經濟論叢

第六十一巻 第二號

京都帝國大學經濟學會

消費者活動と企業者活動（上）

――ヒックス「價値と資本」に因む一研究――

森嶋通夫

目次

序

本稿は四つの部分から成立つ。第一部、第三部は夫々ヒックスの消費者理論（J. R. Hicks, Value and Capital. an inquiry into some fundamental principles of economic theory, Oxford 1939. pp. 227—44 尙以下本稿に於て本書からの引用に當つては一々書名を記す煩を避け、頁數のみ引用することとする。）企業者理論（pp. 191—226 及び p. 3.5 以下）である。ヒックスの理論に於ける貨幣及び證券需要の分析は必ずしも最後的とは看做し難いが、私は此の點について第二部、第四部に於て獨自の立場から若干積極的展開を試みた。方法に於ては私見も亦根本に於てヒックスのそれに從ふ。即ち「週」「予想」「一時的均衡」を基軸とした所謂「微分學的構成」を足場とする事に於て變りはない。

ヒックスと私との差異の主なるものは次の如くである。先づ消費者理論に關して、ヒックスは收支均等の條件を一個の over time の收支均等方程式によつて與へる。それに對して私は每週々々收支は均等すると考へた。次に消費者活動の基準たるべき撰擇指數は商品の數量のみならず、手持現金及び證券の量にも依存するとなし、之によつて貨幣及び證券の需要函數を導出した。然し私見の重點は此の點よりも寧ろ、それに續くルーイス分解にある。私は之によつて貨幣及び證券需要の變動が商品需要に與へる影響及びその逆、換言すれば實物經濟に於ける需給の變動樣式は貨幣或は證券の介在によつて如何なる變容を蒙るかを分析した。即ち、貨幣は被覆ならずと云ふのがその結論である。此の事と關聯して所謂〃同次性の公準〃(homogeneity postulate) への肉迫を示したつもりでゐる。次に企業者理論に就ては第一に流動性函數を導入した事、第二に企業の收支均等方程式に陽表的な役割を演じさせた事、第三に企業者活動の基準たる利潤概念を變へた事、之等が私見の主な特徴である。貨幣及證券の手持は企業者の活動に流

動性を附與する。從つてこれらの函數として流動性が規定される。而してある高さの流動性を保持しつゝ、利潤の極大を追及する事を以て近代的な企業者活動であると把握した。勿論此の構想は消費者に就ても採用され得る。消費者はある高さの流動性を保ちつゝ、商品より得られる效用の極大を追及すると考へても差支へない。然る時第二部とは異つた理論が展開されるであらう。然じ其の點には立入らなかつた。

ここで以下本稿で使用する記號を一括して說明を加へて置くのが便宜と思ふ。商品 X_i は i が $(2, 3, \ldots\ldots l)$, $(l+1, l+2, \ldots\ldots, m)$, $(m+1, m+2, \ldots\ldots, n)$ なるに從つて夫々消費財原本生産財資本財であるとする。扨消費者の消費計畫は現行並豫想の（消費財・原本生産財の）價格及び利子率に依存し、企業者の生産計畫は現行並に豫想の（消費財・原本生産財・資本財の）價格及び利子率に依存する。今週の價格 p_{i0} は市場に於て與へられるから個々の經濟主體とは獨立な量であるが予想價格 P_{it} は各經濟主體によつて異る値をとり得る。この事は利子率についても同樣である。扨短期及長期の利子率の間には、

$$(1+I_1)\,(1+I_2)\cdots\cdots(1+I_t)=(1+J_t)^t$$

		貨幣 X_0	證券 X_1	商品 $X_2\ X_3 \cdots\cdots X_n$
價格	第 0 週（今週）			$p_{20}\ p_{30} \cdots\cdots p_{n0}$
	第 1 週			$P_{21}\ P_{31} \cdots\cdots P_{n1}$
	⋮			⋮
	第 ν 週			$P_{2\nu}\ P_{3\nu} \cdots\cdots P_{n\nu}$
數量	第 0 週	x_{00}	x_{10}	$x_{20}\ x_{20} \cdots\cdots x_{n0}$
	第 1 週	x_{01}	x_{11}	$x_{21}\ x_{31} \cdots\cdots x_{n1}$
	⋮	⋮	⋮	⋮
	第 ν 週	$x_{0\nu}$	$x_{1\nu}$	$x_{2\nu}\ x_{3\nu} \cdots\cdots x_{n\nu}$
利子率	短期	I_t ＝第 $t-1$ 週の（豫想）利子率		
	長期	J_t ＝今週貸付けて第 t 週に辨濟される貸付に對する週當りの利子率		
割引率	短期	$\alpha_t = \dfrac{1}{(1+I_1)\,(1+I_2)\cdots(1+I_t)}$		
	長期	$\beta_t = \dfrac{1}{(1+J_t)}$; $\beta_t^t = \dfrac{1}{(1+J_t)^t}$		

なる關係が存在する (p. 145) から、$a_t = \beta_t^i$ である。今予想價格 P_{it} の割引現價を p_{it} とすると

$$p_{it} = a_t P_{it} = \beta_t^i P_{it}$$

である。經濟主體の行動のパラメーターとして、予想價格の代りに此の割引予想價格を用ひてもよい。又各財の需要(計畫)量 x_{it} ($i=0,1,\ldots\ldots,m$; $t=0,1,\ldots\ldots,\nu$) は勿論各主體に關する數量である。之等主體に關する數量には凡て主體を表示する添字を附すべきであらうが、以下別段差しさはりがないから添字は附さぬ事とする。x_{it} の正負は消費者にとつては夫々需要量供給量を表し、企業者にとつては夫々産出量投入量を表す。(周知のやうにかうして需要と供給、産出と投入を同一範疇のものとして取扱はうとするのがヒックスの狙ひの一つであつた。)

第一部　ヒックスの消費者理論

一、需要の決定

扨ヒックスは消費者活動の動學的分析を靜學的なそれとパラレルに展開する爲に、″收入の消費支出超過額は凡て證券購入に充てられ、現金の形態では少しも保藏されない (p. 229)″ 事を前提し、收支均等の條件を

$$(1)\quad \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{it}x_{it} = -a_\nu C_\nu = -\beta_\nu^\nu C_\nu$$

によつて與へる。ここに C_ν とは、問題とする消費者が第 ν 週に於て所有する資本總計である。(而してその大きさは一定とする) 次に選擇函數を

$$(2)\quad u \equiv u(x_{20}, x_{30}, \ldots\ldots, x_{m0}, x_{21}, x_{31}, \ldots\ldots, x_{m\nu})$$

にて與へ、消費計畫は(1)を附帶條件として、(2)を極大ならしむる如く編成せられると考へる。（此の際注目すべきは撰擇指數が手持證券及び現金の量より獨立であると見られてゐることである。）[1] 從つて主體的均衡條件は補助函數

（3） $u^* \equiv u + \lambda\left(-a_\nu C_\nu - \sum_{\iota=0}^{\nu} \sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} x_{i\iota}\right)$

極大の必要條件、卽ち、

（4） $u_{i\iota} = \lambda p_{i\iota}$ （但し $u_{i\iota} \equiv \dfrac{\partial u}{\partial x_{i\iota}}$; $i=2, 3, \dots\dots, m$; $\iota=0, 1, \dots\dots, \nu$）

であり、主體的安定條件は u^* 極大の充分條件卽ち、

$$U \equiv \begin{vmatrix} 0 & p_{20} & p_{30} & \cdots\cdots & p_{m\nu} \\ p_{20} & u_{20\,20} & u_{30\,20} & \cdots\cdots & u_{m\nu\,20} \\ p_{30} & u_{20\,30} & u_{30\,30} & \cdots\cdots & u_{m\nu\,30} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ p_{m\nu} & u_{20\,m\nu} & u_{30\,m\nu} & \cdots\cdots & u_{m\nu\,m\nu} \end{vmatrix} \quad \left(但し\ u_{i\iota\,j\tau} \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_{i\iota}\,\partial x_{j\tau}}\right)$$

の三次以上の首座小行列式が交互に正負なる事である。[2] 扨聯立方程式(1)(4)は

$x_{i\iota} = x_{i\iota}(p_{20}, p_{30}, \dots\dots, p_{m\nu}, C_\nu)$ 　（$i = 2, 3, \dots\dots, m$; $\iota = 0, 1, \dots\dots, \nu$）

$\lambda = \lambda(p_{20}, p_{30}, \dots\dots, p_{m\nu}, C_\nu)$

を與へる。ここに未定係數 λ は $-a_\nu\ C_\nu$ の限界撰擇度である。

(1) 靑山秀夫敎授　商品群に對する需要（經濟論叢第五五卷第五號）五六頁脚註

(2) 之は $u_{it\ j\tau}=u_{j\tau it}$ を前提とする。一般の場合の安定條件に就ては N. Georgescu-Roegen; The pure theory of consumer's behavior (Quarterly Journal of Economics, August 1936) pp. 553—6 及び pp. 588—93 參照。

二、スルツキー分解

（現行及び豫想）利子率を不變として、價格（豫想價格を含む）及び資本總計の變動の需要量に與へる效果を考察しよう。[1]

(1) (4) より夫々

$$(5)\begin{cases}\displaystyle\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{it}\,dx_{it}=-\left\{\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{it}\,dp_{it}+a_\nu\,dC_\nu\right\}\\ \displaystyle -p_{j\tau}\,d\lambda+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}u_{j\tau it}dx_{it}=\lambda dp_{j\tau} \qquad (j=2,\ 3,\ \cdots\cdots,m\ ;\ \tau=0,\ 1,\ \cdots\cdots\nu)\end{cases}$$

を得。（但し $dp_{it}\equiv a_t\ dP_{it}\equiv\beta_t^i\ dP_{it}$ とする。）從つて (5) より

$$(6)\quad dx_{j\tau}=-\left\{\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{it}\,dp_{it}+a_\nu\,dC_\nu\right\}X_{j\tau}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}X_{itj\tau}\,dp_{it}$$

を得る。但し

$$X_{j\tau}\equiv\frac{U_{j\tau}}{U}\quad;\quad X_{itj\tau}\equiv\frac{\lambda\,U_{itj\tau}}{U}$$

であり $U_{j\tau}$ は U に於ける $p_{j\tau}$ の余因數、$U_{uj\tau}$ は $u_{uj\tau}$ の余因數を表す。

(6) より次の結果を得る。

(I) 資本效果

C_ν のみが變動した場合の $x_{j\tau}$ の變動量を〈$dx_{j\tau}$〉で表し之を $x_{j\tau}$ に對する資本效果と呼ぶ。

$$(7)\quad \langle dx_{j\tau}\rangle = -\alpha_\nu X_{j\tau}\, dC_\nu = -\beta_\nu X_{j\tau}\, dC_\nu$$

(II) 補整效果 2)

(現行乃至は豫想) 價格變動と同時に資本總計が變動して、その結果消費者が變動前と同一消費計畫の編成をなし得る場合、かかる變動を價格の補整的變動 (variazione compensata del prezzo) と呼ぶ。卽ち

$$\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(p_{it}+\delta p_{it})x_{it} = -\alpha_\nu C_\nu - \alpha_\nu \delta C_\nu$$

從つて之より

$$(8)\quad \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} x_{it}\,\delta p_{it} = -\alpha_\nu \delta C_\nu$$

扨價格の補整的變動に伴ふ需要の變動量 (補整效果) を〔$dx_{j\tau}$〕とすれば (6) (8) より、

$$(9)\quad [dx_{j\tau}] = \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} X_{itj\tau}\,\delta p_{it}$$

(III) 價格效果

(現行乃至は豫想)價格のみが變動した場合の $x_{j\tau}$ 變動量を $(dx_{j\tau})$ にて表し之を $x_{j\tau}$ に對する價格效果と呼ぶ。

(6) より

$$(10)\quad (dx_{j\tau}) = -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota}\,dp_{i\iota}\,X_{j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} X_{i\iota j\tau}\,dp_{i\iota}$$

を得る。今價格變動 $dp_{i\iota}$ $(i=2,3,\cdots\cdots,m;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ に對して

$$(8')\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota}\,dp_{i\iota} = -a_\nu\,\delta' C_\nu$$

なる如き架空の資本總計變動 $\delta' C_\nu$ を想定すれば(10)の第二項は價格の補整的變動 $(dp_{i\iota}, \delta' C_\nu)$ に伴ふ需要變動量に一致する。次に $\delta' C_\nu$ の逆變動 $-\delta' C_\nu$ を想定すればそれに基く資本效果は

$$\langle dx_{j\tau}\rangle = -a_\nu\,X_{j\tau}\,(-\delta' C_\nu)$$

(8') を考慮して

$$= -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota}\,dp_{i\iota}\,X_{j\tau}$$

である。之は(10)の第一項に一致する。斯くの如くある架空の資本總計變動及びその逆變動を想定することにより、價格のみの變動を資本總計の變動と價格の補整的變動とに分解して理解し、之に基いて價格效果を資本效果と補整效果の合成として把握する。吾々は價格變動のかゝる分解をスルツキー分解と呼び、それに應ずる效果の分解をも同樣に呼稱する。スルツキー分解を表示する方程式をスルツキー方程式と云ひ、その第一項を資本項第二項を補整項と名

付ける。圖式化すれば $(dx_{jr})=\langle dx_{jr}\rangle+[dx_{jr}]$ である。

(1) Gerhard Tintner: The Theoretical Derivation of Dynamic Demand curves (Econometrica Vol.6. No.4. 1938) p. 377—8

(2) 補整效果はヒックスに於ては代用效果、スルツキーに於ては需要の殘餘的變化 (Variazioni residue della domanda) と呼ばれる。 Cf. Eugenio Slutsky; Sulla teoria del bilancio del consumatore (Giornale degli Economisti, 1915) p. 14

(3) ヒックスの〃スルツキー分解〃の理解はさきに述べたものと異る即ちヒックスに依れば價格の補整的變化は〃撰擇函數の値に變動を生ぜしめない樣な資本の同時的變化を伴つた價格變動である。補整變化を此の樣に考へても、スルツキー分解は成立する。園正造教授〃價格變動に伴ふ分離可能財の需給變動〃（國民經濟雜誌第七四卷、第三號）二一頁—二三頁參照。但し數學附錄に於けるヒックスは補整的變化をスルツキー流に理解してゐる。(p. 309)

三、予想の彈力性

動學理論に於ける〃予想の方法〃は予想の彈力性を基軸として展開せられる。事を簡單にする爲に次の二つを前提しよう。(p. 205)

(i) 或る財の現在價格の變動はその財の予想價格にのみ影響し、他種の財の予想價格には影響しない。

(ii) 現在價格の變動は各週の予想價格に對して同一割合の影響を及ぼす。[1]

したがつて予想彈力性（即ち、豫想價格變動率と現在價格變動率の比）は

$$\eta_i=\frac{p_{i0}}{p_{it}}\frac{dp_{it}}{dp_{i0}}\qquad (t=1,2,\ldots\ldots,\nu)$$

となる。（此の際利子率は凡て不變であるから豫想價格の豫想彈力性は割引現價のそれと相等しい。）扨 $\dfrac{dp_{i0}}{p_{i0}}=\theta_i$ とすれば (10)

より

$$(11)\quad dx_{j\tau}=\sum_{i=2}^{m}(-x_{i0}X_{j\tau}+X_{i0j\tau})\theta_i p_{i0}+\sum_{t=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(-x_{it}X_{j\tau}+X_{itj\tau})\theta_i\eta_t p_{it}$$

を得る。(11) の右邊第一項は現在價格の ceteris paribus 的變化（即ち、豫想價格を不變と見做した場合）の需要量に與へる效果（直接的效果）であり第二項は現在價格の變動に基く、予想價格の變動が需要量に與へる效果（間接的效果）である。

(1) 前提(i)を撤去した場合、即ち豫想價格が凡る財の現在價格の函數なる時、豫想の彈力性 (total elasticity of expectation) は

$$\frac{dP_{it}}{dp_{i0}}\ \frac{p_{i0}}{P_{it}}=\sum_{j=2}^{m}\frac{\partial P_{it}}{\partial p_{j0}}\ \frac{p_{j0}}{P_{it}}\cdot\frac{dp_{j0}}{dp_{i0}}\ \frac{p_{i0}}{p_{j0}}$$

によつて與へられる。右邊第一項は partial elasticity of expectation であり（ヒツクスは之等のうち $i=j$ なるもののみを問題にしたと見做され得る。）第二項は elasticity of reaction of the current price である。O. Lange; Price flexibility and employment (1944) pp. 20—21 footnote 參照。安井教授は又異る豫想彈力性の定義を與へられてゐる。（企業の動學理論、日本經濟學會年報第二輯一八一—六頁）

四、代用の四則

周知の如く安定條件より $X_{itj\tau}$ に關して次の四則が成立する。

(i) $X_{itj\tau}=X_{j\tau it}$　　(ii) $X_{itit}<0$　　(iii) $\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{it}X_{itj\tau}=0$

(iv) $\sum_{\tau=0}^{\upsilon}\sum_{j=2}^{k}\sum_{t=0}^{\upsilon}\sum_{i=2}^{k}p_{j\tau}p_{it}X_{itj\tau}<0\left(\text{但し}\ \begin{matrix}k\leqq m\\ \upsilon<\nu\end{matrix}\ \text{or}\ \begin{matrix}k<m\\ \upsilon\leqq\nu\end{matrix}\right)$

扨 x_{it}, $X_{j\tau}$, $X_{itj\tau}$ は變動前の（現行並に豫想の）價格・利子率のシステム、資本總計及び撰擇函數の形によつて定ま

ら、予想の弾力性の大きさが與へられるならば、系列 $\{dx_{j\tau}\}$ $(\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ は確定する。即ち、需要變動の時間形態が畫かれる。此の時間形態を $X_{uj\tau}$ の正負 (intratemporal 乃至は intertemporal な代用、補完) と η_i との關係に於て(上記代用の四則を活用しつつ) 考究する事は興味深いが、ここでは割愛する。

五、（予想）利子率の變動と商品の需要

短期、長期の利子率及び割引率の間の關係を考慮して

$$
(12)\begin{cases}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{\partial p_{\iota i}}{\partial I_\upsilon}dI_\upsilon=-\sum_{\upsilon=1}^{\iota}\frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)}p_{\iota i}\\ \displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{\partial p_{\iota i}}{\partial J_\upsilon}dJ_\upsilon=-\iota\beta^{\iota}p_{\iota i}dJ_\iota\end{cases}\qquad(\iota=1,\cdots\cdots,\nu)
$$

$$
(13)\begin{cases}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{\partial(-\alpha_\nu C_\nu)}{\partial I_\upsilon}dI_\upsilon=\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)}\alpha_\nu C_\nu\\ \displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{\partial(-\beta_\nu^{\nu}C_\nu)}{\partial J_\upsilon}dJ_\upsilon=\nu\beta_\nu^{\nu+1}C_\nu dJ_\nu\end{cases}
$$

を得。(12) と (1) (4) より

$$
(14)\begin{cases}\displaystyle\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{\iota i}dx_{\iota i}=\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\sum_{\upsilon=1}^{\iota}\frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)}p_{\iota i}x_{\iota i}+\sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)}\alpha_\nu C_\nu\\ \displaystyle-p_{j\tau}d\lambda+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}u_{j\tau\iota i}dx_{\iota i}=-\lambda\sum_{\upsilon=1}^{\tau}\frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)}p_{j\tau}\end{cases}
$$

(13) と (1) (4) より

$$
(15)\quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota}dx_{i\iota} = \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota\beta_{\iota}p_{i\iota}x_{i\iota}dJ_{\iota} + \nu\beta_{\nu}^{\nu+1}C_{\nu}dJ_{\nu} \\ \displaystyle -p_{j\tau}d\lambda + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} u_{j\tau\,i\iota}dx_{i\iota} = -\lambda\tau\beta_{\tau}p_{j\tau}dJ_{\tau} \qquad (j=2,3,\cdots\cdots,m\,;\ \tau=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}
$$

(14) (15) より夫々

$$
(16)\quad dx_{j\tau} = \left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\left(\sum_{\upsilon=1}^{\iota}\frac{dI_{\upsilon}}{(1+I_{\upsilon})}p_{i\iota}x_{i\iota}\right) + \sum_{\upsilon=1}^{\nu}\frac{dI_{\upsilon}}{1+I_{\upsilon}}a_{\nu}C_{\nu}\right\}X_{j\tau} - \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\left(\sum_{\upsilon=1}^{\iota}\frac{dI_{\upsilon}}{1+I_{\upsilon}}p_{i\iota}\right)X_{i\iota j\tau}
$$

$$
(17)\quad dx_{j\tau} = \left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota\beta_{\iota}p_{i\iota}x_{i\iota}dJ_{\iota} + \nu\beta_{\nu}^{\nu+1}C_{\nu}dJ_{\nu}\right\}X_{j\tau} - \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota\beta_{\iota}p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}dJ_{\iota}
$$

(16) (17) は夫々短期利子率變動、長期利子率變動に關する一財の需要變動を表す最も一般的な方程式である。とくに

$\dfrac{dI_{\iota}}{1+I_{\iota}} = \theta\ :\ \dfrac{dJ_{\iota}}{1+J_{\iota}} = \theta'$　　$(\iota=1,2,\cdots\cdots,\nu)$ を假定すれば (16) (17) は夫々

$$
(16')\quad dx_{j\tau} = \theta\left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota p_{i\iota}x_{i\iota} + \nu a_{\nu}C_{\nu}\right\}X_{j\tau} - \theta\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}
$$

$$
(17')\quad dx_{j\tau} = \theta'\left\{\sum_{\tau=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota p_{i\iota}x_{i\iota} + \nu\beta_{\nu}^{\nu}C_{\nu}\right\}X_{j\tau} - \theta'\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}
$$

となる。今

$$\sum_{i=2}^{m}p_{i\nu}x_{i\nu}+a_\nu C_\nu=\sum_{i=2}^{m}p_{i\nu}x_{i\nu}+\beta'_\nu C_\nu\equiv G_\nu$$

$$\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}x_{i\iota}\equiv G_\iota \qquad (\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu-1)$$

とおき代用の第三法則 $\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}=0$ を利用すれば (16′) (17′) は共に次の如く表される。

$$(18)\quad dx_{j\tau}=\theta\left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\iota G_\iota X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(\tau-\iota)p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}\right\}$$

扨 G_ι は第 ι 週に於ける割引せられた支出と收入の差である。今數列 $\{G_\iota\}$ $(\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ が單調であることを假定すれば (1) より $\sum_{\iota=0}^{\nu}G_\iota=0$ であるから $\sum_{\iota=1}^{\nu}\iota G_\iota$ の正負でもつて $\{G_\iota\}$ が crescendo であるが diminuendo であるかが判別される。逆に $\{G_\iota\}$ の遞昇遞降に從つて $\sum_{\iota=1}^{\nu}\iota G_\iota$ が正・負となる。$\{G_\iota\}$ 遞昇なる場合 "planning to be a lender" タイプと云ひ遞降なる場合を "planning to be a borrower" タイプと云ふならば資本項の經濟的意味は明かとなる。[1]

補整項に關しては $\tau=\iota$ なる項は (從つて $X_{i\iota j\tau}$ もまた) 消滅する。從つて殘余の $X_{i\iota j\tau}$ がいづれも正なることを假定すれば、$\theta>0$ なるとき $[dx_{j0}]<0$; $[dx_{j\nu}]>0$ であり、$\theta<0$ なるとき $[dx_{j0}]>0$; $[dx_{j\nu}]<0$ である。それ故、今數列 $\{[dx_{j\tau}]\}$ $(\tau=0,1,\cdots\cdots\nu)$ の單調を假定すれば、それは $\theta>0$ なるとき單調增大、$\theta<0$ なるとき單調減少である。(所謂傾斜理論)

(1) 消費者の此の二つのタイプを $\{G_t\}$ の遞昇、遞降を以て判別せずに、次節で述べる $\{G'_t\}$ のそれを以て定義する事は正しくない。(青山教授の批判、前掲論文、六三頁)

六、利子率の變動と證券の需要

今

$$\sum_{i=2}^{m} P_{it}\, x_{it} \equiv G'_t \qquad (t=0,1,\cdots\cdots,\nu) \qquad \text{但し } P_{i0} \equiv p_{i0}$$

とおけば G'_t は第 t 週に於ける支出と收入の差である。扨收入の支出超過額は凡て證券購入に充てられるのであるから G'_t は正負に從つて夫々第 t 週に於ける證券供給量及需要量を表す。

今簡單の爲に、各週についての利子率の高さは等しく、且つ利子率は一樣なる變動をなすものとする。卽ち

$$\frac{dI_t}{(1+I_t)} = \frac{dJ_t}{(1+J_t)} = \theta \qquad (t=1,2,\cdots\cdots,\nu)$$

然るとき證券需要(供給)の變動量は

$$(19) \quad dG'_\tau = \sum_{j=2}^{m} P_{j\tau}\, dx_{j\tau}$$

從つて(16′)(17′)を用ひて

$$= \theta\left\{\sum_{t=1}^{\nu} {}_tG_t\, X_\tau - \sum_{t=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} {}_t p_{it}\, X_{it\tau}\right\}$$

を得る。但し $X_\tau = \sum_{j=2}^{m} P'_{j\tau} X_{j\tau}$; $X_{i\iota\tau} = \sum_{j=2}^{m} P_{j\tau} X_{i\iota j\tau}$ とする。容易に判る如く $\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} X_{i\iota\tau} = 0$ である

から

$$(20)\quad dG'_\tau = \theta\left\{\sum_{\iota=1}^{\nu} {}_\iota G_\iota X_\tau + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(\tau-\iota)\, p_{i\iota} X_{i\iota\tau}\right\}$$

を得る。(20) は (18) と全く同樣に處理せられ、利子率變動に基く證券需要變動の時間形態が明かとなる。

七、貨幣に對する需要及びヒックスの批判

以上の理論は貨幣の保藏が存在しない事を前提とする。從つて貨幣需要の方程式は之を見る事を得ない。今收支均等方程式を

$$(1')\quad \sum_{\iota=0}^{\nu} a_\iota x_{0\iota} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} x_{i\iota} = -a_\nu C_\nu \qquad (\text{但し } a_0 = 1)$$

にて與へ、消費者は (1') の下に貨幣をも含めた撰擇函數

$$(2')\quad u = u(x_{00}, x_{20}, x_{30}, \cdots\cdots, x_{m0}, x_{01}, x_{21}, \cdots\cdots, x_{m1}, \cdots\cdots, x_{0\nu}, x_{2\nu}, \cdots\cdots, x_{m\nu})$$

の極大を計ると考ふるならば以前と同樣の手續により貨幣に對する需要方程式が得られる。然し乍ら、此の方法によれば（ヒックス自身云ふ如く）貨幣は一種の持續財 (durable consumers' good) にすぎず、從つて或る週に於て保藏された貨幣は以後の週に於て購買力として働く事がない。貨幣保藏は、それが取引動機（所得動機・營業動機）に基くにせよ、或は予備的動機、投機的動機によるにせよ、いづれも保藏された貨幣が後に購買力として働く事を前提とす

る。即ち貨幣は持續的消費財であるよりも、寧ろ證券の一種である。(p. 238) 此の點についてヒックスはバーバルに分析を行つてはゐるが、解析的な考察を斷念してゐる。さてかようにしてヒックスが未解決に殘した問題について吾々自身の立場に於て積極的展開を試みることが第二部に於ける吾々の問題である。

第二部　積極的展開　その一

一、需要の決定

ヒックスが動學理論を靜學理論にパラレルに展開せんとして、收支均等の條件を只一つの方程式で表したのに對し私は各週收支は均等すると考へ、$\nu+1$個の方程式

(1)　$x_{0t}+x_{1t}+\sum_{i=2}^{m} P_{it}x_{it}=x_{0t-1}+(1+I_t)x_{1t-1}$　($t=0, 1, \cdots\cdots, \nu$. 但し $x_{0,-1}$, $x_{1,-1}$, は既知)

を以て收支均等の條件とする[1]。次に撰擇函數は

(2)　$u\equiv u(x_{00}, x_{10}, x_{20}, \cdots\cdots, x_{m0}, x_{01}, \cdots\cdots, x_{m\nu})$

と定義する。之は手持現金及び證券の量をも元とする故に、現行並びに豫想の價格、及び利子率をパラメーターとして置けば一層嚴密である。今補助函數

(3)　$u^{*}\equiv u+\sum_{t=0}^{\nu}\lambda_t\left\{x_{0t-1}+(1+I_t)x_{1t-1}-x_{0t}-x_{1t}-\sum_{i=2}^{m}P_{it}x_{it}\right\}$

を考へれば[2] u 極大の必要條件、即ち均衡條件は

$$(4)\quad \begin{cases} u_{0\iota} = \lambda_\iota - \lambda_{\iota+1} \\ u_{1\iota} = \lambda_\iota - \lambda_{\iota+1}(1+I_{\iota+1}) & (\iota=0,\ 1, \cdots\cdots, \nu:\ i=2,\ 3, \cdots\cdots, m) \\ u_{i\iota} = \lambda_\iota P_{i\iota} & (但し\ \lambda_{\nu+1}=0) \end{cases}$$

である。(1)(4)より

$$(5)\quad x_{i\iota} \equiv x_{i\iota}(p_{20},\ p_{30}, \cdots\cdots, P_{m\nu},\ I_1,\ I_2,\ \cdots\cdots,\ I_\nu)$$

$$\lambda_\iota \equiv \lambda_\iota\ (p_{20},\ p_{30}, \cdots\cdots, P_{m\nu},\ I_1,\ I_2,\ \cdots\cdots,\ I_\nu) \qquad (i=0,\ 1,\ 2, \cdots\cdots,\ m;\ \iota=0,\ 1, \cdots\cdots, \nu)$$

を得る。

今 $M_\iota \equiv \sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} x_{i\iota}$ とおけば $\frac{\partial u}{\partial M_\iota} = \lambda_\iota$ である。M_ι は正なるとき第 ι 週に於ける純支出、負なるとき純收入であるから、λ_ι は第 ι 週に於ける純支出（純收入）の限界撰擇度である。

次に u 極大の充分條件卽ち安定條件は (1)(4) の解たる $x_{i\iota}$ ーコンビナチオン (5) の

$$(6)\quad -dx_{0\iota-1}-(1+I_\iota)dx_{1\iota-1}+dx_{0\iota}+dx_{1\iota}+\sum_{i=2}^{m} P_{i\iota}dx_{i\iota} = 0 \qquad (\iota=0,\ 1, \cdots\cdots,\ \nu)$$

によつて條件付けられた近傍に於て二次形式

$$(7)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{m} u_{i\iota j\tau}\, dx_{i\iota}\, dx_{j\tau}$$

が負定形となることである。先づ $(\nu+1)$ 個の條件 (6) に等値な一個の條件を求めよう。(6) の左邊を ξ_ι とする。

今 c_ι $(\iota=0, 1, \cdots\cdots,\ \nu)$ は

(＊) $c_0-c_1,\ c_0-c_1\ (1+I_1),\ c_0p_{20},\ \cdots\cdots,\ c_0p_{m0},\ c_1-c_2,\ c_1-c_2\ (1+I_2),\ c_1P_{21},\cdots\cdots,c_1P_{m1},\cdots\cdots,$

$c_\nu,\ c_\nu,\ c_\nu P_{2\nu},\cdots\cdots,\ c_\nu P_{m\nu}$

の二つ以上を同時に0ならしめざる任意の數であるとすれ

$$(8)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu} c_\iota \xi_\iota = 0$$

は (6) と等値である。なんとなれば、(6) が成立すれば (8) が成立する事は明かである。逆に (8) が成立すれば

$$c_0\xi_0 + c_1\xi_1 + \cdots\cdots + c_\nu\xi_\nu = 0$$

$$c'_0\xi_0 + c_1\xi_1 + \cdots\cdots + c_\nu\xi_\nu = 0$$

$$\therefore\ (c_0 - c'_0)\,\xi_0 = 0$$

c_0 c'_0 は等しくないから $\xi_0=0$ 同様に $\xi_1=0,\cdots\cdots,\ \xi_\nu=0$ を得る。故に (8) の下に於て (7) が負定形であるならば u は此の $x_{i\iota}$ コンビナチオンに於て極大である。

安定條件は (8) に於ける $dx_{i\iota}$ の係數（卽ち(＊)）を以て (7) の係數の行列式 $|u_{i\iota j\tau}|$ を一重に縁付けた行列式 D の三次以上の首座小行列式が交互に正負なることである。

U に於ける $u_{i\iota j\tau}$ の余因數を $U_{i\iota j\tau}$ とすれば次の三則を得る。

i) $U_{ji\iota\tau} = U_{\iota\tau j\iota}$　　ii) $\dfrac{U_{i\iota i\iota}}{U} < 0$　　iii) $\displaystyle\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{m} z_{i\iota}z_{j\tau}\frac{U_{i\iota j\tau}}{U} < 0$

ここに $z_{i\iota}\ (i=0,\ 1,\cdots\cdots,m\ ;\ \iota=0,\ 1,\cdots\cdots,\ \nu)$ は少くとも一つは零であり、且つ同時に凡ては零ならざる任意

の數である。

(1) 今證券 (bond) は第 τ 週に於て P_τ の價格で辨濟せられるとすれば、かかる證券の現在價格 P_0 は

$$P_0 = r\sum_{t=1}^{\tau}\frac{1}{(1+J_t)^t}+\frac{P_\tau}{(1+J_\tau)^\tau}$$

によつて與へられる。ここに r は證券所有者に對して各週支拂はれる固定所得額である。(O. Lange; op. cit.; p. 15) 簡單の爲に證券は必ず次週に於て辨濟せられ、且つ r は利子率に等しく、辨濟價格は 1 であるとすれば證券の現在價格は常に 1 となる。

(2) テイントナーも亦、毎週收支は均等すると考へ $(\nu+1)$ 個の條件の下に選擇指數の極大點を求める。然し乍ら各附帶條件にかかる未定係數を一樣に λ とした爲に、$(\nu+1)$ 個の條件は只一つの條件となつてしまつてゐる。G. Tintner; The Theory of choice under Subjective Risk and Uncertainty. (Econometrica; Vol. 9. No 3. & 4. 1941) p.p. 298—9.

二、スルツキー方程式

現行乃至は豫想價格變動の需要量に與へる效果を分析する。(1) より

$$(9)\quad \xi_t = -\sum_{i=2}^{m} x_{it}dP_{it} \qquad (t=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \nu)$$

(4) より

$$(10)\quad -d\lambda_\tau + d\lambda_{\tau+1} + \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m} u_{0\tau it}dx_{it} = 0$$

$$(11)\quad -d\lambda_\tau+(1+I_{\tau+1})d\lambda_{\tau+1}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{1\tau\iota i}\,dx_{\iota i}=0 \qquad \begin{pmatrix}\tau=0,\ 1,\cdots\cdots,\ \nu\\ j=2,\ 3,\cdots\cdots,\ m\end{pmatrix}$$

$$(12)\quad -P_{j\tau}d\lambda_\tau+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{j\tau\iota i}dx_{\iota i}=\lambda_\tau dP_{j\tau}$$

之等を解いて $d\lambda_\iota$, $dx_{\iota i}$ を得る。今 $d\lambda_\iota=\omega_\iota d\lambda_0$ とし、之を (10) (11) (12) に代入したものを夫々 (10′) (11′) (12′) とする。(純支出(收入)の限界撰擇度の予想彈力性は $e_\iota=\dfrac{\lambda_0}{\lambda_\iota}\omega_\iota$ で表される尙 $\omega_\iota=f_\iota(dp_{20},\ dp_{30},\ \cdots\cdots,\ dP_{m\nu})$ は零次同次函數である。) (9) より

$$(9')\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\omega_\iota\,\xi_\iota=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota\,x_{\iota i}\,dP_{\iota i} \qquad (\text{但し}\ \omega_0=1)$$

故に (9′) (10′) (11′) (12′) の左邊の係數の作る行列式を D、D に於ける $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}$, $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})$, $\omega_\iota P_{\iota i}$ の餘因數を夫々 $D_{0\iota}$, $D_{1\iota}$, $D_{i\iota}$, $u_{\iota i j\tau}$ の餘因數を $D_{\iota i j\tau}$; $\quad X_{j\tau}=\dfrac{D_{j\tau}}{D}$; $X_{\iota i j\tau}=\dfrac{D_{\iota i j\tau}}{D}$ とすれば

(9′) (10′) (11′) (12′) より

$$(13)\quad dx_{j\tau}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{\iota i}dP_{\iota i}\,X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{\iota i}\,X_{\iota i j\tau}$$

を得る。予想彈力性を用ひて (13) を書き更めれば

(14) $dx_{j\tau}=\sum_{i=2}^{m}(-x_{i0}X_{j\tau}+\lambda_0 X_{i0j\tau})\theta_i p_{i0}+\sum_{t=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(-\omega_t x_{it}X_{j\tau}+\lambda_t X_{itj\tau})\theta_i\eta_t P_{it}$

ただし $\frac{dp_{i0}}{p_{i0}}=\theta_i$ である。(14) の第一項は現在價格の ceteris paribus 的變動に基く效果であり、第二項は現在價格の變動に基く予想價格の變動が需要量に與へる效果を示してゐる。

三、補整項の性質

扨 $a_t=\omega_t$ と置いた場合に於て、前記(*)の二つ以上が同時に0とならざる場合[1] U に於て a_t を ω_t と置いた D は安定條件の特性 (i) (ii) (iii) を滿足せねばならない。即ち

$$(i)\quad X_{itj\tau}=X_{j\tau it}\qquad (ii)\quad X_{itit}<0\qquad (iii)\quad \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{m}z_{it}z_{j\tau}X_{itj\tau}<0$$

從つて (iii) より $\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{t=0}^{\nu}\lambda_\tau\eta_\tau P_{i\tau}\lambda_t\eta_t P_{it}X_{iti\tau}<0$ (但し $\eta_0P_{i0}\equiv p_{i0}$) である。

之を考慮しつつ財 X_i の價格變動が自分自身の需要量に與へる補整效果の時間形態が分析される。同樣に

$$\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=2}^{m}\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\tau\eta_\tau P_{j\tau}\lambda_t\eta_t P_{it}X_{itj\tau}<0$$

を考慮しつゝ、價格の一樣變動が純支出（收入）に與へる補整效果の時間形態が分析される。

(1) ω_t に關して此の條件が成立しない場合 (ii) (iii) は必ずしも成立するとは云ひ難い。此の事は次節で述べる $\omega'_t a$ に關しても同樣である。以下常にかかる場合を除外して論述をすゝめる事とする。

四、利子率の變動（傾斜理論）

現行乃至は豫想利子率變動の效果を傾斜理論との關聯に於て明かにしよう。今 $\lambda_\iota=\lambda'_\iota a_\iota$ と置く。λ'_ι は割引せられた純支出（收入）の限界撰擇度である。λ'_ι の予想彈力性は $e'_\iota=\dfrac{\lambda'_0}{\lambda'_\iota}\omega'_\iota$ で與へられる。ここに $\omega'_\iota=\dfrac{d\lambda'_\iota}{d\lambda'_0}$ である。(1) より

$$(15)\quad \xi_\iota=x_{1\iota-1}\,dI_\iota \qquad (\text{但し } dI_0=0)$$

(4) より

$$(16)\quad -(\omega'_\tau a_\tau-\omega'_{\tau+1}a_{\tau+1})\,d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{0\tau\iota i}dx_{\iota i}=\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}(\lambda'_{\tau+1}a_{\tau+1}-\lambda'_\tau a_\tau)+\frac{dI_{\tau+1}}{1+I_{\tau+1}}\lambda'_{\tau+1}a_{\tau+1}$$

$$(17)\quad -(\omega'_\tau a_\tau-\omega'_{\tau+1}a_\tau)\,d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{1\tau\iota i}dx_{\iota i}=\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}(\lambda'_{\tau+1}a_\tau-\lambda'_\tau a_\tau)$$

$$(18)\quad -\omega'_\tau p_{j\tau}d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{j\tau\iota i}dx_{\iota i}=-\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}\lambda'_\tau p_{j\tau}$$

である。(15) より

$$(15')\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\omega'_\iota a_\iota\xi_\iota=\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota a_\iota x_{1\iota-1}dI_\iota \qquad (\text{但し } \omega'_0=a_0=1)$$

(15′)(16)(17)(18) の左邊の係數のつくる行列式を D' とし、D の余因數を定義したとアナロガスに D' の余因數を定

義し　$X'_{j\tau}=\dfrac{D'_{j\tau}}{D}$；　$X'_{\iota ij\tau}=\dfrac{D'_{\iota ij\tau}}{D}$　とする。

今とくに $\dfrac{dI_\iota}{1+I_\iota}=\theta$ $(\iota=1,\ 2,\cdots\cdots,\ \nu)$ なる場合について $dx_{j\tau}$ を求めれば

$$(19)\quad dx_{j\tau}=\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota a_{\iota-1}\,x_{1\iota-1}\,X'_{j\tau}\,\theta-\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\iota\lambda'_\iota p_{i\iota}\,X'_{\iota ij\tau}\,\theta$$
$$+\sum_{\iota=0}^{\nu-1}(\iota+1)\lambda'_{\iota+1}a_{\iota+1}\,X'_{0\iota j\tau}\,\theta+\sum_{\iota=1}^{\nu-1}\iota\lambda'_{\iota+1}a_\iota\,X'_{1\iota j\tau}\,\theta$$

を得る。(但し $p_{0\iota}=p_{1\iota}=a_\iota$ である。) 一方ラプラースの定理により、

$$(20)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\omega'_\iota p_{i\iota}\,X'_{\iota ij\tau}-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\omega'_{\iota+1}a_{\iota+1}\,X'_{0\iota j\tau}-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\omega'_{\iota+1}a_\iota\,X'_{1\iota j\tau}=0$$

である。扨 $\lambda'_\iota=\lambda'_0\dfrac{\omega'_\iota}{e'_\iota}$ であるから (19) (20) より

$$(21)\quad dx_{j\tau}=\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota a_{\iota-1}\,x_{1\iota-1}\,X'_{j\tau}\,\theta+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\left(\tau-\iota\frac{1}{e'_\iota}\right)\lambda'_0\omega'_\iota p_{i\iota}\,X'_{\iota ij\tau}\,\theta$$
$$-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\left\{\tau-(\iota+1)\frac{1}{e'_{\iota+1}}\right\}\lambda'_0\omega'_{\iota+1}a_{\iota+1}\,X'_{0\iota j\tau}\,\theta-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\left\{\tau-\iota\frac{1}{e'_{\iota+1}}\right\}\lambda'_0\omega'_{\iota+1}a_\iota\,X'_{1\iota j\tau}\,\theta$$

を得る。扨 D' は U に於て e_ι を $\omega'_\iota a_\iota$ と置いたものであるから、$e_\iota=\omega'_\iota a_\iota$ のとき (*) の二つ以上が 0 でないとすれば $X'_{\iota ij\tau}$ は代用の法則を滿足する。

$e'_t=1$ なるとき第二第三第四項に關してヒックスと同樣の傾斜理論を展開する事が出來る。尚貨幣を持續的消費財と見做したヒックスの理論に於ては第二項に相當するものは之を見る事が出來るが、第三第四項は缺けてゐる。扨證券に關してヒックスの問題にしたのはその需要量でなく、純需要量である。今次の如き G_t を考へ、G_t はその正負に從つて第 t 週に於ける證券の純需要量純供給量を表すと考へる。

$$G_t \equiv x_{1t}-x_{1t-1}(1+L_t)=x_{0t-1}-x_{0t}-\sum_{i=2}^{m} P_{it}x_{it}$$

次に G_t の變動量を

(22) $dG_t=dx_{1t}-dx_{1t-1}(1+L_t)$

とする。注意すべきは純需要（供給）の變動量が變動前の利子率を基礎として定義せられてゐる事である。(21)を(22)に代入して、證券純需要量の變動方程式を得る。

五、價格變動に關する偏スルツキー方程式

x_{it} $(i=0, 1, \dots, m;\ t=0, 1, \dots, \nu)$ のうち幾つかを、價格變動に對して不變とするときに得るスルツキー方程式を價格變動に關する〃偏スルツキー方程式〃と呼ぶ。[1]

（I）貨幣、證券の偏スルツキー方程式

(9′)(10′)(11′) に於て $dx_{it}=0$ $(i=2, 3, \dots, m;\ t=0, 1, \dots, \nu)$ としたものを (23)(24)(25) とする。今之等より $dx_{j\tau}$ $(j=0, 1;\ \tau=0, 1, \dots, \nu)$ を求めよう。

(23)(24)(25) の左邊の係數のつくる行列式を H、H に於る $\omega_t-\omega_{t+1}$, $\omega_t-\omega_{t+1}(1+L_{t+1})$ の余因數を夫々 H_{0t}, H_{1t}

$a_{i\iota j\tau}$ の余因数を $H_{i\iota j\tau}$；　$Y_{j\tau} \equiv \frac{H_{j\tau}}{H}$；$Y_{i\iota j\tau} \equiv \frac{H_{i\iota j\tau}}{H}$ $(i, j=0, 1; \iota, \tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ とすれば

$$(26)\quad dx_{j\tau} = -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \omega_\iota x_{i\iota} dP_{i\iota} Y_{j\tau}$$

を得る。即ち價格變動に際して補整効果は生じない。混同を防ぐために (26) の左邊を $(dx_{j\tau})_1$ で以て表すこととする。(26) を書き更めると

$$(dx_{j\tau})_1 = \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{20}} dp_{20} + \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{30}} dp_{30} + \cdots\cdots \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{m\nu}} dP_{m\nu}$$

$$= \sum_{i=2}^{m} \left(\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{i0}} + \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i1}} \frac{dP_{i1}}{dp_{i0}} + \cdots\cdots + \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i\nu}} \frac{dP_{i\nu}}{dp_{i0}} \right) dp_{i0}$$

今價格の比例變動を考へその變動度を θ とすれば

$$= \sum_{i=2}^{m} \left(\sum_{\iota=0}^{\nu} \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i\iota}} \frac{dP_{i\iota}}{dp_{i0}} \right) p_{i0}\,\theta$$

である。もし之が 0 に等しいならば、貨幣及び證券の需要函數は商品需要量不變と云ふ條件の下に於て、利子を除き價格に關して零次の同次函數となる。扨各週の貨幣及び證券の純需要量が 0 なる場合、

$$\sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} x_{i\iota} = 0 \quad (\iota = 0, 1, \cdots\cdots, \nu)$$

それ故

$$-\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota} dp_{i\iota} = -\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota} P_{i\iota}\theta = 0$$

之を (26) に代入して $(dx_{j\tau})_1 = 0$ を得る。即ち貨幣及證券の純需要量が各週零なる場合、價格及び純支出の限界撰擇度の予想弾力性の如何に不拘、貨幣及證券の需要函數は價格に關して零次同次函數である。但し商品需要量は不變なりとする。

(Ⅱ) 商品の偏スルツキー方程式

(9′)(12′) に於て $dx_{i\iota} = 0$ $(i = 0, 1;\ \iota = 0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ とし（その時左邊の係數のつくる行列式をN）之より $dx_{j\tau}$ $(j = 2, 3, \cdots\cdots, m;\ \tau = 0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ を求める。今 N に於ける $\omega_\iota P_{i\iota}$ の余因數を $N_{i\iota}$, $u_{i\iota j\tau}$ の余因數を $N_{i\iota j\tau}$;

$$Z_{j\tau} \equiv \frac{N_{j\tau}}{N};\quad Z_{i\iota j\tau} \equiv \frac{N_{i\iota j\tau}}{N}\quad (i, j = 2, 3, \cdots\cdots, m;\ \iota, \tau = 0, 1, \cdots\cdots, \nu)$$

とすれば、

$$(27)\quad (dx_{j\tau})'_1 = -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \omega_\iota x_{i\iota} dP_{i\iota} Z_{j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \lambda_\iota Z_{i\iota j\tau}\, dP_{i\iota}$$

を得る。價格及び純支出（收入）限界撰擇度の予想弾力性 η_ι e_ι を用ひて

$$= \sum_{i=2}^{m} (-x_{i0} Z_{j\tau} + \lambda_0 Z_{i0j\tau})\,\theta_i p_{i0} + \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \left(-\omega_\iota x_{i\iota} Z_{j\tau} + \lambda_0 \frac{\omega_\iota}{e_\iota} Z_{i\iota j\tau}\right)\theta_i \eta_\iota P_{i\iota}$$

である。N はヒックスの U と同じく商品のみにより構成せられ、貨幣及び證券を含まぬ。

今價格の比例的變動 $\theta_i=\theta$ $(i=2,3,\cdots\cdots,m)$ を考へよう。ラプラースの定理により

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_i P_{i\iota} Z_{ij\iota}=0$$

であるから、$\frac{\eta_i}{\theta_i}=1$ $(i=2,3,\cdots\cdots,m;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ なるとき補整效果は 0 である。次に各週の貨幣及び證券の純需要量がいづれも零であり、且つ價格の予想彈力性が純支出（收入）の限界撰擇度の予想彈力性と等しい場合に於て商品の需要函數は利子以外のすべての價格に關して零次の同次函數である。ただし、此の命題は價格變動に際して貨幣及び證券需要を不變と見做す時、卽ち金融側の事情を一應括孤で包む時に成立する。此の場合純支出函數 $M_0=\sum_{i=2}^{m}p_{i0}x_{i0}$ $(=0)$ は

$$\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\frac{\partial M_0}{\partial p_{i0}}=\sum_{j=2}^{m}p_{j0}\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\frac{\partial x_{j0}}{\partial p_{i0}}+\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\sum_{j=2}^{m}x_{j0}\frac{\partial p_{j0}}{\partial p_{i0}}=\sum_{i=2}^{m}p_{i0}x_{i0}=M_0\ (=0)$$

により價格に關しての一次同次函數となる

(1) 價格變動に際して $x_{i\iota}$ の一部を不變とする時 ω_i の函數の形は零次同次性を保存しつつ變る。偏スルツキー方程式を同次性の公準との關聯に於て取上るとき此の變形された ω_i を用ひ、ルーイス分解との關係に於て問題とする時にはもとの ω_i を用ひる。別段支障がないから、兩者を同一の記號で表すこととする。

六、ルーイス分解

以上の展開に於ては價格變動に際して $x_{i\iota}$ のうちの一群は不變であると假定せられたが實際に於てはそれ等は變

動しこれに伴つて支出の移動が生じる。今此の點の分析を試みよう

(I)　貨幣・證券需要の追加的變動

(9′) (10′) (11′) に於て右邊を零とし、之に

(13) $$dx_{k\upsilon}=-\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_t x_{ti}\,dP_{ti}\,X_{k\upsilon}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_t\,dP_{ti}\,X_{tik\upsilon}\quad(k=2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ m;\ \upsilon=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \nu)$$

を代入する。而して之等より $dx_{j\tau}$ ($j=0,\ 1;\ \tau=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \nu$) を求める。今その解を $\delta x_{j\tau}$ としよう。即ち

(28) $$\delta x_{j\tau}=-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}\Big(-\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_t x_{ti}\,dP_{ti}\,X_{k\upsilon}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_t dP_{ti}\,X_{tik\upsilon}\Big)Y_{j\tau}$$
$$-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}u_{h\sigma k\upsilon}\Big(-\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_t x_{ti}dP_{ti}\,X_{k\upsilon}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_t dP_{ti}\,X_{tik\upsilon}\Big)Y_{h\sigma j\tau}$$

である。右邊第一行は商品の需要變動により生じる支出の移轉が貨幣・證券の需要に與へる效果であり、第二行は商品需要の變動により貨幣・證券の限界撰擇度が變化する事に基く需要の追加的變動である。前者を $(dx_{j\tau})_2$ 後者を $(dx_{j\tau})_3$ とする。

(II)　商品需要の追加的變動

(9′) (12′) に於て右邊を零とし

(13) $$dx_{k\upsilon}=-\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_t x_{ti}\,dP_{ti}\,X_{k\upsilon}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_t\,dP_{ti}\,X_{tik\upsilon}\quad(k=0,\ 1;\ \upsilon=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \nu)$$

を代入し、之より $dx_{j\tau}$ を求める。その解を $\delta x_{j\tau}$ $(j=2, 3, \cdots\cdots, m;\ \tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ としよう。卽ち

(29) $\delta x_{j\tau} = -\sum_{\upsilon=0}^{\nu} \omega_\upsilon \{dx_{0\upsilon} - dx_{1\upsilon-1} + dx_{1\upsilon} - (1+I_\upsilon) dx_{1\upsilon-1}\} Z_{j\tau} - \sum_{\sigma=0}^{\nu} \sum_{h=2}^{m} \sum_{\upsilon=0}^{\nu} \sum_{k=0}^{1} u_{h\sigma k\upsilon} (dx_{k\upsilon}) Z_{h\sigma j\tau}$

である。右邊第一項の括孤の中は第 υ 週に於ける貨幣及證券の純需要量の變動量である。從つて第一項は貨幣及證券の純需要量の變動が商品需要量に與へる所得效果を表し第二項は手持現金、證券の變動により商品の限界撰擇度が變化することに基く商品需要の追加的變動を表す。前者を金融的所得效果、後者を金融的代用效果と呼ぶこととする。今第一項を $(dx_{j\tau})'_2$ 第二項を $(dx_{j\tau})'_3$ とすれば

(III) (13) (26) (28) より

(30) $dx_{j\tau} = (dx_{j\tau})_1 + (dx_{j\tau})_2 + (dx_{j\tau})_3 \quad (j=0, 1;\ \tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$

(13) (27) (29) より

(31) $dx_{j\tau} = (dx_{j\tau})'_1 + (dx_{j\tau})'_2 + (dx_{j\tau})'_3 \quad (j=2, 3, \cdots\cdots, m;\ \tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$

を得る。

扨 $(dx_{j\tau})_i$; $(dx_{j\tau})'_i$ $(i=1, 2, 3)$ は夫々二つの項に分たれる。但し價格變動に際して $(dx_{j\tau})_1$ は補整項を缺く。斯くの如く需要變動量が五つ乃至六つの效果に分たれるのを〃ルーイス分解〃と呼び (30) (31) を夫々貨幣 (證券) 又は商品のルーイス方程式と云ふ。[1] それはスルツキー分解乃至はスルツキー方程式の發展である。かくの如くルーイスの方法を用ふる事により、商品の側の貨幣證券に與へる影響及び貨幣證券の側の商品に與へる影響が明瞭に觀取される。

(1) E. E. Lewis は聯關財の研究に際して、スルツキー方程式の補整項を、更に三つの部分に分解した。かかる分解が資本項についても可能なる事は、上述の通りである。かくして導出されたスルツキー方程式の發展形態を〃ルーイス〃の方程式と呼稱する事に對しては異論があるであらう。何となれば私はかかる理論がルーイスに始まるものか或は更に遡り得るものかを學說史的に考證したわけではないからである。（少くとも R. G. D. Allen; A Comparison between Different Definition of Complementary and Competitive Goods, Econometrica II 1934 は讀むべきであつたが不幸にしてその機會を得なかつた。）E. E. Lewis; Note on Inter-Commodity Relationship in Demand (The Review of Economic Studies Vol. V.No. 1 Oct. 1937) 及び安井琢磨教授〃聯關財に就ての一考察〃（經濟學論集第一三卷第八號）五一頁以下參照

七、貨幣證券と商品の間の分離可能性

園教授により展開せられた分離可能性の思想を導入しよう。[1] 今 $(x_{00},\ x_{10},\ x_{01},\ x_{11},\ \cdots\cdots,\ x_{0\nu},\ x_{1\nu})$ と $(x_{20},\ x_{30},\ \cdots\cdots,\ x_{m0},\ x_{21},\ \cdots\cdots,\ x_{m\nu})$ は互に他から分離可能であるとする。即ち貨幣及證券の種々なる數量に應ずる撰擇指數の大小相等關係は商品の需要量によつて亂されることはなく、且つ商品に對する撰好の順序（慾望狀況）は貨幣證券の留保高に無關係であるとする。此の事の解析的な表現は

$$\frac{\partial}{\partial x_{i\iota}}\left(\frac{u_{j\tau}}{u_{k\upsilon}}\right)=0 \qquad (i=2,\ 3,\cdots\cdots,m;\ \ j,\ k=0,\ 1;\ \iota,\ \tau,\ \upsilon=0,\ 1,\cdots\cdots,\ \nu) \tag{32}$$

及び

$$\frac{\partial}{\partial x_{j\tau}}\left(\frac{u_{i\iota}}{u_{h\sigma}}\right)=0 \qquad (j=0,\ 1;\ \ i,\ h=2,\ 3,\cdots\cdots,\ m;\ \ \iota,\ \tau,\ \sigma=0,\ 1,\cdots\cdots,\nu) \tag{33}$$

である。(32) (33) より夫々

$$\frac{u_{j\tau i\iota}}{u_{j\tau}}=\chi_{i\iota} \tag{34}$$

$$\frac{u_{i\iota j\tau}}{u_{i\iota}}=\zeta_{j\tau} \tag{35}$$

$(j=0,\ 1\ \ i=2,\ 3,\cdots\cdots,\ m;\ \ \iota,\ \tau=0,1,\cdots\cdots,\ \nu)$

を得る。

(34) を $(dx_{j\tau})_3$ に代入すれば

$$(dx_{j\tau})_3=-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}\sum_{v=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}x_{kv}u_{h\sigma}(dx_{kv})\,Y_{h\sigma j\tau}=-\sum_{v=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}x_{kv}\,dx_{kv}\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}u_{h\sigma}\,Y_{h\sigma j\tau}$$

を得る。扨 $e_\iota=1$ なるとき

$$1:\omega_1:\omega_2:\cdots\cdots:\omega_\nu=\lambda_0:\lambda_1:\cdots\cdots:\lambda_\nu$$

である。従つて $u_{0\iota}$, $u_{1\iota}$ は $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}$, $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})$ に比例する。それ故

$$(dx_{j\tau})_3=0$$

を得る。更に貨幣・證券の純需要量は各週零及び價格の比例的變動（豫想彈力性＝1）と云ふ二條件を附加して考へよう。$(dx_{j\tau})_1$ は前述せる如く0であり、$(dx_{j\tau})_2$ の第1項も同様0となる。第二項卽ち

$$-\left(\sum_{v=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_v P_{kv}\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_t P_{it}\,X_{itkv}\right)\theta\,Y_{j\tau}=-\left(\sum_{v=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_v P_{kv}\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_t P_{it}\,X_{itkv}\right)\lambda_0\,\theta\,Y_{j\tau}$$

の括弧の中は安定條件の第三の性質より必ず負である。それ故 $Y_{j\tau}$ の正負（固有上級財・固有下級財）によつて $dx_{j\tau}$ の正負が決定される。

次に $dx_{j\tau}$ ($j=2, 3, \cdots\cdots, m$; $\tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu$) について考察しよう。$e_\iota=1$ ($\iota=1, 2, \cdots\cdots, \nu$) とすれば (35) を用ひて $(dx_{j\tau})'_3=0$ を得る。卽ち金融的代用效果は生じない。次に貨幣・證券の純需要量が各週零であり、且つ價格が比例的に變動（豫想彈力性＝1）するとすれば $(dx_{j\tau})'_1=0$ となる。扨

(36)　$(dx_{j\tau})'_2 = -\sum_{t=0}^{\nu}\left[(\omega_t-\omega_{t+1})\,dx_{0t}+\{\omega_t-\omega_{t+1}(1+I_{t+1})\}dx_{1t}\right]Z_{j\tau}$

今 $\omega_t-\omega_{t+1}=\omega_t P_{0t}$; $\omega_t-\omega_{t+1}(1+I_{t+1})=\omega_t P_{1t}$ とおけば

$$=\left\{\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_t P_{it}\sum_{u=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_u x_{ku} P_{ku} X_{it}\right\}Z_{j\tau}\,\theta-\left\{\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_t P_{it}\sum_{u=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_u P_{ku} X_{itku}\right\}Z_{j\tau}\,\lambda_0\,\theta$$

ここに右邊第一項は貨幣及び證券純需要量が各週零なる假定より零である。一方ラプラースの定理により

(37)　$$\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\omega_t P_{it}\sum_{u=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_u P_{ku}X_{itku}=\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_t P_{it}\sum_{u=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_u P_{ku}X_{itku}+\sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\sum_{u=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_t P_{it}\,\omega_u P_{ku}X_{itku}=0$$

を得る。(37) の中間邊の第二項は負であるから第一項即ち (36) の最右邊第二項の括孤の中は正となる。從つて $dx_{j\tau}$ の正負は $Z_{j\tau}$ の正負（固有上級財、固有下級財の如何）[2] によつて定まる。

私は次に利子率變動に關するルーイス分解を展開すべき順序にある。然し乍ら、此の問題に對する私の接近は以上によつて推測可能と思はれるから次に話題を企業者活動に轉ずることとする。

(1)　園教授　前掲論文　二頁―一〇頁

(2)　園教授　前掲論文　四九頁

〔附記〕以上に於て重要な役割を演じたものは純支出（收入）の限界撰擇度及びその豫想彈力性である。之等の大きさは撰擇函數の

カーヂナルな性質に依存する。即ち撰擇函數に $F(u)$（但し $F'(u)>0$）なる如き變換を施し、F を撰擇函數とした時の第 t 週の純支出限界撰擇度を Γ_t 豫想弾力性を E_t とすれば

$$\Gamma_t = F'\lambda_t \qquad \therefore \frac{d\Gamma_t}{da} = F'\frac{d\lambda_t}{da} + \lambda_t F''\frac{du}{da}$$

となる。それ故パラメーター a の變動に際して、u が不變なる場合の他は、（F'' は無規定であるから）$d\Gamma_t$（從つて E_t）は如何なる値をもとり得る事となる。[1] 之に反して純支出の限界代替率 $\frac{\lambda_t}{\lambda_0}$ 及その變動率 $d\left(\frac{\lambda_t}{\lambda_0}\right)\Big/\frac{\lambda_t}{\lambda_0}$ なる觀念を用ふれば之等は共に撰擇函數の變換 F に對して價が不變である。それ故撰擇函數にオーディナルな性格のみを許す立場（效用可測性の前提除去）をとれば、經濟理論は當然支出の限界代替率及びその變動率を中心思想としなければならない。その理論の展開は他日に讓る事としよう。

(1) P. A. Samuelson; Constancy of the Marginal Utility of Income (Studies in Mathematical Economics and Econometrics; In Memory of H.Schultz 1942) pp. 76—8

本號執筆者紹介

穗積文雄　京都帝國大學教授

森嶋通夫　京都帝國大學大學院特別研究生