

經濟論叢

第七卷

第六號

(通卷第四十二號)

大正七年十二月發行

論

說

所得ノばれと線ニ就イテ

高田保馬

所得ノ分配状態ハ國ニヨリ時代ニヨリ種々ナル事情ニ支配セラレ、從ヒテ雜多紛糾、到底其間ニ齊一的ナル法則ガ見出シ難イヤウニ考ヘラレル。然ルニばれとニヨレバ、各國近代ノ所得分配ハ略ボ次ノ如キ法則ヲ以テ統一的ニ表示スル事ガ出來ル。

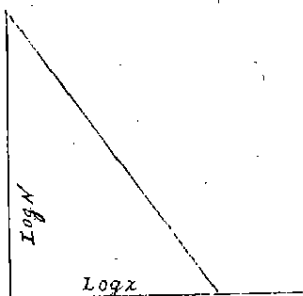
$$N = \frac{A}{x^\alpha} \text{ or } \log N = \log A - \alpha \log x.$$

エハ一定ノ所得額デアル、 N ハ此キ以上ノ所得ヲ受クル人員ノ數デアル、 A ト α トハ一々ノ社會ノ實際ニ就イテ算定セラル可キ數字デアル。而シテ此 α ハ各社會ノ分配状態ノ特徴トモナル可キモノデ、其大小ガ分配状態ニ於ケル不平等ノ程度ヲ表示スルモノト考ヘ得ラレルノデアル。サテ今縦線ヲ以テ所得額ノ對數、横線ヲ以テ此額以上ヲ受クル人員數ノ對數ヲ表ハス時ハ、上ノ式ガ

論說 所得ノばれと線ニ就イテ

第七卷 (第六號)

一七二



常ニ一定ノ線トナル此線ヲ名ケテ茲ニばれと線ト云フノデアル。從ヒテばれと線ト云フノモ、サキニ示シタル數式モ其實ニ於テハ同一物ニ過ギナイ。

此所得ニ關スルばれと法則又ハばれと線ハづいてるふれど、ばれとガ一八九七年其著經濟學原論¹⁾ニ説キタル以來、久シク統計學者ノ注意ヲ惹キ來レルモノデ、へんりS・むうあノ如キモ Perhaps the best-known empirical law of economics is Professor Pareto's law of the

distribution of income ト述ベテ居ル。吾人ハ今コノ「クラシク」ナル法則ノ内容ヲ紹介シ且ツ其學術的價值ヲ明ニシタイト思フガ、此拙ナイ研究モ我日本ノ學界ニ於テハ必ズシキ全然無意義ノ事デモ無イト信ズル。

而シテ此統計的法則ノ學術的價值ノ吟味ハ思フニ次ノ二點カラセラル可キデアラウ。即チ一ハ、各社會ニ於ケル分配状態ノ比較方法トシテ如何ナル價值ヲ有スルカト云フ點カラデ、他ハ一社會ノ分配状態ノ表示ガドレ丈適切ナル事ヲ得ルカト云フ點カラデアアル。此法則ガ分配状態其物ノ表示タル事ヲ要求スル以上、事實ノ上ニドレ丈ケアテハマリツツアルカラ見ルノハ當然ノ事デ、別ニ説明ノ必要モナイ。而シテ此法則ハマタ、數多ノ異ナレル社會異ナレル時代ノ分配状態ヲ概括的ニ表示シ、此表示シタル所ニヨリテ此等ノ分配状態ヲ比較スル道具ニ用ヒラレツツアルノデアル。ばれと自身ガ此使用法ヲ試ミタノハ云フマデモナイ、ぶれしあゝにノ如キモ同様ノ研究ヲ行

- 1) Vilfredo Pareto, Cours d'économie politique, Tome II, Livre III, Chap. I, 1897.
- 2) Henry L. Moore, Statistical Complements of Pure Economics. Quarterly Journal of Economics, Vol XXIII. p. 25.

ツテ居ル。³⁾

果シテ然ラバカカル研究ノ道具トシテ見タル時ノ此法則ガドレ丈ノ意義ヲ有スルカラ明ニスルハ其學術的價值ノ吟味ニ當然缺シ可カラザル事デアラウ。吾人ハ先ヅ此ばれと線又ハばれと法則ノ内容ヲ敘述シ、次ニ分配状態比較ノ方法トシテノ意義ヲ吟味シ、最後ニ此法則ノ適合度ヲシラベテ見タイト思フ。

II

前ニ述べタル通りニ、エヲ所得ノ一定額、Nヲ x 以上ノ所得ヲ有スル人員數トスル。ばれとニ從ヘバ此二數ノ間ニハ次ノ關係ガ存在スル。

$$N = \frac{A}{x^a} \dots \dots \dots (1)$$

Aト a トハ一定ノ社會ニ就イテハ一定ナル常數デアツテ、統計ノ實數ヨリ算定シ得可キ筈デアアル。

(1)ノ式ノ兩邊ノ對數ヲトリテ(2)ノ式ガ生ジテ來ル。

$$\log N = \log A - a \log x \dots \dots \dots (2)$$

此(2)ガ普通ばれと線又ハばれと法則ノ名ヲ以テヨバルルモノデアアル。縦軸横軸ニ沿ウテソレゾレ $\log N$ 、 $\log x$ ノ大サヲ定ムレバ、此式ハ一ノ直線トナル。而シテ此直線ガ横軸ニ對スル傾キノ度ニ當ル a ハ常ニ社會ト時代トニ從ヒテ變動スルモノデ其値ハ大抵 $1/3$ ヲ上下スル。此 a ノ大ナル程所得ノ分配ハ平等ニ近ヅイテ居ルノヲ見ル。今假ニNノ總數ヲ千人、 a ヲソレゾレ $2/3$ 又ハ $3/4$ トスル社會ニ於ケル所得ノ分配状態ヲ表示スレバ次ノ如キモノトナル。

論說 所得ノばれと線ニ就イテ

第七卷 (第六號)

三) 七一九

3) Bresciani, Alcuni appunti sulla distribuzione del reddito e del patrimonio in Prussia. In Festgaben für Adolph Wagner.

所得額	甲 ($\alpha=2, N=1000$) ⁴⁾		乙 ($\alpha=3, N=1000$)	
	人	員	所得額	人
一一二	七五〇	一一二	八七五	
二一三	一三九	二一三	八八	
三一四	四八	三一四	二一	
四一五	二三	四一五	八	
五一六	一	五一六	三	
六一七	八	六一七	二	
七一八	四	七一八	一	
八一九	四	八一九	一	
九一〇	二	九以上	一	
一〇一一	六			
一六一五	二			
二六二五	二			
二六以上				

即チαが大ナル程所得額ノ増加ニ伴フ人員ノ減少ガ急激デアリ、同様ニαノ小ナル程此減少ガ緩徐デアル。從ヒテ、社會ニ於ケル人々ノ所得ノ不平等ノ程度ハαニ反比例ス可キ道理デアル、尤モ此點ニ關スルばれと自身ノ言葉ノ使方ハ茲ニ述ベタル所ト頗ル趣ヲ異ニシテ居ルガ、ソノ事ハ詳述シナイ(註)。

(註) ばれと自身ハαノ増加ハ所得ノ不平等ノ増加ヲ意味シ、αノ減少ハ平等化ヲ意味スル(氏自身ノ語ヲ引用スル。例へバ (1) Nous verrons plus loin qu'une diminution de l'inclinaison α, indique une moindre inégalité de revenus. (2) l'inégalité des revenus diminuera quand α décroitra...⁵⁾ むじあモ亦明ニばれと自身ノ所説ヲ次ノ如クニ述ベテ居ル。 Professor Pareto has preferred to regard the degrees of inequality of distribution as varying directly with the value of α.⁶⁾ シカシヘニハ明白ニ其著統計學原理ニ於イテ、αノ大サ加ハレバ分配ノ不平等減スト云ツテ居ル。⁷⁾ 吾人ハ今

4) Persons, The Variability in the Distribution of Wealth and Income. Quarterly Journal of Economics, Vol. XXIII. p. 420.
 5) Pareto, Cours, Tome II, pp. 312, 321.
 6) Henry L. Moore, op. cit.
 7) Pareto, Cours, Tome II, pp. 312, 321.

後ノ意見ニ從フモノデアル。シカシ此見方ノ相違モタダ分配ノ不平等ト云フ事ノ意味ノ差異カラ生ジタルモノニ過ギナイ。此意味ハばれとノ Cours 九六四節ニ詳論シテアル。

サテばれと自身ガ組立タル此法則ノ一例トシテ一八九二—一九四年ノ英國ニ關スルモノヲ擧グ。⁸⁾

所得額(ポンド) 100 1000 500 200 400 300 200 1000 10000 20000 100000

英 齒 BOOKER HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON HARRISON

$$\log N = 8.30828 - 1.50x \log A = 8.30828, \alpha = 1.50$$

此式ニヨリテ算出シタル $\log N$ ト事實ニツイテ求メタル $\log N$ トノ差異ハ次ノ如ク僅少デアル。

4	100	1000	500	200	400	300	200	1000	10000	20000
Δ	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101

所得ニ關スルばれとノ法則ノ大體ハ述ベ來レル通りデアルガ、ナホ二三之ニ附ケ加ヘ置ク可キ事ガアル。其一ハ所得一般ノミナラズ、勤勞ニヨル所得、又ハ財産ニヨル所得ヲ切り離シテモソハ略ボ此法則ニ從フモノナル事、マタ財産ノ分配状態モ大體ニ於テ此法則ニ支配セラレテ居ル事デアル。其二ハばれと自身モ²⁾式ヲ以テアラユル場合ニ妥當ナリト認メタノデハ無ク更ニ一般的ニシテ精密ナル法則ノ一ノ特殊ナル場合トシテ考ヘ居タル事デアル。第一ノ點ニ就イテハばれと自身ガ種々ナル統計ノ數字ヲ點檢シテ如上ノ結果ニ到達シタト云フダケデソレ以上ノ説明ヲ要シマイ。第二ノ點ニ就イテハ進ミテ此點ニ一般的ナル法則ノ何物ナリヤヲ一言スル必要ガアル。ばれとハ此法則ヲ次ノ如クニ表ハシテ居ル。

$$\log N = \log A - a \log(c + x) - \beta x \dots \dots \dots (3)$$

論說 所得ノばれと線ニ就イテ

8) Pareto, Cours, pp. 305-306.

ノ不平等ノ程度ヲ測定スルノニ不都合ガ多イトナシ、新ニ(5)ノ法則ヲ述ベテ居ル。其詳細ノ説明ニハ今茲ニ立入ラナイ。¹¹⁾

$$\log N = \log A - \alpha (\log x)^2 \dots \dots \dots (5)$$

最後ニ此ばれと法則ノ成立チニ就イテ一言シナケレバナラナイ。此法則ハモトヨリ一ノ經驗律デアアル、豫メ何等カノ前提カラ理論的ニ演繹セラレ説明セラレタルモノデハナイ。從ヒテ、此法則ニハ何ノ理由モナイ、タダ數多ノ統計的事實ヨリ得ラレタル一ノ直觀デアアル。此點ニ於テ此法則ハ物理學ニ於ケルばいる、げいりゆうさつくノ法則ノ成立ト趣ヲ同ジクシテ居ル。吾人ハ次ニ進ミテ此法則ノ價値ノ吟味ニ入リタイ。

三

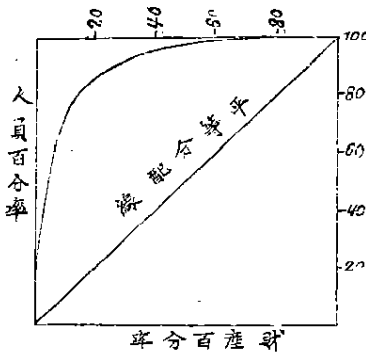
此ばれと線又ハばれと法則ガ種々ナル社會ト時代トニ於ケル分配狀態比較ノ方法トシテ使用セラレル事ハ既ニ之ヲ説イタ。ばれと自身モ數多ノ社會ノ所得ノ分配ニ就イテソレゾレノ α ノ大サヲ算出シ比較シ、分配ノ不平等ノ程度及ビ増減ヲ明ニシテ居ル。

英吉利(一八七九—八〇)	1.35	α	ふるれんす	1.41
普魯西(一八五二)	1.42		伊太利二十三都市(一八八七)	1.44
同(一八九四)	1.40		わうぐすぶるく(一五二六)	1.13
索 邇(一八八六)	1.31		べるう(十八世紀末)	1.76

分配狀態ノ比較方法トシテ此法則ノ役立つノハ、ソガ分配狀態ヲ此 α モテ表示シ得ルガ故デア。而シテ、分配狀態ノ表示方法トシテ之ニ異ナレルモノヲ考ヘルト先ヅ思ヒ浮ブモノハるおれ

11) Benini, op. cit., p. 190.

んずノ方法デアル。例へバ財産ニ就イテ見ルニ、國民中ノ最貧者ヨリ順次ニ數ヘテ人口中百分ノ二十、三十、四十等ガ所有スル財産ノ全國民財産中ニ占ムル百分率ヲ算出スル。縦線モテ人口、横線モテ財産ヲ表ハセル表中ニ之ヲ記入スル時一ノ曲線ガ得ラレル。若シ分配ニシテ完全ニ平等ナラバ、此線ハカノ平等分配線ノ形ヲトル可キデアアル、故ニ二者ノ距離著シキ程分配ハ不平等ナリト認め得ラレル。



此方法ハ最モ常識的ニシテ又最モ平明ナルモノデアルカラ、此點ニ於ケル長所ハ争ヒ難キモノデアアルガ、學術的價値ハ割合ニ乏シイ。第一、分配ノ不平等即チ財産又ハ所得ノ集中ノ程度ヲ何等數量ヲ以テ表示スル事ガデキズ、從ヒテ明白ナル比較結果ヲ得ル事ガ出來ナイ。第二、所得ナリ財産ナリヲ全社會成員ニ就イテ先ヅ檢ベ上ダタル上デナケレバ、一定ノ人口ノ所得又ハ財産ノ有スル百分率ヲ明ニスル事ガ出來ズ、從ヒテ此表示方法其物ガ不可能デアアル、然ルニ此條件ハ統計ノ不完全ナル國々ニ於テハ殆ド備ハツテ居ナイ。此二ノ理由カラ推シテ考フルト、ばれとノ法則ヲ以テ分配状態ヲ表示スル事ハ此ろおれんずノ方法ニ比シテ遙ニ利便多く、マタ明白ナル結果ヲ生ム可能ガ多い。

次ニ思ヒ出サルルノハへんりい・むうあニヨリテ勞銀ノ研究ニ使用セラレ、ばあそんすニヨリテ

前掲ノ論文ニ推稱セラレタル方法デアツテ、今假ニむうあノ方法ト名ヅケル。カクハ名ヅケルモノノ、此方法ハ決シテむうあノ創見ニ出ヅルモノデハナイ。コハ統計學上最モ一般的ニ使用セラレル方法デアツテ、殊ニむうあノ、びあそん一派ノ統計學者ニヨリ其生物學的研究ニ於テ頻繁ナル應用ヲ受ケテ居ル。タダむうあハ之ヲ勞銀ト云フ經濟的事實ニ應用シタル點ニ於テ特別ノ意義ヲ認メラル可キデアラウ。

今次ニ此方法ヲ概説スル。此方法ノ精神ハ數列ノ間カラ標準誤差 Standard deviation スヲ覓メ之ヲバ觀察數ルヲ以テ除シタル s ルヲ捉ヘ來ルニアル。而シテ $\frac{s}{N} \times 100$ ヲ以テ變異係數 Coefficient of variation ト名ヅケ、之ヲ以テ分配狀態ノ不平等又ハ集中ノ程度ヲ測定スル標準トナシテ居ル。假ニ今甲乙ノ二社會アリ、勞銀分配ノ狀態次ノ如シトシヨウ。

勞銀	1	2	3	4	5	計	平均勞銀
甲社會 人員	100	30	20	13	7	100	2
乙社會 人員	100	30	20	13	7	100	2

各社會ニツキ、平均勞銀ヨリノ誤差ヲ覓メソノ自乗ノ總量ヲ平均スレバ標準誤差スヲ得ル、此ヲ人數カモテ除シ、一〇〇ヲ乘ジテ變異係數ヲ求ムル時ハ次ノ如シ。

勞銀	人數 (f)	誤差 (x)	fx	fx ²
1	120	-1	-120	120
2	30	0	0	0
3	20	+1	+20	20
4	13	2	26	52
5	7	3	21	63

論說 所得ノばれと線ニ就イテ

6	4	4	16	64
7	2	5	10	50
8	2	6	12	72
9	1	7	7	49
10	1	8	8	64
Total	200	-1		554

1	100	0	-100	100
2	50	+1	0	0
3	15	2	+15	15
4	20	3	40	80
5	15	4	45	135
Total	200			330

$$(B) s = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{n}} = \sqrt{\frac{554}{200}} = 1.664.$$

$$\text{Coefficient of variation} = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1.664}{100} = 88.2$$

$$(2) s = \sqrt{\frac{831}{200}} = 1.284$$

$$\text{Coefficient of variation} = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1.284}{100} = 64.2$$

此方法ハ補間法ニヨラズ、一々ノ觀察數ソノモノヨリ算ヘ上ゲテ分配状態ノ指數ヲ得ル點ニ於テ其特徵ヲ有シテ居ル。分配ノ不平等ノ程度ヲ變異係數ニヨリテ明確ニ示ス點ニ於テハるおれんずノ方法ニマサリ、一々ノ觀察數ソノモノニ本ヅク點ニ於テハばれと法則ノ使用ニ勝ルモノガアル。シカシ缺點モ亦少クハナイト信ズル。此變異係數ハ頗ル多義的デアリ得ル、換言スレバ同一ノ大

サノ係數が種々ナル場合ヲ意味シ得テ、從ヒテ一定ノ分配狀態ノ指數ト見做シ難イ。例ヘバ少數ノ著大ナル誤差ト多數ノ微小ノ誤差トヲ伴ヘル分配狀態モ、可ナリノ誤差ノ大多數ヲ伴ヘル分配狀態モ、其變異係數ハ同一デアリ得ル、シカシ分配ノ不平等ノ程度ハ決シテ同一デハナイ。從ヒテ變異係數ハ分配狀態ノ指數トシテハばれどノαニ比シ甚ダ不確實ノモノデアリ信賴シ難キモノト考ヘル事ガデキル（此變異係數ガ分散ノ有様ノ一義的指數ト考ヘ得ラレルノハ分散ノ全體ガ偶然ニヨリテ支配セラレ、從ヒテ大數ノ法則ノ適用ヲ許シ得ル場合ニ限ル、所得又ハ財産ノ分配ノモノガ單純ナル偶然ニヨリテ支配セラレザル事ハ明白ナル事實デアアル）。次ニマタ此變異係數ハ觀察ノ中ニ入ルル所得ノ範圍、又ハ財産ノ範圍ヲ伸縮セシムルニツレテ變化スル、例ヘバ全國民ニ就イテ求メ得キ係數ト所得千圓以上ノ人員ニ就イテ求メ得キ係數トヲ比較スルニ後者ハ當然ニ小サイ。從ヒテ變異係數ヲ比較センガ爲ニハ二社會又ハ二時代ノ全人員ニ就イテ所得又ハ財産ノ分配ニ關スル資料ヲ有シナケレバナラヌ。然ルニコハ極メテ滿サレ難キ條件デアアル、現ニ我日本ノ如キハ如何ナル間接的資料トテモ此條件ニ應ズルモノガナイ。然ルニばれど法則ノαハ觀察ノ範圍如何ニ從ヒテ變動ガ少ナイ否變動ナカル可キ道理デアラウ。從ヒテ一部分ノ階級ニ關スル所得分配ノ資料ニ本ヅイテナホ此αヲ算出シウベク進ミテハ各社會ノ分配狀態ヲ比較シ得可キデアアル。此ノ如ク考ヘ來レバ吾人ハむうあノ變異係數ヨリモばれどノαハ遙ニヨク分配狀態比較ノ目的ニ副フモノト信ズル。今普魯西ノ一八九二年一九〇二年ノ所得統計ニ本ヅキテばあそんすノ求メタルαト變異係數トヲ比較シ以テ上ニ述ベ來レル事ノ一例證トスル。

全所得ニツキ	ばれと法則ノ α		變異係數	
	一八九二	一九〇二	一八九二	一九〇二
九百馬克以上ニツキ	一、二五八	一、七五〇	五、七〇	六、七〇
三千馬克以上ニツキ	一、二六〇	一、七六〇	四、一〇	五、四〇
十萬馬克以上ニツキ	一、二六三	一、七六〇	三、六〇	五、三〇
九百乃至十萬馬克ニツキ	一、二六八	一、七六二	一、六〇	一、四〇

四

次ニハばれと法則ノ適合度ガ當然ニ問題トナル。ばれと自身既ニ事實ナラビニ推算ニヨリテ得タル $\log N$ ノ大サヲ比較シテ、誤差ヲ求メテ居ル。

全所得(x)	英 蘭 (一八九三年)	
	差 (Δ)	差 (Δ)
500	+0,0076	+0,0400
800	+0,0081	-0,0109
1600	-0,0,78	-0,0423
3300	-0,029	-0,088
4500	+0,0001	-0,0246
9600	+0,0135	+0,0133
19070	-0,0435	+0,0722
		10000
		+0,026

$\log N$ ニ於ケル誤差ハ此外數多ノ結果ニ就イテ見ルニ少キハ〇〇一一ニ止マリ、多キモ〇〇五ヲ超ユル事稀ニ、大抵ノ場合〇〇三二位ノモノデアル。然ルニ學者ニヨリテハ此僅少ノ誤差モ其實著シキ誤差デアリ、從ヒテ適合度ノ充分ニ見ユルノハ一ノ錯覺ニ過ギズト考フルモノガアル。蓋シ

其考ニヨルト對數ニ於ケル僅少ノ誤差モ之ニ對應スル實數ニ就イテ見レバ容易ナラザル誤差トナル。例ハバ

N=100	ニ於ケル對數ノ誤差	0.00000	ハ實數ニ於テ二五%ノ誤差ヲ生ズ
N=1000	同	0.00000	同
N=10000	同	0.00001	同
N=100000	同	0.00002	同
N=1000000	同	0.00003	同

今普魯西ノ一八九二年ニ於ケル全所得ニツイテ、ばれと法則ニヨリテ得タル推算ガ如何ニ實數ト遠キカラ見ルト實ニ次ノ如シ。

馬克	事實ノ人員	推算ノ人員	誤差ノ割合%
九百—三千	111,828	118,200	(+) 6.6%
三千—六千	110,880	117,400	(+) 7.6%
六千—九千五百	55,821	58,000	(+) 3.9%
九千五百—三萬五百	42,021	40,000	(-) 4.8%
三萬五百—十萬	20,718	21,700	(+) 4.7%
十萬—五十萬	13,473	12,000	(-) 10.9%
五十萬—百萬	7,711	7,000	(-) 9.1%
百萬—二百萬	2,711	2,000	(-) 25.7%
二百萬以上	4,000	4,000	0%
總計	318,663	318,200	(-) 0.1%

$\log N = 11.4037 - 1.6681 \log x$

勿論此實數ニ於ケル誤差ハ決シテ看過シ得可キ程ノモノデハナイ。而シテ所得ノ分配狀態ガ如何ニテ slope トナス直線ノ形ニ略ボ表ハシ得ラルルノモ、對數ニ於テハ誤差ガ小サクナルカラデア

論說 所得ノばれと線ニ就イテ

12) Persons, op. cit. p. 426.

ルノヲ否定シナイ。シカシナガラ、此誤差ハばれと法則其物ノ價值ヲ失ハシメルモノデハナイト
 信ズル。思フニ茲ニナルト、經濟的社會的統計資料ニ補間法ヲ行ヒテ之ヲ簡單ナル方式即チ經驗
 律ノ形ニ化スル事ノコトガ必要ナリヤ如何ト云フ問題ニ到着スル。而シテ吾人ノ知性ト科學ト
 ガ概化ヲ要求スル以上、此必要ハ飽マデ肯定セラレナクレバナラス。此必要ニシテ肯定セラルル
 時ハ誤差ノ存在モ已ヲ得ザル事ト認ム可キデアアル、誤差ノ大小ソノモノハ此種ノ或經驗律ソノモ
 ノノ存在理由ヲ失ハシメルトハ思ハレナイ。タダシカシ、目的ガ概化ニアルガ故ニ、若シ他ノ形
 ノ法則ガ此目的ニ副フ事多ク誤差ヲ伴フ事小ナル場合ニハ之ヲ取り代ヘル必要ガアル。ソコデハ
 れと法則ニ就イテモ、誤差ノ存在ハ已ヲ得ナイ事デアアル、タダ他ニコレニ代フ可キ法則ノ見出サ
 レナイ以上、此法則ソノモノノ理論的價值ハ決シテ失ハレル事ハナイ、況ンヤ、此法則モ更ニβ
 cノ値ヲ詳細ニ亘リテ適當ニ定ムル時ハ一段其誤差ヲ小ナラシメ得可キ望モアルニ於テラヤ(註)。
 (註) へんりい・むつあハ經驗的方式エムロウカイシツホシキコトタル曲線ノ選擇ニ關シテ其標準トナス可キ點ヲアゲテ居ル。(1) The Simplicity
 of the curve (2) its fecundity (3) its fit (4) its facility of computation (5) its a priori validity 13) マナナル。曲線ノ
 簡單サハ姑ク措ク、fecundityハ實ニ、其學理的價值ヲ決スルニ於テ重大ノ事デアラウ。而シテばれと法則ハ實ニソレ自體
 分配状態ノ指數ヲ與フルニ於テ重要ノ意義ヲ有スルノミナラズ、ソハマタ他ノ種々ナル問題ニ光明ヲ與ヘ得ル。現ニばれと
 自身ハ之ヲ根據ニシテ累進稅ノ稅率問題ノ研究ヲ試ミテ居ルト聞ク。14) 氏ハマタ需要曲線ノ性質ガ此所得分配ノ法則ニヨリテ
 明ニセラル可キ事ヲ説明シテ居ル。15) 其他氏ハ此法則ニシテ與ヘラルル時ハ當然之ニ本ヅイテ國民所得ナラビニ一定ノ所得限
 界ニオケル人々ノ所得總數ヲ算出シ得可キ事ヲ附說シテ居ル。今NA, x, α等ノ示ス所前述ノ如シ、hkナ一定ノ所得トナシ
 Rヲ此境界ニオケル人々ノ所得總額トスル。16)
$$N_x = \frac{A}{(x+c)^2} \dots \dots (1)$$

13) Moore, op. cit. p. 18.
 14) Parcto, La courbe de la répartition de la richesse. 1896.
 15) Pareto, Cours, Tome II, pp. 331 et suiv.
 16) Pareto, Cours, p. 313.

$$R = \int_{(x+c)}^{k} \frac{e^{Ax}}{(x+c)^k + 1} dx \dots \dots \dots (2)$$

從ニテ $-R = A \frac{h+c}{(\alpha-1)(h+c)^c} - A \frac{ak+c}{(\alpha-1)(k+c)^c}$

$$R = \frac{ah+c}{\alpha-1} N_h - \frac{ak+c}{\alpha-1} N_k \dots \dots \dots (3)$$

hヲ最低kヲ最高所得額トスレバRハ國民所得テアル。今kヲ充分ニ大ナルモノトシR√「トスレバ」ノ右邊ハ看過シテモヨイ。從テテ

$$R = \frac{ah+c}{\alpha-1} N_h \dots \dots \dots (4)$$

五

最後ニ日本ニ於ケル僅少ノ材料ヲ基礎トシテはれどノ法則ニ從ヒ經驗的方式ヲ求メテ見ル。今手近ニアル統計年鑑ニヨリテ明治三十六年ノ第三種ノ所得ニ就キ、ノ値ヲ算出スレバ其結果次ノ如シ。

x	N	$\log x$	$\log N$	$A \log x$	$A \log N$
100000	10	5,0000	1,0000	1,2245	2,5635
50000	64	4,6990	1,8062	0,9245	1,7573
30000	168.	4,4771	2,2595	0,7016	1,2940
20000	429	4,3010	2,6325	0,5255	0,9310
15000	791	4,1761	2,8982	0,4096	0,6653
10000	1841	4,0000	3,2650	+0,2245	-0,2985
5000	6959	3,6930	3,8424	-0,0765	+0,2789
3000	17458	3,4771	4,2419	0,2984	0,6784
2000	34450	3,3010	4,5872	0,4745	0,9737
1000	100292	3,0600	5,0012	0,7705	1,4377
500	285936	2,6890	5,4463	1,0765	1,8998
300	643926	2,4771	5,8121	1,2486	2,2486
Total	(Average = 3,7755.)		av. = 3,5635	+4,4012	-7,5096

論說 所得ノばれニ線ニ就イテ

$$\log N = 10,6614 - 1,88 \log r.$$

即チ α ノ値ハ1,88デアル(詳シク云ハ $\alpha = 1,876$)。今此式ニヨリテ $\log N$ ヲ算出シテ事實ト比較シテ見ヨウ。 α ノ計算方法ノ粗雑ナル爲カ誤差ハばれとノ著書ニ見ルヨリモ遙ニ多イ様デアル。

Δ	$\log N$ (observed)	$\log N$ (calculated)
+0,2614	1,0000	1,2614
+0,0211	1,8062	1,8273
-0,0248	2,2395	2,2447
-0,0551	2,6325	2,5774
-0,0877	2,8952	2,8105
-0,1236	3,2550	3,1414
-0,1351	3,8424	3,7073
-0,1182	4,2419	4,1237
-0,0798	4,5372	4,4574
+0,0202	5,0012	5,0214
+0,1310	5,4563	5,5873
+0,1926	5,8121	6,0047

此 $\alpha = 1,88$ ト云フ値ハ前掲ノ諸例ニ比スルニ所得分配ノ不平等ノ程度割合ニ少キ事ヲ示ス様デア
ルガ、材料ガ第二種所得丈デアアルカラ何等ノ斷言ハ出來ナイ(註)。

(註) 吾人ノ用ヒタルレノ概算方法ハ次ノ様デアアル、面倒デアハアルガ若シ趣味チ有スル人モアラバト思ツテ附記シテ置ク。

$\Delta \log N$ ノ真ノ符號チ有スルモノノ總計ヲ求メ(—7,5096)ノ $\Delta \log r$ ノ正ノ符號チ有スルモノノ總計ヲ求メ(+4,0012)ノ次ニ後
者モテ前者ヲ除スル。

$$\begin{aligned} -7,5096 &= -1,58. \\ +4,0012 & \end{aligned} \quad \Delta \log N = -1,88 \Delta \log r.$$

$$\Delta \log N = \log N - 3,1635. \quad \Delta \log r = \log r - 3,7755$$

$$\log N - 3,5635 = -1,88 (\log r - 3,7755)$$

$$\log N = -1,88 \log x + 1,88 (3,7755) + 3,5685$$

$$\log N = 10,6614 - 1,88 \log x.$$

即ち $\alpha = 1,88$. $\log A = 10,6614$ の値ヲ得ルニ認ムル也。

明治三十二年現行所得税法發布以前ノ課税所得額ニ就イテ α ラ求メル時、其値ハ所得分配狀態ノ指數トシテ幾分力更ニ多クノ價値ヲ有シ得ルデアラウ。

一、明治三十年度

x	N	$\log x$	$\log N$	$\Delta \log x$	$\Delta \log N$
30000	150	4,4771	2,1761	0,8210	1,2610
20000	266	4,8010	2,4249	0,6503	1,0122
10000	776	4,0000	2,5899	+0,3490	-0,5472
1000	28650	3,0000	4,1571	-0,6500	+1,0200
300	172763	2,4771	5,2874	1,1733	1,8003

$$\log N = 9,0596 - 1,54 \log x.$$

二、明治二十六年度

x	N	$\log N$	$\Delta \log N$
30000	78	1,8921	1,2993
20000	142	2,1528	1,0891
10000	375	2,5740	-0,6174
1000	17331	4,2450	+1,0536
300	124077	5,0937	1,9028
		av. = 3,1914	

驗 說 所得ノばれ之線ニ就イテ

第七卷 (第六號) 一七) 七三三

$$\log N = 9.1060 - 1.62 \log x$$

此場合ニ就イテ誤差ヲ見ルニシテ割合ニ少ク、從テ適合度ノ大ナルヲ認メル。

$\log N(\text{observed})$	$\log N(\text{calculated})$	Δ	$N(\text{observed})$	$N(\text{calculated})$	$\Delta\%$
1,891	1,853	-0,038	78	71	9
2,152	2,140	-0,012	142	138	3
2,574	2,626	+0,052	375	423	13
4,245	4,246	+0,001	1781	1782	0
5,037	5,032	-0,005	12477	12343	0

財産ノ分配状態ニ就イテハ日本ノ相續財産ノ統計ガ都合ヨキ材料トナル。之ニ基キテ之ヲ算出スル時ハ之ヲ他ノ社會ニツイテ得ラントタルモノニ比較シテ、分配ノ集中程度ヲ明ニシ得ラレヨウ。

大正五年家賃相續

家賃價格(x)	人員(N)	$\log x$	$\log N$	$(\log x)^2$	$\Delta(\log x)^2$	$\Delta \log y$
2,000	32740	3,3010	4,5151	10,9965	12,2194	0,0687
5,000	10881	3,6990	4,0365	13,6826	9,4334	0,3396
10,000	4380	4,0000	3,6415	16,0000	7,1160	0,6002
20,000	1694	4,3010	3,2239	18,1936	4,6174	0,7620
30,000	969	4,4771	2,9263	20,0135	3,0725	1,0229
40,000	694	4,6021	2,8414	21,1284	1,9876	
50,000	474	4,6990	2,6758	22,0805	1,0354	
70,000	306	4,8451	2,4357	23,4741		0,0687
100,000	161	5,0000	2,2148	25,0000		0,3396
150,000	90	5,1761	1,9542	25,7959		0,6002
200,000	62	5,3010	1,7924	26,1006		0,7620
300,000	34	5,4771	1,5315	26,0000		1,0229

500,000	12	5,6990	1,0792	82,4785	1,4752
900,000	6	5,9542	0,7792	35,4501	1,7762
Total			av = 2,5544	av = 29,1160	39,4816
					6,0448

トナラ $\log N = \log A - a(\log x)^2$ ノ式ノ形ニ約メルト次ノ式ヲ得ル。

$$\log N = 6,09788 - 0,15311(\log x)^2 \dots\dots\dots (\text{日本})$$

今コレヲベにガ英佛伊三國ニツイテ計算シタル所ト引合セルト、日本ノ財産分配ノ状態ハ此等ノ諸國ニ比シテ不平等ガ少イト云フ事ニナル。但シ、日本ニツイテハ基ツク所ノ課稅價格統計ノ不備、及ビ家督相續ノミヲ眼中ニオキタル事ヨリ來ル結論ノ弱味ハサケ難イ。

$$\log N = 5,7937 - 0,1090(\log x)^2 \dots\dots\dots (\text{伊太利})$$

$$\log N = 6,3403 - 0,1017(\log x)^2 \dots\dots\dots (\text{佛蘭西})$$

$$\log N = 5,7368 - 0,0769(\log x)^2 \dots\dots\dots (\text{英吉利})$$

即チ平等ノ程度ヲ示スルノ値ガ日本ニ於テ特ニ高イノヲ認メ得ルノデアル。