ダム貯水池における成層流

に関する水理学的研究

昭和56年9月

野 口 正 人

第1章	齐 論	1
第1節	水工学における成層流現象	1
第2節	貯水池の成層化過程	3
第3節	水温成層予測法に関する従来の研究	4
第4節	本研究の目的ならびに概要	9
第2章 质	└��流に関する基礎方程式 ────────────────────────	12
第1節	温度成層流の基礎方程式	12
第2節	懸濁粒子を含む温度成層流の基礎方程式	15
第3節	成層流場の乱流基礎式と乱流輸送係数	16
第4節	結 語	23
第3章	ブム貯水池の成層変化過程と諸因子の影響	26
第1節	太陽輻射熱による温度成層化	26
第2節	貯水池水面からの放熱に伴う温度成層消滅	28
1.	温度拡散方程式の境界値問題	28
2.	温度成層消滅の予測・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	31
第3節	貯水池流入部での混合現象	33
第4節	取水流が成層発達過程に及ぼす影響	36
第5節	結 語	39
第4章 種	8流効果の卓越する貯水池での成層発達過程	41
第1節	2 成層流からの混合取水	41
1.	簡易取水モデル ・・・・・	41
2.	実験的考察	42
第2節	連続密度場での混合取水	46
1.	取水モデル	46
2.	実験的考察	48
第3節	移流-成層型貯水池の水温予測法	53
第4節	濁水密度流の侵入に伴う成層変化	55
1.	濁水密度流の進行速度	55

2.	貯水池内部の濁質滞留現象	57
第5節	結 語	59
第5章 此	赤水池成層流に関する実験的研究	61
第1節	実験の概要	61
1.	実験装置	61
2.	相 似 律	63
第2節	貯水池の温度予測	64
1.	照射熱量による成層発達過程	64
2.	移流熱量による成層発達過程	71
第3節	貯水池の濁度予測	73
第4節	結 語	76
第6章 腓	予水池成層流の数値シミュレーション・モデルとその適用例	79
第1節	貯水池成層流の基礎方程式	79
第2節	2次元数値シミュレーション・モデル	81

第3節	現地點	疗水池	こへの適用			 •••••		86
1.	観測	例	•••••		•••••	 •••••	•••••	•••• 86
2.	数値モ	ミデル	/による予測	計算		 •		90
3.	放熱期	月にお	3ける水温予	測の簡略法	•••••	 •••••		···· 92
第4節	結	語	••••••		•••••	 •••••		•••• 94

第7章	結	論		97
-----	---	---	--	----

第1章 序 論

第1節 水工学における成層流現象

昭和30年より40年の前半にまたがる急速な社会経済的発展を成し遂げたわが国も,諸外国の例 にもれず,昭和50年代に入ってからは経済安定成長時代への対応を余儀なくされている。このこ とは、水工学の対象とする分野にも少なからず影響を及ぼしていることは言うまでもない。一例 としては、水管理を行う場合に、改めて環境保全への配慮を必要としていることが挙げられる。 しかし他方では、生活水準の絶えざる向上を目指す住民の欲望を満たすためにも、行政機関に対 しては、将来の水資源確保への施策を取ることが期待されている。

上述されたように,ともすれば競合関係にある水資源開発と環境保全といった問題を含め,最近 では益々広汎な水対策が必要になってきた。それとともに、その技術的基盤を与える水工学の対 象とする領域も、年々拡ってきている。以下では、水資源確保の問題を例に挙げ、このことを説 明しよう。

わが国の水資源問題を取り挙げた場合、まず最初に問題になることは、その時空間分布構造で ある。とくに、日本のように人口密度が稠密で、しかも都市に偏在しているところでは、自然水 の分布と水資源のそれとの比率に大きな差異を生じており、しばしば局部的な水不足の問題に悩 まされていることは、東京都(昭和39年)や福岡市(昭和53年)の例を挙げるまでもなく周知の ことである。これらのことから、水資源開発の一方法として、広域利水計画¹⁰のもとに水利用の適 正化が図られている。しかし、水の輸送・配分システムによって需給のアンバランスが平滑化さ れても、水資源の絶対量が不足しているときには、新たに水資源を作り出すことが必要である。 これまでは、おもに山間部に貯水池を築き、この種の社会的要請に応えてきた。ところが、最近 では新規に貯水池築造の好ましい立地点を見出すことが次第に困難となってきており、必然的に 水資源に対するわれわれの考え方を改めることが必要である。すなわち、水の再利用の問題にし ても、以前は水が潤沢に存在したため、それほど意を払わずに済んだが、これからは上・下水に 対するいわゆる中水についても見直さなければならないなどのことである。それとともに、川ら しい川のない長崎県に住んでいて痛感させられたことであるが、将来は貯水池築造によらない水 資源開発の可能性についても検討されなければならない。

上述された如く、水資源問題一つを例に挙げても明らかなように、今後、水対策は益々多様化 するものと思われる。それに応じて、水工学の対象とする分野も多岐にわたるが、未だ工学的諸 問題を十分解明するまでには到っていない。たとえば、成層流の水理機構を取り挙げてみてもわ かるように、自然的に形成された成層流をわれわれが何らかの意図や目標のもとで有効に利用する にあたって、不明な点がまだまだ多いことにも見られる。

実際、温度差、濁度差によって流れに形成される成層流が工学的に重要視され出したのは比較

的新しく,活潑な研究が始められたのは1940年代の後半から50年代当初にかけてである。とくに, 河口部の水理については Farmer-Morgan²¹や Schönfeld-Schijf³¹らが塩水楔の研究を行っている が,これは以後の選択取水に関する水理学的研究とともに河口部付近における水資源の有効利用 に資するものとして,画期的なものであった。

一方,最近ではダム貯水池の温度ならびに濁度成層化現象について研究がなされているが¹⁰⁻⁶, これは洪水時における濁水対策ⁿや躍層発達に伴う水質変化⁸などと関連して水工学的に極めて重 要な問題である。とくに,近年の揚水式発電所の建設はほとんど一定量の水を循環使用するため, 貯水池の濁水化をきたし,単に水工学的問題に限らず環境的にも多くの由々しき問題を提示する ようになった。さらに,多数の火力・原子力発電所が建設されるにしたがって,大容量の冷却水 が必要となり,海域での取・放水問題も大きく取り挙げられるようになっている。また,内湾を 含めて,海域での環境事前評価をするさいに常用される拡散計算でも,時として温度成層の効果 を無視しえなくなっている。

上述したように、水資源開発の方法に関連して、しばしば、淡水と塩水、清水と濁水、温水と 冷水などが共存する流体場を取り挙げる必要が生じる。この種の成層流では、単に力学的現象と して取り扱われえず、各種の性質をもつ各種の因子が相互に影響を及ぼし合うため、われわれが 現実に対象とする流れの現象は極めて複雑になる。また、上述の事例は土木工学の分野で重要視 されている問題を挙げたに過ぎないが、このほかにもさらに成層流現象は大気汚染、乱気流や海 流の問題として、気象学・海洋学などの領域でも大いに関心がもたれていることは、いまさら言 うまでもない⁹。

つぎに、前述された成層流現象を取り扱ううえでの問題点について、簡単に述べる。

成層流現象では物理的性質の異なる二流体がほとんど混り合わずに共存しており、そのため、 両流体の密度の違いが問題になる。したがって、密度変化の有無により成層流と単層流といった 分類を行えば、それぞれの流れに共通する点や非常に性格の異なる点が存在する。前者の代表的 なものとしては、有効重力の減少という観点に立って成層流現象が単層流の場合と同様にして説 明できることであり、また、後者に対しては、たとえば成層流界面には、内部混合といった単層 流には見られない特徴があることなどである。もちろん、成層流と単層流という言い方は、流れ のもつ一つの特性に着目してなされたものであり、当然のことながら、それぞれの流れに対して 他の分類ができる。それ故、実際場で成層流現象を扱う場合、乱流状態にあることがほとんどで あり、対象とする流れの水理機構の全貌を明らかにすることが如何に困難なことであるかを窺い 知ることができる。

以上に述べられたことから、本論文では、ダム貯水池における成層流現象の水理学的特性を取 り挙げることとし、成層発達過程に及ぼす濁質の影響についても検討する。

第2節 貯水池の成層化過程

わが国は北緯24度から北緯45度に位置し、しかも島国であるため、ほとんどの地域において気 候は温暖で変化に富んでおり、全国に存在する多数の自然湖沼では年間を通じて水温分布は変化 する。このことは熱帯湖や亜熱帯湖ではあまり見られず、温帯湖特有の現象である。とくに、太 陽からの日射量に代表される気象要因によって生ずる熱量変動が大きい場合には、水温分布の変 化は顕著になる。すなわち、このような湖沼では、季節の移り変わりとともに水温分布は成層化 ならびに循環のサイクルを繰り返すが、Forelや吉村らによれば、時期区分はおおむね、(i)春季成 層期、(ii)夏季停滞期、Gii)秋季循環期、Gii)冬季停滞期の4段階に分かたれる¹⁰⁰。したがって、春先か ら夏にかけての成層期にはいわゆる温度躍層が発達し、貯留水の安定性が増すため、表層水と底 層水との交換が起こりにくくなる。このことは、結果的には底層水中の溶存酸素量を低下させ、 種々の化学的・生物学的変化が惹き起こされる。したがって、自然湖沼での水質問題を考えるに あたって、躍層の発達に伴って生ずる生態系の変化を知る必要がある¹¹⁰。

一方、人工のダム貯水池においても多くの場合これと同様のことがいえるが、貯水池では湖沼 と異なり流入・流出流量が著しく大きい。すなわち、年間の平均回転率(年間流入量/貯水池の 総貯水容量)が大きいため、貯水池内の水温分布を求めるにさいして、流入水の水温変化に伴う熱 移動が重要な役割を果たす。したがって、この項を考慮して貯水池での熱収支を概念的に示せば、 図1-1のようになる¹²。ここで、大気中との熱収支を考えた場合、貯水池へ入るものとしては、 大気伝導・太陽の短波長放射・降水による熱供給が、また、貯水池から出るものとしては、水面 蒸発・長波長の実効放射による熱移動などが挙げられる。さらに、貯水池周辺大地との間には、 地熱ならびに地下水湧出に伴う熱収支がある。したがって、貯水池の水理、とくに水温予測に関 連する研究課題では、これらの諸量を定量的に把握するとともに、貯水池内部での熱輸送機構を 明らかにする必要がある。

以上のことから、これまでにも、次節で述べられるような種々の水温予測モデルが提案されて いる。しかし、日本の貯水池は、諸外国とくにアメリカなどのものと较べれば、地形的要素が違 うにもかかわらず建設技術に差異がなく、水深に比して貯水容量が小さい。そのため、貯水池の 温度変化に支配的な因子もおのずから異なってくる。さらに、洪水のように大きな流入量が一時 的にあるときは、成層状態の破壊現象が起こり、流れに含まれた浮遊砂などによる濁水化で貯水



図1-1 貯水池における熱収支

池の水理機構は一層複雑になる。このような理由から,貯水池の水温予測を行うには,貯水池の成層 特性を知った上で最適なモデルを作成することが大切である。とくに,河川水系を一貫して水量・水 質制御を行うには,ブラック・ボックスたる貯水池のホワイト化への努力を欠かすことができない。

以上に述べられたことから、貯水池における水温成層発達過程を成層消滅に寄与する要因とと もに明らかにし、それらの予測手法を確立することは貯水池管理の面からも重要である。

第3節 水温成層予測法に関する従来の研究

古くから,自然湖沼での水温を求めようとした試みは多くなされている。これは,たとえば, かん漑用の水を利用する場合などに,その情報の有無が直接人間生活に関係してくるためである。 水温予測の方法も,最初は簡単なものであり,湖沼を1つのコントロール・ボリュームとみなし て熱収支を考えていた。この方法は,人工貯水池の水温を求めるさいにも用いられ¹³⁾,貯水池にお けるエネルギー増分,Q₁は

 $Q_{t} = Q_{s} - Q_{r} - Q_{b} - Q_{h} - Q_{e} + Q_{v}$ (1-1) で表わされる。ここに、式中に用いられた記号は、つぎのように説明されている。

- Q。:水面で吸収される太陽からの輻射エネルギー
- Qr: 輻射エネルギーの反射量
- Q。:水面から大気中へ放出される逆輻射エネルギー
- Q₆:水面と大気との温度差にもとづく顕熱交換による移動熱量
- Q。: 蒸発・凝固に伴う相変化による潜熱変換の放出熱量
- Q_a:降水による供給熱量

以上のほか,貯水池への流出入量があるときには,移動熱量をも考慮しなければならない。(1 -1)式における右辺の各項は,水文気象,水理などの条件および地形によって決せられ, 植々 の算定式が求められている^{14,15}。

上述の方法では、貯水池の平均水温は計算されるが、貯水池内での水温分布までは求められな い。ところで、最近のように貯留水の水温までを要求する水資源高度利用、ならびに貯水池周辺 の環境条件の制御や整備が大きな問題になってくれば、これでは不十分であり、季節的な、さら にはより詳細な日々の水温分布の変化の模様を知ることが要求される。この問題に対して、 Dake-Harleman は¹⁰、貯水池における各水深でのエネルギー式を解析的に解くことを試み、太陽 熱による水面の温度上界の影響、ならびに、直接貯水池内部に吸収された熱によって惹き起こさ れる水温上界について計算した。彼らは、基礎方程式をできるだけ簡単にするため、移流熱量の 影響を無視しうるものと仮定した。したがって、このモデルは計算が容易であるという利点をもっ ているが、適用範囲は狭く、具体的には流出入量の影響が無視される小さな貯水池や天然湖沼に 限られる。さらに、このような貯水池に対する水温予測モデルでは、Orlob-Selna¹¹⁰のものがあ る。彼らは、各標高の水温を求めるため、直接、温度拡散方程式を用いて数値計算した。このモ デルの特徴は、"有効拡散 (effective diffusion)"の概念を導入して、貯水池内部の熱輸送を表現 しようとしたことである。図1-2に示されたように、成層化した貯水池での拡散係数はつぎの 性格をもっている。

1. 表層混合のため,拡散係数は水面で最大となり,そこから躍層面に向かって急速に減少す る。

- 2. 拡散係数は、躍層位置付近で最小となる。
- 3. 深水層においては、その中ほどで拡散係数は最大となり、躍層ならびに底に近づくにした がって小さくなる。

このモデルは、貯水池内部の流れが表現できないため、流出入量が顕著な貯水池には適用され ない。この欠点を克服するため、彼らを含むT.V.A. グループでは、修正W.R.E. (Water Resources Engineering) モデルを開発した¹⁸⁰。この論文では、貯水池内の流れが分離取水の成果 を用いて決定されるとともに、拡散係数についても検討されている。その結果、貯水池の水温分 布は、有効拡散係数を

表層で $A(y, t) = A_0 e^{-\eta(y_s-y)}$

- 躍層で $A(y, t) = bE^{-a}$
- 底層で A(y,t)=c

とおくことにより、よく予測されるとしている。ここに、 η :減衰係数、 y_s :水面の座標、 $E = -\frac{1}{\rho}$ ・ $\frac{d\rho}{dy}$ であり、 A_0 、a、b、cは定数である。しかし、この概念は実際の物理現象に直接には対応せず、分子拡散、乱流拡散、混合現象やその他の不確定要素のすべてを含んでいるため、有効拡散



図1-2 有効拡散係数と温度分布



図1-3 ダム貯水池の概念図

係数は各々の貯水池によって異なり、なかなか一義的には決定されえない。

一方,一般の貯水池に対する水温成層予測法としては、上述のW.R.E.モデルとともにM.I.T. モデルが挙げられる。このモデルでは,先に述べた Dake-Harleman による表層混合の概念が導入 され、1次元モデルの欠点を補うため、貯水池へ流入した河川水が流出するまでの時間遅れが考 慮されている。この方法は、貯水池の各水深に対する温度拡散方程式を、直接、数値シミュレー ションしようとするものであり、初めは計算方法も陰形式によっていたが¹⁹、Ryan-Harleman²⁰ によるプログラムが作成されてからは、陽形式のものが広く利用されるようになった。以下では、 このモデルの概略を説明する。

M.I.T. モデルでは上述の仮定が設けられた以外に,計算を進めるさいの大前提として,貯水池 内の等水温線は水平であることが仮定されており,数式的には鉛直方向への1次元的な取扱いが できるとされた。このとき,貯水池内での温度拡散方程式は,図1-3を参照して,

と書くことができる。ここに、T(y, t)は貯水池内での水温、 D_{T} は分子拡散係数、E(y, t)は乱 流拡散係数、 $T_{in}(t)$ は流入水温、 ρ は密度、cは比熱、 ϕ は輻射熱として単位時間あたりに単位 面積を通過する熱流束である。また、貯水池の単位厚さあたりの流入量および流出量をそれぞれ q_i 、 q_0 とし、これに伴う鉛直移流量を Q_v とした。(1 – 2)式は連続方程式を用いて、

以上に示されたものは、貯水池の水温成層予測を行うさいの代表的な数学モデルであるが、このほかにも多数の予測手法が提案されており、観測値との比較がなされている²¹⁻²⁴。また、Parker らは²⁵, 米国の5つの貯水池を対象にして、M.I.T.モデルならびにW.R.E.モデルの比較研究を 行っている。その結果によれば、貯水池での水温予測を行うにあたって重要となるパラメーター は、拡散係数などよりも太陽熱の吸収係数であるとしている。しかしながら、これらのモデルは いずれも、内部 Froude 数の小さな貯水池を対象としており、

M.I.T. $\notin F_{\nu} < \frac{1}{\pi} = 0.32$

W.R.E. ε $F_D \ll 0.1$

の範囲に限られている。したがって、内部 Froude 数の大きい "run of the river" (河川) 型の貯 水池においては、より有効な手法を工夫する必要がある。著者はこの問題に対して、第4章で述 べられるような移流モデルを作成し、観測値との比較・検討を行った²⁶。

これまで述べられたモデルは、いずれも、熱量の連続方程式のみから貯水池の水温を求めており、運動方程式は直接には使われていない。しかし、流れに浮遊砂などの懸濁物質が含まれているときには、物質ならびに温度の違いにより生ずる密度変化のために、貯水池内での流況は複雑になる。この問題に関しては、これまでにも、成層化した貯水池での溶存酸素量を求めた研究や、浮遊砂の挙動について調べたものがある。すなわち、次章で述べられるように、熱量ならびに懸濁物質の保存式は(2-27)および(2-29)式で与えられるが、これらの式を図1-3に示された厚さ Δy のコントロール・ボリュームで積分したものが、(1-2)ないしは(1-3)式であった。したがって、懸濁物質の保存式に対しても同様なことがいえ、つぎのように表わされる。 $\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (D_m A \frac{\partial c}{\partial y}) + \frac{q_i(c_{in}-c)}{A} + \frac{(SOURCES)_m}{\rho} - \frac{(SINKS)_m}{\rho} \cdots (1-5)$

ここに、cは浮遊物質の濃度であり、右辺第3項ならびに第4項は、単位時間、単位体積あたりの 生成量と消滅量を表わしている。また、 D_m は分子拡散係数、 c_in は流入水の濃度である。Bella²⁷ は、躍層の発達によって惹き起こされる溶存酸素量の低下について調べるため、流れを無視して (1-5)式を解いた。彼の論文では、成層の影響を拡散係数の値を変化させることにより表現 している。すなわち、拡散係数の相似性を仮定すれば、(1-3)式より、

となるから、この差分方程式を解いて拡散係数の値を求めることができる。ここに、 $H_{s}(t) = \int_{0}^{b} TAdy$ である。一例として、米国の Sammamish 湖について、5~7月に計算された拡散係数 の値を示せば、図1-4のようである。一方、Markofsky-Harleman²⁸⁹は、(1-3)式と(1-5) 式とを連立させて解いており、Fontana湖の水温・水質予測を行っている。さらに、安芸・白砂²⁹⁹ は、これと同様の方法で、成層化した貯水池に土砂を含んだ流れが流入した場合の濁水長期化現 象について考察している。

ところで、上に挙げられたモデルは、すべて1次元的な流れを前提として議論がなされている ため、貯水池内での流れを細部にわたって表現することができなかった。ところが、密度ならび に温度成層流を取り扱っていくにあたっては、流れの2・3次元性を無視することができない。 これらの点を考慮して、第6章では2次元の数値シミュレーション・モデルが示され、水温なら びに濁度の予測が行われる。

以上,これまでに提案された,いくつかの水温予測モデルの概要が示された。なお,最近の研 究動向について付言すれば,水質問題を取り扱う際に上述のことはごく一般的となったことであ る。また,岩佐・松尾ら³⁰⁾は,基礎方程式に新たに運動量方程式を付け加え,モデルの予測精度を 向上させようとした。



図1-4 拡散係数

第4節 本研究の目的ならびに概要

これまでの諸節で述べられたように、より高度な水資源開発を対象とした水管理を行っていく 場合に、技術的には、しばしば成層流現象を取り挙げる必要性が生じてくる。したがって、水の 有効利用をするにあたっては、それらのことに関する十分な予測と制御がなされねばならない。 以上のことから、本論文では人工のダム貯水池を例に取り挙げ、成層変化過程を明らかにしよう とするものである。また、その工学的利用のため、数値計算法ならびに水理実験法による成層予 測手法が示される。

研究目的ならびにその概要は、以下のようである。

第1章 序論

第2章 成層流に関する基礎方程式 では、従来より得られている温度成層流の基礎方程式を 示すとともに、流れに懸濁粒子が含まれた場合の基礎方程式の取扱い法について示す。さらに、 実際の流れを考えた場合、乱流輸送係数の概念が導入されるが、その成層流場への適用問題につ いて考察する。

第3章 ダム貯水池の成層変化過程と諸因子の影響 では、成層流の生成に寄与する要因のい くつかが取り挙げられる。すなわち、その第一は、太陽を熱源とする輻射熱による温度成層の発 達である。さらに、移流流量は池内の成層発達に深く関係しているが、貯水池流入部での混合現 象ならびに流出口付近の選択取水流れについても簡単に触れる。

第4章 移流効果の卓越する貯水池での成層発達過程 では、貯水池の成層化要因として貯水 池の流出入量が支配的である場合を考え、取水場の密度分布が連続ならびに不連続となるときの 取水モデルを示す。これより、移流流量が如何にして池内の成層発達過程に寄与するかを、具体 的に表現する。なお、本モデルの妥当性は、水理実験その他によって検討される。さらに、移流 流量が増加すれば懸濁粒子の濃度も大きくなるが、濁水侵入による成層変化についても簡単に考 察する。

第5章 貯水池成層流に関する実験的研究では、貯水池における成層変化過程の予測を物理モ デルで試みる。すなわち、水理実験装置を使って、水温ならびに濁度変化による成層の発達およ び消滅過程を再現し、その予測性能について検討する。

第6章 貯水池成層流の数値シミュレーション・モデルとその適用例 では、水温ならびに濁 度の予測が可能な2次元モデルを提案する。合わせて、萱瀬貯水池の観測例を取り挙げて、モデ ルの適用性が検討される。

第7章 結論

参考文献

- 1)建設省河川局:広域利水調査第一次報告書,昭和46年
- 2) Farmer, H. G. and G. W. Morgan : The salt wedge, Proc. 3rd Conf. on Coastal Eng., 1952
- 3) Schönfeld, J. C. and J. B. Schijf: Theoretical considerations on the motion of salt and fresh water, Proc. Minn. Intern. Hydr. Conf. IAHR, 1953
- 4) Huber, W. C., D. R. F. Harleman and D. J. Ryan : Temperature prediction in stratified reservoirs, Proc. ASCE, Vol.98, HY-4, April 1972
- 5) 岩佐義朗,井上和也,野口正人:ダム貯水池の成層化過程,京都大学防災研究所年報,第16 号B,昭和48年
- 6) Park, G. G. and P. S. Schmidt : Numerical modeling of thermal stratification in a reservoir with large discharge-to-volume ratio, Water Resources Bulletin, Vol.9, No.5, Oct. 1973
- 7) 白砂孝夫:貯水池濁水対策に関する研究(第一報),電力中央研究所報告 72503,昭和47年
- 8) Bella, D. A.: Dissolved oxygen variations in stratified lakes, Proc. ASCE, SA-5, Oct. 1970
- 9) Turner, J. S.: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge University Press, 1973
- 10)新井正·西沢利栄:水温論,水文学講座10,共立出版,1974
- 11) 小泉清明:川と湖の生態, 生態学への招待5, 共立出版, 1971
- 12) 淀川ダム統合管理事務所:宇治川汚濁調査報告書,昭和49年
- Raphael, J. M. : Prediction of temperature in rivers and reservoirs, Proc. ASCE, PO 2, 1962
- 14) 前出 13)
- 15) Eagleson, P. S. : Dynamic Hydrology, McGraw-Hill, 1970
- (a) Dake, J. M. K. and D. R. F. Harleman : Thermal Stratification in Lakes; Analytical and Laboratory Studies, Water Resources Research, Vol.5, No.2, 1969
 - (b)-----: An analytical and experimental investigation of thermal stratification in lakes and ponds, M. I. T. Report 99, 1966
- 17) Orlob, G. T. and L. G. Selna : Temperature variations in deep reservoirs, Proc. ASCE, HY 2, 1970
- 18) Orlob, G. T., et. al. : Mathematical models for the prediction of thermal energy changes in impoundments, Water Resources Engineers, Inc. Walnut Creek, California, Dec. 1969
- Huber, W. C. and D. R. F. Harleman : Laboratory and analytical studies of the thermal stratification of reservoirs; M. I. T. Report No.112, 1968
- 20) (a) Ryan, P. J. and D. R. F. Harleman : Prediction of the Annual Cycle of Temperature Changes in a Stratified Lake or Reservoir : Mathematical Model and User's Manual,

M. I. T. Report No.137, 1971

- (b) Huber, W. C., D. R. F. Harleman and P. J. Ryan : Temperature prediction in stratified reservoirs, Proc. ASCE, HY 4, 1972
- Beard, L. R. and R. J. Willey : An Approach to Reservoir Temperature Analysis, Water Resources Research, Vol.6, No.5, 1970
- 22) 吉川秀夫・山本晃一: 貯水池の水の挙動に関する研究, 土木学会論文報告書, 第186号, 1971
- 23) Elder, R. A. and W. O. Wunderlich : Inflow Density Currents in TVA Reservoirs, International Symposium on Stratified Flows, Novosibirsk, 1972
- 24) Iwasa, Y. and K. Inoue : Thermal stratification of water in a reservoir connected with a pumped storage reservoir, International Symposium on Stratified Flows, Novosibirsk, 1972
- 25) Parker, F. L., C. Tsai and B. A. Benedict : Comparative analysis of reservoir thermal models, U. S.-Japan Seminar on "Environmental Aspects of Waste Heat Disposal", Tokyo, 1974
- 26) Iwasa, Y., K. Inoue and M. Noguchi : Hydraulic effects of outlets on thermally stratified flows, Proc. 15th IAHR, Istanbul, 1973
- 27) 前出 8)
- 28) Markofsky, M. and D. R. F. Harleman : Prediction of Water Quality in Stratified Reservoirs, Jour. Hydrau. Div., ASCE, HY 5, 1973
- 29) 安芸周一・白砂孝夫:貯水池濁水現象の調査と解析(その2) 成層型貯水池の流動形態と 選択取水の数値解析,電力中央研究所報告 74506,昭和49年
- 30) 岩佐義朗・松尾直規・遠藤正昭:洪水時における貯水池の成層破壊について、京都大学防災 研究所年報,第20号B,1977

第2章 成層流に関する基礎方程式

以後の各章では,主として温度成層流が取り挙げられ,その工学的問題に対する考察がなされ, 流体密度に及ぼす濁度の影響やその成層性に対するものが取り扱われる。なお,本章では,それ らに先立って基礎方程式の検討を行う。

まず,第1節では,従来より求められている温度成層流の基礎方程式を体系的に示し,第2節 で懸濁粒子が含まれた場合の基礎方程式を誘導する。つぎに,第3節では,以上の基礎方程式を 乱流に対するものに変換し,乱流輸送量を Austausch 係数で表現する場合の問題点について考察 する。

第1節 温度成層流の基礎方程式

流体運動の基礎方程式としては、よく知られているように、状態方程式、連続方程式と運動方 程式が挙げられる。すなわち、これらの諸式を直角座標で表わせば、つぎのようである。

 $\rho = \rho(p, T) \qquad (2-1)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \qquad (2-2)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho F_i + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \qquad (2-3)$$

ここに,式の表現を簡単にするため,テンソル表示がされており,Einstein の総和規約が用いら れている。また,ρ:密度,p:圧力,T:温度,t:時間変数,x_i:空間変数,u_i:速度のx_i軸 成分,F_i:単位質量あたりの流体に作用する外力のx_i軸成分,τ_{ji}:x_j軸に垂直な面に作用する応 力のx_i軸成分である。

もちろん、以上の諸式は温度成層流に対しても成立する。ただ、対象としている流れは液体を 考えているから、圧力の違いに伴う密度変化は無視することができ、密度は温度のみの関数とし て表わされる。ここで注意すべきことは、上述されたように、密度変化が膨張・収縮によるもの だけで圧縮性の影響を受けない場合にも、いわゆる非圧縮性の条件、*Dp/Dt*=0 が厳密な意味では 成立しないことである。なお、これ以後、*D/Dt* は Lagrange 微分を表わすために用いる。一方、 慣例に従って、応力を

 $\tau_n = -p \delta_n + \tau_n^* \qquad (2-4)$

と表わせば、r¦iはひずみ速度の関数となる''。ただし、ô,, は Kronecker のデルタである。通常、 水理学で対象とする Newton 流体では、応力とひずみ速度との間に線形関係が成り立つものと し、その比例定数は等方性の性格を用いて求められている。 $\tau_{ji}^{*} = 2\mu e_{ji} + \lambda 0 \cdot \delta_{ji}$ (2-5) ここに、 $\theta = \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}}, e_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} \right)$ であり、法線応力に関する不変量を圧力のみから計算で きるものとすれば、比例定数の間には、関係式 $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ が成立する。

これらの関係を用いて運動方程式を書き改めれば、以下のようになる。

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \rho F_i + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j}$$
$$= \rho F_i - \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\mu}{3} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (2 - 6)$$

つぎに、温度成層流を対象とした場合のエネルギー方程式について、簡単に説明する。

一般に、われわれが普通に取り扱う開水路の流れでは、温度は一定とされ、考慮の必要性がない。したがって、この場合のエネルギー方程式は、運動エネルギーと位置エネルギーとの和で与 えられる機械エネルギーが保存されることを述べたものであり、運動方程式(2-3)から求め られる関係式である。他方、温度成層流に対しては、熱的変化をも考慮するため、内部エネルギー をつけ加えたエネルギー保存則を取り挙げることが必要である。すなわち、熱力学の第1法則は

$$de = dQ_h + dW = Tds - pdv = Tds + \frac{p}{\rho^2}d\rho \qquad (2 - 7)$$

と表わされ、(2-2)ならびに(2-3)式を考慮すれば、次式が求められる²¹。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2}\rho q^{2}\right) = \frac{1}{2} q^{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho u_{i} \frac{\partial u_{i}}{\partial t}$$

$$= -\frac{1}{2} q^{2} \frac{\partial (\rho u_{j})}{\partial x_{j}} + u_{i} \left\{ -\rho u_{j} \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_{j}} + \rho F_{i} \right\}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\rho u_{j} \cdot \frac{1}{2} q^{2} \right) + u_{i} \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_{j}} + \rho u_{i} F_{i} \qquad (2 - 8)$$

$$\frac{\partial}{\partial l}(\rho e) = \rho \frac{\partial e}{\partial l} + e \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
$$= \rho T \frac{\partial s}{\partial l} + \left(\frac{p}{\rho} + e\right) \frac{\partial \rho}{\partial l}$$
$$= \rho T \frac{\partial s}{\partial l} - \left(\frac{p}{\rho} + e\right) \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} \quad \dots \qquad (2 - 9)$$

ここに、q: 合速度の大きさ (= $\sqrt{u_j u_j}$), e: 単位質量あたりの流体がもつ内部エネルギー、s. 単位質量あたりのエントロピー, v: 比容積である。したがって, (2 – 8), (2 – 9)の両式を 加え合わせれば、運動エネルギーと内部エネルギーとの和に関する時間的変化は、つぎのように 書ける。

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{2} \rho q^2 + \rho e \right) = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \rho u_j \left(\frac{1}{2} q^2 + e \right) - u_i \tau_{j_i} \right\} + \rho u_i F_i + \rho T \left(\frac{\partial s}{\partial l} + u_j \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) - \tau_{j_i}^* \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \qquad (2-10)$$

— 13 —

あるいは,保存力場を仮定すれば外力は力のポテンシャルΩを用いて表わすことができ,熱流束 を陽に示せば,単位体積あたりの流体がもつエネルギーの時間的変化量は,以下のように表わさ れる。

なお、熱流束には Fourier 形が仮定されており、 K_A は熱伝導係数である。また、後で使用される 温度拡散係数 χ は、 c_P を定圧比熱として、 $\chi \equiv K_A/\rho c_P$ で定義される。

上式の左辺は、系内でのエネルギーの時間的変化を表わしており、また、右辺第一項は各種の エネルギー流束を示している。したがって、エネルギー保存則は、これらの量が釣り合っている ことを述べており、結局、エントロピーの変化を示す式として、次式が求められる。

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + u_j \frac{\partial s}{\partial x_j} \right) = \tau_{ji}^* \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_h \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \qquad (2 - 12)$$

この式は、Lagrange 的に見た場合の流体魂の熱変化が、内部摩擦熱の発生ならびに熱伝導により 生じていることを表現している。もちろん、輻射熱などの形式で単位体積あたりの流体に Q_n の熱 量が持ち込まれるときには、上式の右辺に Q_n が付加されねばならない。さらに、前述されたよう に、われわれが取り扱う液体では非圧縮性が成立し、エントロピーは温度のみの関数として表わ される³。この関係を用いれば、(2-12)式は、いわゆる流体温度に関する拡散方程式に変換さ れる。

$$\frac{\partial T}{\partial l} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{Q_h}{\rho_{C_P}} \qquad (2-13)$$

ただし,上式では,内部摩擦熱の発生による温度上昇

$$\frac{\nu}{c_{P}}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}+\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}\right)^{2}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u_{l}}{\partial x_{l}}\right)^{2}\right]$$

は、他の項に比べて無視されうるものとした。

温度成層流に対する基礎方程式としては、これまでに挙げられたもの以外に、たとえば渦度方 程式がある。

$$\frac{\partial \zeta_k}{\partial l} + u_j \frac{\partial \zeta_k}{\partial x_j} = \zeta_j \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \zeta_k}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon_{k\beta i} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{1}{\rho}\right) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \qquad (2-14)$$

ここに、 Engi は Eddington のイプシロンであり、 Sa は次式で表わされる渦度成分である。

$$\zeta_k = \varepsilon_{kji} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \qquad (2-15)$$

(2-14)式は,第3節で述べられるような乱流輸送係数を理論的に導くために, 簡略な形で用いられている"。

第2節 懸濁粒子を含む温度成層流の基礎方程式

本論文では貯水池成層流の実際的な応用問題の基礎として、密度が、温度のみならず、懸濁粒 子の濃度(濁度)の違いによっても変化する場合を取り挙げている。したがって、本節では、そ のような流れに対する基礎方程式を誘導しておく。

通常,懸濁粒子を含んだ混相流の取扱いは、2通りの方法でなされる。その一つは,液相と固 相との区別をせずに,混相流を一つの混合流体として取り扱うものであり,他の方法は,それぞ れの相を別個に取り扱うものである。

前者の方法に対しては、次式で定義される混合流体密度 ρ を導入すれば、前節と同じく、連続 方程式は(2-2)式で表わされる。

ここに、 ρ_r : 流体の密度、 ρ_s : 懸濁粒子の密度、c: 重量濃度、 c^* : 体積濃度である。ただし、 後述されるように、混合流体に対しては(2-2)式は無条件には成立せず、組成変化の無いこ とが要求される。さらに、この方法で運動方程式を取り挙げる場合には、「単位質量あたりの流体 に作用する運動量」として定義される、混合流体速度(bulk velocity⁵) u_i を考えればよい。

 $u_{i} = \frac{\rho_{f}}{\rho} (1 - c^{*}) u_{f,i} + \frac{\rho_{s}}{\rho} c^{*} u_{s,i} \qquad (2 - 17)$

ここに, ил. ならびに иs. は, それぞれ, 流体ならびに懸濁粒子の速度成分である。

一方、上述の方法で、懸濁粒子に対する質量保存式を考えれば、つぎのようである。

$$\frac{\partial(\rho_c)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_c u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial i_j}{\partial x_j} \quad \dots \quad (2-18)$$

したがって、連続方程式を用いて変形すれば、次式が得られる。

$$\rho\left\{\frac{\partial c}{\partial t} + u_j\frac{\partial c}{\partial x_j}\right\} = -\frac{\partial i_j}{\partial x_j} \qquad (2-19)$$

ただし、式中の i, は拡散流束密度の成分であり、拡散流束密度は、単位時間あたりに単位面積を 通って拡散される懸濁粒子の質量として定義されている。

つぎに、流体と懸濁粒子を全く別個に考えて質量保存式を表わせば、つぎのようである。

$$\frac{\partial(\rho_s c^*)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_s m u_{s,j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial i_j}{\partial x_j} \qquad (2-20)$$

この種の取り扱いでは、一つの困難に遭遇する。すなわち、通常の水理学が対象とする流れは連 続体であったが、上述のものではこの条件が満たされていない。したがって、有限な大きさをもっ たコントロール・ボリュームに対して成立する基礎方程式(積分形)から、微小要素に対して成 立する基礎方程式(微分形)に変換する際に常用される公式を厳密には使用できない。このよう な事情を考えれば、(2-20)ならびに(2-21)式は、既にある種の制約を受けている。ただ し、mは体積濃度から平均的に求められるもので、懸濁粒子の境界面への投影面積が全体に対し て占める割合である。通常、この値は、近似的に体積濃度で表わされるものとしている。このと き、(2-20)式と(2-21)式とを加え合わせて全体の流れに対する連続方程式を求めれば、(2 -16)、(2-17)の両式を使ってつぎのようになる。

この式から明らかなように、組成変化が生ずる流れでは、一般に(2-2)式は成立しない。しかし、普通の混相流の取り扱いでは、 $\rho_f = \text{const.}$ と考えられ、右辺第2項は零となる。また、懸 濁粒子に中立粒子を取り挙げれば、上式は(2-2)式に帰着する。

ここで、以上の諸式に含まれる拡散流束密度を、懸濁粒子の濃度のみから求められる Fick 形で 表現できるものとする。

$$i_{j} = -\rho D \frac{\partial c}{\partial x_{j}} \qquad (2 - 23)$$

ただし、Dは拡散係数である。この関係を用いれば、(2-19)式はよく知られた拡散方程式に直ちに変換される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (2 - 24)$$

なお,式の変形にあたって, $grad c \cdot grad \rho D$ は無視されうるものとした。

以上に述べられたように、懸濁粒子を含んだ温度成層流では、連続方程式は(2-22)式で表 わされ、懸濁粒子の拡散方程式は(2-24)式で表わされる。さらに、懸濁粒子が含まれている 影響は流体単独の運動方程式などにも及ぶが、対象とする流れにおいて濃度が十分に小さいこと (c≪1)、ならびに、この節の最初で述べられたような混合流体としての取扱いができることか ら、その誘導を省略する。

第3節 成層流場の乱流基礎式と乱流輸送係数

われわれが実際場で取り扱う流れは、成層流といえども、そのほとんどが乱流である。したがって、本節では、前節までに得られた基礎方程式を乱流の平均流に対するものに変換し、若干の考察を行う。

まず, Reynolds 方程式を誘導するさいに用いられる方法にならって, 乱流の平均流に対する基礎方程式を求めれば, つぎのようである。

連続方程式

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho} \ \overline{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial (\overline{u_j} \overline{\rho})}{\partial x_j} \qquad (2-25)$$

運動方程式

エネルギー方程式 (温度拡散方程式)

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial l} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \chi \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j} \overline{T}) + \frac{\overline{Q}_h}{\overline{\rho}_{C_P}}$$

(2 - 27)

或いは,

$$\frac{\overline{\rho}}{2}\left(\frac{\partial \overline{q}^{2}}{\partial t}+\overline{u_{i}}\frac{\partial \overline{q}^{2}}{\partial x_{j}}\right)=\overline{\rho}\,\overline{u_{i}}\,F_{i}-\overline{u_{i}}\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_{i}}+\mu\overline{u_{i}}\frac{\partial^{2}\overline{u_{i}}}{\partial x_{j}\partial x_{j}}$$
$$-\overline{\rho}\,\overline{u_{i}}\,\overline{u_{j}}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}-\overline{u_{i}}\,\overline{\rho}\,\frac{\partial u_{i}}{\partial t}-\overline{u_{i}}\,\overline{u_{j}}\,\overline{\rho}\,\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}-\frac{1}{2}\overline{\rho}\,\overline{u_{j}}\frac{\partial \overline{q}^{2}}{\partial x_{j}}-\overline{u_{i}}\,\overline{\rho}\,\overline{u_{j}}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}\qquad(2-28)$$

拡散方程式

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j} = D \frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j c}) \qquad (2-29)$$

ここに、連続方程式(2-25)は(2-2)式を変換したものであり、運動方程式(2-26)は(2-6)式を変換したものである。さらに、エネルギー方程式としては、温度拡散方程式(2-13)を乱流の平均流に対する基礎方程式に変換すれば(2-27)式が得られ、あるいは同値な式として、(2-10)式と(2-12)式との差で与えられる式を変換した(2-28)式が求まる。なお、 懸濁粒子を含んだ混合流体では、これまでの諸式における密度ならびに速度を混合流体のもので 読み替え、基礎方程式に(2-24)式を変換した(2-29)式が付け加わる。なお、慣用通り、 は時間平均値を示し、は平均値からの変動値を示している。

以上の諸式は、よく知られているように、いずれもある種の物理量に対する保存式である。す なわち、(2-25)式は流体の質量に対するものであり、(2-26)式は運動量に対するものであ る。(2-26)式を見ればわかるように、温度成層流では温度変化に伴う密度変動が関与してくる ため、乱流渦により輸送される運動量の表示も複雑になる。なお、(2-26)式の右辺における最 後の5項は、つぎのようにも書き改められる⁶。

$-\left[\frac{\partial}{\partial x_{j}}(\overline{\rho u_{i}u_{j}})+\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_{i}})+\overline{\rho u_{j}}\frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}}+\frac{\partial}{\partial x_{j}}(\overline{\rho u_{i}}\overline{u_{j}})+\frac{\partial}{\partial x_{j}}(\overline{\rho u_{i}u_{j}})\right]$

一方、温度拡散方程式(2-27)ならびに懸濁粒子の拡散方程式(2-29)式では、上と同じく 温度成層流を対象にしていながら、乱流淌による輸送項が簡単に表示されている。これは、以上 の式に変換するまえの基礎方程式を誘導するにあたって、Dp/DI ≃0と近似され、両拡散方程式に 密度ρが陽に現われなかったためである。したがって、(2-27)式と(2-28)式とでは、もと の式で同値であるとはいえ、これらの両式では(2-28)式の方がより厳密である。同様にして、 密度変動を考慮した拡散方程式を乱流の平均流に対するものに変換するため、(2-20)ならびに (2-21) 式で $m = c^*$ とし、先の時間平均化操作を施す。このとき、(2-20) 式はつぎのよう に書ける。

$$\frac{\partial \overline{c^*}}{\partial t} + \overline{u}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} = u_{s,j}^0 \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} - \overline{c^*} \frac{\partial \overline{u}_{f,j}}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c^* u}_{s,j})}{\partial x_j} \qquad (2-30)$$

$$z = c^*, \quad (2-21) \quad \exists t : \exists \forall x \forall \# \forall x \forall f \land x \exists x \forall x \exists \land \delta_{s,j} = (1-\overline{c^*}) \left\{ \frac{\partial \overline{\rho}_{f,j}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,j} \overline{u}_{f,j})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,j} \overline{u}_{f,j})}{\partial x_j} \right\}$$

$$- \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial t} + \frac{\partial \{\overline{\rho}_{f,j} \cdot \overline{c^* u}_{f,j}\}}{\partial x_j} + \overline{\rho}_{f,u} \overline{d}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u}_{f,j} \cdot \overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} \right]$$

$$- \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial t} + \frac{\partial \{\overline{\rho}_{f,j} \cdot \overline{c^* u}_{f,j}\}}{\partial x_j} + \overline{\rho}_{f,u} \overline{d}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u}_{f,j} \cdot \overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} \right]$$

$$- \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} + \overline{\rho}_{f,u} \overline{d}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u}_{f,j} \cdot \overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial x_j} \right]$$

$$- \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} + \overline{\rho}_{f,u} \overline{d}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} \right]$$

$$- \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^*})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} + \overline{\rho}_{f,u} \overline{d}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f,c} \overline{c^* u}_{f,j})}{\partial x_j} \right]$$

上式右辺の最後の5項は,運動量輸送に関して述べられた先ほどの式で, u, を c* と置きかえたものにほかならない。これらの両式を連立させて解けば,流体に対する発散量の表現式として次式を得る。

$$\frac{\partial \overline{u}_{f,j}}{\partial x_{j}} = u_{s,j}^{0} \frac{\partial \overline{c^{*}}}{\partial x_{j}} - \left\{ \frac{\partial (\overline{c^{*} u_{s,j}})}{\partial x_{j}} - \frac{\partial (\overline{c^{*} u_{f,j}})}{\partial x_{j}} \right\} - \frac{(1 - \overline{c^{*}})}{\overline{\rho}_{f}} \left(\frac{D \overline{\rho}_{f}}{D t} \right)_{mean} + \frac{1}{\overline{\rho}_{f}} \left[\frac{\partial (\overline{\rho}_{f} c^{*})}{\partial t} + \overline{c^{*} u_{f,j}} \frac{\partial \overline{\rho}_{f}}{\partial x_{j}} - \frac{\partial \{(1 - \overline{c^{*}}) \overline{\rho}_{f} \overline{u}_{f,j}\}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \{\overline{u}_{f,j} \cdot \overline{\rho}_{f} c^{*}\}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial (\overline{\rho}_{f} c^{*} \overline{u}_{f,j})}{\partial x_{j}} \right]$$

$$(2 - 32)$$

結局,この関係を用いて(2-30)式を変形すれば、懸濁粒子に対する拡散方程式はつぎのよう に表わされる。

$$\frac{\partial \overline{c^*}}{\partial t} + \overline{u}_{f,j} \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} = (1 - \overline{c^*}) u_{s,j}^0 \frac{\partial \overline{c^*}}{\partial x_j} - (1 - \overline{c^*}) \frac{\partial (\overline{c^* u_{s,j}})}{\partial x_j} - \overline{c^*} \frac{\partial (\overline{c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} + \frac{\overline{c^*}(1 - \overline{c^*})}{D_t} \frac{\partial (\overline{p_f})}{\partial t} + \overline{c^* u_{f,j}} \frac{\partial \overline{p_f}}{\partial x_j} - \frac{\partial ((1 - \overline{c^*})\overline{p_f u_{f,j}})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u_{f,j}} \cdot \overline{p_f c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u_{f,j}} \cdot \overline{p_f c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{p_f c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (1 - \overline{c^*})\overline{p_f u_{f,j}}}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u_{f,j}} \cdot \overline{p_f c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{p_f c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u_{f,j}} \cdot \overline{p_f c^*})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{p_f c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c^* u_{f,j}})}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{c$$

ここに、 $(D/D1)_{mean} = \partial/\partial t + u_{JJ}\partial/\partial x_{J}$ と置かれており、 u_{sJ}^{s} は懸濁粒子の沈降速度成分である。 なお、式の変形にあたっては、混相流の取扱いに対して道上⁷により使用されたつぎの仮定が、こ こでも用いられた。

 $\overline{u}_{s,j} = \overline{u}_{f,j} - u_{s,j}^0 \qquad (2 - 34)$

以上で、乱流の平均流に対して、主要な基礎方程式が誘導された。とくに、温度拡散方程式(エ ネルギー式)と懸濁粒子の拡散方程式の両式に対しては、それぞれ、誘導精度の異なる2通りの 方法で基礎式が求められた。実際、第6章で示されるように、工学的な問題を取り挙げる場合の 両拡散方程式としては、(2-27)式と(2-29)式とで十分である。しかし、後に述べられるよ うな乱流輸送係数を取り挙げて詳細な議論をするさいには、(2-28)式や(2-33)式による表 現が必要となる。なお、前述の近似的取扱いに対しては、温度成層流といえども、ほとんどの場 合 $Dp/Dt \simeq 0$ とされており、連続方程式もつぎの形式で近似される。

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} = 0 \qquad (2-35)$$

さて、以上に求められた基礎方程式を、実際に解く場合に生じる問題点について簡単に示す。 まず第一に問題とされることは、単層流のときと同じく、方程式系を如何にして閉じるかとい うことである。この点に関しては、単層流における運動量輸送の場合と同様、各種の物理量に対 する乱流輸送係数、交換係数(Austausch係数)の概念が直ちに導入される。しかし、これまで に取り挙げられたような懸濁粒子を含んだ温度成層流では、運動量輸送のほかに熱量輸送および 質量輸送が問題となる。したがって、乱流輸送係数の概念を導入して、各種の輸送係数を、

$$\overline{\rho} \, \overline{u_j u_i} = -\varepsilon_{m,(j)} \frac{\partial(\overline{\rho} \overline{u_i})}{\partial x_j} \qquad (2-36)$$

$$\overline{u_{j}T} = -\varepsilon_{T,(j)}\frac{\partial T}{\partial x_{j}} \qquad (2-37)$$

$$\overline{u_{jC}} = -\varepsilon_{s,ij} \frac{\partial C}{\partial x_{j}} \qquad (2-38)$$

と定義したときにも、それらの係数に対する表示法が問題である。なお、乱流輸送係数は、乱流 渦により運ばれる運動量、熱量、質量がそれらの平均値のこう配に比例するものとして、その比 例係数で定義されるため、より一般的には2階のテンソルで表わされる。しかし、取扱いを簡単 にするため、通常は、任意の方向への乱流輸送量がその方向への平均物理量のこう配のみに関係 していると仮定される。(2-36) ~(2-38) 式でも、このようにして輸送係数が定義されてお り、()印は総和規約に無関係であることを示している。

ここで、上述の輸送係数に対する従来の取扱いについて述べておく。

最初にこれらの輸送係数を理論的に求めようとしたものに川原の論文⁸⁹がある。[注) この論文 は1950年代の研究に対する著者自身のレビューである。]彼は、乱流輸送係数を求めるため、変動 流のエネルギー方程式を渦度方程式とともに解いて目的を果たしている。この論文の優れている 点はその方法論にあり、結果的に、成層流場に対する流速分布の線形-対数則が導かれたことで ある。しかし、この論文では各種の輸送係数が同じ大きさであるとされており、その適用にはお のずと限界が存在する。この点に関しては、Ellison が、上述された変動流のエネルギー方程式に 密度変動ならびに自乗密度変動の式を連立させて解いている⁹⁹。すなわち、(2-28) 式の対の式 である、変動流のエネルギー方程式は

$$\frac{\overline{\rho}}{2} \left(\frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial x_j} \right) = \overline{\rho' u_i} F_i - \overline{\rho' u_i} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) - \overline{u'_i \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_i}} + \mu \overline{u'_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} - (\overline{\rho' u_j u_i} + \overline{\rho' u_j u_i}) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\overline{\rho'}}{2} u'_j \frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial x_j} - \frac{\overline{\rho'}}{2} \left(\frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{2} \overline{\rho' u'_j \frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial x_j}}$$

(2-39)

と書けるが, Ellison はこの式を無限平板上の流れに適用して, つぎのように表わした。

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w q^2}) + \overline{w w} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \frac{1}{\overline{p}} \cdot \frac{\partial (\overline{p w})}{\partial z}$$

$$+\frac{\overline{\rho w}g}{\overline{\rho}}-\nu(\overline{u' P^2 u}+\overline{v' P^2 v}+\overline{w' P^2 w})=0 \quad \dots \quad (2-40)$$

なお、ここの記号は直角座標に対する慣例のものに改められており、x、y 軸は平板上にあり、x 軸は主流方向に取られている。また、z 軸はそれらに垂直上向きで鉛直方向に取られている。彼 は、前述された方法を使って、渦拡散係数と渦動粘性係数との比をつぎのように表わした。

ここに、輸送係数の定義の仕方は先のものと若干異なっており、以下のようである。

$$\overline{\rho} \, \overline{u} \, \overline{w} = -\overline{\rho} \, K_M \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (2 - 42)$$

$$\overline{\rho w} = -K_H \frac{\partial \rho}{\partial z} \qquad (2-43)$$

さらに、(2-41)式中の他の記号はつぎのように用いられた。

$$R_{f} \equiv \frac{g \cdot \rho w}{(-\rho u w) \frac{\partial u}{\partial z}} \qquad (\text{flux Richardson } \underline{\mathfrak{B}}) \qquad (2-44)$$

$$R_{i} \equiv -\frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\overline{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right)^{2}} \quad (\text{Richardson } \underline{\mathfrak{B}}) \quad \dots \quad (2 - 45)$$

ただし、T₁, T₂, T₃は, 自乗密度変動や変動エネルギーなどが逸散するに要する代表時間スケー ルを表わしている。

上で述べられたような、輸送係数相互間の比を求めようとする試みは Townsend によってもな されている¹⁰。彼は Ellison と異なり、変動量を代表長との関連で取り扱い、各種の相関係数を一 定とした。しかし、いずれにしても、この種の解析的手法で解ける流れは限られており、一般化 することは難しい。したがって、最近ではこのような問題に取り組む場合、次元解析の方法が有 効であることが見直されており、成層流場で重要な役割を果たす代表長に Monin-Obukov の長さ (1954) がある¹¹。

$$L = -\frac{u_{*}^{3}}{xB} = \frac{\overline{\rho} \ u_{*}^{3}}{xg\overline{\rho' w'}} \qquad (2-46)$$

ここに、xはKarman 定数、u*は摩擦速度であり、Bは

$$B = -\frac{g}{\bar{\rho}} \cdot \overline{\rho \, w} \qquad (2 - 47)$$

で定義される浮力流束である。

以上に記されたように、方程式系を閉じることと関連して乱流輸送係数を導入した場合にも、 種々の困難な問題が存在することは明らかである。このほか、確率論的な現象を決定論的な輸送 係数で表現することにも問題がある。そのため、先に示された乱流輸送量を,混合距離理論を用い て



図2-1 密度分布

$$\overline{\rho} \, \overline{u} \, \overline{w} = -\overline{\rho} \, \ell_M^2 \left| \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right| \cdot \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \qquad \dots \qquad (2-48)$$

$$\overline{\rho} \, \overline{w} = -\ell_M \ell_H \left| \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right| \cdot \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z} \qquad \dots \qquad (2-49)$$

と形式的に表わせば、 $K_{H}/K_{M} = \ell_{H}/\ell_{M}$ であり、これらの左辺の乱流輸送量を統計的に処理することが必要になる。

最後に、本節を終わるにあたって、成層流界面での混合現象について簡単に触れておく。

この問題は、これまでに述べられた乱流輸送の問題と、本質的には何ら違わない。しかし、既 述の方法を実際問題に適用することは困難であり、2成層流における内部境界面(躍層)にのみ 着目して、混合量を連行係数で表わす方法がある。すなわち、図2-1に示される密度分布をし た2流体があり、外部から援乱エネルギーが補給される場合を取り挙げる。このとき、外部から 加えられたエネルギーが、界面混合に伴う位置エネルギーの増分に直ちに変換されるとすれば、 以下の定式化がなされる。

まず、外乱が流体に対してなす単位時間あたりの仕事を $\tau u \propto \rho u^3$ の形で表わせば、これはVを 流体塊の位置エネルギーとして、dV/dt に等しい。ここで、図2-1を参照して、位置エネルギー の時間的変化を求めれば、

 $\frac{dV}{dl} = \frac{1}{2}g \triangle \rho \cdot D \frac{dD}{dl}$ (2-50) となる。ただし、Dは水面から内部境界面までの深さであり、 $\triangle \rho$ は内部境界面での密度の跳びで ある。したがって、両エネルギーを等置した式より、連行係数Eと overall Richardson 数 R^{*} と の関係が求められる。

$$E = \frac{u_e}{u_*} = 2A \frac{\rho u_*^2}{g \triangle \rho D} \propto (R_*^*)^{-1} \qquad (2-51)$$

ここに、Aは比例係数であり、R* は摩擦速度を用いて
 $R_*^* = \frac{g \triangle \rho D}{\rho u_*^2} \qquad (2-52)$
と定義されている。

以上の界面混合問題は、Rouse と Dodu¹²によって最初に取り挙げられ、Turner¹³および Kato と Phillips¹⁴によりおおよそ上述の定式化がなされた。以来、実際的な応用問題と関連して多数の

研究がなされている¹⁵⁷⁻¹⁹さらに,この種の問題を,前述された乱流渦の輸送問題として把握しよう とする試みもなされている²⁰⁾。

なお、次章の第3節では、濁水密度流を取り扱うさいに、貯水池流入部の流れに運行係数の概 念が用いられる。ここでは、その予備的考察として、運行係数と overall Richardson 数との関 係を示しておく。図2-2は、(2-51)ならびに(2-52)式に示されたように、代表流速とし て摩擦速度が使われている。一方、図2-3は代表流速に断面平均流速を用いてまとめられたも のであり、Lofquist のデータ²¹⁾が含められた。また、両図における著者の実験データは、第5章 で示される貯水池水理実験装置に、連行された下層の冷水を補えるよう低水槽を設けて行われた 2次元表面温噴流実験のものである。これらの考察は、濁水密度流のものと合わせて後章でなさ れる。ただ、図2-2ではWuによる実験データのみがオーダー的に異なっている。これは取り



図2-2 連行係数と Richardson 数との関係(その1)



挙げられた風洞実験が流下方向に一様でないため、水平断面全体の平均値として求められた連行 速度が過小になったためと思われる。これを除けば、両図における連行係数と Richardson 数との 関係は、ほぼオーダー的にも、一つの関係で示されることがわかった。

第4節結 語

本章では成層流現象を取り挙げ,基礎方程式の誘導を行うとともに理論的解析を進める上での 問題点を指摘した。

ここで求められた基礎方程式をもとにして、以後の諸章では、ダム貯水池の成層発達過程が表 現される。しかし、本章で述べられた諸式の誘導はほとんど一般性を損うことなく検討されたの で、水工学において現われる種々の問題に対して適用することができる。

参考文献

- 1) 弾性論の教科書, たとえば
 - a) Sokolnikoff, I. S.: Mathematical theory of elasticity McGraw-Hill, 1956
 - b) ジェーガー, J.C. (飯田汲事訳):弾性・破壊・流動論,共立全書,昭和43年
- Landau, L. D. and E. M. Lifshitz: Fluid Mechanics, Pergamon Press 1959(竹内均訳:流体力学1,2,東京図書,1970~1971)
- 3) 前出2)
- 4) 川原琢磨:躍層形成理論の周辺,水温の研究, Vol.19, No.5, 1976
- 5) Rohsenow, W. M. and H. Y. Choi : heat, mass and momentum transfer, Prentice-Hall, Asian Edition, 1961
- 6) Hinze, J. O. : Turbulence, 2nd ed., McGraw-Hill, 1975
- 7) 道上正規:流砂と河床変動に関する基礎的研究,京都大学学位論文,昭和47年
- 8) 前出4)
- 9) Ellison, T. H.: Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane, J. Fluid Mech., Vol.2, 1957
- 10) Townsend, A. A. : The effects of radiative transfer on turbulent flow of a stratified fluid, J. Fluid Mech., Vol.4, 1958
- 11) たとえば
 - a) Turner, J. S.: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge University Press, 1973
 - b) Monin, A. S. and A. M. Yaglom: STATISTICAL FLUID MECHANICS: Mechanics of Turbulence, Vol.1, 2, The MIT Press, 1971~1975 (山田豊一ほか訳: 統計流体力学 1 ~4, 文一総合出版, 1975~1979)
- Rouse, H. and J. Dodu : Diffusion turbulente à travers une discontinuité de densité, La Houille Blanche, Sept. 1955
- Turner, J. S. : The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainment across a density interface, J. Fluid Mech., Vol.33, 1968
- 14) Kato, H. and O. M. Phillips : On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, J. Fluid Mech., Vol.37, Part 4, 1969
- Ellison, T. H. and J. S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flows, J. Fluid Mech., Vol. 6, 1959
- 16) Moore, M. J. and R. R. Long : An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow, J. Fluid Mech., Vol.49, Part 4, 1971
- 17) Wu, J.: Wind-induced turbulent entrainment across a stable density interface, J. Fluid Mech., Vol.61, Part 2, 1973

- Long, R. R. : The influence of shear on mixing across density interface, J. Fluid Mech., Vol.70, Part 2, 1975
- 19) Kantha, L. H., O. M. Phillips and R. S. Azad : On turbulent entrainment at a stable density interface, J. Fluid Mech., Vol.79, Part 4, 1977
- 20) Long, R. R. : A theory of turbulence in stratified fluids, J. Fluid Mech., Vol.42, Part 2, 1970
- 21) Lofquist, K. : Flow and Stress Near an Interface between Stratified Liquids, Phy. of Fluid, Vol.3, No.2, 1960

第3章 ダム貯水池の成層変化過程と諸因子の影響

ダム貯水池内の成層化過程については、第1章で概説された。すなわち、温度成層化に対する 熱源は究極的には太陽輻射熱であるが、貯水池への影響を考えた場合、直接的な池面への輻射熱 量、あるいは、移流熱量の形式で成層化に寄与する。このうち、後者のものについては次章で詳 しく述べるが、本章では、前者のものを中心に、貯水池の成層発達ならびに破壊の過程について 検討する。さらに、成層変化現象は懸濁物質の濃度の違いによっても惹き起こされるが、とくに 流入濁水が貯水池に流れ込む初期の段階での影響についても調べる。

第1節 太陽輻射熱による温度成層化

本節では,まず,太陽からの輻射熱量が貯水池水面を通って池内の温度成層を発達させる場合 を取り挙げる。

よく知られているように,熱は輻射・伝導・対流の形式で移動する。ここでは,前述されたように,対流の影響を無視して考察を進める。したがって,前2者の形式による熱の移動を考え, 池内の温度分布を求めればよい。いま,図3-1に示されたように,y軸を貯水池底から垂直上 向きに取り,1次元的取扱いができるものとする。このとき,温度拡散方程式は(1-3)式で 表わされるが,本式を解くためには境界条件が必要である。この問題に対処するため,Dake-



図3-1 ダム貯水池の概念図

Harlemanは、或る点での水温が、池面で吸収される熱量の伝導による寄与と、直接輻射形式で移動する熱量との両者で形成されるものとした。彼らは、さらに、つぎの仮定を設けて基礎方程式を解いた"。

i) 移流に伴う熱輸送は、表水層においてのみ支配的である。

ii) 表水層を除く領域では、水塊に吸収された熱量は主に分子運動によって運ばれる。

i)の仮定は,温度拡散方程式を解くさいに,直接移流の効果を考慮しなくてもよいことを意味しており,得られた解に対して表層混合の概念による修正を行うものである。さらにii)の仮定は,拡散係数として,分子拡散係数χのみを取り挙げればよいことを示唆している。

したがって、貯水池水平面面積を一定として、熱流束を

 $\phi = (1 - \beta)\phi_s e^{-\tau(y_s - y)}$ (3 - 1) で表わせば、基礎方程式はつぎのように書ける。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\eta}{\rho c} (1 - \beta) \phi_s e^{-\eta (y_s - y)} \dots (3 - 2)$$

ただし、ys は水面における y の値、β は表水層における輻射熱の吸収割合、η は減衰係数を表わ しており、φs は水面における輻射熱流束であり、逆輻射量を差し引かれた値である。前述された ことから、(3-2) 式の解を

 $T = T_0 + T_s + T_i \qquad (3-3)$

とおく。ここに、 7。は計算初期の一様水温であり、 7。、 7. はそれぞれ、水面の吸収熱が伝導されることによる昇温と直接輻射熱の吸収による昇温である。後述される解は貯水池水深が十分大きい場合のものであるが、それ以外の場合に対しては、 7。と同形なる 7。、すなわち、底に溜った熱量が伝導されることによる昇温を追加せねばならない。

まず, T。を求めるにあたって, (3 – 2) 式の熱生成項は無視され, 水面での境界条件を

 $\rho_{C\chi}\frac{\partial T}{\partial u} = (1-k_t)\beta\phi_s \qquad (3-4)$

と書く。ここに、q₁=k₁βφ_s は単位時間あたりに水塊から大気中へ失われる損失熱流束であり、こ れと吸収熱流束との比が k₁ で表わされている。したがって、方程式を解けば、無次元量

$$\zeta = \frac{y_s - y_s}{2(\chi t)^3}$$

$$\tau = \eta(\chi t)^{\frac{1}{2}}$$

を導入して、7゚はつぎのように表わされる。

$$T_s = \frac{2\beta(1-k_l)}{\rho c \chi \eta} \phi_s \tau \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\zeta^2} - \zeta \cdot erfc\zeta \right\} \qquad (3-5)$$

一方、 T_i を求めるため、貯水池水面ならびに底で $T_i=0$ とすれば、(3-2)式より T_i は以下のように書ける。

$$T_{i} = \frac{(1-\beta)}{\rho c \chi \eta} \phi_{s} \left[erfc \zeta - e^{-2\tau \zeta} + \frac{1}{2} exp(\tau^{2}) \left\{ e^{-2\tau \zeta} \cdot erfc(\tau-\zeta) - e^{2\tau \zeta} \cdot erfc(\tau+\zeta) \right\} \right]$$

以上は、Dake-Harlemanの解として有名である。なお、上式中の余誤差関数は

$$erfc\zeta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\zeta}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi \qquad (3-7)$$

と置かれている。

この解については、すでに第1章でも述べられたように、移流の効果が小さい貯水池や自然湖 沼に対して適用されなければならない。このような制約を受けてはいるが、解析解が求められた ことにより、水温変化が簡単に計算され得る利点をもっている。ただ、水面での熱損失を(3-4) 式の形で表わしたため、専ら受熱期の温度予測に限定される。これらの問題については、次節で より詳細な検討がなされる。

第2節 貯水池水面からの放熱に伴う温度成層消滅

受熱期に太陽からの輻射熱を吸収し、温度成層の発達した貯水池も、最終的には、温度成層の 消滅が惹き起こされる。いま一つの要因として、洪水などのように大流量の流入が貯水池にある 場合に温度成層は消滅することがあるが、これは破壊といわれるもので、次節で簡単に触れてお く。しかし、この種のものは主として移流成層型貯水池のみに見られるものであり、放熱型の成 層消滅現象に比較してマクロ的スケールが極めて小さい限定されたものである。本節では、貯水 池全般について秋期に観測される放熱型の温度成層消滅現象について考察する。

まず、本題に入る前に、前節で述べられた Dake らの貯水池温度分布について考えよう。すでに 指摘されたように、彼らは温度解析を行うにあたって、貯水池水面で Kraus-Rooth 型の熱損失を 取り挙げたが((3-4) 式、参照)、その適用を一般化することには若干問題がある。とくに、 その温度分布を放熱期にまで拡張しようとすれば、短波放射の損失割合を1より大きく取らねば ならず、物理的説明が付けにくくなる。また、受熱期においてさえ、貯水池水面での放射熱を単 に短波放射量に比例させて表わすことにも問題があり、顕熱・潜熱交換による熱損失を十分に表 現することができない。

以上に示された理由から,貯水池水面での熱交換を,気層と水層との温度差に比例するとした 顕熱形式の表現で置き直し,温度拡散方程式を解く。そのようにすれば,Bowen 比さえわかって おれば,顕熱・潜熱交換による熱移動を合理的に含めた定式化が可能となる。なお,実際の貯水 池においては,観測などから,等水温線はほぼ水平になることがわかっており,ここでも,空間 座標は鉛直方向のみを考慮した1次元的取扱いができるものとした。

1. 温度拡散方程式の境界値問題

図3-2に示されたように、水面に原点を置き、鉛直下向きに z 軸を取る。 T₀: 初期の貯水池 一様水温、 T₀: 気層の温度とすれば、前述のことから、境界値問題は以下のように与えられる。



図3-2 温度分布(顕熱型の熱移動モデル)

 $\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad (3-8)$ $T = \text{const.} = T_0 \quad : t = 0, z = z$ $-\rho c \chi \frac{\partial T}{\partial z} = \phi_s(t) - k(T_s(t) - T_a)$: t = t, z = 0 $\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad : t = t, z \to \infty$

ここに、 $\phi_s(t)$ は貯水池の温度成層化に寄与する実質的な短波放射量であり、 $T_s(t)$ はT(0, t)として得られる水面での水温である。なお k は前述された水面での顕熱形式の熱移動を表わす輸送係数であり、 $[H \cdot L^{-2} \cdot T^{-1} \cdot D^{-1}]$ 、すなわち単位温度あたりの熱流束を表わす次元をもっている。以下では、短波放射量を

 $\phi_s(t) = \text{const.} = \phi_s$ (3-10) と置くが、時間的に変化する関数形で与えられるときにも、以下の解析は若干の修正を行って、

有効である。さらに、温度の基準を To に取り、 T*= T - To, Ts*= Ts - To, Ta*= Ta - To と 聞くが、以後、 肩符の*は省略する。このとき、温度拡散方程式は(3 - 8)式のままであり、境 界条件はつぎのように書き改められる。

$$T = \text{const.} = 0 \quad : t = 0, z = z$$

$$-\rho c \chi \frac{\partial T}{\partial z} = \phi_s - k(T_s(t) - T_a)$$

$$: t = t, z = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad : t = t, z \to \infty$$

以上の境界値問題を解くにあたって、境界条件が熱流東で与えられているため、その形式で方 程式を解けばよい。すなわち、熱流束を

$$f = -\rho c \chi \frac{\partial T}{\partial z} \qquad (3-12)$$

で表わせば、これについても、1次元の拡散方程式が成立する。

$$\frac{\partial f}{\partial l} = \chi \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \qquad (3-13)$$

ただし、境界条件は、つぎのようである。

$$\begin{array}{c} f = 0 & : t = 0, z = z \\ f = \phi_s - k(T_s(t) - T_a) \\ & : t = t, z = 0 \\ f = 0 & : t = t, z \to \infty \end{array}$$
 (3 - 14)

この境界値問題の形式解は、よく知られているように、ラプラス変換を使って容易に求められる²。

$$f(z, t) = \int_{0}^{t} (\phi_{s} - k(T_{s}(t - \sigma) - T_{a})) \frac{z \cdot exp(-z^{2}/4\chi\sigma)}{2\sigma^{\frac{3}{2}}(\chi\pi)^{\frac{1}{2}}} d\sigma$$
$$= (\phi_{s} + kT_{a}) \cdot erfc(\frac{z}{2\sqrt{\chi t}}) - k\int_{0}^{t} T_{s}(t - \sigma) \frac{z \cdot exp(-z^{2}/4\chi\sigma)}{2\sigma^{\frac{3}{2}}(\chi\pi)^{\frac{1}{2}}} d\sigma \quad \cdots \quad (3 - 15)$$

なお,上式を計算するにあたって,気層の温度 Ta は一定にされたが,時間的に変化する場合に対 しても, øs で述べられたと同様なことが言える。さらに,熱輸送係数 k も定数とされた。

上式を温度に対する表現に改めるため、 z に関して一度積分すれば、境界条件を考慮して、

$$T(z, t) = \frac{2(\phi_s + kT_a)}{\rho c} \sqrt{\frac{t}{\chi}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} exp\left(-\frac{z^2}{4\chi t}\right) - \frac{z}{2\sqrt{\chi t}} \cdot erfc\left(\frac{z}{2\sqrt{\chi t}}\right) \right\}$$
$$-\frac{k}{\rho c(\chi \pi)^{\frac{1}{2}}} \int_0^t T_s(t-\sigma) \cdot \frac{exp(-z^2/4\chi \sigma)}{\sigma^{\frac{1}{2}}} d\sigma \qquad (3-16)$$

となる。故に、 z=0とすれば、次式を得る。

$$T_{s}(t) = \frac{2(\phi_{s} + kT_{a})}{\rho_{c}(\chi\pi)^{\frac{1}{2}}} t^{\frac{1}{2}} - \frac{k}{\rho_{c}(\chi\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_{0}^{t} \frac{T_{s}(t-\sigma)}{\sigma^{\frac{1}{2}}} d\sigma \qquad (3-17)$$

これを解けば3, 貯水池表面の水温は次式により表わされる。

したがって、貯水池の水温分布は、(3-16)式を使ってつぎのように表わせる。

$$T(z,t) = \frac{\phi_s + kT_a}{\rho_C(\chi\pi)^{\frac{1}{2}}} \cdot \int_0^t exp\left(\left(\frac{k}{\rho_C}\right)^2 \cdot \frac{t-\sigma}{\chi}\right) \cdot erf_C\left(\frac{k}{\rho_C} \cdot \sqrt{\frac{t-\sigma}{\chi}}\right) \cdot \frac{exp(-z^2/4\chi\sigma)}{\sigma^{\frac{1}{2}}} d\sigma$$
(3-19)

あるいは、上式の積分を行って、以下のように書き改めることができる。

$$\frac{k(T(z,t)-T_0)}{\phi_s+k(T_a-T_0)} = erfc\zeta - exp(\tau^2+2\tau\zeta) \cdot erfc(\tau+\zeta) \qquad (3-20)$$

なお,式中の無次元量く, ては

$$\zeta = \frac{z}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}}$$
$$\tau = \frac{k}{\rho_C} \cdot \sqrt{\frac{t}{\chi}}$$

と置かれており、*T*(*z*.*t*), *T*_a は元の記号に戻されている。もちろん、この場合に対応する表面 水温は次式で表わされる。

$$\frac{k(T_s(t)-T_0)}{\phi_s+k(T_a-T_0)} = 1 - exp(\tau^2) \cdot erf_C(\tau) \qquad (3-21)$$

以上に求められた温度拡散方程式の解を,実際の貯水池水温予測に用いる際の問題点について は次小節で述べる。

2. 温度成層消滅の予測

まず、前小節で得られた表面水温ならびに貯水池内の温度分布について示す。

最初に、貯水池表面水温についてであるが、(3-21)式より、無次元温度 $k(T_s(t) - T_o)/(\phi_s + k(T_a - T_o))$ ならびに無次元時間 ($k/\rho c$)² t/χ を使って表わせば、図3-3のようである。図より



図3-3 表面水温の時間的変化



図3-4 貯水池内の温度分布

明らかなように、経過時間が小さい初期の段階では、Dake らの解(3-5)式より求まるものと 同様、/¹/¹/¹/¹に比例して昇温する。しかし、ここで得られた解においては、先のものと異なり、たと え水塊が長時間短波放射量を受熱しても、無限大水温になることなく平衡水温に到達する。これ は、貯水池水温を支配する要素として、新たに気温を導入したからである。そのため、貯水池の 水温予測を長期にわたって行う場合には、*Ta*を変化させた形で解の修正が必要になる。さらに、 ここで求められた解の特徴としては、本節の最初にも述べられたように、放熱期の水温下降を合 理的に説明しうることが挙げられる。すなわち、*Ta*>*Ta*として、*φs*<*k*(*To*-*Ta*)で与えられる ように、日射量がたとえ正の量でも小さければ、貯水池水温は低下する。ただ、ここで注意すべ きことは,実際上,放熱期の表面水温が直ちに(3-21)式で計算されるわけではないことである。この問題については後述される。

一方,池内の温度分布は(3-20)式で与えられ,図3-4には,その計算結果が示されてい る。この図からも明らかなように,池内の温度分布を,前節の(3-5)式のように,適当な尺 度で相似分布にすることはできない。この理由は,前述されたことから,既に明らかである。ま た,放熱期の温度分布については,上冷下暖であり,温度成層流としては不安定である。したがっ て,実際の貯水池において,そのような温度分布が長期にわたって続くことはない。これより, 放熱期の温度予測に本節で示された解析を適用するにあたって,以下の操作が必要である。

既に述べられたように、本節で示された解析はいくつかの特徴をもっているが、放熱期の温度 予測に用いるためには、Dake らの取り扱いと同様、表層混合の仮定を導入する必要がある。すな わち、逆列成層の状態に対しては、適当に時間間隔 /* を取って、

 $T(h, t^*) = \frac{1}{h} \int_0^h T(z, t^*) dz \quad \dots \qquad (3-22)$

を満たす水深 h を決めなければならない。これより,新たに, T₀ = T(h, t*)と取り直せば,先の 解析が適用できる。

以上に示されたように、ここでも放熱期の温度予測を行う場合、最終的には計算機に頼らなけ ればならない。しかし、後章で示される大掛りな数値シミュレーションの場合と異なり、放熱に 伴う温度低下の近似値を簡単に求めうる点が違っている。さらに、本節の解析に用いられた仮定 を満たすような貯水池に対しては、小型計算機で水温予測が行える点に特色がある。その適用例 については、第6章で示される。

第3節 貯水池流入部での混合現象

貯水池における成層化現象は、その程度は小さいけれども、温度のみならず濁度によっても生 じることは既に述べた。本節では、池内の成層予測を行う観点から、貯水池流入部での混合現象 について触れる。

最初に、濁水密度流の2成層流的取扱いについて述べる。すなわち、貯水池そのものは成層化 しておらず、密度差は単に貯水池水と流入濁水との間で生じる場合を取り挙げる。このとき、図 3-5に示されるように、上流より侵入した濁水密度流はもぐり点 (plunging point) のところで 貯水池内にもぐり始める"。これは、運動量の卓越していた流入水が重力流に移行するためであ る。したがって、運動量を失う過程において、その一部は擾乱エネルギーに消費される。このほ か、貯水池容積が有限であることに伴う循環流なども原因して、濁水密度流はもぐり点付近で周 囲の貯水池水を巻き込むこととなる。

図3-5を参照して、流れに対する基礎方程式を導こう。明らかに貯水池内では河床こう配を 無視することができない。この点に注意して、2成層流のエネルギー方程式と連続方程式とを表


図3-5 概念図(貯水池流入部での濁水流)

わせば、つぎのようである。

$$\frac{ds}{dx'} + \frac{dh_1}{dx'} + \frac{dh_2}{dx'} + \alpha \frac{d}{dx'} \left(\frac{v_1^2}{2g}\right) + \frac{dh'r_1}{dx'} = 0 \qquad (3-23)$$

$$\frac{ds}{dx} + (1-\varepsilon)\frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v_2^2}{2g}\right) + \frac{dh_{r_2}}{dx} = 0 \qquad (3-24)$$

$$\frac{d}{dx'}(v_1h_1) = -q' \qquad (3-25)$$

$$\cos\theta \cdot \frac{d}{dx}(v_2h_2) = q \qquad (3-26)$$

ここに、流れは定常として取り扱われており、上層の貯水池水ならびに下層の濁水流に対して、 それぞれ x' 軸と x 軸とが基準座標軸に選ばれている。なお、式中の記号は慣用のものが使用され ているが、図3-5に示されている。また、 q は単位長さあたりの連行流量を表わしており、上 層流から下層流に入る場合が正にとられている。なお、 q' は単位水平長あたりのものであり、近 似的に $q = q' \cdot \cos \theta$ とおける。

ここで、上・下層流量をQ1、Q2とおき

 $Q_1 = v_1 B h_1, \quad Q_2 = v_2 B h_2 \cos \theta$

と表わす。ただし、Bは貯水池幅である。故に、この関係を使って(3-23)~(3-26)を変形 すれば、以下の水面形方程式が求められる。

$$\frac{dh_{1}}{dx} = \frac{1}{\varPhi(x)} \left[-F_{2}^{2} \cdot \sin \theta + (1 - F_{2}^{2}) \frac{dh_{r_{1}}}{dx} + \frac{dh_{r_{2}}}{dx} - F_{1}^{2}(1 - F_{2}^{2}) \frac{q}{Q_{1}/Bh_{1}} + F_{2}^{2} \cdot \frac{q}{Q_{2}/Bh_{2}} \right] \qquad (3 - 27)$$

$$\frac{dh_{2}}{dx} = \frac{1}{\varPhi(x)} \left[(\varepsilon - F_{1}^{2}) \sin \theta - (1 - \varepsilon) \frac{dh_{r_{1}}}{dx} - (1 - F_{1}^{2}) \frac{dh_{r_{2}}}{dx} + (1 - \varepsilon) F_{1}^{2} \cdot \frac{q}{Q_{1}/Bh_{1}} - (1 - F_{1}^{2}) F_{2}^{2} \cdot \frac{q}{Q_{2}/Bh_{2}} \right] \qquad (3 - 28)$$

xzz, $\varphi(x)$ t

 $\Phi(x) = \epsilon - F_1^2 - F_2^2 + F_1^2 \cdot F_2^2 \quad \dots \quad (3 - 29)$

と置かれており、式中の Fi, F: は普通の意味での上・下層流の Froude 数である。

$$F_1^2 = \frac{aQ_1^2}{gB^2h_1^3}, \quad F_2^2 = \frac{aQ_2^2}{gB^2h_2^3\cos^2\theta}$$

河口における塩水くさびの場合と同様,抵抗係数を用いて摩擦こう配を表わす。

$$\frac{dh_{r_1}}{dx} = -f_r \frac{\left(\frac{Q_1}{Bh_1}\cos\theta + \frac{Q_2}{Bh_2\cos\theta}\right)}{2gh_1} \cdot \left| \frac{Q_1}{Bh_1}\cos\theta + \frac{Q_2}{Bh_2\cos\theta} \right| \qquad \cdots (3-30)$$

$$\frac{dh_{r_2}}{dx} = f_b \frac{Q_2}{2gBh_2^2\cos\theta} \cdot \left| \frac{Q_2}{Bh_2\cos\theta} \right|$$

$$+ f_r \frac{\left(\frac{Q_1}{Bh_1}\cos\theta + \frac{Q_2}{Bh_2\cos\theta}\right)}{2gh_2} \cdot \left| \frac{Q_1}{Bh_1}\cos\theta + \frac{Q_2}{Bh_2\cos\theta} \right| \qquad \cdots (3-31)$$

通常,内部境界面での抵抗係数は Keulegan 数に関連づけられている⁵。したがって,連行流量が わかりさえすれば,貯水池水面ならびに内部境界面形状は(3-27),(3-28)式を積分して求 めることができる。

連行流量の一般的表示法については前章の第3節で述べられた。すなわち,連行係数Eを用いて,連行流速はつぎのように表わされる。

$$q = E \frac{Q_2}{Bh_2 \cos \theta} \qquad (3-32)$$

前述されたように、上式中のEは Richardson 数の関数である。なお、以上に示されたもののほか、濁水侵入に伴う循環流の発生などで連行流量は複雑に変化する。図3-6には、第5章で述べ



られる装置を使った実験より求められた混合比と内部 Froude 数との関係が示されている⁶。ここ に、混合比は、貯水池上流端で運行される総流量と流入流量との比として定義されている。また、 図中の破線は、(2-51)式に対応する r∝F²の関係を示したものである。実験値はかなりばらつ いているが、ほぼこの関係を満たしているものと思われる。ただ、ばらつきの原因としては、こ こで示された混合比が前述された連行係数そのものでなく、平均化された値を表わしており、さ

らには、各種の濁水侵入形態によっても変化することが考えられる。これらの点に関しては多数 の実験を行うことが必要であるが、それらの成果を踏まえて濁水侵入形態を知ることにより、貯 水池内での成層発達過程を予測することができる。

第4節 取水流が成層発達過程に及ぼす影響

本章の初めに述べたように,貯水池内での温度成層の発達過程を考えた場合,直接的な輻射熱 量とともに移流熱量が重要な役割を果たす。ここでは,一例として淀川水系天ヶ瀬貯水池を取り 挙げ,これらを比較する。

対象とされた天ヶ瀬貯水池は、淀川水系の本川宇治川にある多目的貯水池であり、総容量 26.3 ×10⁶ m³、有効貯水容量 20.0×10⁶ m³ である。この貯水池への流入水は、大部分が上流の琵琶湖か らきている。また、貯水池からの放流は、最大約 186 m³/sec までは天ヶ瀬発電所取水口(標高 O. P. 56m)を通じて行われており、それを越えた場合の放水には洪水放流工(標高 O. P. 45m)が 使われている。さらに、この貯水池は喜撰山揚水発電所をもっており、貯水池の水は同発電所を 通じて、適宜、上池との間で揚水、発電が繰り返されている。

まず,夏季における1日あたりの輻射熱量を計算すれば,貯水池水平面面積1.88 km²,日射量 300 cal/cm² (1972年7月の平均値)を使って5.64×10⁹ kcalと推定される。一方,移流熱量につ いても,先と同様1972年7月の平均値を使えば,流入流量529 m³/sec,流入水温23.7℃より8.07 ×10¹¹kcalと計算される。ここに,移流熱量は水温6℃(冬季の平均的水温)を基準にして求めら れている。これらの値からわかるように,輻射熱量は移流熱量の約1%に過ぎない。一般に人工 のダム貯水池では,自然湖沼の場合と異なり,流出入量の大小により受熱期の水温成層形式も違っ てくる⁷⁰。このような観点から,貯水池を輻射一成層型(成層1型),移流一成層型(成層11 型),中間型ならびに混合型に分類すれば,天ヶ瀬貯水池は典型的な移流一成層型の貯水池である ことがわかる。したがって,このような貯水池を対象にして温度成層予測を行うには,単に移流 熱量のみを考慮すれば実際上十分である。反対に,この種の貯水池を対象にして第1節で述べた Dake らの方法による予測法を適用すれば,図3-7のようである。図からわかるように,計算値 と観測値とは全くあっていないが,その理由は前述されたことから明らかである。もちろん,こ れらの事情は,第2節に述べたことに対しても同様である。

以上のことから、移流熱量の極めて卓越する貯水池に対しては、独自の水温予測法を確立する 必要があることがわかる。この詳細については次章に譲ることとするが、以下では水温予測と選 択取水公式との関連性について簡単に述べる。

図3-8には,1971,1972年に測定された天ヶ瀬ダム貯水池内の水温分布"が示されている。これ より、1972年の場合には、夏季に安定した水温成層が発達していることがわかる。すなわち、春 先には一様な水温をもっていた貯水池水は、5月にはかなり顕著に成層化している。さらに、6 月には安定した水温成層分布がみられるが、変水層の位置は5月に比べてかなり低下している。



図3-7 天ヶ瀬貯水池の温度分布



図3-8 温度分布の時間的変化

いま、変水層を密度の不連続面、いわゆる躍層とみなして、2成層流の問題として躍層の位置 を求める。よく知られているように、成層化した流体場においては、取水流量を調節すれば、そ の一部の流体のみを取り出す選択取水が可能である。このような選択取水公式は、密度分布が連 続あるいは不連続な場合に対して多くのものが求められているが⁹⁹、そのような公式の1つに Craya の式がある。これによれば、図3-9に示された2成層流場における上層水の選択取水に



図3-9 概念図(選択取水に伴う内部境界面)

対して、限界 Froude 数は次式で表わされる。

 $\frac{V_c}{\sqrt{\epsilon g y_0}} = 3.25 \left(\frac{y_0}{D}\right)^2 : \pm 1777$ (3-33)

ここに、 V_c は限界時の取水流速、Dはオリフィスの径であり、ε=△p/p である。この関係はまた、密度分布が不連続に変化し不連続面が取水口付近より上部に位置するときに、V_c の流速で取 水を続けた場合、平衡状態に達した後の内部境界面の位置を与える関係ともみられる。(3-33) 式は、取水流量Qを用いて

 $y_0 = \left(\frac{Q}{2.55\sqrt{\epsilon g}}\right)^{\frac{2}{5}} \quad \dots \qquad (3 - 34)$

と書き改められる。

この関係を用いて、先に述べられた躍層の位置を求めてみると、発電取水のみが行われていた 6月初旬には O. P. 47 mで、発電用取水口より9 m下にあるが、(3-34)式で Q=80 m³/sec と して計算された値は9.3mであって、観測値と計算値とはほぼ一致している。しかし、洪水期の予 備放流が行われた後の6月20日では、躍層は洪水放流工より6 m低下しているのに対し、計算値 は12mとなって過大である。これは、(3-34)式の適用性にも問題はあるが、このときの放流が 一部発電取水を兼ねて行われており、放流工のみから行われたのでないこと、および、躍層が最 終的ないわば平衡状態に達していないためと思われる。このようなことから、1971年の例で水温 成層がほとんど認められなかったのは、観測日前に多目的貯水池における洪水調節操作の一つと して100~700 m³/sec の多量の放流があり、躍層が著しく低下した結果と推測される。

以上に述べたように、移流-成層型貯水池の躍層予測を行うにあたって、選択取水公式は実際

上大いに参考となる。しかし,移流熱量による成層化過程を知るためには,その過渡的現象を明 らかにせねばならない。この問題に関しては次章で述べる。

最後に、本章の最初の二節で取り挙げられた輻射-成層型貯水池の温度分布の一例を示せば、 図3-10のようである。これを図3-8と比較すれば、直接池面への輻射熱量による水温分布と



図 3-10 輻射-成層型貯水池の温度分布

移流熱量による水温分布とでは、その違いは歴然としている。これらのことから、図3-10のように明瞭な変曲点をもたない曲線で表わされる水温分布をもつ場合の解析に対しては、第1、2節の方法が適しているものと思われる。

第5節結 語

本章では、温度の違いに起因するダム貯水池の成層変化過程が述べられた。この結果、温度成 層の発達要因として、直接池面への太陽輻射熱量ならびに貯水池への流出入量がもつ移流熱量が 取り挙げられた。これらのそれぞれが卓越するような輻射-成層型貯水池と移流-成層型貯水池 とでは、水温成層の発達過程は大きく異なっている。したがって、それらの貯水池に対する水温 予測を行うにあたっては、いずれの要因が卓越しているかを最初に知ることが重要である。さら に、放熱期の温度成層消滅については第2節で詳述されたが、水面での放熱量を顕熱形式で表わ すことにより、特殊なケースについては簡単に予測計算が可能である。また、移流-成層型貯水 池の躍層位置を求める場合には、選択取水公式が大いに参考にされることが示された。

一方, 濁水密度流が貯水池に侵入したときの成層化ならびに非成層化については, 密度流の侵入形態を知る必要がある。そのためには, とくに, 貯水池流入部での連行現象を解明することが 重要になることが指摘された。

参考文献

- 1) Dake, J. M. K. and D. R. F. Harleman : Thermal Stratification in Lakes ; Analytical and Laboratory Studies, Water Resources Research, Vol. 5, No. 2, 1969
- 2) Eagleson, P. S.: Dynamic Hydrology, McGraw-Hill, 1970
- 3) スミルノフ (彌永ら訳): 高等教学教程, IV巻第一分冊, 共立出版, 昭和36年
- 4) Singh, B. and C. R. Shah: Plunging phenomenon of density currents in reservoirs, La Houille Blanche, No, 1, 1971
- 5) 土木学会編:水理公式集,昭和46年度改訂版,土木学会,1971
- 6)仲田彰暢・黒崎広美・野口正人:洪水後における貯水池の濁水滞留現象に関する実験的考察, 土木学会西部支部研究発表会講演集,1979
- 7)岩佐義朗・野口正人・児島彰:貯水池内の水温成層予測法について、京都大学防災研究所年 報,第18号B,昭和50年
- 8) 岩佐義明・井上和也・野口正人:ダム貯水池の成層化と取・放水の影響,第17回水理講演会 講演集,土木学会,1973
- 9) 前出5)

第4章 移流効果の卓越する貯水池での成層発達過程

前章で指摘されたように,移流-成層型貯水池の水温成層化を予測するにあたって,移流熱量 が如何に輸送されるかを知らねばならない。本章では,移流効果の卓越する貯水池を取り挙げ, 受熱期の貯水池内成層状態と取水密度とを簡単に予測しうるモデルを提示する。なお,第4節で は,前章で取り扱った濁水密度流を別の観点から考察し,移流型貯水池の成層化に及ぼす影響に ついて調べる。

第1節 2成層流からの混合取水

1. 簡易取水モデル

取・放水に伴う貯水池の成層変化について調べるため、まず、密度が不連続分布をしている2 成層流からの取水について取り挙げる。すなわち、前述された選択取水の問題を取り扱う場合、 取水場が十分に大きく、取水によって密度分布が変化しないとされた。しかし、実際の貯水池な どでは大きさが有限であるため、このような定常的な取水はほとんどの場合起こらない。したがっ て、実際の貯水池では、取水によりある層の流体がそれより上層の水塊や流入水で置き換えられ、 流れは非定常となる。すでに第1章第3節で述べられたように、この種の非定常問題に対処する ため、従来からいくつかのモデルが提案されている。しかし、いずれのモデルを取り挙げてみて も複雑な構成となっており、また、すべての問題が最高の予測精度を必要としているわけでもな い。このような理由から、以下では非定常状態にある取水流れを簡単なモデルで表わし¹¹、貯水池 内の密度成層分布の時間的変化について考察する。

まず,図4-1に示された取水場で,上層流体の密度をρ,下層流体の密度をρ₂とし,取水口



図4-1 概念図(不連続密度場からの混合取水)

から一定流量の流体が取水されるものとする。このとき、取水口の形状がスロットないしはスリットのいずれであるかによって、流れは軸対称流あるいは2次元流になる。いま、取水口にスロッ

トを設け、上流側から取水流量と同量な上層水が補給されるものとすれば、貯水池における流出 入量が等しいから水位は一定に保たれる。取水流量をQで表わし、選択取水公式として Craya の 関係、(3-34)式が用いられるものとする。このとき、取水の初期の段階において、内部境界面 から取水口までの距離 y が上式より計算される yo に比べて大きく、y > yo のときには定常選択取 水が行われる。すなわち、上・下層から取水される流量をそれぞれ Qi, Q2 とすれば、Qi=0, Q2 = Q である。しかし、内部境界面がさらに低下すれば、下層選択取水の状態をいつまでも維持す ることができず、上・下層流体が同時に取水される混合取水の状態になる。図4-1に示された ように、 h_1 , h_2 をそれぞれ取水口から水面および底までの高さとして、長さ yi, y2 を次式で定義 する。

 $y_i = \min(y_0, h_i)$; i = 1, 2 (4 - 1)

このとき、混合取水によって上・下層から取水される流量は

$$Q_1 = \frac{y_1 - y}{y_1 + y_2} Q \quad \dots \quad (4 - 2)$$

$$Q_2 = \frac{y + y_2}{y_1 + y_2} Q \qquad (4 - 3)$$

で表わされるものとする。故に,貯水池水平面面積Aが一定とみなせるときには,内部境界面の 位置は次式で表わされる。

$$A\frac{dy}{dt} = -\frac{y+y_2}{y_1+y_2} \cdot Q \qquad (4-4)$$

ここで、初期条件として、下層選択取水から混合取水に遷移する時刻($t = t_i$)の内部境界面高($y = y_i$)をとれば、(4 - 4)式の解は

$$\frac{y}{y_0} = (\alpha + \beta) \cdot exp \left[-\frac{Q(t-t_i)}{Ay_0(\alpha + \beta)} \right] - \beta \qquad (4-5)$$

と書ける。ここに、 $\alpha = y_1/y_0$ 、 $\beta = y_2/y_0$ である。

他方、取水流体の密度ρは

$$\rho = \frac{\rho_1 Q_1 + \rho_2 Q_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{1}{Q} (\rho_1 Q_1 + \rho_2 Q_2) \qquad (4 - 6)$$

で表わされるから、(4-5)式を用いれば、つぎのように変形される。

$$\frac{\rho}{\rho_1} = 1 + \epsilon \cdot exp \left[-\frac{Q(t-t_i)}{Ay_0(\alpha+\beta)} \right] \qquad (4-7)$$

したがって、密度分布が不連続な2成層分布で近似されうる場合には、躍層位置ならびに取水流 体の密度は、それぞれ(4-5)および(4-7)式によって計算される。

2. 実験的考察

1. で述べられた予測モデルの妥当性を検討するため,基礎水理実験が行われた。本小節では, これらの結果について述べる。

実験の概要:実験は、京都大学土木総合館内の水理実験室に図4-2に示されたような装置を 設けて行われた。使用された水路は長さ4m、幅25cm、高さ35cmの塩化ビニール製のものであ



図4-2 貯水池実験装置(淡塩水実験)

り、下流端には取水のためのオリフィス (*φ*=5 cm) が付けられており、上流端では取水流量に 等しいだけの淡水が高水槽から補給された。実験にあたっては、まず水路内に淡・塩2 成層を作 り、下層水を過マンガン酸カリウムで着色することにより内部境界面の識別を可能にし、水路側 壁に貼られた尺を使って内部境界面高が読みとられた。また、取水流体の密度はオリフィス下流 で流体を採取し、資料の電気伝導度を測定することにより求められた。一方、水路内の密度分布 は、サンプリング法と流体の電気伝導度を直接記録計に記録させる方法との二通りのものを用い て求められた。なお、測定時間間隔は2.5~5分にとられた。

上述の実験で、取水口の高さ(h₂)は3,12,24cmの3種類に変化させられたが、とくにh₂= 12cmに対しては取水口が2個の場合の実験もなされた。なお、この場合の各取水口は水路中心線 より25/4 cmのところに置かれた。なお、これらの実験条件は表4-1にまとめられている。

実験番号	取水口数	取水口高 (cm)	Q(cm ³ /sec)	ε	$(y/y_0)_{t=0}$	β
Na 2	1	12.0	85	0.0050	2.80	1.00
Na 3	1	12.0	63	0.0047	1.41	1.00
Na 4	1	12.0	117	0.0053	1.18	1.00
Na 5	1	3.0	89	0.0054	5.96	1.00
Na 6	1	3.0	119	0.0054	3.90	0.90
Na 7	1	3.0	156	0.0055	3.57	0.81
Na 8	1	24.0	76	0.0052	0.11	1.00
Na 9	1	24.0	122	0.0052	-0.35	1.00
Na10	2	12.0	74	0.0052	3.43	1.00
Nall	2	12.0	100	0.0053	3.68	1.00
Na12	2	12.0	130	0.0052	3.62	1.00

表く	4 —	1	実験条件	(淡塩水実験)
----	-----	---	------	---------

実験結果ならびに考察:つぎに、以上の実験で求められた結果を示し、 簡易取水モデルの妥当 性を検討しよう。

図4-3~図4-6には、各実験ケースごとに測定された取水流体密度ならびに内部境界面髙



図4-3 流出水密度ならびに内部境界面高(h2=12cm)



図4-4 流出水密度ならびに内部境界面高(h₂=3cm)

が示されている。図4-3は取水口の位置を12cm としたときのものであり,取水口は1個である が、2個に増加させたときの結果については図4-6に示されている。また、図4-4と図4-5 には、それぞれ取水口の位置が低い場合(h_2 =3 cm)と高い場合(h_2 =24cm)の結果がまとめ られている。なお、各図に示された実線は、取水モデルを使って求められたものであり、(4-5) ならびに(4-7)式より計算される。これら一連の図から明らかなように、1. で示された取 水モデルは非常に単純化された簡単なものであるが、このモデルによる計算値は実験値と良く一 致している。とくに取水口の位置が水深のほぼ中ほどにある場合にはその傾向が強いが、これは モデル作成の仮定が満たされやすくなるためと思われる。また、図4-3でもわかるように、混



図4-6 流出水密度ならびに内部境界面高(複数の取水口)

合取水の始まる内部境界面高と内部境界面が最終的に落ちつく位置とを予測するにあたって、 Crayaの関係は十分に有用である。なお、取水口位置が低いときには、取水時間がかなり経過し たところで実験値は計算値から離れるが、これは内部境界面が底に近づき、底面での摩擦による せん断流などに起因して下層水が予想されたほどに取水されなかったためと思われる(図4-4、 参照)。一方、取水口の位置が高いときには、取水の最初から混合取水が起こっているものとして 同様に取り扱えることがわかる(図4-5、参照)。さらに取水口が2個に増加した場合にも、取 水流量を実際のものの半分にとって計算しさえすれば同様の議論がなされる。ただ、図4-6で は、実験値と計算値とが幾分離れているようであるが、これはこの実験でとられた取水口間隔が それぞれの取水口を独立に働かせるに必ずしも十分でなかったためと思われる。

第2節 連続密度場での混合取水

1. 取水モデル

前節では、密度分布が不連続な流れ場からの取水が取り挙げられた。本節では、実際の貯水池 における水温成層状態を予測するための第一歩として、まず、流入水密度が時間的に変化すると きの取水について調べる²。

一般に、貯水池内の密度分布が連続的に変化するさいには2成層流にみられるような密度の不 連続面は存在せず、取水時の水理機構もおのずから異なってくる。しかし、連続密度場において も、取水流量が小さくなれば取水口から離れた層では取水に対して blocking 現象をひき起こし、 2 成層流の場合と類似な分離取水が可能である。以下では、連続密度場における取水について考 察を進める。

第1章でも述べられたように、貯水池における水平方向の密度が無視できるときには、鉛直方 向の1次元解析が可能である。したがって、図4-7に示されるように、取水口を原点として鉛



図4-7 ダム貯水池の概念図

直上向きにy軸をとれば、高さが $y \ge y + dy$ にはさまれるコントロール・ボリューム内で次式が成立する。

 $\frac{\partial}{\partial y}(Av) = q_{in} - q_{out} \qquad (4 - 8)$ $\frac{\partial}{\partial y}(Av) = -\frac{\partial}{\partial y}(Av) + (a - a - a - b) \qquad (4 - 8)$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) = -\frac{\partial}{\partial y}(\rho A v) + (\rho_{in}q_{in} - \rho q_{out}) \qquad (4 - 9)$$

ここに、Aは貯水池水平面面積、qout ならびに qin はそれぞれ単位高さあたりの流出入量、pin は 流入水の密度、v は移流に伴う垂直流速である。これらの式についての詳しい議論は第6章でな される。なお、(4-9)式は質量保存式であるが、エネルギー式の代用にされている。したがっ て、同式の誘導にあたっては、貯水池水面でのエネルギー流出はないものとし、拡散に伴う密度 変化は無視されている。これより、貯水池内での密度は、(4-8)、(4-9)の両式を連立させ て求めることができる。さらに、取水流体の密度は次式で表わされる。

$$\rho_{out} = \int \rho q_{out} dy / \int q_{out} dy \qquad (4-10)$$

通常,これらの式を解析的に解くことは困難であり、ほとんどの場合,数値計算によらなけれ ばならないが、以下では水平面面積Aを一定として解析する。

上述の仮定を設ければ、(4-9)式は(4-8)式を用いて

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{q_{in}}{A} (\rho_{in} - \rho) \qquad (4-11)$$

と書き改められる。ここで、貯水池水深は十分大きく、つねに m<h, h がいえるものとし、池 内の流体は取水口を中心にして鉛直方向 2m の幅で取水されるものとする。また、受熱期を想定し て、流入水は鉛直方向に δ の幅で貯水池水面に流入するものとし、貯水池水位は変化しないもの とする。このような仮定のもとでは、

$$q_{in} = \begin{cases} 0 & : -h_2 \le y \le h_1 - \delta \\ \frac{Q}{\delta} & : h_1 - \delta \le y \le h_1 \end{cases}$$
$$q_{out} = \begin{cases} \frac{Q}{2y_0} & : |y| \le y_0 \\ 0 & : |y| \ge y_0 \end{cases}$$

となり、境界条件は

 $\rho = \rho_0 \quad (; t=0) \quad \dots \quad (4-12) \\
\rho = \rho_{in} \quad (; y=h_1) \quad \dots \quad (4-13)$

で表わされる。(4-11) 式を解くにあたって、密度 ρ を代表密度 ρ_r とそれからの偏差 $\Delta \rho$ で表示し、 $\rho = \rho_r + \Delta \rho$ とすれば、(4-11) 式はつぎのような $\Delta \rho$ に関する 1 階偏微分方程式になる。

$$\frac{\partial(\Delta\rho)}{\partial l} + v \frac{\partial(\Delta\rho)}{\partial y} = \frac{q_{in}}{A} (\Delta\rho_{in} - \Delta\rho) \qquad (4-14)$$

ここで上式の右辺を / とおくと、特性方程式はつぎのように書ける"。

 $\frac{dt}{1} = \frac{dy}{v} = \frac{d(\triangle \rho)}{f} \quad \dots \quad (4-15)$

式中のvは、(4-8)式を使って

$$v = \begin{cases} -\frac{Q}{A\delta}(h_1 - y) & ; \quad h_1 \ge y \ge h_1 - \delta \\ -\frac{Q}{A} & ; \quad h_1 - \delta \ge y \ge y_0 \\ -\frac{Q}{2Ay_0}(y + y_0) & ; \quad y_0 \ge y \ge -y_0 \\ 0 & ; \quad -y_0 \ge y \ge -h_2 \end{cases}$$

と表わされるから,貯水池内の密度はこれらの式を運立させて求めることができる。しかし,概 して,取水層幅(2₁₀)は貯水池内の成層度に応じて時間的に変化するため,方程式を解く場合に はほとんど数値的方法に頼らざるを得ない。

つぎに、特殊なケースとして、流入流体の密度が一様に減少し、密度差が指数関数的に変化す

るものを取り挙げる。すなわち,流入流体の密度 ρin を

$$\rho_{in} = \rho_r + \Delta \rho_{in}$$

 $=\rho_r + (\Delta \rho)_a e^{-at} \qquad (4-16)$

で表わし, // がほぼ定数で与えられるものとすれば、上述のことから(4-14)式の解を求める ことができる。

$$\rho = \rho_r + \frac{(\Delta \rho)_0}{Q - a\delta A} \left\{ Q e^{-a(t-t_i)} - a\delta A \cdot e^{-\frac{Q}{A\delta}(t-t_i)} \right\} \qquad (4-17)$$

ただし、式中の石は以下のように表わされる。

$$t_{i} = \begin{cases} 0 & : \quad h_{1} \ge y \ge h_{1} - \delta \\ \frac{A}{Q}(h_{1} - \delta - y) & : \quad h_{1} - \delta \ge y \ge y_{0} \\ -\frac{2Ay_{0}}{Q} \ln \frac{y + y_{0}}{2y_{0}} + \frac{A}{Q}(h_{1} - \delta - y_{0}) & : \quad y_{0} \ge y \ge -y_{0} \end{cases}$$

2. 実験的考察

つぎに、連続密度場に対する取水モデルの妥当性について検討するため、流入水の密度を減少 させた取水実験が行われた。実験の概要は前節に述べられた2成層流の場合とほぼ同じである。 以下では、実験方法の異なる点だけを述べる。

実験にあたって流入水の密度を減少させるため、低水槽の水位は一定に保たれ、実験時の流出 入量に等しい量の真水が加えられた。このようにすれば、流入水の密度は指数関数的に減少する。 実験は取水口の位置を h₂=12 cm に固定し、流量を80,138 cm³/sec の 2 通りに変化させて行われ た。なお、それぞれの実験に対する流入水密度は図 4 - 8 に示されているが、代表密度からの密 度差はほぼ上述の条件を満たしていることがわかる。

以上の実験より求められた流出水密度と水槽内の密度とを示せば、図4-9ならびに図4-10 のようである。他方,水槽内の密度を(4-17)式で予測するため、各実験における取水層幅を 求めてみよう。取水層幅の算定式として(3-34)式を用いることとし、2成層流的取り扱いで の上・下層流体の密度をそれぞれ水面ならびに取水口位置の密度で代表させれば、取水層幅は図 4-11で示されるようになる。したがって、取水層幅の平均値として Q=80cm³/sec で ½= 4.0cm, Q=138cm³/sec で ½=6.3cm とすれば、(4-17)式より水槽内の密度は図4-12および 図4-13のように表わされる。これより、ここで取り挙げられたような流入水密度の変化が緩や かな場合については、取水層幅をほぼ一定とみなしてもほとんど誤差は生じず、水槽内の密度は 移流項のみから計算されうることがわかる。なお、図4-9と図4-10に示された曲線は次節で 述べられる数値シミュレーション・モデルを使い直接計算されたものであるが、水路底に近いと ころを除けば実験結果と良く一致している。





図4-9 流出水密度ならびに水槽内の密度分布 (Q=80cm³/sec) ●; experiment ---; calculation



• ; experiment ---; calculation



図4-11 取水層の厚さ



図4-12 流出水密度の時間的変化(Q=80cm³/sec)



図4-13 流出水密度の時間的変化(Q=138cm³/sec)

第3節 移流一成層型貯水池の水温予測法

前二節では、移流-成層型貯水池の水温特性に着目して、取・放水に伴う移流効果が卓越する ときの簡略モデルについて考察された。本節では、上述のモデルの考え方を応用し、実際の貯水 池に対する水温予測モデルが提案される。

以下に述べられる移流モデルでは,移流ー成層型貯水池の水温予測を簡単に行うことが第一義 とされたため,つぎの仮定が設けられている。

- i) 流入水は貯水池内の同一密度の層に流れ込むものとし、流入水が池内の密度より小さい ときは水面に、また、大きいときは底に流入する。
- ii) 貯水池内の移流流速はあらかじめ求められ、取水口が2個以上のときは重畳できるものとする。
- iii) 移流により惹き起こされる貯水池内での混合は無視しうる。

これらの仮定のもとで水温予測計算のフロー・チャートを表わせば、図4-14のようである。

一方、このモデルを使って実際の貯水池における水温予測を行うため、前章で取り挙げられた 天ヶ瀬貯水池を対象に数値計算がなされた。その結果を示せば、図4-15のようである。なお、 同図中には、第1章第3節で述べられた M.I.T.モデルによる計算結果も示された。これらの両 者を実測値と比較すれば、流出水温に関しては予測精度に優劣の差異の無いことがわかる。した がって、移流モデルは M.I.T.モデルに比べて非常に簡略なものであり、計算に要する演算時間 も短いことから、その実用的な有効性は明らかである。故に、貯水容量に比して流出入量の大き な貯水池では、気象要因に伴う熱収支項を省略して水温成層の予測計算を行う方が効率的である。



図4-14 移流モデルのフローチャート



図4-15 流出水温の時間的変化(天ヶ瀬貯水池)

第4節 濁水密度流の優入に伴う成層変化

濁水密度流に関しては前章でも触れられたが、そこでは貯水池へ流入するさいの問題点が取り 挙げられた。本節では、おもに貯水池内での濁水密度流について述べることとし、移流−成層型 貯水池の成層化に及ぼす濁質の影響について調べる。なお、以下の小節で取り挙げられる問題に ついては実験的考察が試みられるが、この実験は次章で述べられる実験装置を用いて行われた。

1. 濁水密度流の進行速度

貯水池内に濁水が侵入したとき、貯水池水の密度と濁水の混合流体密度との大小により、中層 流もしくは底層流となる。通常、濁水密度流が貯水池の耐用年数と関連させて議論される場合に は、後者が取り挙げられる。しかし、洪水後における下流河川水の濁りといった問題に対しては、 前者が主に関係してくる。したがって、本節では濁水密度流が中層に侵入した場合を取り挙げ、 その進行速度を求めることとする。

図4-16に示されたように、貯水池水が2成層を成しており、濁水密度ρ₃がそれらの密度の中



図4-16 概念図(濁水流の侵入)

間の値をとる場合を考えよう。このとき、濁水密度流の下部境界面における圧力の連続条件より

 $\frac{\Delta h_1}{d} = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_2 - \rho_1} \qquad \dots \qquad (4 - 18)$

と表わされる。ここに、d は濁水密度流の厚さであり、△h は2 成層流界面から濁水密度流の上 部境界面までの高さである。この関係を用いて濁水密度流の前・後端の圧力差を求めれば、つぎ のように表わされる。

$$\frac{(\rho_3-\rho_1)(\rho_2-\rho_3)}{(\rho_2-\rho_1)}\cdot \frac{gd^2}{2}$$

したがって、これより計算される圧力水頭で濁水密度流の運動が決定されるものと考えれば、進 行速度は

$$V = \sqrt{\frac{(\rho_3 - \rho_1)(\rho_2 - \rho_3)}{\rho_3(\rho_2 - \rho_1)}gd} \qquad (4 - 19)$$

と表わされる。

一方,同様な問題を解析して,Kao"は次式を得ている。

$$V = \sqrt{2 \frac{(\rho_3 - \rho_1)(\rho_2 - \rho_3)}{\rho_2(\rho_2 - \rho_1)} gd} \qquad \dots \qquad (4 - 20)$$

すなわち、それぞれの密度がほぼ等しいときには、(4-20)式より求まる進行速度は、(4-19) 式のものの √2 倍になっている。このような違いが生じた原因は、(4-19)式を求めるときに用い られた圧力水頭が濁水層全体にわたる平均値であるのに対し、(4-20)式では2 成層流界面での Bernoulli の式が取り挙げられ、先のものに対応する圧力差が最大になる場合が考えられたため である。

以上の問題を検討するため、濁水密度流の進行速度が実験より求められた。実験値を(4-19)、(4-20)式による計算値とともに示せば、表4-2のようである。実験の絶対数が少ないため、(4-19)、(4-20)のいずれの式が適切であるか結論づけることは難しい。ただ、この

Run No.	Experi.	Calcu.		
	cm/s	cm/s $\rho_1 = 0.997077$		
3	2.70	$2.11 \left\{ \rho_2 = 0.999549 \right\}$		
		$\rho_3 = 0.998951$		
		$\rho_1 = 0.997687$		
5	2.60	$1.12 \left\{ \begin{array}{c} \rho_2 = 0.999525 \end{array} \right.$		
		$l_{\rho_3=0.999371}$		
		$\rho_1 = 0.997077$		
7	2.00	$2.12 \{ \rho_2 = 0.999683 \}$		
		$\rho_3 = 0.998301$		

表4-2 濁水密度流の進行速度

問題に関連して福岡らが指摘したように³,(4 - 20)式により計算された濁水密度流の進行速度 は実際のものより過大となることが,解析的ならびに実験的考察からいえるようである。

2. 貯水池内部の濁質滞留現象

前小節では、濁水密度流の進行速度が求められた。しかし、貯水池内の成層予測を行う見地か らすれば、進行速度が関係してくるのは濁水侵入の初期に限られる。本小節では、洪水時におけ るように、濁水侵入が長時間続く場合を取り挙げる。

洪水流の温度ならびに濁度を、それぞれ、T₁、C₁とする(図4-17、参照)。



まず,洪水後の流入水が清澄化した後も,密度差が小さいことや,流入部での混合現象が支配 的であることなどの理由によって,流入水が貯水池に密度流的に侵入しない場合を取り挙げる。 このときには,洪水直後に濁水によって占められた全水深にわたって完全混合型モデルを考えれ ば,流出濁度Cは次式で表わされる。

 $C = C_{f} exp\left(-\frac{Q}{V}t\right) \qquad (4-21)$

ここに、Qは流量、Vは洪水直後に濁水によって占められる体積であり、時間 / は洪水直後から 測られたものである。 一方,洪水時に侵入した濁水流の濁度が大きかったため,洪水後に流入水が清澄化するととも に,流入水が貯水池上部に成層状態で侵入する場合を考えれば,本章の第1節に述べられたもの と同様な解析が可能である。すなわち,流入水と濁水との密度差を使って(3-34)式より求め られた水深を yu,また,底層水と濁水との密度差から求められた水深を yi とすれば, yi=min. (yu, hout)であり,流入水と濁水との境界面位置は次式で表わされる。

$$y = (y_u + y_0) exp \left[-\int_{t_1}^{t_1} \frac{Q}{A(y_1 + y_0)} dt \right] - y_0 \qquad \dots \qquad (4 - 22)$$

ここに、hout は水面から取水口までの深さ、ym は取水口から濁水と底層水との界面までの深さであり、Aは貯水池水平面面積である。また、1,は混合取水の開始時刻であり、1,=(hout-yu)A/Qより計算される。

(4-22) 式を使えば、流出濁度はつぎのように求められる。

$$C = C_{f} exp \left[-\int_{t_{1}}^{t} \frac{Q}{A(y_{1} + y_{0})} dt \right] \quad \dots \qquad (4 - 23)$$

図4-18には、上式の計算値が実験値とともに示されている。ただし、非成層状態の実験値は(4



図4-18 流出水濁度の時間的変化

-21) 式を使い求められた。図より明らかなように、計算値と実験値との一致は第1節で述べら れたほどには良好でない。すなわち、非成層状態や大流入量の終了後に急速に成層化させた実験 では、両者は比較的合っているが、濁水流入後の成層化に時間を要している場合には、実験より 求められた濁度は、計算で予測されるほどには小さくならない。これは、淡塩水実験と異なり、 濁水流は貯水池侵入後に複雑な挙動を示すため、前述のような簡単なモデルでは十分に物理現象 を説明しえないためである。しかし、図4-18に示された結果は、いわゆる洪水後の濁水長期化 現象と同様な性格を表わしており、興味深い。この問題に関しては次章でさらに検討するが、室 内実験では、流入濁水中の濁質が時間の経過とともに沈降し、対流現象を惹き起こすことが大き な原因となっている。

第5節結 語

本章では,移流-成層型貯水池を対象にして密度(水温)予測を行うため,簡単な予測モデル を作成し,実際の貯水池に対する適用性の検討が行われた。さらに,前節では,濁水侵入に伴う 成層変化について調べられた。得られた事項を示せば以下のようである。

1) 密度が不連続に変化する2成層流において,界面位置が時間的に変化する非定常な混合取 水に対しては、上・下層の取水流量は(4-2)、(4-3)の両式でよく近似される。

2) 水深方向に密度分布が連続的に変化する場合にも、特殊な仮定のもとでは、解析的に密度 の時間的変化を予測しうる。

3) 上述のモデル作成に使用された考え方を実際の貯水池での密度(水温)予測に適用し、移 流モデルが提案された。モデルの妥当性は天ヶ瀬貯水池の場合を対象にして検討されたが、この ような run of the river 型貯水池に対しては他の複雑な予測モデルとほぼ同じ結果が得られるこ とがわかった。

4) 一方,密度変化が洪水時における濁水侵入によって惹き起こされるときには、池内の濁質 挙動が複雑であり,上述のモデルではその運動を十分に考慮した密度予測は困難である。しかし, 洪水後の濁水滞留期間を前もって予測しておけば,流出濁度の時間的変化の傾向を知ることがで きる。

5)本章では、移流効果の卓越する移流-成層型の貯水池のみを対象にして考察がなされた。 しかし、そのほかの型の貯水池に対する水温予測についても同様にいえることは、対象とされた 貯水池の水温特性を十分に把握して予測を行えば、不要な計算労力を大幅に節約しうることであ る。

参考文献

- 岩佐義朗・井上和也・野口正人:ダム貯水池の成層化過程,京都大学防災研究所年報,第16 号B,昭和48年 Iwasa, Y., K. Inoue and M. Noguchi: Hydraulic effects of outlets on thermally stratified flows, Proc. 15th IAHR, 1973
- 2) 前出1)
- 3) 寺澤寛一:自然科学者のための数学概論,岩波書店,1954
- 4) Kao. T. W.: Density Currents and Their Applications, Jour. Hydrau. Div., ASCE, HY 5, 1977
- 5) 福岡捷二・福嶋祐介・村田和夫・荒井健: 成層化した貯水池に進入する density front の運動, 第22回水理講演会論文集, 土木学会, 1978

第5章 貯水池成層流に関する実験的研究

通常,環境問題を初めとする予測問題においては、しばしば,解析的手法や模型実験による方 法が用いられる。前者については、すでに第3章において、輻射-成層型貯水池における受熱期 の温度予測,ならびに、一般の貯水池における放熱期の温度予測を目的としてなされたが、その 解析解の適用範囲は限定されている。一方、後者のものとしては、数値実験と物理実験とが挙げ られるが、本章ならびに次章ではこれらについて詳細な検討がなされる。なお、ダム築造による 環境事前評価を実施するような場合には、上述された予測手法とともに、既設のダム貯水池を対 象にして行われる野外観測も有効である。何故なら、新規にダムを建造する際に、すでに同種の 貯水池が他にあればそこでの観測は予測に役立つからであり、さらには、そのほかの予測方法に 対しても、それらの精度を高めるためには観測資料の積み重ねが不可欠だからである。

前述されたように、水理現象を解明する手段の一つに水理模型実験がある。模型実験を行うに あたっては相似律を満足させなければならないが、複雑な現象になればなるほど、このことが困 難になることはよく知られている¹⁰。一般に、濁水流を対象にして水理実験を行う場合、流体に密 度差がないときでさえ、Froudeの相似律と Reynoldsの相似律とを同時に満たすことは難しい。 したがって、この論文で取り挙げているような貯水池成層流の問題では、さらに熱的な相似条件 が加わり、模型と原型との流れを相似にすることはほとんど不可能に近い。

以上のことから、特定の貯水池を対象に作成された模型装置を使って実験した場合、その流れ が直ちに原型のもののミニ・コピーになっているとは断定できない。しかし、このようなことは、 程度の差はあっても、他の解析手段についても同様に言えることである。したがって、前述され た制約条件に十分意を払うならば、貯水池成層流現象を明らかにする上でも水理模型実験は有効 である。

本章では、貯水池成層流に関する一般的性質を明らかにするため、基礎水理実験が行われた。 これらの実験は大別して2種類のものに分けられる。すなわち、第1番目の実験は貯水池におけ る温度成層流の変化過程を明らかにするためのものであり、輻射形式ならびに移流形式の両者に 対して実験がなされた。一方、第2番目のものとして、すでに温度成層が発達した貯水池内での 濁水流に関する実験が行われた。

第1節 実験の概要²⁾

1. 実験装置

実験に用いられた貯水池水理実験装置(九州丸東株式会社製作)の概要を示せば、図5-1, 写真5-1のようである。



図5-1 貯水池水理実験装置(温水実験)

以下では、実験装置の機能について説明する。

すでに、第1章ならびに第3章で述べられたように、貯水池における温度成層の発達要因とし ては、貯水池水面への直接的な輻射熱量と流出入水が運ぶ移流熱量とが支配的である。本実験装 置では、これらに対応して、赤外線ランプならびに給湯水槽が設けられた。すなわち、ダム貯水 池に相当する主水槽(長さ6m,最大可能水深80cm,幅30cm)の真上には60cm ピッチで10個の 赤外線ランプ(100V、375W)が取り付けられており、支持ビームの高さは調節しうるようになっ ている。また、給湯水槽は160×85×80cm³の容積をもっており、温度調節装置付きのガス釜を有 している。なお、給湯水槽には電動式の攪拌機が付置せられている。

一方, 濁水流の実験に対しては, 主水槽の上流側に接続された取付水路上に給砂装置が設けら れた。

貯水池水理実験装置は、一過型もしくは循環型のいずれでも実験が行えるよう、分岐コックを もっている。また、表層・中層・底層の各取水方式に応じて、取水口は3段切り替えが可能となっ ている。なお、実験流量はベンチュリー・メーターと三角堰とで測定される。

以上の実験装置を用いて温度成層流実験ならびに濁水流実験が行われたが、実験の方法については後述する。



写真5-1 実験装置

2.相似律

模型実験を行うにあたって、模型と原型とで相似律を満たす必要がある。本小節では、貯水池 成層流に対する相似律を示す。

まず,代表長をLで表わし,模型ならびに原型の値をそれぞれ添字m, pで区別する。このとき,幾何学的縮尺 Lr は次式で定義される。

$$L_{\tau} = \frac{L_m}{L_p} \qquad (5-1)$$

一方,成層流の流体運動を規定する代表的な無次元量としては、内部 Froude 数がよく知られている。これは、通常の Froude 数が慣性力と重力との比であるのに対して、慣性力と有効重力との比になっている。内部 Froude 数は、対象とされた成層流の密度分布の違いにより種々に表現されるが、いずれも

$$F_i = \frac{U}{\sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho} gL}} \qquad (5-2)$$

· · · · · ·

のように表わされる。ここに、Uは代表流速、ρ、Δρは密度ならびに密度差である。したがっ て、上述のパラメーターを模型と原型とで合致させる Froude の相似律によれば、流速の縮尺 Ur は

$$U_{r} = \frac{U_{m}}{U_{p}} = \left\{ \frac{\left(\frac{\Delta \rho}{\rho} gL\right)_{m}}{\left(\frac{\Delta \rho}{\rho} gL\right)_{p}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

で表わされる。上式で、重力加速度を一定とおき、原型と模型とで温度範囲を変えないものとす れば、結局、次式が求まる。

となる。

つぎに、濁水密度流の実験を取り挙げれば、Froudeの相似律とともに Reynoldsの相似律をも 満足せねばならない。しかし、このことは、洪水後における濁水滞留現象のように、濁質自身の 挙動が問題となる場合であって、それ以外については、前者の相似律で流れを近似させることが できる。

上述された両相似律は運動方程式から求められた。しかし、温度成層流現象に対する相似律と してはこれだけでは足らず、熱力学的条件をも考慮せねばならない。すなわち、次章で示される 温度拡散方程式(6-3)において、生成項と移流項との比をとれば、

$$\left(\frac{Q_h}{\rho C_p} \cdot \frac{L}{UT}\right)_r = 1$$

が求まる。ここに,熱生成項 Q,は

$$Q_h = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial(\phi A)}{\partial u}$$

で与えられる。Aは貯水池水平面面積である。したがって,前述されたことから,熱流束に関す る縮尺はつぎのように表わされる。

ただし、前と同様、模型と原型とで温度範囲を同一とし、密度ならびに比熱は両者で変わらない ものとした。

以上に述べられたもののほか,原型と模型とで流れを相似にさせるためには,各種の拡散輸送 量に対しても相似条件を考慮せねばならない。これは,たとえば Prandtl 数であるが,もちろん, 分散効果を含んだ輸送係数を相似にさせるためには,模型と原型とで幾何学的条件を満たすことが 不可欠となる。

以下に示される水理実験では,貯水池成層流の基本的性格を明らかにすることが主目的とされ たため,上述された縮尺は単に実験範囲を求めるときにしか考慮されなかった。しかし,実際の 模型実験では,できうる限り相似条件を満たす必要がある。

第2節 貯水池の温度予測

最初に,実験装置を使って温度成層流を模擬させ,物理モデルによる温度予測の可能性につい て検討する。そのため,すでに述べられたように,直接的な池面への輻射熱量と移流熱量とのそ れぞれに対して,温度成層の変化過程を調べる。

1. 照射熱量による成層発達過程

まず、輻射熱による成層発達を取り挙げるため、主水槽上部の赤外線ランプを点滅させて実験 が行われた。ここで、実験をより実際的なものとするためには、水面での受熱量を一様にせねば ならない。この問題に関しては、石橋・斉藤が考察しているが³⁰、その結果、ランプが水面から35 cm 程度離れておれば、60cm ピッチのランプ群に対して、ほぼ上述の条件が満たされるようであ る。一般に、ランプからの照射熱量は距離の2乗に反比例するから、本実験装置に対する受熱量 は次式で計算される。

$$\phi = 2A \sum_{j=1}^{5} \frac{1}{H^2 + \left(\frac{2j-1}{2}d\right)^2} \quad \dots \quad (5-6)$$

ただし、H;ランプの高さ、d;ランプの間隔であり、A はランプ強度により決定される定数で ある。先の文献に示されたデータより、本実験に対するA の値を求めれば、A ≃ 20.1cal/sec と推 定される。生憎、熱量計がなかったため、正確な値がわからないが、この点については今後追加 実験が必要である。なお、実験にあたって、水温測定はサーミスター・プローブ(東亜電波工業 製、T D F - 06)を用いて行われており、水温結果は記録計(同社製、C D R - 12A)により連



図5-2 水槽内の温度分布(照射一成層実験)

表 5-1 実験条件(温水実験)

Run No.	Depth (cm)	Heat Source	Lamp Height	Intake	Discharge (cm ³ /s)	Internal Froude No.	Init. Water Temp. (°C)	Air Temp. (°C)
1	64.0	infrared	60	-	-	-	14.4	20.5
2	65.1	lamps //	40	-	-	-	13.8	19.3
3	64.4	tank of	-	upper	136	4.5×10 ⁻³	8.7	9.0
4	64.2	warm water	-	1	258	8.5	11.8	10.0
5	63.5	11	-	. 77	347	11.4	12.0	14.0
6	63.4	17		middle	222	7.3	13.3	13.0



図5-3 表面水温の時間的変化

続的に求められた。

以上のようにして測定された水温分布の時間的変化を示せば、図5-2(a)、(b)のようである。 ここに、実験条件は、つぎの移流熱量に対するものと併せて、表5-1に示されている。図5-2 に示された型の成層発達過程については、第3章第1、2節で述べられたが、少なくとも室内実 験を対象とする限りでは、水面における熱移動の一部は顕熱形式で表現される。このことを確か めるため、水面での熱流束を一定とした Dake-Harlemanの解、(3-5)式の適合度を調べる。 そのため、図5-3に示されたようにして、表面水温(実験値:実際は水面下1 cm の値が用いら れた)を使って $\beta(1-k_l)\phi_s$ の値を求めた。これより、無次元化された水温ならびに水深を用いて温 度分布を示せば、図5-4(a)、(b)のようである。水温が10°Cおよび30°Cのときの密度・比熱・熱

表	5	- 2	水の物性値
---	---	-----	-------

温度丁 (℃)	密度p(g/cm)	比熱C (J/g•K)	熱伝導率k (J/cm+sec+K)	熱拡散係数 _化 (m²/sec)	
10	0.99970	4.1919	5.82×10-3	1.39×10 ⁻³	
30	0.99564 4.1782		6.07×10 ⁻³	1.46×10-3	



図 5 - 4 (a) 水槽内の温度分布

拡散係数の値は,表5-2に示されているが⁴⁰,後述される理由により,ここではx=4.5×10⁻³ cm ³/sec の値を用いて実験値の整理が行われた。確かに,全体的な温度分布形は相似形に近似される が,図からも明らかなように,実験により求められた温度分布は,水面付近で相似分布形をして いない。この理由は,すでに指摘されているように、水面での熱移動が顕熱形式で表わされるた めであり、以下ではこの問題について検討する。

照射熱量による水槽内の温度成層変化を表わすため、第3章第2節で得られた解析解を適用す る場合には、まず、顕熱形式の熱移動に対する輸送係数kを決めなければならない。したがって、 実際の成層変化の場合とは順序が逆であるが、放熱実験から述べる。

図5-5は、照射熱量が零で、水面からの放熱のみがある実験での表面水温の時間的変化を示 したものである。第3章でも述べられたように、上冷下暖の温度成層は不安定であり、室内実験 においても温度逆転層は10cm 程度であったが、これは主に水槽側壁が断熱状態でなかったため



図5-4(b) 水槽内の温度分布

と思われる。そのような理由から若干問題があるが、図5-5から明らかなように、実験値は(3-21)式で計算される値により、よく説明されることがわかる。したがって、たとえば、表面水 温が温度差で初期一様水温と室温との温度差の半分になる時間を基準に取れば、

 $\left(\frac{k}{\rho c}\right)^2 \cdot \frac{l_{0.5}}{\chi} \simeq 0.60 \qquad (5-7)$

となり、この式から熱輸送係数を求めることができる。なお、図5-6には、この実験での水槽 内温度分布が示されている。

一方,受熱実験に対しても同様な考察を行うため,表面水温の時間的変化を示せば,図5-7 となる。なお,ここに取り挙げられた実験は,先の受熱実験と同じものである。図5-7から明 らかなように,受熱実験に対しても,表面水温は(3-21)式で計算される値とよく一致してい る。ただ,ここでは説明の都合上,表面水温の代りに水面下1 cm の温度が用いられたため,デー





図5-7 表面水温の時間的変化(受熱実験)


図5-6 水槽内の温度分布(放熱実験)

タ整理に使用された照射熱量 $\phi_s = 0.0102$, 0.0135cal/cm²·sec は僅かながら過小評価されている。 正確に,水面下1 cm の水温を(3-20)式で計算されるものに合わせるようにすれば, $\phi_s = 0.0122$, 0.0160 cal/cm²·sec となる。他方,(5-6)式で計算される値は,それぞれ, $\phi_s = 0.0153$, 0.0233 cal/cm²·sec であり,照射熱量の全部が水温上昇に寄与するわけでないことを考慮 すれば,妥当な値である。しかし,先の事情から,照射熱量の何パーセントの寄与があると具体 的数字を挙げることはできず,結論は今後の実験に委ねたい。また,各種の数値シミュレーショ ン・モデルを使って温度予測を行う場合,租々のパラメーターを合わせることが問題となるが, 中でも,拡散係数の果たす役割が大きい⁵¹。図5-8(a),(b)には,受熱実験に対する水槽内の温度 分布が無次元表示されているが,(3-20)式による計算値を実験値に合わせるためには, $\chi \simeq 4.5$ ×10⁻³ cm²/sec とすればよい。これは,表5-2に示された分子運動による値より若干大きいが, 表層の一部に熱対流の影響が関与したためと思われる。図5-8を見れば,水槽内の温度分布は,



図5-8 水槽内の温度分布(受熱実験)

(3-20) 式によりかなりの程度まで見積ることができる。もっとも,厳密に実験値を計算値に 合致させるためには,水中に直接到達する輻射熱量の影響を考慮した境界値問題を解けばよい。 これは,近似的には,(3-6)式を考慮することを意味しており,そのようにして計算された温 度分布は,図5-2の曲線で示されている。

以上に述べられたことより、室内実験で照射熱量による成層発達過程をシミュレートすれば、 水面における顕熱形式の熱移動が重要な役割をしていることがわかる。もちろん、最終的な模型 実験が本来の機能を果たすためには、どの程度まで原型の現象を再現しているかが問題であって、 場合によっては、このような実験を行うために室温のコントロールも必要である。

2.移流熱量による成層発達過程。

この問題に関しては、すでに第4章で詳しく述べられた。しかし、その章の実験は淡塩水実験 であったので、ここで、温度成層流実験の結果を追加し、簡単に考察する。 移流一成層型貯水池の温度予測をするため、給湯水槽より主水槽の温度と異なる流入水を与え た実験が行われた。表5-1に示されているように、実験は上段取水口より流量Q=136,258,347 cm³/sec で、また、中段取水口よりQ=222cm³/sec で行われた。このときの平均的な内部 Froude 数、F_i は表中に記されているが、実際の観測例からも予想されるように⁷⁰、主水槽内では十分安定 した温度成層が形成された。これらの結果は、つぎに記す中段取水口を使った実験と傾向的には同じ であり、省略する。一方、中段取水口を用いた実験に対して、水槽内の温度分布ならびに流出水 温を示せば、それぞれ、図5-9、図5-10のようである。これらの両図には、次章で示される 数値シミュレーション・モデルにおいて、選択取水公式に Craya の式 (3-34) を採用した場合 の計算結果も記されている。図より明らかなように、実験値と計算値との一致は良好であり、使 用された数値モデルの妥当性を考えれば、移流一成層型実験の有意性が期待される。なお、参考 のため、図5-10には、(4-7)式より計算される密度を温度に換算した結果も記されている。





図5-10 流出水温(移流-成層実験)

計算値と実験値との間には,当然予想される熱損失に伴う不一致が存在するが,そのことを予じ め推定しておけば,混合取水の開始時点をも含めて,第4章に示された予測法は有効であること がわかる。

第3節 貯水池の濁度予測

本節では、最近問題化している貯水池での濁水長期化機構について調べるため、移流形式の貯水池を対象にして、流入流量が大きくなった場合に流入濁度を考慮した実験について述べる。実験は数ケースなされたが、ここでは、その代表的なものを取り挙げて説明する。実験は、まず流量 Q=306 cm³/sec で温度成層を発達させておき、その後、洪水を想定して流量を大きくした(Q=1.160 cm³/sec)。このとき、流入水はカオリン(白陶土)を補給して濁らされており、この状態は流量をほぼ最初の大きさ(Q=254 cm³/sec)に戻してからも暫く続けられた。この実験で得られた流出入水温ならびに濁度を示せば、図5-11のようである。また、このときの水槽内の温度分布ならびに濁度分布は、それぞれ、図5-12、図5-13に示されている。ここで、水温測定については前節に述べられた通りである。また、濁度測定については、水槽内の濁度に対して透過光式濁度計(計測技研製PM-101型、PM-206型:投込式)、流出濁度に対して積分球式濁度計(日本精密光学製SEP-CS500型、サンプリング式)が用いられた。



図 5-11 流出入水温と濁度

まず,第1段階の温度成層化については,前節の2. で述べられたものと同じであり,図5-12 には,流量を変化させる直前の温度分布が示されている。つぎの第2段階では,流出入流量が大 きくされるとともに,流入水温も低下させられたため,流入濁度の存在と相まって,主水槽内の 流動層は急速にその厚みを増している(図5-12)。なお,図5-11~13には,実験値とともに, 次章で示される数値シミュレーション・モデルによる計算値も示されている。

このような実験では、大流量に切り換えた第2段階で流れの非定常性が著しく、測定精度も低 下するが、それにも拘らず、計算値は実験値をよく説明している。むしろ、計算値と実験値との 比較を行う場合、問題は大流量後の第3段階における濁度にある。すなわち、図5-11から明ら かなように、この段階での流出濁度は計算上では急速に小さくなるが、実験では暫く中濁度の流 出が続いている。通常、流出濁度が顕著になる期間は、流入濁度が大きい時間帯に貯水池内を洪 水が通過するに要する時間のずれを考慮して求められる。しかし、実際の貯水池では、その期間 が終っても流出水は直ちに清澄な状態にはならず、洪水後の下流河川水の濁水長期化現象が問題 となる。本実験でも、これと類似の実験結果が得られた訳であるが、すでに述べられた水理実験 の限界を考慮すれば、即座に同一の現象であるとは結論づけられない。以下では、この問題につ いて詳しく述べる。



図5-12 濁水流実験の温度分布

本実験で、第2段階の始まりは、実験開始後の経過時間(T)で151分のところであり、流出濁 度が顕著になり始めるのが、ほぼ157分のところである。一方、T=172分で流量を再び小さくさ れており、T=181分に濁質の補給が停止された。濁水補給終了後は、水槽内の濁水と流入してく る清水との混合取水が起こり、T=200分のところでは流出水はほぼ清澄になると予想された。し かし、実験では、その後も濁った状態が続いたことは上述された通りであり、その期間は、T= 200~260分に及んでいる。この期間が終了した時点は、流入・流出水温がほぼ第1段階の状態に 復帰し、池内の水温分布が安定な成層状態になった時期に符合している。これは、安定な成層状 態での選択取水に伴う流れが、下流河川水を清澄化させるに如何に有効であるかを示すものであ る。一方、安定な成層状態が形成されるまでの過渡期においては、混合取水の状態にあるが、第 4章で示されたようなモデルでは十分に流出濁度を予測できない(第4章・第4節、参照)。これ は、たとえ第6章で示される数値モデルを使っても同じであり、この期間の流出濁度を正確に予 測することの困難さを示唆している。この問題に対して、たとえば、図5-13の T=226分の濁度 分布を見れば、実験では流動層上部に濁度こそ大きくないが濁った層が存在し、流動層の濁質補 給源となっていることがわかる。前述されたように、これが直ちに実際の貯水池における濁水長 期化の原因であるとするには更に検討を要するが、濁水長期化機構の一つとして考えられる。こ



図 5-13 濁水流実験の濁度分布

のような場合に対しては、確かに、一時表層取水に切り替えることは濁水対策上有効である"。 以上に示された実験において、第3段階初期に流動層の上部が濁った原因は、流動層内の濁質 が沈降することに伴い主水槽内に対流が生じたことによっている。これは、実際の場合にも同様 に問題になると思われるが、現地貯水池では、さらに池内の乱れが濁質補給を促進していること が考えられる。いずれにしても、洪水後の流出濁度を問題としたとき、流動層外の濁度が関係し てくるため、貯水池流入部の連行状態を含めて、洪水時の濁水侵入形態を知ることが必要である。 さらに、今回の実験では幅方向の変化は考慮されなかったが、実際の貯水池では地形の複雑さが 濁水を滞留させることも考えられ、この点については模型実験によるより詳細な検討が要求され る。

第4節結 語

本節では、水理実験装置を使って、貯水池における水温・濁度の予測が行われた。得られた結 果をまとめれば、以下のようである。

1) 輻射-成層型貯水池に対する温度成層変化については、第3章・第2節で示されたように、

実験上では水面での熱損失に顕熱形式を仮定することが妥当であることが確かめられた。また, 表面水温の変化は,受熱状態か放熱状態かに関係なく,(3-21)式で表わされることがわかっ た。

2) 移流-成層型貯水池における温度成層変化は、熱損失による影響を除いては、第4章に示 された淡・塩水実験で求められたものと同傾向にあることが確認された。

3) 貯水池の濁水流を対象にした実験では、実際の貯水池の場合と同様、大量の流出入流量が あって後に長期にわたる濁水滞留現象が観察された。その要因として、実験上では、主水槽内に おける密度変化に伴う対流現象が重要な役割をしていることが示された。

4)全体を総合して、水理実験装置を使った物理シミュレーションは、貯水池成層流現象に対 しても有効であるものと思われた。ただ、細部にわたる現象の再現性を問題とするときには、物 理実験が種々の制約を受けることは他の解析手法と同様である。

参考文献

1) 京都大学土木会編:土木計測便覧(岩佐義朗:1-2,次元解析と相似律),丸善,昭和45年

•

- 2)野口正人:ダム貯水池における温度成層流の模型実験,土木学会第32回年次学術講演会講演 概要集,第2部,昭和52年
- 3) 石橋毅·斉藤茂: 貯水池濁水現象の調査と解析(その3), 電力中央研究所技術第二研究所報告, 74544, 昭和50年
- 4) 東京天文台編:理科年表,昭和50年,丸善
- 5) Parker, F. L., C. Tsai and B. A. Benedict: Comparative analysis of reservoir thermal models, U. S. -Japan Seminar on "Environmental Aspects of waste Heat Disposal", Tokyo, 1974
- 6)野口正人:ダム貯水池の水質予測に関する研究(第1報),長崎大学工学部研究報告,第10 号,1978
- 7) 岩佐義朗・野口正人・児島彰: 貯水池内の水温成層予測法について,京都大学防災研究所年 報,第18号B,昭和50年
- 8) 白砂孝夫:貯水池濁水対策に関する研究(第一報)、電力中央研究所技術第二研究所報告、 72503,昭和47年

第6章 貯水池成層流の数値シミュレーション・ モデルとその適用例

これまでの各章においては、貯水池における成層流現象が各側面から考察された。すなわち, 第3章で述べられたように、人工のダム貯水池における熱収支を取り挙げた場合、輻射熱量ない しは移流熱量の寄与率に応じて池内の温度成層分布は変わってくる。第4章で示された移流モデ ルは、移流熱量が卓越する貯水池を対象にして開発された水温予測モデルであった。しかし、実 際には、特殊な貯水池を除けば、輻射・移流の両熱量が池内の水温分布を形成している。さらに は、第4章で一部触れられたように、成層一非成層過程を考えるにあたって、浮遊砂の影響をも 無視することができない。

以上のことから、本章では、より実際の貯水池を対象とした水質予測モデルを提案し、その適 用例について検討する。とくに本章の第3節では、董瀬ダム貯水池の観測例を取り挙げて作成さ れた数値モデルの予測性能が検討されるが、放熱期の表層水温を第3章で示された解析解を用い て予測する簡略法についても示す。

第1節 貯水池成層流の基礎方程式

本節では、数値シミュレーション・モデルを作成する場合の前提条件ともいえる、貯水池成層 流の基礎方程式を2次元的に導く。

すでに、微小要素に対して成り立つ基礎方程式については第2章で示された。したがって、それらの式を貯水池内に取られたコントロール・ボリュームで積分し、変換する。

まず,乱流の平均流に対して,連続方程式として,近似的に(2-35)式がいえることは前述



図6-1 ダム貯水池の概念図(2次元モデル)

された。すなわち、以下では普通一般に用いられる記法に従うものとし、図6-1のように座標 軸をとれば、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (6-1)$$

と書ける。ただし、u、v、wは流体速度のx、y、z軸成分であり、時間平均値を示す は省略された。ここで、上式を図6 - 1に示された $\delta x \times \delta y \times B(x,y)$ の要素で体積積分すれば、次式が求まる。

$$\frac{\partial(BU)}{\partial x} + \frac{\partial(BV)}{\partial y} = 0 \qquad (6-2)$$

ここに、U、Vは、それぞれu、vを貯水池幅方向に平均化された値を表わしており、

$$U = \frac{1}{B} \int_{z_i}^{z_r} u dz, \ V = \frac{1}{B} \int_{z_i}^{z_r} v dz$$

である。

一方,温度拡散方程式については、(2-27)式より、まえと同じ記法を用いて

 $\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{Q_h}{\rho c_p} \quad \cdots \quad (6-3)$ と書ける。ここに、Exなどは分子運動ならびに乱流現象に対する温度拡散係数である。したがっ

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (BUT) + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (BVT) = \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left\{ B(D_y + E_y') \frac{\partial T}{\partial y} \right\} + \frac{Q_h}{\rho_{C_P}} \quad \dots \quad (6 - 4)$$

 $\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(BK_{T,y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{Q_h}{\rho C_P} \qquad (6-5)$

さらに、浮遊砂に対する質量保存式である拡散方程式についても、全く同様にして取り扱える。 すなわち、結果のみ記せば以下のようである。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (Bv_0 C) + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(BK_{s,x} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(BK_{s,y} \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$
(6 - 6)

ただし、Cは、貯水池幅方向に平均された濁度を表わしている。

一般に、貯水池成層流を規定する基礎方程式としては、上述されたもの以外に状態方程式と運動方程式とがある。前者については、(2-16)式で表わされるように、混合流体密度が流体の温度と浮遊砂の濃度とで表わされるものとした。また、後者については、連続方程式や拡散方程式

と同様に変形しうるが,次節で述べられるモデルでは運動方程式は直接解かれていないので省略 する。

ここで、1次元解析との対比について簡単に触れておく。

連続方程式(6-2)式は、 x 方向に貯水池流入端(x=x_i)から流出端(x=x₀)まで積分す れば、つぎのように書き改められる。

 $\frac{\partial Q_v}{\partial y} = q_i - q_o \qquad (6-7)$

ここに、式中の記号は以下のように置かれている。

$$Q_{v} = A(y) \cdot \tilde{V}(y,t) = \int_{x_{i}}^{x_{o}} \int_{z_{i}}^{z_{r}} v dz dx$$
$$q_{i} = \left(\int_{z_{i}}^{z_{r}} u dz\right)_{x = x_{i}}$$
$$q_{o} = \left(\int_{z_{i}}^{z_{r}} u dz\right)_{x = x_{o}}$$

同様にして、温度拡散方程式も変形できる。

 $\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial (A \tilde{V} \tilde{T})}{\partial y} = \frac{q_i T_i - q_o T_o}{A} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left\{ A(D_y + E_y) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right\} + \frac{\tilde{Q}_h}{\rho c_p} \qquad \dots \dots (6-8)$ なお、 [~]は、 y の位置における貯水池水平面面積で平均化された値であることを示している。ま た、 (6-8)式中の分散係数などについては、前と同じ記号が用いられているが、もちろん、こ こでは水平面面積全体にわたるものに対して定義されている。(6-8)式は、すでに示された(1 -2) 式にほかならない。

以上の変形で明らかなように,たとえば温度拡散方程式を例に挙げれば,(6-4)式と(6-8) 式とでは取り扱われた次元の違いによる項の有無以外に, 輸送係数のもつ意味も変わってくるこ とに注意する必要がある。

第2節 2次元数値シミュレーション・モデル^{1),2)}

つぎに、具体的な数値シミュレーション・モデルについて示す。

まず、ここで取り挙げられる数値モデルを作成するにあたって用いられた考え方を述べよう。 モデルは、すでに温度の違いなどにより成層状態にある貯水池に濁質が侵入した場合にも、水質 予測が十分な精度で行えることを主眼として作られている。そのため、空間的な取扱いにあたっ ては、流下方向と鉛直方向の2方向に対する状態変化を考慮した2次元モデルが対象とされた。 また、このほか、モデル作成の骨子となった仮定には以下のものが挙げられる。

- i) 貯水池上流端では、密度流はそれ自身の密度と同じ密度の標高へ流入し、取水に伴う流 水層の厚さは流れ方向に変化する。
- ii) 上述された流動層内の流速分布は、流軸に関して上下非対称な正規分布形で表わされる。
- iii) 貯水池内での流体は、温度と濁度とから求まる混合流体密度がつねに安定な状態になる



図6-2 貯水池の差分格子

ように位置する。

上述されたことから、図6-2で模式化されるように貯水池を表現し、流下方向に数ブロック に分割する。これは、後述の温度拡散方程式ならびに濁質の拡散方程式を解くに要する労力を軽 減させるためである。なお、水深方向には普通の差分格子が用いられており、これらより求めら れる要素は同図中に拡大して示されている。

以上の方法で作成された2次元の水質予測モデルは、フロー・チャートで示せば、図6-3の ようである。以下、この図にしたがって、モデルの説明をする。

最初に、各種の計算条件が与えられる。すなわち、入力としての水理条件、気象条件ならびに 貯水池の幾何形状である。また、(2-16)式を使って混合流体密度を求めるときに、流体の密度 (ρ_f)がわからねばならないが、清水に対する温度一密度の関係も入力条件として読み込まれ る。さらにステップ3では初期値が設定されているが、通常、計算開始時点を3月1日にとり、 池内の一様水温が仮定された。

つぎに、ステップ4以後の主たる計算ループで最初に問題になることは、如何にして移流速度 を求めるかということである。ここで注意すべきことは、本モデルにおいては運動方程式が直接 解かれていないということである。したがって、その代用には選択取水公式が挙げられる。これ らの計算操作を行うため、第一段階として、貯水池流入部での混合割合を知らねばならない。す なわち、流入流量に対して連行される流量の割合をrで表わせば、連行後の総流入量Q/は

 $Q_i'=(1+r)Q_i$ (6-9) と書ける。故に、流入水温も



図6-3 貯水池2次元モデルのフロー・チャート

$$T_{i}' = \frac{T_{i} + rT_{m}}{1 + r}$$
 (6-10)

のように変化する。ここに, Tmは連行される流体の温度である。なお, 流入濁度についても同じ ことがいえる (ステップ5)。

上述の計算ステップで流入水温と濁度とが求まれば、それらの混合流体密度を計算することに より、流入水の貯水池への侵入位置(標高)を知ることができる(ステップ6)。一方、ブロック の範囲が広く、ôxが大きい場合には、流入水がそのブロック内を通過するに要する時間を考慮し てやらねばならない。すなわち、密度流の進行速度Vは前章で示された式を使って求められ、遅 れ時間はôx/Vで計算される(ステップ7)。以上のほか、後述の計算を進めるにあたって、流入水 の流速分布を知らねばならないが、

$$u(x, y) = u_{\max}(x) \cdot \exp\left\{-\frac{(y-y_c)^2}{2\sigma^2}\right\}$$
 (6-11)

のように正規分布形で仮定する。ただし、中心の標高ycは流入位置にとられ、また、標準偏差σは 適宜仮定される(ステップ9)。さらに、選択取水公式を利用する際の平均的な密度こう配を求める (ステップ10)。

以上に述べられた準備を済ませて、移流速度を求めることとする。すなわち、第1番目に、運 動方程式の代用になる選択取水公式を決定する。これは、図6-4を参照して、たとえば

$$\delta = \frac{7.14x^{\frac{1}{3}}}{\left(-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial\rho}{\partial y} \cdot g/D\nu\right)^{\frac{1}{6}}} \quad (: \text{Koh } \mathcal{O} \neq^{31}) \quad \dots \quad (6-12)$$
$$\delta = 2 \times \left\{\frac{Q}{2.55\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho}g}}\right\}^{\frac{2}{5}} \quad (: \text{Craya } \mathcal{O} \neq^{31}) \quad \dots \quad (6-13)$$

等の式がある。ここに、Dは拡散係数であり、x'はダム堤体からの水平距離である。なお、(6-13) 式は(3-34)式が書き直されたものである。上式のうち、Kohの式は線形密度分布に対して求 められたものであり、また、Crayaの式は不連続密度分布に対するものである。したがって、お



図6-4 流水層厚

おむね、輻射ー成層型に対しては前者が、移流-成層型に対しては後者が、それぞれ流動層厚を 見積る場合に適していると考えられる。

上式のいずれかで流水層の厚さが決められれば、先の場合と同様、流速分布を正規分布形で仮 定すれば、(6-11)式で表わされる。ここで標準偏差σは、たとえば総流量の95%が流水層内に あるものとして、

$$\sigma = \frac{\partial/2}{1.96} \qquad (6-14)$$

より計算される。さらに、以上の計算手順は、取水口の位置を中心標高にとって、それより標高 の高いところと低いところで独立に行われる。そして、それぞれへの流量の配分は、取水口の標 高での最大流速が同一となるようにして決められる。

以上のようにして,各ブロックごとでの水平移流速度を表わせば,鉛直移流速度は(6-2) 式を差分化して求められる。(図6-2,参照)

$$\Delta T = \frac{\Delta I}{\Delta A_{i,j}} \left[\left\{ (BUT)_{i-\frac{1}{2},j} - (BUT)_{i+\frac{1}{2},j} \right\} + \frac{(\Delta A VT)_{i,j-\frac{1}{2}} - (\Delta A VT)_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left(\Delta A \cdot K_{T,y} \frac{\Delta T}{\Delta y}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} - \left(\Delta A \cdot K_{T,y} \frac{\Delta T}{\Delta y}\right)_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] + \frac{\left(\frac{Q_h}{\rho C_p}\right)_{i,j}}{\Delta y} \left(\frac{Q_h}{\rho C_p}\right)_{i,j}} \Delta I \qquad (6-16)$$

濁質の拡散方程式についても同様にして離散化できる。なお、これらの変形は基本的なものであ り、実際の差分方程式では式の形を安定なものとするため、上述の添字と若干異なっている。さ らに、温度拡散方程式中の生成項には、輻射熱によるものが取り挙げられる。すなわち、貯水池 の単位水平面面積を通過する熱流束を¢(y)で表わせば、(6-16)式の右辺撮終項は

 $\frac{1}{\rho c_{P}} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta y \cdot \Delta A_{i,j}} \Big\{ (\phi \cdot \Delta A)_{i,j+\frac{1}{2}} - (\phi \cdot \Delta A)_{i,j-\frac{1}{2}} \Big\}$

と書ける。なお、水中における輻射熱の熱流束は、(3-1)式を使って求められた。

上述の温度拡散方程式を水面要素に対して解く場合,熱生成項として輻射熱のほかに水面での 熱的境界条件を考慮してやらねばならない。その代表的なものには,第1章・第3節で述べられ たような顕熱交換や潜熱交換による熱流束があるが,これらは気象公式を使って計算される。一 方,濁質の拡散方程式を解くにあたっては懸濁粒子の沈降速度を求めねばならないが,ここでは, 静止流体中での Stokes の式によった。 $v_0 = \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) \frac{g}{\nu} d^2 \qquad (6 - 17)$

以上のようにして求められた貯水池内の水温と濁度から混合流体密度を計算し、密度の配列が 不安定な範囲では、対流が生じるものとして強制的に混合させた(ステップ14)。さらに、上で求 められた池内の水温ならびに濁度分布をもととして、(4-10)式に相当する式より流出水温なら びに流出濁度が計算される(ステップ15)。

これまで述べられた計算が予測対象期間の全体にわたってなされる。ただ、ここで注意すべき ことは、数値計算が explicit 型でなされるため、よく知られた Courant-Friedrichs-Lewy の条件 "が満足されなければならない。そのため、図6-3のCのループでは、それらの条件を満たすよ う計算時間間隔は適当に小さくとられる。なお、計算結果はステップ16で印刷されるようになっ ているが、計算の基本時間間隔ごとに打ち出されるのは流出水温と流出濁度のみで、貯水池内の 詳細な水温・濁度分布はそれほど頻繁には印刷されないようになっている。

第3節 現地貯水池への適用5.6)

1. 観 測 例

前節で示された水質予測モデルの可否について検討するため、本節では、まずダム貯水池にお ける観測例を示すことから始める。そのため、ダム貯水池における水温成層の形成にあたって、



図6-5 底層水温の時間的変化(塗瀬貯水池)



移流熱量と輻射熱量との影響が共にみられる萓瀬ダム貯水池が例に取り挙げられた。

観測の概要: 萓瀬ダムは長崎県郡川の上流地点,大村市黒木郷地先に築造されたもので,洪水 調節,かんがい,上水道の3目的をもつ多目的ダムである。ダムの規模は堤高51m,堤頂長180 m,堤体積81,400m³であり,貯水池規模は総容量3.03×10⁶m³,有効容量2.63×10⁶m³である。し たがって,全国的に見たとき, 萓瀬ダムは多目的ダムとして決して大きいものとはいえないが, 大村市・長崎市の給水源としての役割を考えれば,水質管理の重要性については何ら劣るもので はない。

観測は、1975年7月3日、8月6日、8月28日、9月4日、9月24日、10月23日、11月14日の 合計7回行われた。このときの観測では、水温・濁度を初めとする水理諸量が詳細に調べられた。 さらに、萱瀬ダム管理事務所においても、堤頂部から水温計を降ろすことにより堤体付近の貯水 池内水温分布が測られており、流入・流出水温の日変化も定時観測がされている。以下に示され る観測データのうち、前記観測日以外のものについては、同管理事務所および長崎県より提供さ れた。

なお、当ダム貯水池を成層状態から分類すれば移流-成層型となるが⁷,後述されるように輻射 熱の影響をも無視することができない。また、底層水温の年間にわたる変化は図6-5に示され ているが、この図からもわかるように、萱瀬ダム貯水池の底層水温は移流型の変化様式で表わさ れている。



図6-8 貯水池内の等温線と等濁度線



観測結果とその考察:前項に示された観測における最深部の水温鉛直分布を示せば、図6-6, 図6-7のようである。ここで、おおむね、図6-6は受熱期に、また図6-7は放熱期にそれ ぞれ対応している。さらに、前述の観測日における貯水池内の水温ならびに濁度分布は、等水温 線と等濁度線とを用いて図6-8に示されている。また、観測が行われた年の流入・流出流量な らびに流入・流出水温は、それぞれ図6-9と図6-10とに示されている。なお、流入・流出濁 度は観測されていない。

まず、貯水池内の水温分布について述べよう。図6-8を見ればわかるように、池内の等水温 線はほぼ水平になっている。このことは従来から指摘されている通りであり、池内の水温予測は、 ほとんどの場合、1次元的に取り扱えることを意味している。また、受熱期の温度躍層の発達状 況は図6-6に示されているが、とくに6月の大流出入量があってからは2次躍層の低下が著し い。ちなみに,第3章第4節で述べられたと同じ方法により躍層の低下量を求めれば,最大放流 量25.0m³/sec に対して₁₀=6.0mである。ただし,相対密度差の算定にあたっては,流入水温と 底層水温とが用いられた。したがって,取・放水口の位置が標高204.0mであるから,躍層は198.0 mの付近にあることとなる。すでに詳述されたように,これはある種の近似値であり,また,い ろいろの理由から必ずしも実際のものと合致しないが,一つの目安を与えるものとしては十分で あろう。

一方,図6-7からわかるように,放熱期においては表層水温は徐々に冷却されるが,表層内 では水温がほぼ一定であり,上下の混合が活潑に行われている。このような表層混合は11月の時 点で貯水池底に到達し,本格的な大循環へと移行している。このことは,図6-7の11月に観測 された水温分布においても明らかであるが,図6-5に示されたように,11月に底層水温がもっ とも高くなる理由をも与えている。

つぎに、池内の濁度分布について検討し、貯水池内の流況を調べよう。図6-8の(a)および(b) を比較すれば、これは観測日が8月28日と9月4日というように丁度1週間しか離れておらず、 100mmを越す雨による影響を調べるのに好都合である。これによれば、濁水は貯水池の真中を流 れていることがわかる。したがって、温度成層の発達により範囲を広められた取水口下方の死水 領域には、濁水流入前の比較的清澄な水が残留している。なお、このときの流量は6月のもの に比べれば非常に小さいが、やはりその影響は温度躍層の変化にも現われている。一方、(c)図で は、濁度分布は降雨前のものにかなり似通った状態まで回復しており、降雨の影響はほとんど見 られない。また、10月23日ならびに11月14日の濁度分布をみれば、等濁度線が鉛直に近くなって いることがわかる。これは、池内に循環流が卓越していることを示しており、とくに11月のもの で顕著に現われている。したがって、この面からも、先に水温の項で述べられたことが立証され る。

以上, 観測結果をもとにして貯水池内の水温・濁度分布について述べられた。次項の2では, 第2節で示された数値モデルを用いて,水温・濁度の予測を行う。

2. 数値モデルによる予測計算

ত 遊瀬貯水池の流入条件を用い、前述の数値モデルで池水ならびに流出水の水温・濁度を求める。
計算にあたって、基本時間間隔(△/)は1日に、また、水深方向の距離間隔(△))は1mにと
られている。さらに、流下方向に対しては、距離間隔250mで貯水池が分割されている。すなわ
ち、 遊瀬貯水池の長さはほぼ1 km であり、濁度に対しては4ブロックで計算が進められた。他
方、温度の予測にあたっては、これまでに述べられたことから、ブロックに分割せずに計算がな
されている。

上述の計算で求められた貯水池内水温分布を示せば、図6-11のようである。一方, 貯水池からの流出水温は図6-10に示されている。

まず、図6-11を見れば明らかなように、貯水池内の水温分布に関して、計算値と実測値との 一致は極めて良好である。このような結果が得られた最大の理由は、一つには運動方程式の代用



にされた選択取水公式が適切であったためであり, さらには日ごとの気象観測資料より水温変化 を求める諸公式が妥当であったためと思われる。もちろん,入力データには1日ごとのものが採 用されており,時間周期がそれより短い現象,たとえば1次躍層の消長などについては表現され ていないが,現在の目的には支障ないものと思われる。他方,流出水温についても,池内の状態 を反映して,計算値と実測値とは良く一致している。ただ,3月の前半と5月下旬から6月上旬 にかけての期間は例外的に合っていない。このうち,前者は,計算開始時点(3月1日)の貯水 池水温を観測資料と無関係に6℃の一様水温にしたためであるが,後者についてはその原因が十 分明らかでない。この期間は,たまたま観測日からはずれており,図6-11で池内水温分布の比 較もされていないが,おそらく両者の分布はかなり違っているものと思われる。しかし,今回対 象にされた9ヵ月間を通して見るならば,水温予測に対する所期の目的は十分に果たされており, 前節で提案されたモデルの妥当なことが推察される。

一方、濁度については、前述されたように流出入量に関する観測資料がないため、シミュレーションの成否について詳細に論ずることはできない。しかし、流入濁度の大きさは池内の水温成層の発達過程にも関係してくると思われるので、先のモデルでは流入流量より適当に濁度を求めるようにして計算された。すなわち、浮遊砂量Qsと流量Qとの間には、一般にQs=aQ"(a, n: 定数)の関係があるといわれている⁸¹。もちろん、この関係は固定的なものではなく、たとえば、 芦田・江頭は風屋ダムでn=2.35を得ているが⁹¹、nはほぼ2の値をとり、結局、濃度でいえば流量と線形関係にある。このようなことから、本モデルでは1次関係が仮定されたが、流入濁度は水温の違いによっても変化することが示されており¹⁰¹、最終的には個々の河川に対して固有な関係を求めなければならない。このような事情から、ここで便宜的に設けられた関係式を十分に実証することができず、流出濁度や池内の濁度分布に関する詳しい考察は省かれる。ただ、以上のシミュレーションを行って得られた知見を記せば、つぎのようである。

- i) ここには記されなかったが、濁度を全く度外視した従来の1次元モデルを使って、温度の 予測計算が行われた。この結果を先のものと比較すれば、本章で提案された2次元モデル による方が予測精度は数段優っている。これは、たとえ温度のみを予測する場合でも、貯 水池内の水理現象を取り挙げれば種々の因子が複雑に絡み合っているためと思われる。
- ii) 池内の濁度分布についても、絶対値は別にして、図6-8に類似な分布形が得られた。 もっとも、流入濁度が問題とされるような時期においては、流量は比較的大きく、変化も 激しい。したがって、計算の入・出力が1日間隔では不十分であるが、シミュレーション 結果の一例を示したのが図6-12である。



図6-12 貯水池内の濁度分布(9月4日の計算値)

3. 放熱期における水温予測の簡略法

これまでに説明されたように,輻射・移流の両熱量が貯水池温度成層の形成に寄与する一般の

場合が取り挙げられた。また、輻射・移流の熱量のいずれかが卓越する場合に対しては、それぞ れ第3、4章で取り扱われた。ところで、すでに第3章、第2節で述べられたように、放熱期に おける水温予測に温度拡散方程式の解を用いるためには、若干の配慮が必要である。すなわち、 図6-7からもわかるように、放熱期における表層水温は深さによらずほぼ一様であり、このよ うな場合の予測対象としては、表水層の温度と変水層までの深さを取り挙げれば十分である。し たがって、以下の仮定を設けて放熱期の水温予測を行う。

i) 大気と貯水池水塊との熱収支は、(3-11)式の第2式の境界条件によって表わされ、移 流熱量による影響は陽には無視しうるものとする。

ii) 貯水池内の移流が温度成層に及ぼす影響は、表層混合を通じてのみ存在する。 故に、これらの仮定より、計算時間間隔△/を適当に選び(3-22)式の演算を行えば、放熱期における貯水池表層水温は次式により表わされる。

ただし,

$$a = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\chi \Delta t} - \frac{\rho_C \chi}{k} \left\{ 1 - \exp\left(\left(\frac{k}{\rho_C}\right)^2 \frac{\Delta t}{\chi}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{\rho_C} \sqrt{\frac{\Delta t}{\chi}}\right) \right\} \quad \dots \quad (6-19)$$

ここに、T_{0.1}は時刻i△/における表層一様水温を表わしており、h にはその時刻の表水層厚を取れ ばよい。ここで、循環域を表層のみに限れば、(6-18) 式により求められた時刻(i+1)△/の水 温を使って同時刻の表水層厚を計算することができる。

以上の方法を用いて、放熱期における貯水池の水温予測を行うため、前述された室瀬貯水池を 取り挙げる。計算にあたって顕熱形式の熱輸送係数は、実測温度分布より逆算して $k=2.0 \times 10^{-2}$ kcal/m²·sec·Cとされた。この数値は割ゆる顕熱輸送係数の値 $k^*=1.8 \sim 2.0 \times 10^{-3}$ kcal/m²· ·C¹¹⁾とオーダー的に異なっているが、これは損失熱流束が前述の仮定のもとで表わされ、kの値 に顕熱・潜熱交換は言うに及ばず、移流流量の効果もが含められたためである。この問題につい て検討するため、貯水池の成層形式が類似な管野ダム貯水池(山口県)を選び、同様にして顕熱 形式の熱輸送係数を求めたところ $k=1.5 \times 10^{-2}$ kcal/m²・sec・°C であった。したがって、事前調 査を行って貯水池の成層特性を調べておけば、kの大略の値を知ることができ、実際の温度予測 は支障なくなされる¹²。

以上のようにして決定された水の値と、気象観測資料(気温,日射量)とを使って計算した表 層一様水温が図6-13に示されている。ここの計算では気温,日射量の時系列を既知としたため、 予測本来の目的から言えば問題は残されているが、過去の記録を使って平均的な時間曲線を求め ておくことはできる。もちろん対象年度の水温予測をするにあたって、それ以前の実測資料を考 慮し、さらには、大流量の流入があった場合に適当な修正を施さなければならないことは言うま でもない。



図6-13 放熱期の表層水温

以下に、上述のモデルを使用し、実際に予測計算をするときの問題点について簡単に考察する。 すでに第3章で述べられたように、境界値問題に対して解析解が求められているにも拘らず、 放熱期を対象とした温度予測では(6-18)式により計算されるため、表層混合の時間間隔△1を 適当に選んでやる必要がある。図6-13には、前述された気象データに5日間(∂))の平均値を 用い、△1=1日、1時間、1分とした計算結果が示されている。ここに、実測資料は精々日単位 のものであり、計算では∂1時間内のαの値は一定であるとされた。図より明らかなように、△1= 1分とした場合が最も好ましい。したがって、上冷下暖の温度成層は短期間のうちに破壊され、消 減することが予想される。このほか、水温予測計算をするさいの留意点として、貯水池幾何形状に応 じてhの大きさを表水層厚より過小に見積らなければならないことが挙げられる。これは、形式的に は、(6-18)式のαの値を大きくすることである。いずれにしても、水温予測のみを対象とする ならば、以上の点を考慮して、実測値と予測値とが良く一致するようにαの値を決めてやればよ いことがわかる。このようにして、温度拡散方程式の解析解を使って作成された簡単なモデルで も、放熱期の温度予測を行えることが示された。

第4節結 語

本章においては、一般的な貯水池に対する水温・濁度の予測手法が取り挙げられ、2次元数値 モデルが提案された。さらに、 萱瀬ダム貯水池を対象にして水温・濁度の観測が行われたが、こ れらを第2節で示された数値シミュレーション・モデルを使い予測することが試みられた。また、 第3章で示された温度拡散方程式の解析解を用いて作成された簡略法の適用性についても検討さ れた。得られた結果を示せば以下のとおりである。

1) 萱瀬ダム貯水池を例に挙げて、観測値と予測計算値とが比較された。これによれば、温度 に関しては、池内の水温分布ならびに流出水温とも予測は良好になされた。一方、濁度について は資料不足で十分な検討がなされなかったが、運動方程式が直接解かれていないことを考えれば、 許容しうる近似度で濁度の予測ができるものと思われた。

2)上述のモデルでは、運動方程式を直接解かないことに伴う欠点をもっている。したがって、 モデルに設定された仮定が実際のものと著しく異なる場合には、水質パラメーターの予測ができ ないこととなる。これらに関しては、運動方程式を解くなどして対処しなければならない。

3) すでに第3章で述べられたように、貯水池水面での熱的境界条件として、顕熱形式の熱損 失を仮定したときの解が求められた。この解に表層混合の概念を導入して作成されたモデルを使 えば、実際に放熱期の水温予測を行えることがわかった。この場合、表層水温は(6-18) 式を 用いて計算されるが、aの値は△/を1分のオーダー、もしくはそれ以下に取ればよい。また、貯 水池幾何形状に応じてんが減少する効果をaに含めなければならないが、顕熱形式の熱輸送係数 kなどとともに使用された係数に適当な値を選んでやれば、放熱期の表層水温ならびに表水層厚 をかなりの精度で予測することができる。

4) すでに、前章の図5-11~13などにも示されたが、本章で提案された数値シミュレーション・モデルの計算結果は、物理シミュレーション・モデルの結果をも良く説明している。したがって、実際の貯水池観測資料を用いて検討された前者のモデルの妥当性を考えれば、間接的ではあるが、後者のモデルの有用性が予想される。

参考文献

- 1) 岩佐義朗・野口正人・児島彰: 貯水池内の水温成層予測法について、京都大学防災研究所年 報,第18号B,昭和50年
- 2) Iwasa, Y. and M. Noguchi : Densimetric Stratification of Reservoir Water in Dynamic Aspect, Proc. IAHS, The hydrological characteristics of river basins symposium, 1975
- 3) Koh, R. C. Y. : Viscous Stratified Flow Towards a Line Sink, W. M. Keck Labo., C. I. T., 1964
- 4) 土木学会編:土木工学における数値解析,基礎編(野木達夫:5.差分法の安定性),サイエンス社,昭和49年
- 5) 岩佐義朗・野口正人・松葉保幸:成層化した貯水池での水温・濁度の予測法,土木学会第31 回年次学術講演会講演概要集,第2部,昭和51年
- 6) 野口正人:ダム貯水池における水温・濁度の予測法,水温の研究,第22巻,第6号,1979
- 7)前出1)
- 8) 吉川秀夫:河川工学,朝倉書店,昭和41年
- 9) 芦田和男・江頭進治:密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(2) 濁度物質の拡 散と流出機構-,京都大学防災研究所年報,第19号B,昭和51年
- 10) Lane, E. W., E. J. Carlson and O. S. Hanson: Low Temperature Increases Sediment Transportation in Colorado River, CIVIL ENGINEERING, Sept. 1949
- 11)新井正·西沢利栄:水温論,水文学講座10,共立出版,1974
- 12) 野口正人:放熱期における貯水池水温分布の予測法,水温の研究,第25巻,第2号,1981

第7章 結 論

本論文においては、人工のダム貯水池に対する環境指標として水温・濁度が取り挙げられ、環 境予測手法の確立が試みられた。以下に得られた事項を要約し、結論とする。

第1章においては、環境予測・制御問題あるいは水資源問題を考える場合に、成層流現象が如何に重要な役割を果たすかについて述べ、研究の背景について説明した。さらに、水温予測に関 する従来の研究についても紹介したが、これらの方法では濁度等の予測を行うには十分でないこ とが示された。

第2章においては、温度成層流の基礎方程式が示されるとともに、温度成層流場の懸濁粒子に 対する質量保存式が誘導された。また、実際の工学的問題を取り扱うさいに関係してくる輸送係 数についても、若干の考察を行った。

第3章においては、ダム貯水池の成層変化を各要因ごとに調べた。すなわち、直接池面への太 陽輻射熱が主要因となるような輻射-成層型貯水池に対しては、これまで、理論解として Dake-Harleman のものが得られていた。この解を求めるにあたって設けられた Kraus-Rooth 型熱損 失の仮定は必ずしも適当でなく、その解の適用限界を放熱期に対する予測の可否と関連させて明 らかにした。つぎに、これらの不備を克服するため、貯水池表面での熱移動を顕熱形式で表現す ることの有利さに言及し、理論解の誘導を行った。得られた解は、放熱期における温度成層消滅 をも十分に説明することができる。

一方、洪水期の成層破壊ならびに濁水問題を取り扱う際に,貯水池流動層の範囲が問題となる が,それに関連して,貯水池流入部での混合現象について考察した。その結果,貯水池流入部の 混合比は,池内成層分布や流入水温など種々の因子に関係して簡単には表わされないが,第2章・ 第3節で示された関係をほぼ満たしていることが明らかになった。

第4章においては、移流熱量が主因となって温度成層の発達する移流-成層型貯水池を対象とし て、混合取水時の簡便な温度予測モデルを提案した。本モデルの基礎に置かれた仮定は取水流線 に対する考察から設けられたものであるが、不連続密度分布、連続密度分布の区別に関係なく、 流出密度(水温)ならびに池内の密度分布(温度分布)を精度良く予測しうるモデルとなってい ることが実験により確かめられた。さらに、このモデルの有効性は天ヶ瀬貯水池の実測資料を用 いて立証されるとともに、濁水流に関する流出濁度の予測に対しても近似的に適用しうることが 明らかにされた。

第5章においては、水温・濁度の予測が貯水池水理実験装置を用いた基礎実験によりなされた。 ここでも、輻射-成層型、移流-成層型の両タイプの貯水池が取り挙げられ、実験的に温度成層 変化の予測が行われた。輻射-成層型の温度分布に対しては、先に第3章で求められた理論結果 の正当性が実験上から確かめられた。さらに、移流-成層型貯水池を対象とした温水実験では、 熱損失の影響を除いて第4章の淡塩水実験と同様な結果が得られた。したがって、本研究ではほ とんど取り挙げられなかったが、運動量輸送をも含めた成層流場の輸送機構を解明するためには、 むしろ淡塩水実験の有利なることがわかった。また、温度成層化と流出濁度との関係を求めるた めに行われた濁水実験では、室内実験においても実際の場合と同様、洪水後の濁水長期化現象が 観察された。その発生要因として、実験では、流動層の濁質沈降に伴う対流現象が重要な役割を 果たしていることが明らかにされたが、実際の貯水池における水理機構については、さらに検討を要 することが示された。

第6章においては、濁度予測を主目的とした2次元モデルが提唱され、 萓瀬貯水池の実測資料 により予測モデルの適用が試みられた。しかし、主要な濁度資料がなかったため、モデルの可否 については詳細な検討がなされなかった。ただ、それにも拘らず、多数の数値計算から、このモ デルを使用した場合には温度予測も良好に行われることが示された(もちろん、これは温度予測 を2次元的に行うことを意味しているのではなく、レジム説のように、流入土砂量を流量との関 係で表わすことを指している)。さらに、その後、この種のモデルの有効性は他の研究者によって も確かめられている。

以上,各章ごとに得られた結果のまとめを行った。全体を総合して言えることは、対象とする ダム貯水池の成層特性に応じた予測手法を用いれば、かなりの精度で水温・濁度の予測を行える ということである。すなわち、輻射-成層型貯水池に対しては解析解が、また、移流-成層型貯 水池に対しては移流モデルによる数値モデルが、それぞれ予測計算上で有利であることが示され た。さらに、一般の貯水池に対しては、より高度な数値シミュレーション・モデルないしは物理 シミュレーション・モデルが有効なことがわかった。しかし、一方では、如何に複雑・高度なモ デルでも自然現象を全く忠実に再現することには無理があり、工学的諸問題を解決するための妥 当性については、つねに念頭に置く必要性のあることが示された。

最後に、本研究を遂行するにあたり、終始懇篤な御指導を賜わった京都大学教授岩佐義朗先生、 ならびに、有益な御助言を賜わった長崎大学教授松原茂先生、名古屋工業大学教授細井正延先生 に深甚の謝意を表します。また、快く各種の相談に応じて戴いた京都大学助教授井上和也先生に 心から謝意を表します。さらに、著者が研究生活を過ごす上で良きパートナーとなり、実験・観測・ 資料整理等を手伝って戴いた、元京都大学大学院生早野博和氏、児島彰氏を始め、京都大学・長 崎大学の職員・学生諸氏に感謝致します。

正誤表

頁	行	誤	正
14	上から12	流体魂	流体塊
38	下から8	9.3m	9.8m
56	// 2	, (4 - 20)	(削除)
57	⊠ 4 − 17	T ₂	Tr
"	n	Co	Cr
58	⊠ 4 −18	C / Co	C / Cr .
82	上から2	摸式化	模式化
83	図 6 - 3	17 YES A	17 YES A
93	下から13	$k^* = 1.8 \sim 2.0 \times 10^{-3} \text{kcal/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$	$k^* = 1.8 \sim 2.0 \times 10^{-3} \text{kcal/m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{°C}$