

## ワジ洪水の移動通過損失量に関する経験モデルと水文学モデルの理論的整合性評価

浜口 俊雄・Mohamed SABER\*・小尻 利治

\*京都大学大学院工学研究科

### 要 旨

本研究は、ワジ流出に対する既往の経験モデルを一般化した上で、同モデルに水文モデルを用いて理論的解釈を行ったときに得られる両者間の関係式を導出した。初期損失量の経験モデルは漸近的に理論と合致することを確認し、移動通過損失量の方は浸透強度の整合条件式を水文モデルの諸パラメータで表現できた。これらから、ワジ流出に対する初期・移動通過損失量の経験モデルは水文モデルと理論的整合がある、もしくは条件式によって整合性を取れると判った。さらにその理論的考察から、水文パラメータと経験モデルパラメータの関係式を得ることができ、その関係式から必要なパラメータを定めることができると判った。

キーワード：ワジ流出，初期損失，移動損失，水文モデル，経験モデル

### 1. 序論

北半球の乾燥地・半乾燥地は冬季のみに降雨イベントがあり、そのときだけ表面流が発生するワジ(wadi)という現象がある。その流出斜面や河道は幅広で全体に浅く、普段は水涸れを起こしており、河道においては水無川の様相を呈している。日本でよく見る酷似した現象に、表面が土で覆われた公園で、降雨時に水たまりとともに地面を浅く削りながら排水口や側溝に流れていく表面水がある。この現象のスケールが数十倍から数百倍あるいは数千倍、数万倍に大きくなったものがワジ流出と考えれば想像に難くない。その流出したワジは、流出した表面流が斜面から河道へと集まり、下流に向かうにつれて合流しながら短時間に勢いのある大流量の流れとなって、最後には鉄砲洪水(flash flood)のかたちで主河川や海へ流れ込む。その鉄砲洪水は流下途中で居住地も通過することがあるため、家屋倒壊や死者を伴う被害をもたらすことも多い。そうした乾燥地の洪水挙動を把握するために、ワジの挙動に適合した流出モデルを用いて洪水シミュレーションを事前に遂行することが重要であるが、既往研究ではその挙動を表現できる分布型モデル自体が存在していなかった。そこで筆者らは、ワジ洪水特有の機構としてワジ流出時の初期・移動時の通過損失量を考え、それらを表す経験

式(SCS, 1985; Walters, 1990)をHydro-BEAMという分布型モデルに組み込んでモデル化(Saberら, 2010)した。本稿では、その経験式を水文学的に解釈した場合の経験モデルパラメータの意味と定め方について検討する。

### 2. ワジ洪水のモデル化

#### 2.1 ワジ流出

ワジ流出機構は水文モデル化の際にとっても厄介な一面を有している。すなわち、「浸透性・吸水性が高い地表面上を流れる」「流れ出すと、一気に大量の表流水が移動し

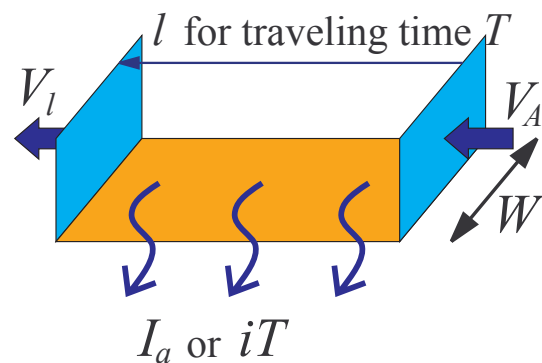


Fig.1 Schematic view of initial and transmission losses in wadi runoff

ていく」という相反する2つの特徴をモデル化しなければならない。またその両者が空間的に離れた場所で同時に起こることも想定し、表流水が不連続で流れていくことも表現できることを目指す。本稿ではこれらを踏まえて、初期流出時には前者の特徴が卓越するために初期損失挙動をモデル化し、表流水発生時には後者の特徴が卓越するので、移動損失挙動をモデル化し、それぞれを既往の流出モデルに組み込むことを目指す。

Fig.1にこれらのワジ流出時の概念を表す。ただし、図中の文字数は後述の式展開で使われるものと同一の意味をなすものとする。

## 2.2 初期損失挙動

まず初期損失挙動のモデル化について検討する。乾燥地・半乾燥地の表層部は出水前の水涸れしたワジ河道も含めて、その表面の透水性が高く乾燥した状態にある。そのため降雨で表面に水が供給されても乾燥した土層はなかなか飽和状態に達しない。降雨開始直後では表層に大量の吸水が始まり、ある程度の水分が溜まりはじめても下層には表層と同程度に乾燥した土層が存在しているため、更に吸水状態が続き、下方浸潤量は地表から近い場所ではしばらくほぼゼロのままとなる。また地表が乾燥しているため、吸水と同時に蒸発も大量に発生する。この挙動が湿潤地との大きな違いであり、出水する程度に地面が潤うには土層への大きな吸水量が必要になることは想像に難くない。土層が吸水開始時から飽和状態に至るまでの総浸透量は、ワジ流出の観点では初期損失量として定義されている。同量に関しては式(1)~(3)に示すSCS(Soil Conservation Service)法で算出する(SCS, 1985)。これは観測・経験的に提案されたもので既往研究では同式によって算出されることが多い。

$$I_a = \lambda S \quad (1)$$

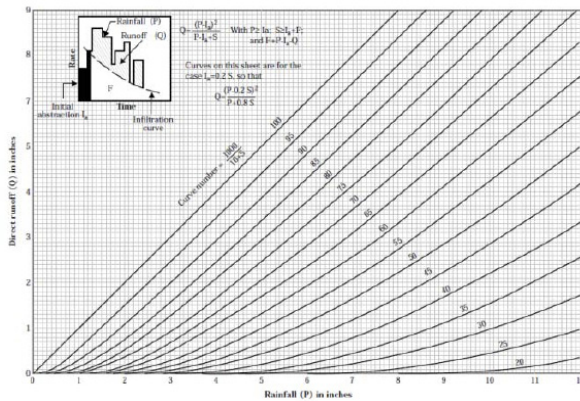


Fig.2 Curves of soil conservation service

$$S = 25.4 \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad (2)$$

$$Q = \frac{(P - I_a)^2}{P - I_a + S} \quad (3)$$

ここにそれぞれ単位面積当たりの  $I_a$  : 初期損失量 (mm),  $S$  : 最大保留量 (mm),  $\lambda$  : 初期損失係数,  $CN$  : 流出曲線番号,  $Q$  : 累積流出量 (mm),  $P$  : 累積降雨量 (mm) である。なお初期損失係数  $\lambda$  は観測データから通常 0 ~ 0.26 の範囲で定めればよく,  $CN$  値は地質・土地利用・水文条件・先行湿潤度に依存して定め得る。いま,  $CN$  を変化させて表れる曲線群を Fig.2 に示す。最大保留量に対する累積保留量の比と初期損失後の累積降雨量に対する累積流出量の比が常に等しいという仮定式(4)と水量保存式(5)を基に式(3)導かれる。

$$\frac{F}{S} = \frac{Q}{P - I_a} \quad (4)$$

$$P = Q + F + I_a \quad (5)$$

ところで水文モデルで頻繁に用いられる流出率  $f$  は

$$f = \frac{Q}{P} \quad (6)$$

に等しい。いま

$$p = \frac{P}{S} \quad (7)$$

$$i_a = \frac{I_a}{S} \quad (8)$$

とにおいて無次元化パラメータを用いると、式(3)は式(9)になる。

$$f = \frac{p \left( 1 - \frac{i_a}{p} \right)^2}{p \left( 1 - \frac{i_a}{p} \right) + 1} \quad (9)$$

いま, SCS 法で示されたモデルが実挙動を踏襲することを示す。少雨で表面に全く出水しない場合を考えると、

$$p \approx i_a \quad (10)$$

となつて、式(9)は

$$f \approx 0 \quad (11)$$

が成り立つ。また少雨で表面に少し出水する場合を考えると

$$i_a \ll p \ll 1 \quad (12)$$

となつて、式(9)は

$$f \approx p \quad (13)$$

が得られる。さらに大雨で表面に出水する場合では

$$p \gg i_a, \quad p \gg 1 \quad (14)$$

となつて、式(9)は

$$f \approx 1 \quad (15)$$

となる。この結果は経験モデルが実挙動と合致しており、かつ、流出率を用いた水文モデルとの併用時にも流出率から初期損失量の整合性が検討できるため、どちらのモデルで検討しても結果は等価になることを示している。ゆえにワジ流出時に初期損失量式(1)~(3)は適していると言える。

### 2.3 移動損失挙動

地表面の吸水挙動がしばらく続き、徐々に土中の空隙が水で占め尽くされ出すと、降雨強度が地表面の飽和浸透強度を上回った時点で地表面上にワジ流出が始まり、ワジ河道を経て、涸れることのない主河川へ流出していく。その流出過程において、ワジ表面流やワジ河道流では、高透水性の地表(斜)面または河床面を通過していくため、その下流への移動通過過程で大量に浸潤して失われていく。或る時間内に或る区域(区間)で下方浸潤した総量が移動通過損失量として定義される。

ワジ流出後の移動通過損失量に関しては、或るワジ流域の観測結果から得られた経験式(16)が提案されている(Walters, 1990)。

$$V_1 = 0.026V_A^{0.872} \quad (16)$$

式(16)で表される経験モデルは、基準断面を通過した流量 $V_A(\text{m}^3)$ と1km離れた先の断面を通過するまでの移動通過損失量 $V_1(\text{m}^3)$ との統計的相関から求められた統計式である。なお、参考文献に挙げられているオリジナルモデルの式は「1マイル(mile)離れた先の断面を通過するまでの移動通過損失量 $V_m$ 」ならびに「流量の単位にエーカーフィート(Acre-ft)」を用いて

$$V_m = 0.103V_A^{0.872} \quad (17)$$

で提案されていたため、筆者らが上記式(16)のように流量の単位を立方メートル( $\text{m}^3$ )、検討場所までの距離を1(km)に変換した(Saberら, 2010)。しかしながら、その式(16)は参考文献で観測地域の浸透特性と同じ土地にのみ有効なパラメータ値であるため、一般性があるとは言いがたい。そこで本稿では一般化するための拡張式を考える。式(16)左辺を一般化して考えると、距離に応じて移動した流量の微分量とすればよく、同右辺は式(16)と同じ統計的規則に(モデル構造)でワジ流量が基準断面から下流方向に距離 $x$ まで減少すると仮定し、損失が生じるのでマイナス量になると考え、式(18)のように定義した。

$$\frac{dV}{dx} = -C_1 V^{C_2} \quad (18)$$

ここに、 $x$ :河道に沿う曲線座標(原点は基準断面 $V_A$ の位置)、 $V$ :基準断面から下流に $x(\text{km})$ 先の断面を通過した河川累積流量、 $C_1, C_2$ :累積流量パラメータ( $> 0$ )を表す。

なお詳細は後述に示すが、式(16)では $C_1 = 0.026, C_2 = 0.872$ に相当する。いま、距離 $\ell(\text{km})$ 先の累積流量 $V_\ell$ は式(18)を積分して

$$\int_0^\ell dx = - \int_{V_A}^{V_\ell} \frac{dV}{C_1 V^{C_2}} \\ \Leftrightarrow \ell = \frac{1}{(1-C_2)C_1} (V_A^{1-C_2} - V_\ell^{1-C_2}) \quad (19)$$

これを $V_\ell$ に関して整理すると式(20)のようになる。

$$V_\ell = \left\{ V_A^{1-C_2} - (1-C_2)C_1\ell \right\}^{\frac{1}{1-C_2}} \quad (20)$$

よって、一般化された移動通過損失量 $V_d$ を求めると式(21)のようになる。

$$V_d = V_A - V_\ell \\ = V_A \left[ 1 - \left\{ 1 - (1-C_2)C_1\ell V_A^{C_2-1} \right\}^{\frac{1}{1-C_2}} \right] \quad (21)$$

一般的に、 $C_1$ は1に比べて非常に小さい定数、かつ、 $C_2$ が1に近い定数のため、 $1-C_2$ は-1から0の間に含まれる絶対値の小さな定数となる。そこに $V_A$ が他に比べて大きな数字であることを鑑みると、

$$1 \gg (1-C_2)C_1\ell V_A^{C_2-1} \quad (22)$$

が成り立つ状況は非常に多いと思われる。この場合、テイラー近似によって

$$V_d \approx C_1\ell V_A^{C_2} \quad (23)$$

が得られる。両辺を $\ell$ で割れば明らかな様に式(23)は式(18)を差分近似して線形近似した結果に等しい。特に $\ell = 1$ を考えれば、式(16)で示される事例も含められる結果であることが窺え、一般化に成功していると判断できる。この結果から先述のとおり $C_1$ と $C_2$ が式(16)の係数に匹敵していると言える。以上から、近似条件式(22)は式(18)の差分近似計算の成立条件に等価であることもわかる。

### 3. 水文モデルとの整合性

いま斜面においても河道においてもワジ流出断面形状は水深の浅い矩形で、かつ、ワジ洪水挙動がキネマティックウェーブ近似されると仮定すると、表面流出は運動方程式(24)と連続式(25)を考えればよい。

$$Q_R = \frac{\sqrt{I}}{n} W h^{\frac{5}{3}} \quad (24)$$

$$\frac{\partial(hW)}{\partial t} + \frac{\partial Q_R}{\partial x} = r_e \cdot W \quad (25)$$

ただし、 $h$ :水深(m)、 $W$ :河道幅(m)、 $Q_R$ :流量( $\text{m}^3/\text{sec}$ )、 $r_e$ :有効降雨強度( $\text{m}^3/\text{sec}$ )、 $n$ :等価粗度、 $I$ :斜面勾配である。ここに、 $T$ を基準断面から $\ell(\text{km})$ 先の断面まで

の通過所要時間 (sec) としたとき,  $Q_R$  は

$$Q_R = \frac{V_A}{T} \quad (26)$$

で与えられている。ここで, 式(24)と式(25)を変数分離した等価式は,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dh} \left( \frac{\sqrt{I}}{n} h^{\frac{5}{3}} \right) = \frac{\sqrt{I}}{n} h^{\frac{2}{3}} \quad (27)$$

$$\frac{dh}{dt} = r_e \quad (28)$$

と書ける。式(28)を時間  $t$  で積分すると,

$$h = h_0 + (r - i)t \quad (29)$$

を得る。ここに,  $r$ : 降雨強度 ( $m^3/sec$ ),  $i$ : 浸透強度 ( $m^3/sec$ ),  $h_0$ :  $V_A$  を計測した地点の水深 ( $m$ ) である。ただし,  $r_e$  は  $r - i$  に置き換えて展開している。これを式(27)に代入する。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{I}}{n} \{h_0 + (r - i)t\}^{\frac{2}{3}} \quad (30)$$

上式を  $t = 0 \sim T$ ,  $x = 0 \sim \ell$  において積分し,

$$\ell = \frac{3\sqrt{I}}{5n(r - i)} \{h_0 + (r - i)T\}^{\frac{5}{3}} \quad (31)$$

となる。これを  $T$  について解くと,

$$T = \frac{1}{r - i} \left[ \left\{ \frac{5n(r - i)\ell}{3\sqrt{I}} \right\}^{\frac{3}{5}} - h_0 \right] \quad (32)$$

を得る。この結果を運動式(24)に代入すると,

$$V_A = \frac{W\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}}}{n(r - i)} \left[ \left\{ \frac{5n(r - i)\ell}{3\sqrt{I}} \right\}^{\frac{3}{5}} - h_0 \right] \quad (33)$$

を得る。同様にすれば, 基準断面から  $\ell$  (km) 先の断面累積流量は

$$V_\ell = \frac{5W\ell}{3} \left[ \left\{ \frac{5n(r - i)\ell}{3\sqrt{I}} \right\}^{\frac{3}{5}} - h_0 \right] \quad (34)$$

が得られ,  $V_d = V_A - V_\ell$  より,

$$V_d = W \left\{ \frac{\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}}}{n(r - i)} - \frac{5}{3}\ell \right\} \left[ \left\{ \frac{5n(r - i)\ell}{3\sqrt{I}} \right\}^{\frac{3}{5}} - h_0 \right] \quad (35)$$

となる。飽和浸透強度  $i$  が考察区間 (例えば計算要素) と移動所要時間の時空間平均値  $i_0$  で考えても水文モデルの式群が成り立つ場合,

$$i_0 = \frac{V_{d0}}{W\ell T_0} \quad (36)$$

である。ここに,  $T_0$  とは式(32)において  $i = i_0$  とした  $T$  の値,  $V_{d0}$  とは式(35)の  $V_d$  において  $i = i_0$  とした  $V_d$  の値である。いま, 式(36)に式(32),(35)を代入することで

$$i_0 = \left\{ \frac{\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}}}{n(r - i_0)} - \frac{5}{3}\ell \right\} \frac{r - i_0}{\ell} \quad (37)$$

が求まる。これを  $i_0$  について解くと,

$$i_0 = \frac{5}{2}r - \frac{3\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}}}{2n\ell} \quad (38)$$

となる。式(38)を経験モデルの水文モデルに対する適合条件として満たすことで, ワジ流出の経験モデルと水文

モデルの理論的整合性がもたらされることになる。なお飽和透水係数も飽和浸透強度に等しいため, 浸透強度の代わりに透水係数で検討しても整合性がとれることになる。

得られた  $i_0$  値を用いて一般化近似経験式(23)を考えると,

$$i_0 W \ell T = C_1 \ell V_A^{C_2} \quad (39)$$

となる。ここに式(32),(33)を代入して整理すると,

$$i_0 = C_1 \left( \frac{\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}}}{n} \right)^{C_2} \cdot \left\{ \frac{Wn\ell}{3(\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}} - nr\ell)} \right\}^{C_2 - 1} \times \left[ \left( \frac{5}{2\sqrt{I}} \right)^{\frac{3}{5}} (\sqrt{I}h_0^{\frac{5}{3}} - nr\ell)^{\frac{3}{5}} - h_0 \right]^{C_2 - 1} \quad (40)$$

を得る。よって, 式(38),(40)の連立条件式を満たす  $C_1, C_2$  を定めることにより, 現地観測が無くても経験モデルパラメータ  $C_1, C_2$  は同定できると言える。その逆も言え, 経験モデルパラメータが観測データから判れば水文モデルパラメータ  $i_0$  や  $h_0$  を推測することが出来る。結論として, 式(38),(40)の連立条件式が経験モデルと水文モデル両者の整合性を相補的に満たしてくれると言える。

#### 4. 結論

本稿では, ワジ流出に対する初期・移動通過損失量の経験モデルは水文モデルと理論的整合がある, または整合性を取ることができた。さらにその理論的考察から, 水文パラメータと経験モデルパラメータの理論的整合式を得ることができ, その関係式から両者のパラメータを定めることができると判った。今後はA層も同時に検討できる統合型キネマティックウエーブモデルでも展開していく予定である。

#### 参考文献

- Saber, M., Hamaguchi, T., Kojiri, T. and Tanaka, K.: Hydrological Modeling of Distributed Runoff Throughout Comparative Study between Some Arabian Wadi Basins, 水工学論文集第54巻, 土木学会水理委員会, pp.83-90, 2010.
- Soil Conservation Service (SCS): National Engineering Handbook, section 4: hydrology, US Dept. of Agriculture, SCS, Engineering Division, Washington, DC, 1985.
- Walters, M. O.: Transmission losses in arid region. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 116, 1, pp.127-138, 1990.

## **Theoretical Consistency between Empirical and Hydrological Models of Transmission Losses in Wadi Floods**

Toshio HAMAGUCHI, Mohamed SABER\* and Toshiharu KOJIRI

\*Graduate School of Engineering, Kyoto University

### **Synopsis**

This paper builds up the mathematical relationship between the generalized empirical model and the hydrological one concerning wadi runoff through the theoretical approach of the empirical equations to the hydrological ones. The empirical model of initial losses approximately agrees with hydrological behavior in several key cases. When the empirical model of transmission ones fillfulls with a compatibility equation of infiltration intensity incorporating hydrological model parameters, both models can fit with each other. Through the resulting equations, the relationship between empirical model parameters and hydrological ones can be derived. And then it can be shown that the parameters of one model to be necessitated are determined from the others based on the parameter compatibility.

**Keywords :** Wadi runoff, Initial losses, Tranmission Losses, Hydrological model, Empirical model