基準は，管理対象の施設全体に対する劣化確率を示しているものである．これらは補修政策に対してその結果を「アウトプット」として規定しているものである．管理者は最適なリスク管理水準を決定するためには，アウトプットとしての劣化確率が，利用者に対する影響・成果を「アウトカム」として表現しなければならない．利用者に対する説明責任を果たすためには，アウトプットとアウトカムの関係を明らかにするようなロジックモデルの開発が必要である．第３に，**7章**で提案したFMSアプリケーションにおけるシミュレーションモジュールに関して，ここで提案したモデルは，最適な補修政策を遂行することを前提として，予算制約がある場合には，その制約によって最適政策に従った補修が実施できないことによる影響を分析することを目的としている．このツールは，予算確保のための説明資料として有用である．一方で，予算の制約条件が確定した後にシミュレーションによって補修計画を見直す場合には，先に求めた最適補修政策が，予算制約下においても最適政策であることは保証できない．この場合は，制約予算を条件として，その制約の中で最適な補修政策を導出するための手法論が必要となる．さらには，各期の予算の複数インフラへの最適な配分ルールについても研究の余地が残されている．

最後に，インフラ資産のアセットマネジメントは，その研究や実務での適用が普及しているものの，その

効果が明らかになるまでには若干の時間を要するであろう．本研究で提案したマネジメントシステムの有用性を高め実務での適用を図るとともに，継続的なマネジメントサイクルを可能とし，維持補修の結果をモニタリングする評価機能を備えたシステム化を開発することが望ましい．本研究で提案した手法論及び今後の継続的な研究成果が，わが国におけるインフラの維持管理業務にて有効活用されることを期待する．

謝辞

本研究の遂行にあたり，多くの方々にご指導，ご協力いただきました．ここに心より感謝の意を表します．

まず，本研究の遂行ならびに本論文をまとめるにあたり，京都大学　小林潔司教授には，終始，懇切丁寧なご指導とご鞭撻を賜りました．コンサルタントとしてインフラ資産の維持管理に関して漠然とした問題意識をもっていた筆者は，確固たる研究成果としてとりまとめたいという強い意思のもと，2004年3月，小林潔司教授を訪ね，アセットマネジメントについてのご指導をお願いしたいと申し上げました．その日がまさに本研究のスタート地点であり，それ以後，浅学で未熟な筆者を，辛抱強くご指導いただきました．本研究はこれまでの工学的知見のみならず，幅広い視野と専門性が問われる問題を抱えていることから筆者にとっては手に余る課題を目の前にして，幾度となく弱音を吐きそうになることがありましたが，統計学の基礎的な部分からマネジメント論あるいは社会問題に対する考え方に至るまで，たくさんのご教示をいただいたことにより，著者の研究の方向性を定めることができました．また，小林潔司教授には本研究に関わるご指導のみならず，筆者がコンサルタントとして自立し社会貢献できるために，多くのご示唆をいただきました．さらには，本研究をまとめるにあたっての議論の場に限らず，海外研修や学会発表等の貴重な場を与えていただいたことは，筆者が技術者として従事する今後の過程にとって，何ものにも代えがたい財産となりました．ここに，改めて深甚なる深謝の意を表すとともに，今後，さらなる研究活動に精進する決意をここに誓います．

京都大学　谷口栄一教授には，著者の研究結果に対してご指導と適切な助言をいただきました．京都大学　大津宏康教授には，本論文のとりまとめに関して適切なご助言ならびにご指導をいただくとともに，国際的な立場にたった新たな課題の発掘と新領域の可能性の模索について，多大なご指導をいただきました．さらには，海外研修の場をいただくことで著者の研究に対する可能性を広げる機会を与えていただきました．ここに，深く感謝いたします．

京都大学　松島格也助教授には，研究に取組む姿勢や研究者としての振る舞いについて，日頃より熱心かつ丁寧にご指導いただきました．また，研究に関することにとどまらず，公私にわたり多大なご協力，ご支援をいただきました．京都大学　大西正光助手には，研究に対する貪欲な姿勢と課題に対して止まない追及心に幾度となく驚かされ，筆者の研究活動の目標としてきました．また，大学での研究生活の多くを，大西正光助手に支えていただきました．心より感謝いたします．

本研究は，これまで2年間に亘って，高速道路のマネジメントについての研究会に参加させていただき，そこでの研究成果が論文の根幹を形成しております．山本浩司氏（中日本高速道路株式会社），植村哲士氏（株式会社野村総合研究所）をはじめとする研究会の皆様には，終始活発な議論により実務におけるマネジメントの課題についての貴重なご意見を頂戴しました．この研究会における議論なくしては，本論文の完成はあり得ませんでした．ここに，深く感謝いたします.

貝戸清之氏（株式会社BMC）には，特に橋梁マネジメントに関しての研究と実務での貴重な経験を幾度となくご助言いただきました．また貝戸氏の研究に対する真摯な姿勢に強く感銘を受け，自らの研究活動に強く影響を受けました．さらに，建設マネジメント勉強会の皆様には，本研究について実務における貴重な経験を踏まえた多角的な視点からのご意見を頂戴いたしました．また，研究に対して熱心な方々に囲まれて研究生活を送ることができたことが，筆者の研究活動において貴重な経験となりました．ここに，深く感謝いたします.

筆者がこのアセットマネジメントという学問領域に足を踏み入れるきっかけとなったのは，コンサルタントとして本研究に関する業務を遂行するうえで，インフラ資産の維持管理に関する現行のシステムに対する疑問とコンサルタントとしての課題を発見したことにあります．その中で会社のビジョンとして本研究を位置づけ研究の機会を与えてくださった，株式会社パスコ　杉本陽一代表取締役社長，ならびに坂下裕明氏，福永哲雄氏に深く感謝いたします．さらには，コンサルタントとしての業務遂行から本研究活動にいたるまで，多大なるご指導とご支援をいただいた，安住修二氏，草野栄治氏，島村秀樹氏，他関係者一同に深く感謝いたします.

北川知秀氏，森弘慎治氏（株式会社パスコ）には，**7章**道路付帯施設マネジメントシステムアプリケーションの開発にあたり，度重なる議論を重ね，短期間のなかシステム設計及び開発に携わっていただきました．ここに，深く感謝いたします.

京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻計画マネジメント論研究室の諸先輩・諸兄には，本研究を取り纏める上で多大なるご協力をいただきました．筆者を研究室の一員として快く受け入れていただき，日々，議論の場に参加させていただいたことに深く感謝いたします．聡明な諸君らと出会い共に過ごした研究生活が，筆者にとって何よりの幸せと感謝の気持ちで一杯であり，この2年間はかけがえのない貴重な財産となりました．博士課程　羽鳥剛史氏には，研究に対する意見のほか博士課程の先輩として様々なアドバイスをいただきました．修士課程　津田尚胤氏には，確率的劣化予測手法の開発にあたって共に研究に取り組み，本研究の遂行に多大な貢献をいただきました．実測データの分析，予測モデルの推定の際には度重なる議論を重ねました．修士課程　大和田慶氏とは，アセットマネジメント論について，幾度となく意見を述べ合いました．両氏のご協力なくして本論文の完成はありません．また，秘書の藤本彩氏には，日頃の研究活動を支えていただきました．心より感謝いたします.

最後に，筆者の研究活動に対して多大なる応援と励ましをいただいた両親に感謝の意を表します．また，この2年間，常に研究活動を陰ながら支えてくれた妻に心より感謝いたします．

2006年3月

京都にて

青木 一也