

(論文内容の要旨)

株の取り引きの様に、将来の入力が未知の状況で現在の入力に対する行動を決定する問題をオンライン問題という。実社会での種々の最適化問題は必ずしも全入力に予め既知であるとは限らないため、このようなオンライン的入力条件を導入したアルゴリズム設計・解析は重要なテーマである。オンライン問題を解くアルゴリズムの性能を評価する一般的な手法として、競合比解析が用いられることが多い。ある種の問題に対する競合比解析では、よりタイトな競合比を得るために膨大な数の場合分けを必要とし、人手で全ての場合を列挙するのは事実上困難となる。本論文ではそのような種類の問題に対して効率のよいアルゴリズムを与え、新しい解析手法を提案している。

第1章では研究の背景、意義及び結果の概要が述べられている。オンラインアルゴリズムの既存の研究成果における解析上の複雑さや困難さが指摘され、それに対する本論文で提案される手法への指針が述べられている。

第2章ではバッファを有したオンラインナップザック問題に対する最適なアルゴリズムと、それに対する計算機を援用した理論的な自動解析手法を提案している。アルゴリズム実行中でのビンの中身やアイテムサイズに関する条件式等の途中経過の情報を有限個の状態として表し、それに基づいて設計したアルゴリズムを元に、計算機によって状態遷移図を作成する。各状態で競合比が目標値以下であることを保証する不等式群を生成し、その不等式を満たす解が存在することを計算機によって確認することで、設計されたアルゴリズムの競合比の上限が1.3012となることが示されている。また、設計されたアルゴリズムが最適であることも示されている。

第3章以降ではページング問題などの様々なオンライン問題を一般化したkサーバ問題が扱われている。第3章では第4章、5章で必要な基本的概念が述べられ、第2章で用いられた解析手法を直接適用することが困難であることが示されている。第4章、第5章では乱数を用いたk-サーバ問題について述べられている。第4章では正多面体グラフを一般化した M_{24} と呼ばれるグラフ上のメトリックにおける乱択2サーバ問題において、乱数の使用によって生じる分岐を効率よく有限の状態にまとめた「知識状態」が導入され、8個の知識状態で記述されるアルゴリズムが与えられている。このアルゴリズムの競合比の上限、下限がともに $19/12$ であることが示され、少ない状態数で最適なアルゴリズムが設計可能であることが示されている。

第5章では、サーバの数が2台で要求が決められた3点にのみ与えられるように制限された乱択3点2サーバ問題について述べられている。乱択3点2サーバ問題では、従来、具体的な距離が数値として与えられていた場合はLPを用いて最適アルゴリズムとその競合比が計算できたが、一般的な場合としての競合比の上限は分かっていた。本論文では、3点2サーバ問題の個々のインスタンスを距離の似た別のインスタンスに帰着し、そのときに競合比がある値 d に対して、高々 d 倍になることが示されている。基本となる数百のインスタンスを計算機によって列挙し、LPを用いて競合比を計算し、任意のインスタンスがこれらのインスタンスに帰着できることが示されている。その際、基本となるインスタンスを十分多く列挙すれば d の値はいくらでも1に近づく。提案手法によって乱択3点2サーバ問題の競合比の上限が1.5897となることが示されている。

最後に第6章では、以上の結果をまとめ、今後の方針が与えられている。

(論文審査の結果の要旨)

計算機実験でアルゴリズムの性能を評価することは、多くの場合、代表的な入力に対するシミュレーションの形をとる。しかし、この方法では理論的証明にはならないのは勿論である。本論文では、いくつかのオンライン最適化問題に対して、計算機を使用しているものの、厳密な理論的証明を可能にする新しい解析手法を提案している。本論文の結果について特筆すべき点は以下の通りである。

1. バッファを有したオンラインナップザック問題において、計算機を援用した理論的な自動解析手法が提案されている。設計されたアルゴリズムを元に計算機によって状態遷移図が作成され、競合比が計算される。提案手法により、競合比の上限が1.3012であることが示され、最適なアルゴリズムであることも示されている。
2. 正多面体グラフを一般化したM₂₄と呼ばれるグラフクラス上における乱択2サーバ問題において、乱数の使用によって生じる分岐を効率よく有限の状態にまとめた「知識状態」が導入され、8個の知識状態で記述されるアルゴリズムが与えられている。このアルゴリズムの競合比の上限、下限がともに19/12であることが示され、少ない状態数で最適なアルゴリズムが設計可能であることが示されている。
3. サーバの数が2台で、要求が予め決められた3点にのみ与えられると制限された乱択3点2サーバ問題において、個々の3点2サーバ問題のインスタンスを距離の似た別のインスタンスに帰着する手法が提案されている。基本となる数百のインスタンスを計算機によって列挙し、競合比を計算することでアルゴリズムの競合比の上限が1.5897となることが示されている。

オンラインナップザック問題と乱択3点2サーバ問題で提案された解析手法は、計算機を援用して理論的な解析を行い最適または最適に近い競合比が得られたという点で他研究には見られない斬新さをもつ。乱択2サーバ問題の解析では「知識状態」を導入することで、従来手法よりも少ない状態数で最適なアルゴリズムが記述できることを示した点で有意義である。

以上、本研究はオンラインアルゴリズムの設計と解析に関して学術上意義深い結果を導いている。よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。

また、平成21年2月20日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。