京都大學經濟學會

經濟論叢

第六十五卷　第二・三號

昭和二十五年三月

消費者の貨幣需要

伊藤史朗

序

序

現代理論經濟學の中心的課題の一つに貨幣需要の問題がある。この問題は云うまでもなく、或は物價水準の問題に關聯し（貨幣數量說）或は利子の問題に關聯する（流動性選好說）。私は今、消費者活動を中心に此の貨幣需要

の分析を試みようと思う。即ち、上記の如き問題の性質からして、此の貨幣需要の分析には次の三つの要求が課せられるが、本稿はかくの如き要請をかえりみながら、此の問題について若干の考察を試みようとするものである。

フィッシャー流の貨幣數量說に於いては通貨と流通速度との積は商品取引量と物價との積に等しい、と云う所謂交換方程式にもとづいて物價水準が結局貨幣數量に比例して定まると主張せられるが、そこでは現象が單に外部的、機械的に把握せられているにすぎず、經濟主體の動機の分析にまで遡つて現象を理解的に解明すると云う用意が欠けている。實物殘高數量說（real-balances quantity theory）はかかる流通速度と云う樣な「一見偶然的、恣意的且つ多少とも架空的に見える」[1]概念の代りに、需要の究極的原因である人間意志と直接に關聯する實物殘高に注意を集中することによつてフィッシャー流の取扱いよりも一層「より人爲的でなく、且つ實際の事實に近く」[2]問題を解決せんと試みるのである。即ち實物殘高數量說は各主體が常に一定數量の財を現金の形で（in terms of money）保有せんとする欲求を有することに注目して、各主體が現金の形で保有せんとする財の總量——實物殘高——が流通貨幣總量と均衡する所に於いて物價水準が決定せられることを主張する。この實物殘高理論とフィッシャーの貨幣數量說とを對比するならば、實物殘高理論に於いては貨幣需要が實物殘高數量を媒介として各主體の貨幣保有動機との關聯に於いて把握せられるに反し、フィッシャーの理論に於いては各主體の動機との關聯に於いて貨幣需要が分析せられていないと云う差異が存在する。近代經濟理論が經濟現象を經濟主體の動機にまで遡つて明かにすると云う立場に立つて發展して來たことを考えるならば、貨幣需要の問題も亦實物殘高理論に於ける如く主體の動機の分析より明かにせられなければならぬことは明かである。吾々は「主體の動機に迄遡つて

貨幣需要を分析すること」を以て貨幣需要の分析方法に要請される第一要請とする。

さて以上に述べた實物殘高數量説に於いては貨幣需要は他の形態に於ける資産の需要と無關係に取扱われている。しかしながら、現實に於いては「貨幣の形態に於いても、或は他の貸付又は實物資本の形態に於いても」[3]價値貯藏は行われるのであるから貨幣需要の問題と密接に關聯して、資産保有の一形態としての貨幣保有（保藏）と他の形態に於ける資産との間の選擇が問題となる。周知の如く、この點に着目して「有價證券」と「貯蓄預金」の選擇の問題を取扱い、貯蓄預金と有價證券との相對的誘因性(the relative attractions of saving-deposits and securities)に物價決定要因としての役割を負わしめたことはケインズの「貨幣論」(A Treatise on Money, 1930)の劃期的功績であつた。[4] 然もケインズの此の洞察は多くの理論的に重要な問題を歸結するものであつた。即ちこの資産保有形態の選擇の問題は「貨幣論」に於いては傳統的貨幣數量説に對する批判に直接に關聯したが、更に進んでそれは利子率の問題とも關聯している。即ち傳統的經濟理論に於いては利子率は投資と貯蓄を均等化する balancing factor と見做されているが、「一般理論」(The General Theory of Employment, Interest and Money, 1936) に於けるケインズによれば投資と貯蓄とは利子率によつて均等化されるものでなく、むしろ所得によつて均等化されるべきものである。從つてケインズに於いては利子率決定理論として古典的な貯蓄投資の説明圖式を採用することを得ず、新たに利子決定の理論を創出しなければならない。而してこの「新利子論」の問題は資産保有形態の選擇の分析から答えられる。即ち、種々なる資産形態のうち、貨幣の形態に於ける資産とそれ以外の形態に於ける資産とを比較するならば、前者は利子を生まないのに反し、後者は何らかの利子を齎すと云う差異が存在するが、從つて利子を生まない資産形態を敢て採用せしめる爲には利子を償うに充分な他の何等かの便益がなければならな

い。而してこの便益と利子との關係によつて貯蓄のうち幾何が利子を生まない形態に於いて保有せられるかが決定せられる。かくて保有貨幣量は貨幣保有に基く便益――之は言うまでもなく流動性 liquidity の概念によつて把握せられる――と利子率の大きさに依存する。逆に言うならば利子率は保有貨幣量の大きさに應じて定まる。ケインズはかくの如く考えて流動性選好説としての利子理論を展開するが、この立場に於いては資産保有形態の選擇の問題がまづ解明せられなければならない。從つて、貨幣需要の問題は貨幣と他の形態――就中證券――による資産保有との間の代用關係を明かならしめる如く取扱われなければならない。吾々は「貨幣と證券の代用關係を解明し得る如く貨幣需要を分析すること」を以て貨幣需要の分析方法に對する第二要請とする。

次に第三要請について述べよう。靜學的均衡理論に於いては各經濟主體は目前の價格のみをパラメーターとして經濟計畫を編成すると考えられている結果、各主體は將來の經濟の見通しを考慮することなく日々の經濟活動を營むものと考えられている。之に反しケインズの所謂「移動均衡理論」(the theory of shifting equilibrium) に於いては經濟主體はその時々の價格のみならず、將來に關する豫想をも考慮に入れて自己の經濟計畫を編成すると考えられる。かくの如く、移動均衡理論に於いては「將來に關する見通しの變化が現在の事態を左右し得る如き經濟システム」(5) が對象とせられるが、凡ゆる財の需要は將來の價格乃至利子率の豫想に依存することを考えるならば、一般均衡理論を一層現實化せんとする時、當然吾々は移動均衡理論に立脚することを要請せられるであろう。特に、貨幣の重要性が現在と將來を結びつける環(リンク)である點に存し、從つて貨幣需要を左右する要因として經濟主體の將來の經過に對する豫想が重要視されなければならぬことに注目するならば、貨幣需要を問題とする時、吾々は移動均衡理論から出發することによつてはじめてその本質を明かにすることが出來るであろう。(6) 吾々は

「豫想要素を導入して移動均衡論的に貨幣需要を分析すること」を以て貨幣需要の分析方法に對する。第三要請とする。

(1) A. C. Pigou; Essays in Applied Economics, 1923, p. 178.
(2) J. M. Keynes; A Tract on Monetary Reform, 1923, p. 78.
(3) Keynes; A Treatise on Money, Vol. I, p. 141.
(4) J. R. Hicks; A Suggestion for Simplifying the Theory of Money, Economica, Feb. 1935.
(5) Keynes; General Theory, p. 293.
(6) ヒックスは次の如く述べている。「貨幣需要というものは必然的にそして常に廣い意味で投機的である。貨幣自體を目的として貨幣を需要することはなく、將來に於て購買をする爲の手段として需要するのである。從つて貨幣需要は常に將來に關する豫想によつて影響を受け易い。すべての貨幣理論は常にこの事實を何らかの方法に於て考慮すべきである。」(J. R. Hicks; Value and Capital, 1939, pp. 56—7).

さて貨幣需要の分析は少くとも以上の三つの要請を滿足する如く分析せられるべきであるが、しからば現代の理論に於いて、この吾々の要請は充分滿足せられているであらうか。まづ、「新古典派理論」に於いて代表的と見られるヒックスの理論[1]について見るに、貨幣需要は「週」「計畫」「豫想」を機軸とする移動均衡理論の立場より主體の分析が爲されているから、言うまでもなく吾々の第一、第三の要請は滿足せられている。しかし乍ら、ヒックスに於いては貨幣と證券の代用の問題についてはヴァーバルな記述が爲されているにすぎず、それは精緻なる選擇理論の數學的取扱いより切斷せられたままに放置されている。それ故にヒックスの理論を發展せしめて、貨幣需要方程式を導出することが現在の經濟理論に於いて最も論爭的な問題の一つとなつているが、この點に關する多くの試みについては大別して二つの接近の仕方を區別することが便宜であろう。第一の立場は主に效

用函數を貨幣需要分析に適する如き形に書改めることから出發する立場であり、第二の立場は主に收支均等方程式を貨幣需要の分析に適合する如く變形せんとする立場である。

吾々は第一の立場として、例えば、園博士及びレーザーを擧げることが出來る。即ち園博士は分離可能性の思想を導入せられ、かかる分離可能性を持つ財として貨幣を把握することの歸結を解析的に導出せられる。[2] 園博士の立場は安井教授によつて發展せられ、同次性、超同次性、下同次性公準の下に於ける分析を夫々展開せられている。[3] これに對し、レーザーは貨幣は自體效用を持たず、その效用は貨幣を以て獲得し得る財の效用の反映であると考え、今週の現金殘高による來週の各財最大購入可能量の齎らす效用によつて貨幣保有が決定せられると見做している。[4]

第二の立場は、青山教授の批判[5]に從つて、ヒックスの理論が貨幣需要の分析に對して不徹底である理由は、主に彼が收支均等の條件を一個の方程式で與えた點にあるとなし、ヒックスの over time の收支均等條件を捨てて毎週毎週收支は均等すると考えて、この各週收支均等の下に於ける效用極大活動として消費者活動を把握する。この立場は、先に經濟論叢に於いて森島通夫氏[6]が展開されたところのものであるが、同じ立場はクラインの Keynesian Revolution に於いても看取される。[7] 差し當り、本稿はこれ等の諸理論をとり上げて比較考察し、上述の三つの要請に照らして、そのいづれが最も滿足すべき理論であるかを檢討することを以てその目的とする。

(1) J. R. Hicks; Value and Capital, 1939.

(2) 園正造博士「價格變動に伴う分離可能財の需給變動」(國民經濟雜誌第七四卷第三號)

(3) 安井琢磨教授「スルッキー理論に於ける分離性の思想と同次性の假定」(「經濟及經濟學の再出發」所收)

(4) C. E. V. Leser; The Consumer's Demand for Money (Econometrica, Vol. 11. No. 2, April 1943) p. 124.
(5) 青山秀夫教授「經濟變動理論の研究第Ⅰ卷」一二五―一六三頁
(6) 森島通夫氏「消費者活動と企業者活動」（經濟論叢第六一卷第二號）
(7) L. R. Klein; Keynesian Revolution, 1947.

一、ヒックスの消費者理論(I)

今、第0週（今週）の期首にありν週間にわたつて消費計畫を立てる消費者を考える。消費計畫編成の規準は現在價格及び豫想價格が與えられた場合、各週に於いて需要又は供給する財の數量を決定して（$\nu+1$）週間全體にわたる欲望滿足を極大ならしめることである。消費者は今週に於いて勞働其他の用役を供給することによつてR_0だけの貨幣額を收入として受取り、一方種々の消費財を購入する爲に貨幣額であらわしてE_0だけの消費支出をする。更に同樣にして今後の各週に於てもR_1, R_2, ……, R_νの收入を得ると豫想し、各種の消費財の夫々一定量の購入を計畫してE_1, E_2,……, E_νなる消費支出を豫想する。ところで夫々の週に於ける收入と消費支出の差は、收入が消費支出を超過する場合は貨幣を保有するか證券を購入することによつて、消費支出が收入を超過する場合は貨幣を手放すか或は證券を賣ることによつて埋合わされなければならないが、今一應收入と消費支出の差はすべて證券の賣買によつてのみ相殺され、貨幣の保有は全然なされないと假定する。そうするとR_0-E_0, R_1-E_1, R_2-E_2, ……, $R_\nu-E_\nu$は夫々各週に於て購入される證券の量をあらわすこととなる。即ちこの系列は貸付の流れ (stream of lending) とみなされる。今證券需要量を(1) $S_t=R_t-E_t$で表わせば證券の流れS_0, S_1, S_2, …, S_νの資本價値は$S_0+a_1S_1+a_2S_2+\cdots\cdots+a_\nu S_\nu$で表わされる。これを$a_\nu C_\nu$で表わし、この$C_\nu$を資本總計

(capital sum) と呼ぶ。ここに a_ν は割引率 (discount ratio) である。明かに C_ν, R_ι, E_ι の間には $a_\nu C_\nu \equiv \sum_{\iota=0}^{\nu} a_\iota S_\iota \equiv \sum_{\iota=0}^{\nu} a_\iota (R_\iota - E_\iota)$ なる關係が存在する。我々は之を以て budget equation over time と呼ぶ。各財の需要量及豫想需要量を $x_{i\iota}(i=1, 2, \cdots\cdots, n;\ \iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ 〔但し $x_{i\iota}$ は負値をも取り得ることとし、その場合絶對値は供給量及豫想供給量をあらわすとする〕であらわし、夫々の現行價格を p_{i0}, 豫想價格を $p_{i\iota}$ とする。而して現行短期利子率を I_1, 第 $\iota-1$ 週の豫想利子率を I_ι とすれば、割引率 $a_\iota = \dfrac{1}{(1+I_1)(1+I_2)\cdots\cdots(1+I_\iota)}$ である。豫想價格 $p_{i\iota}$ の割引現價即ち割引豫想價格を $q_{i\iota}$ とすれば $q_{i\iota} = a_\iota p_{i\iota}$ である。この記號を用いれば budget equation over time は

$$（1）\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{i\iota} x_{i\iota} = -a_\nu C_\nu$$

にて表わされる。(2) （但し $q_{i0} \equiv p_{i0}$）

さて消費者はこの收支均等の條件に從いながら、選擇函數

$$（2）\quad u = u(x_{10}, x_{20}, \cdots\cdots, x_{n0}, x_{11}, \cdots\cdots, x_{n\nu})$$

を極大ならしめる如く消費計畫を編成すると考えられる。かくて我々は消費者活動を補助函數

$$（3）\quad G = u + \lambda\left(-a_\nu C_\nu - \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{i\iota} x_{i\iota}\right)$$

の無條件極大をはかる行爲として把握することが出來る。G 極大の必要條件は云うまでもなく

$$（4）\quad u_{i\iota} = \lambda q_{i\iota} \qquad \left(\text{但し}\ u_{i\iota} = \frac{\partial u}{\partial x_{i\iota}}\right)$$

である。吾々はこの條件を主體的均衡條件と呼ぶこととしよう。次に(1)の下に(2)が極大なる爲の充分條件は

$dG=0$ なる點に於いて $\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{i\iota}dx_{i\iota}=0$ の下に

$$(5)\quad \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} u_{i\iota j\tau}dx_{i\iota}dx_{j\tau} \qquad \left(u_{i\iota j\tau}=\frac{\partial u}{\partial x_{i\iota}\partial x_{j\tau}}\right)$$

が負値形式である事である。之は極大の充分條件であるが、今次の如き行列式 U を考え、この行列式〔要素は凡て $x_{i\iota}(i=1,2,\cdots\cdots,n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ の函數である〕の三次以上の首座小行列式が $x_{i\iota}$ の如何にかかわらず常に交互に正及負なる事を假定すれば(4)を滿足する點は必ず極大の充分條件を滿足する。吾々はこの

$$U\equiv\begin{vmatrix} 0 & u_{10} & u_{20} & \cdots\cdots\cdots & u_{n\nu} \\ u_{10} & u_{1010} & u_{2010} & \cdots\cdots\cdots & u_{n\nu10} \\ u_{20} & u_{1020} & u_{2020} & \cdots\cdots\cdots & u_{n\nu20} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{n\nu} & u_{10n\nu} & u_{20n\nu} & \cdots\cdots\cdots & u_{n\nu n\nu} \end{vmatrix}$$

に關するこの假定を以て主體的安定條件と呼ぶ。之は限界代用率があらゆる方向に遞減すると云うことと等値である。主體的安定條件が滿たされるとすれば主體的均衡點は必ず(1)の下に u 極大を與える點である。さて(1)及び(4)を解けば需要函數

$$(6')\quad x_{i\iota}=x_{i\iota}(q_{10},\ q_{20},\cdots\cdots,\ q_{n\nu},\ a_{\nu}C_{\nu})$$

が得られる。

次に價格變化の效果について考えよう。(1)及(4)より

$$(7)\begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} q_{j\tau}dx_{j\tau}=-\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} x_{j\tau}dq_{j\tau} \\ -q_{i\iota}d\lambda+\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} u_{i\iota j\tau}dx_{j\tau}=\lambda dq_{i\iota} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n\,;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}$$

従つてこれより $dx_{j\tau}$ を解けば

$$(8)\quad dx_{j\tau}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} x_{i\iota}dq_{i\iota}X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} X_{i\iota j\tau}dq_{i\iota}$$

を得る。ここで $X_{j\tau}=\frac{\lambda U_{j\tau}}{U}$, $X_{i\iota j\tau}=\frac{\lambda U_{i\iota j\tau}}{U}$ であり $U_{j\tau}$, $U_{i\iota j\tau}$ は夫々 U に於ける $u_{j\tau}$, $u_{i\iota j\tau}$ の余因數である。(8)の第一項を資本效果、第二項を補整效果と呼ぶ。動學理論に於いては現在價格の變動に伴つて豫想價格が變化する場合を取扱うことが特に興味ある問題であるが、今豫想の彈力性を $\eta_i=\frac{q_{i0}}{q_{i\iota}}\frac{dq_{i\iota}}{dq_{i0}}$ であたえ、$\frac{dq_{i0}}{q_{i0}}=\theta_i$ とすれば(8)は次の如く書き改められる。

$$(9)\quad dx_{j\tau}=\sum_{i=1}^{n}(-x_{i0}X_{j\tau}+X_{i0j\tau})\theta_i q_{i0}+\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}(-x_{i\iota}X_{j\tau}+X_{i\iota j\tau})\theta_i\eta_i q_{i\iota}$$

第一項は現在價格變動に基く直接的效果であり第二項は豫想價格變動に基く間接的效果である。補整項 $X_{i\iota j\tau}$ に關して行列式の性質より次の關係が得られる。

$$(10)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{i\iota}X_{i\iota j\tau}=0$$

次にヒックスは利子率變動の效果をティルティングの理論及所謂價値の流れの平均期間の理論を適用して分析しているが[(3)]ここではこの點は省略する。

(1) 證券需要量は貨幣額で測られ、而もそれはその週の證券購入の爲の純支出からその週に於いて受取る利子を差引いたもので

ある。青山教授「ヒックスの利子理論」（經濟論叢第五八巻第五號）二〇頁

(2) 以上については Hicks; Value and Capital, pp. 229—230.

(3) Hicks; ibid. pp. 232—235. この點の解析的な展開は前掲青山教授「經濟變動論の研究」一五八—一六二頁及森嶋氏前掲論文二九—三三頁參照

二、ヒックスの消費者理論(II)

以上のヒックスの消費者理論に於いては、收入と消費支出の差はすべて證券の購入に充てられ現金の保有はなされないと假定されているから、吾々は以上の理論の中に貨幣需要の分析を見ることが出來ない。現實に於いては、收入の消費支出超過額は證券を購入するか、貨幣を保有するかのいづれか、或はその兩者によつて埋合わされる。從つて、この二つの方法を考慮に入れて消費者理論を構成すること、換言すれば、收入の消費支出超過額はすべて證券の購入に充てられるとの假定を撤去した理論を構成しなければならない。

今、貨幣を一種の持續的消費財 (durable consumer's good) と見做すならば、これまでと同樣の分析方法によつて貨幣を吾々の理論に取入れることが出來る。[1] 各週に於けるこの消費者の貨幣獲得量 (acquisition of cash) を x_{0t} で表わせば、收支均等方程式は

(11) $$\sum_{t=0}^{v} a_t x_{0t} + \sum_{t=0}^{v}\sum_{i=1}^{n} q_{it} x_{it} = -a_v C_v$$

となる。而してこの場合の選擇函數を新たに貨幣獲得量を含めて

(12) $$u=u(x_{00},\ x_{10}, \cdots\cdots, x_{n0},\ x_{01},\ x_{11}, \cdots\cdots, x_{nv})$$

にて定義し、消費者活動は(11)の下に(12)の極大を計ると考えるならば、此の貨幣の獲得が行われる場合の消費計畫編成の問題は第一節に於ける展開と全く同様に處理せられる。即ち貨幣を考慮に入れた場合の主體的均衡條件は

$$(13)\quad \begin{cases} u_{t0}=\lambda a_t \\ u_{it}=\lambda q_{it} \end{cases} \qquad (t=0,1,\cdots\cdots,\ \nu;\ i=1,2,\cdots\cdots,\ n)$$

である。(13)は次の三つの命題と等値である。即ち(i)各週に於ける各財の間の限界代用率は各々の財の割引價格の比に等しい。(ii)同一週の貨幣と財の間の限界代用率はその財の貨幣價格に等しい。(iii)今週の貨幣と後の週に於ける貨幣との間の限界代用率は猶豫期間(period of deferment) の割引率に等しい。

次に主體的安定條件は

$$D\equiv\begin{vmatrix} 0 & u_{00} & u_{10} & \cdots\cdots & u_{n\nu} \\ u_{00} & u_{0000} & u_{1000} & \cdots\cdots & u_{n\nu 00} \\ u_{10} & u_{0010} & u_{1010} & \cdots\cdots & u_{n\nu 10} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ u_{n\nu} & u_{00n\nu} & u_{10n\nu} & \cdots\cdots & u_{n\nu n\nu} \end{vmatrix}$$

の三次以上の首座小行列式が交互に正、負なることである。(11)及(13)を解いて貨幣及商品の需要函數を得る。

$$(14)\quad x_{it}=x_{it}(q_{10},\ q_{20},\cdots\cdots,\ q_{n\nu},\ a_\nu C_\nu)$$

しからばかかる需要函數は如何なる構造をもつか。而して之は第一節に於て得た需要函數と如何なる點に於て異るかを次に考察することとしよう。(11)(13)より

$$
(15)\quad \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\nu} a_\tau dx_{0\tau} + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} q_{j\tau} dx_{j\tau} = -\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} x_{j\tau} dq_{j\tau} \\ -a_\iota d\lambda + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{n} u_{0\iota j\tau} dx_{j\tau} = 0 \\ -q_{i\iota} d\lambda + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{n} u_{i\iota j\tau} dx_{j\tau} = \lambda dq_{i\iota} \end{cases} \qquad (\iota=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \nu;\ i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)
$$

これを解いて $dx_{j\tau}$ を得る。

$$
(16)\quad dx_{j\tau} = -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} x_{i\iota} dq_{i\iota} \boldsymbol{Y}_{j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} dq_{i\iota} \boldsymbol{Y}_{i\iota j\tau}
$$

但し $\boldsymbol{Y}_{j\tau} = \frac{\lambda D_{j\tau}}{D}$, $\boldsymbol{Y}_{i\iota j\tau} = \frac{\lambda D_{i\iota j\tau}}{D}$ であり、$D_{j\tau}$, $D_{i\iota j\tau}$ は夫々 D に於ける $u_{j\tau}$, $u_{i\iota j\tau}$ の余因數である。豫想の彈力性を用いて(16)を書き改めると

$$
(17)\quad dx_{j\tau} = \sum_{i=1}^{n}(-x_{i0}\boldsymbol{Y}_{j\tau} + \boldsymbol{Y}_{i0j\tau})\theta_i q_{i0} + \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}(-x_{i\iota}\boldsymbol{Y}_{j\tau} + \boldsymbol{Y}_{i\iota j\tau})\gamma_\iota \theta_i q_{i\iota}
$$

が得られる。而して(16)の右邊第二項卽ち補整項に關して次の關係が成立する。

$$
(18)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{i\iota}\boldsymbol{Y}_{i\iota j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu} a_\iota \boldsymbol{Y}_{0\iota j\tau} = 0
$$

次に(6)と(14)との相異について考えよう。まづ一價格のみが變動した場合について計畫變動の方程式を(8)より求めれば

$$\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{i\iota}}=-x_{i\iota}X_{j\tau}+X_{i\iota j\tau}\quad(i=1,2,\cdots\cdots,\ n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\ \nu)$$

これらの兩邊に各々 $q_{i\iota}$ を乘じて邊々相加えるならば

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{i\iota}}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}x_{i\iota}X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}X_{i\iota j\tau}$$

更にこの兩邊に $a_\nu C_\nu\dfrac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}=-a_\nu C_\nu X_{j\tau}$ を加えると

$$(19)\quad a_\nu C_\nu\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{i\iota}}=\Big(-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}x_{i\iota}-a_\nu C_\nu\Big)X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}X_{i\iota j\tau}$$

が得られる。右邊第一項の括弧の中は(1)により零第二項は(10)により零。それ故に需要函數(6)は現行價格、豫想價格及資本總計に關して零次の同次函數であることが證明される。ところで貨幣を取入れた場合に於いては(16)を偏微分の形で書けば

$$\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{i\iota}}=-x_{i\iota}Y_{j\tau}+Y_{i\iota j\tau},\qquad\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}=-Y_{i\tau}$$

從つて

$$(20)\quad a_\nu C_\nu\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial x_{i\iota}}=\Big(-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}x_{i\iota}-a_\nu C_\nu\Big)Y_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}Y_{i\iota j\tau}$$

(11)と(18)を考慮すれば

$$=\sum_{\iota=0}^{\nu}x_{0\iota}Y_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}a_\iota Y_{0\iota j\tau}$$

を得る。而して之は必ずしも零ではない。即ち第一節の分析に於いては豫想彈力性1なる限り需要函數は價格及

び資本總計に關して零次同次函數であつたが貨幣を取入れた本節の分析に於いては、豫想彈力性1であつても需要函數は價格及び資本總計に關して零次同次函數ではない。ヒックスの消費者理論に於いては acquisition of cash の存在と共に需要函數の零次同次性は破棄される。

(1) Hicks; ibid. p. 237, 吾々はかゝる貨幣として例えば金貨或は銀貨を考え得る。即ちそれはそれ自身持續的な消費效用を有する財である。

三、分離可能性と同次性の公準

貨幣を持續的消費財の一種と見做し得る限りに於いて、吾々は貨幣需要の分析を以上のヒックスの消費者理論に於いて見ることを得たのであるが、そこでは、貨幣は他の財と同列に取扱われて居り、その特殊性は全然考慮されて居ない。從つて吾々は、園博士の分離可能性の思想を導入することによつて、この點を修正しつつ、第二節の分析を一層展開しよう。(1)

今、各財は貨幣より分離可能であるとする。これは商品に對する選好の順序（欲望狀況）が貨幣獲得量に無關係であることである。從つて各財が貨幣より分離可能であると考えることによつて、選擇の對象として貨幣を他の財から區別して把握することが出來る。さて、このことの數學的條件は次の如くして與えられる。即ち

$$\frac{\partial}{\partial x_{0v}}\left(\frac{u_{it}}{u_{j\tau}}\right)=0 \qquad (i, j=1, 2, \ldots\ldots, n;\ t, \tau, v=0, 1, \ldots\ldots, \nu)$$

從つて

$$(12) \qquad \frac{u_{it0v}}{u_{it}}=\omega_v \qquad (i=1, 2, \ldots\ldots, n;\ t, v=0, 1, \ldots\ldots, \nu)$$

である。(2)

さて、$-a_\nu C_\nu-\sum_{\tau=0}^{\nu}a_\tau x_{0\tau}=E$ と置き、收支均等方程式(11)を考慮すれば、E は計畫期間中に於ける純消費支出額の割引現價となる。（E は現行並びに豫想價格、及び資本總計の函數である。）卽ち、

$$(22)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}x_{i\iota}=E$$

而して(13)の第二行の方程式と(22)を聯立したもの

$$(23)\quad \begin{cases} \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{i\iota}x_{i\iota}=E \\ -\lambda q_{i\iota}+u_{i\iota}=0 \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}$$

より價格變化の效果を分析する。

$$(24)\quad \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}q_{j\tau}dx_{j\tau}=dE-\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}x_{j\tau}dq_{j\tau} \\ -d\lambda q_{i\iota}+\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{n}u_{i\iota j\tau}dx_{j\tau}=\lambda dq_{i\iota} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}$$

(21)を代入すれば

$$(25)\quad \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}q_{j\tau}dx_{j\tau}=dE-\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}x_{j\tau}dq_{j\tau} \\ -q_{i\iota}(d\lambda-\sum_{\tau=0}^{\nu}\omega_\tau\lambda dx_{0\tau})+\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n}u_{i\iota j\tau}dx_{j\tau}=\lambda dq_{i\iota} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}$$

この聯立方程式の左邊の係數の作る行列式を D', D' に於ける $q_{j\tau}$, $u_{i\iota j\tau}$ の余因數を $D_{j\tau}'$, $D'_{i\iota j\tau}$ で表わし、

$\boldsymbol{Y}'_{j\tau}=\dfrac{D'_{j\tau}}{D'}$,　$\boldsymbol{Y}_{\iota i j\tau}=\dfrac{\lambda D'_{\iota i j\tau}}{D'}$ とすれば

$$(26)\quad dx_{j\tau}=\Big(dE-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}x_{\iota i}dq_{\iota i}\Big)\boldsymbol{Y}'_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}dq_{\iota i}\boldsymbol{Y}'_{\iota i j\tau}$$

を得る。$\boldsymbol{Y}'_{\iota i j\tau}$ に關しては

$$(27)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{\iota i}\boldsymbol{Y}'_{\iota i j\tau}=0$$

が成立する。さて E は價格及び資本總計の函數であるから(26)より

$$(28)\quad \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}=\frac{\partial E}{\partial(a_\nu C_\nu)}\boldsymbol{Y}'_j$$

$$(29)\quad \frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{\iota i}}=\left(\frac{\partial E}{\partial q_{\iota i}}-x_{\iota i}\right)\boldsymbol{Y}'_{j\tau}+\boldsymbol{Y}'_{\iota i j\tau}\qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n;\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$$

從つて(29)の兩邊に $q_{\iota i}$ を乘じて邊々相加え、更に(28)を加えて(22)、(27)を考慮すれば

$$(30)\quad a_\nu C_\nu\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial(a_\nu C_\nu)}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{\iota i}\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial q_{\iota i}}=\left(\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{\iota i}\frac{\partial E}{\partial q_{\iota i}}+a_\nu C_\nu\frac{\partial E}{\partial(a_\nu C_\nu)}-E\right)\boldsymbol{Y}'_{j\tau}$$

を得る。それ故我々は次の如く云うことが出來る。

(ⅰ)純消費支出函數が價格及び資本總計の一次の同次函數であるならば、卽ち價格及び資本總計が比例的に增大するとき純消費支出も比例的に增大するならば

$$(31)\quad \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n}q_{\iota i}\frac{\partial E}{\partial q_{\iota i}}+a_\nu C_\nu\frac{\partial E}{\partial(a_\nu C_\nu)}=E$$

であるから(30)は零となる。卽ち各財の需要函數は豫想彈力性1なるとき價格及び資本總計に關して零次の同次

函數となる。吾々はかかる場合「同次性の公準」(homogeneity postulate) が滿足されていると云う。

(ii)價格及び資本總計が比例的に增大するとき純消費支出が比例以上に增大するならば、即ち

$$(32)\quad \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{it}\frac{\partial E}{\partial q_{it}}+a_{\nu}C_{\nu}\frac{\partial E}{\partial(a_{\nu}C_{\nu})}>E$$

なるときには、上級財 ($Y'_{jt}>0$) の需要は增加し、下級財($Y'_{jt}<0$) の需要は減少する。かかる場合は「超同次性の公準」[3] (over-homogeneity postulate) が滿されてゐると云う。

(iii)これに反して

$$(33)\quad \sum_{t=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} q_{it}\frac{\partial E}{\partial q_{it}}+a_{\nu}C_{\nu}\frac{\partial E}{\partial(a_{\nu}C_{\nu})}<E$$

なる場合、即ち價格及び資本總計が比例的に增大するとき純消費支出が比例以下に增加する場合は、上級財の需要は減少し、下級財の需要は增加する。かかる場合は「下同次性の公準」[4] (under-homogeneity postulate) が滿されていると云う。

以上は園博士安井教授の理論の一部分を移動均衡論的に展開したのであるが、我々はもう少しかかる展開を一般化することが出來る。これに手がかりを與えるものはルーイスの所謂 partition theorem[5] である。次にこれを展開しよう。

(1) 安井教授 前揭論文一九五—二〇五頁參照。安井教授はかゝる分析を靜學的に展開して居られるが、吾々は貨幣需要の分析方法に對する第三要請に從つて、これを移動均衡理論に立脚して展開することを試みて同樣の結果を得た。

(2) 園博士 前揭論文六頁

(3)(4) 安井教授　前掲論文　二〇四―二〇五頁

(5) E. E. Lewis: Intercommodity Relationships in Stable Demand (Econometrica Vol. I. No. 2, April, 1938), Note on Intercommodity Relationship in Demand (the Review of Economic Studies Vol. V. No. 1. Oct. 1937) 及安井教授「聯關財についての一考察」(經濟學論集第一三卷第八號) 五一頁以下參照

四、ル ー イ ス 分 解

今價格變動に際してかりに貨幣獲得量が不變であるとすれば、その場合の商品需要の變動量は(15)の第一方程式及第三行目の各方程式に於いて $dx_{0\iota}=0$ とおいたものより得ることが出來る。卽ち

$$(34)\quad \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} q_{j\tau}dx_{j\tau} = -\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} x_{j\tau}dq_{j\tau} \\ -q_{i\iota}d\lambda + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} u_{i\iota j\tau}dx_{j\tau} = \lambda dq_{i\iota} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n:\ \iota=0,1,\cdots\cdots,\nu) \end{cases}$$

之を解いて

$$(35)\quad (dx_{j\tau})_1 = -\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} x_{i\iota}dq_{i\iota}\mathbf{Y}'_{j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} dq_{i\iota}\mathbf{Y}'_{i\iota j\tau}$$

を得る。これは貨幣を含まぬ場合のヒックスのスルッキー方程式と同じである。しかしながら實際には價格變動に際して貨幣獲得量は變動するからこの貨幣獲得量の變動に伴い、商品需要は追加的に變動する。さて價格變動に伴う貨幣獲得量の變動量は(16)より

$$(36)\quad dx_{0\iota} = -\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} x_{j\tau}dq_{j\tau}\mathbf{Y}_{0\iota} + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} dq_{j\tau}\mathbf{Y}_{j\tau 0\iota}$$

であるから貨幣獲得量の變動に伴う商品需要の追加的變動は(15)の第一方程式及第三行目の各方程式の右邊を零とし、これに(36)を代入したものを解くことによつて得られる。即ち

$$(37)\quad \begin{cases} \displaystyle\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} q_{j\tau}dx_{j\tau} = -\sum_{\tau=0}^{\nu} a_{\tau}dx_{0\tau} \\ \displaystyle -q_{i\iota}d\lambda + \sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=1}^{n} u_{i\iota j\tau}dx_{j\tau} = -\sum_{\tau=0}^{\nu} u_{i\iota 0\tau}dx_{0\tau} \end{cases}$$

これを解いて

$$(38)\quad (dx_{j\tau})_2 = -\sum_{\iota=0}^{\nu} a_{\iota}\Big(-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{h=1}^{n} x_{h\upsilon}dq_{h\upsilon}\mathbf{Y}_{0\iota} + \sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{h=1}^{n} dq_{h\upsilon}\mathbf{Y}_{h\upsilon 0\iota}\Big)\mathbf{Y}'_{j\tau}$$
$$-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{i=1}^{n} u_{i\sigma 0\iota}\Big(-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{h=1}^{n} x_{h\upsilon}dq_{h\upsilon}\mathbf{Y}_{0\iota} + \sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{h=1}^{n} dq_{h\upsilon}\mathbf{Y}_{h\upsilon 0\iota}\Big)\mathbf{Y}'_{i\sigma j\tau}$$

となる。而して $dx_{j\tau}$ は $(dx_{j\tau})_1$ と $(dx_{j\tau})_2$ との和に他ならない。今(38)の第一項を $(dx_{j\tau})_2'$ 第二項を $(dx_{j\tau})_2''$ とすれば

$$(39)\quad dx_{j\tau} = (dx_{j\tau})_1 + (dx_{j\tau})_2' + (dx_{j\tau})_2''$$

$(dx_{j\tau})_2'$ は價格變動によつて貨幣獲得量が變動することに伴い支出が變動する事にもとづく商品需要の變動であり $(dx_{j\tau})_2''$ は貨幣獲得量の變動により商品の限界選擇度が變化することに基く商品需要の變動である。

かくの如く「ルーイス分解」[1]を考慮するならば、價格變化の需要に與える效果が直接的效果と貨幣を通ずる間接的效果の合成效果であることが明かになる。貨幣獲得量の變動が商品需要に與える效果のうち第二の效果は商品が貨幣より分離可能なる場合には消滅する。而してこの場合には價格及び資本總計の比例的變動を考えるなら

ば（但し豫想の彈力性1）第二節に分析したところのものを得る。

(1) 貨幣側の影響を明かにする爲にかゝるルーイスの方法を用いたのは森島通夫氏—前掲論文四二—四八頁—である。

五、以上の分析に對する批判

（Ⅰ）以上吾々はヒックスの貨幣分析を考察し、それを發展せしめたのであるが、かかる分析に對してヒックス自身次の如く批判している。[1] 卽ち上記の分析は貨幣を一種の持續的消費財と見做している。從つてかかる分析方法が正當であるのは貨幣が持續財である限りに於いてである。しかしながら、貨幣は現代的貨幣に卽して考える限り、それ自身固有效用を有するものでなく、その效用は手持貨幣が將來の支出に當つて支拂手段として役立つと言うことに基いている。この意味に於いてそれはむしろ證券の一種と見做し得る。これがヒックスの貨幣需要分析の根本的觀點であるが、以上の分析に於いては、ヒックスのこの觀點は充分に貫徹されていない。吾々は貨幣を商品と同列に取扱うのでなく、證券と同一範疇のものとして取扱わねばならぬ。而してかかる觀點から貨幣需要の構造を分析することは貨幣と證券の代用關係を考究することに他ならない。

ところでヒックスのこの點に關する分析は次の如くである。[2] まづ消費者はどうして資金を證券と貨幣に分けるかを尋ねなければならない。證券は利子を生み、貨幣は利子を生まないのに證券より貨幣を保有しようとするのは何故か。最も安全な證券でもそれが貨幣でない限り若干の危險を有し、而もその獲得と處分に若干の費用を要する。しかるに貨幣には危險もなく且つ處分に費用も要しないから、證券の費用や危險を償うに足る利子が證券保有により得られないならば、消費者は恐らく資金を貨幣の形で保有するであろう。從つて貨幣に對する需要は

利子率に緊密に依存することは明かである。この利子率と貨幣需要の緊密なる連關性は上述の貨幣を持續財と見做した場合に於いても貨幣の本質をよりよく考察するならば認識し得るであろう。しかしながらそれでもなお我々は證券と貨幣との代用關係を究極的に明かにし得たとは云い得ない。資金の貨幣と證券への配分を分析する爲にヒックスはまづ考察の規準として貨幣需要が零なる如き場合を考える。即ち消費者は毎週一定の收入を得ると豫想し、更にそれと同額だけを毎週消費しようと計畫するとせよ。然る場合、その計畫が確實に實行出來ると考える限り貨幣需要は零となり、資金はすべて證券の形で保有されるはずである。しかしながら現實の狀態はかかる規準的狀態ではあり得ない。而して貨幣は現實の狀態が此の規準的狀態より偏位している程度に應じて需要せられる。まづ第一に收入と消費支出の正確な一致と云うことは實際にはあり得ない。例えば收入は四週間目毎に入つてくるが、消費支出は毎週必要であろう。從つて四週間をとつて見るならば收支は均等して現金殘高は零である場合でも、各週について見るならば貨幣の保有が存在する。かかる收入と支出の定期性による貨幣保有量は社會全體として見ればほぼ一定量を保つている。從つてこの動機に基く保有貨幣量は支拂期日に關する慣習と貨幣額で表わした支出總額に依存し、利子率の變動によつては影響を受けない。（Keynes の所謂所得動機 Income-motive に基く貨幣需要。[3]）第二に、消費計畫は決して確定的ではあり得ない。即ち豫期しない支出をしようとする可能性が常に存在する。ところでこの不意の支出に充てる爲に證券を現金化するには可成りの費用を要するから、消費者は利子を犧牲にしても將來の可能なる支出に備えて貨幣を保有するだろう。この部分の大きさは利子率と危險要素の變化に影響され易いが、この點を別とすれば總消費支出額に一定の關係がある。（Keynes の所謂豫備的動機 Precautionary-motive にもとづく貨幣需要。[4]）

以上は收支の一般的な均等が原則である場合の貨幣保有の動機であるが、次に條件が靜態的でない場合を考えれば更に貨幣保有の動機が附加わる。第一に、消費者が近い將來に於て消費支出の增加を計畫しているか、或は同様に近い將來に於いて彼の收入以上の消費を爲し得る樣に、現在、收入以下しか消費していない場合には明かに現在に於ける貨幣需要を增加するだろう。第二に、ずつと遠い將來に於いて收入以上の消費が出來る樣に證券の蓄積を增加せんとして現在の消費をきりつめている樣な消費者を考えて見よう。その樣な人は投資の爲の費用を考慮して貨幣額が一定量に達するまで貨幣を保有する。それは每週每週證券を購入する代りに、數週間の貯蓄を一回で證券に代える方が安くつくからである。この場合の貨幣保有の目的は近い將來に於いてそれを消費することではなくて、證券に投資することである。以上が貨幣需要の主な動機である。從つて最後の貯蓄の過程に於ける貨幣保有と云う點を除けば「貨幣需要は貨幣額であらわした近い將來に於ける消費支出計畫額及び利子率に依存する」と云うことが出來る。

ヴァーバルに展開されたヒックスの貨幣需要の分析は以上の如くであるが、かかる分析の結果よりして前述の貨幣を持續的消費財と見做した數學的分析が貨幣需要の分析として不充分であることは明かである。而して、このヴァーバルに展開された貨幣需要の分析を解析的に展開することは未解決の儘殘されている。かくて、ヒックスに於いては貨幣需要、證券需要の分析は極めて不徹底に終つて居り、吾々の第二要請は充分に滿足されていないと言わなければならない。

(Ⅱ) 次に貨幣の獲得量を選擇函數の元として導入したヒックスの理論について一言しておこう。云うまでもなく貨幣の效用は價格及び利子率と無關係ではあり得ない。從つて貨幣を選擇函數に含めるならば價格及利子率

をもパラメーターとしてその中に入れておかなければならない。それ故、價格及利子率を考慮せずして貨幣を含めた選擇函數を構成することは適當でない。

次にヒックスの貨幣分析に於いて、第ι週の證券需要量 $S_\iota = x_{0\iota} + \sum_{i=1}^{n} p_{i\iota} x_{i\iota}$ であるから、價格乃至利子率の變動による證券需要の變動は $dS_\iota = dx_{0\iota} + \sum_{i} p_{i\iota} dx_{i\iota}$ より直ちに上述の理論に於いて分析することが出來る。しかしながら、それは單に收入と支出の差を埋め合わせる爲に證券が購入せられるに止り、眞に證券と貨幣の代用關係の分析がこれによつて明かにされると考えることは出來ない。ヒックスに於いては選擇函數は證券の量にindependentなものと見られているが、(5) 證券の一種としての貨幣を選擇函數の元とするならば、當然、證券をも選擇函數の中に含めるべきであろう。更に之等證券購入の結果として第ν週の終りに於いて保有するところの資本總計 C_ν は所與として取扱われているが、計畫期間の終りに於いてどれだけの證券を手許に保有しようとするかと言うことは消費者の選擇行爲の中に含まれる。從つて財の需給と同樣に C_ν が如何に決定されるか、又價格乃至利子率の變動に際して如何に變動するかの分析が爲されねばならぬ。即ち、C_ν を所與のものとしてでなく、變數として取扱うのでなければ消費計畫の分析は完全であるとは言えない。かくの如く、ヒックスは收支均等の條件を一個のover time の budget equation で與え、選擇函數は證券の量に independent であるとしている爲に證券需要、貨幣需要の現實的な分析を解析的に展開することが不可能となつている。

以上に於いて、吾々はヒックスの貨幣需要の分析が吾々の第二要請を滿足させぬ所以を考察したが、次に吾々はヒックスの之等の弱點を修正せんとする試みが如何に爲されているかをレーザー及びクラインについて考察することとしよう。

(1) Hicks; Value and Capital, p. 238.
(2) Hicks; ibid. pp. 239—242.
(3) J. M. Keynes; The General Theory, p. 195.
(4) Keynes; ibid. p. 196.
(5) 青山教授前掲書　一五四頁

六、レーザーの分析

貨幣に對する需要は豫備的動機によるにせよ、所得動機によるにせよ保有された貨幣が後に購買力として働くものであることが前提であり、從つてその效用は貨幣自體の固有效用に基くのではない。上述の如くヒックスはヴァーバルにこの點を説明しているけれども、解析的には貨幣を持續的消費財と見做して分析しているにすぎない。レーザーはこの點に着目して貨幣が一般的交換手段であり、他の財と異る特殊なる財であることを考慮して消費者の貨幣需要を分析している。[1]

或期に於ける消費者の各財に對する需要量を $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ で表わし、各々の價格を $p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n$ とする。而して、消費者はその期の終に於いて現金Hを保有するとしよう。今 $p_1x_1'=p_2x_2'=\cdots\cdots=p_nx_n'=H$ なる如く $x_1', x_2', \cdots\cdots, x_n'$ を定めるならば、かかる x_i' はHをすべて財 i の購入に充てる時の購入可能の最大量である。(但し價格は p_i)。それ故、今期と來期との價格が等しいと豫想せられる場合には、Hの保有により消費者は來週に於いて x_1' か x_2' か $\cdots\cdots x_n'$ かを購入することが出來る。從つて、貨幣の效用が之等 $x_1', x_2', \cdots\cdots, x_n'$ に依存すると考え、選擇函數を $u(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, x_1', x_2', \cdots\cdots, x_n')$ で定義するならば、貨幣の本質が一般的交換手段であることを明

かならしめると共に、選擇函數が價格システムに依存することを示すことが出來る。而して消費者は收支均等の條件の下でこの u の極大を計るものと考える。

さて、消費者の初期貨幣量を M とすると、收支均等方程式は

$$(40)\quad \sum_i p_i x_i + H = M$$

(以下 summation はすべて 1 から n まで) である。從つて附帶條件(40)のもとに選擇函數

$$(41)\quad u = u(x_1,\ x_2, \cdots\cdots,\ x_n,\ x'_1,\ x'_2,\ \cdots\cdots,\ x'_n)$$

が極大なる爲の必要條件、即ち主體的均衡條件は

$$(42)\quad \begin{cases} u_i = \lambda p_i & (i = 1, 2, \cdots\cdots, n) \\ \dfrac{\partial u}{\partial H} = \displaystyle\sum_i \frac{u'_i}{p_i} = \lambda & \left(u_i = \dfrac{\partial u}{\partial x_i},\quad u'_i = \dfrac{\partial u}{\partial x'_i}\right) \end{cases}$$

である。次に極大の充分條件を求めよう。それは主體的均衡點に於いて $\sum_i p_i dx_i + dH = 0$ のもとに二次形式

$$d^2u = \sum_i \sum_j u_{ij} dx_i dx_j + 2 \sum_i \sum_k \frac{u'_{ik}}{p_k} dx_i dH + \sum_k \sum_l \frac{u''_{kl}}{p_k p_l} (dH)^2$$

$$\left(u_{ij} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j},\quad u'_{ij} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x'_j},\quad u''_{ij} = \frac{\partial^2 u}{\partial x'_i \partial x'_j}\right)$$

が負値形式なることである。したがつてこれに $dH = -\sum_i p_i dx_i$ を代入し(42)を考慮すれば充分條件は

$$\sum_i \sum_j \left\{ u_{ij} - \left(u_j \sum_k \frac{u'_{ik}}{u_k} + u_i \sum_k \frac{u'_{jk}}{u_k} \right) + u_i u_j \sum_k \sum_l \frac{u''_{kl}}{u_k u_l} \right\} dx_i dx_j < 0$$

である。今 $u_{i0}=u_{0i}=\sum_k \frac{u'_{ik}}{u_k}$, $u_{00}=\sum_k \sum_l \frac{u''_{kl}}{u_k u_l}$ なる記號を用いれば、これは

$$(43)\quad \sum_i \sum_j (u_{ij}-u_i u_{j0}-u_j u_{i0}+u_i u_j u_{00})dx_i dx_j<0$$

となる。而して之は行列式

$$N\equiv\begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 & \cdots\cdots & u_n & 1 \\ u_1 & u_{11} & u_{12} & \cdots\cdots & u_{1n} & u_{10} \\ u_2 & u_{12} & u_{22} & \cdots\cdots & u_{2n} & u_{20} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots \\ u_n & u_{n1} & u_{n2} & \cdots\cdots & u_{nn} & u_{n0} \\ 1 & u_{01} & u_{02} & \cdots\cdots & u_{0n} & u_{00} \end{vmatrix}$$

の三次以上の首座小行列式が交互に正負なることである。　この行列式の各要素はいづれも x_i, x'_i の函數であるが、今 x_i, x'_i の如何にかかわらず常にこの條件が滿たされる事を假定すれば、主體的均衡條件を滿たす點は必ず(40)の下で(42)の極大を與える。我々はこの假定を以て主體的安定條件と呼ぶ。　なお、以下の分析に於いて u_i, u_{ij}, 1, u_{i0}, u_{00} の余因數を夫々 N_i, N_{ij}, N_0, N_{i0}, N_{00} にて表わす。

まづ初期貨幣量變動の需要量に及ぼす效果を分析しよう。(40)(42)を M について偏微分すれば

$$(44)\quad \begin{cases} u_1\frac{\partial x}{\partial M}+u_2\frac{\partial x_2}{\partial M}+\cdots\cdots+u_n\frac{\partial x_n}{\partial M}+\lambda\frac{\partial H}{\partial M}=\lambda \\ -\frac{u_i}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial M}+u_{i1}\frac{\partial x_1}{\partial M}+u_{i2}\frac{\partial x_2}{\partial M}+\cdots\cdots+u_{in}\frac{\partial x_n}{\partial M}+\lambda u_{i0}\frac{\partial H}{\partial M}=0 \quad (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n) \\ -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial M}+u_{01}\frac{\partial x_1}{\partial M}+u_{02}\frac{\partial x_2}{\partial M}+\cdots\cdots+u_{0n}\frac{\partial x_n}{\partial M}+\lambda u_{00}\frac{\partial H}{\partial M}=0 \end{cases}$$

之を解いて

$$
(45)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x_r}{\partial M}=\lambda\dfrac{N_r}{N} \\[2ex] \dfrac{\partial H}{\partial M}=\dfrac{N_0}{N} \end{cases}
$$

を得る。これに關して次の關係が成立つ。

$$
(46)\quad \sum_i p_i\frac{\partial x_i}{\partial M}+\frac{\partial H}{\partial M}=1
$$

次に價格變動の效果を考察しよう。同樣に(40)(42)を P_r について偏微分すれば

$$
\begin{cases}
u_1\dfrac{\partial x_1}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+u_n\dfrac{\partial x_n}{\partial p_r}+\lambda\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=-\lambda x_r \\[2ex]
-\dfrac{u_1}{\lambda}\dfrac{\partial\lambda}{\partial p_r}+u_{11}\dfrac{\partial x_1}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+u_{1n}\dfrac{\partial x_n}{\partial p_r}+\lambda u_{10}\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=\dfrac{\lambda^2 H}{u_r^2}u'_{1r} \\[1ex]
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\[1ex]
-\dfrac{u_r}{\lambda}\dfrac{\partial\lambda}{\partial p_r}+u_{r1}\dfrac{\partial x_1}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+u_{rn}\dfrac{\partial x_n}{\partial p_r}+\lambda u_{r0}\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=\dfrac{\lambda^2 H}{u_r^2}u_{rr}+\lambda \\[1ex]
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\[1ex]
-\dfrac{u_n}{\lambda}\dfrac{\partial\lambda}{\partial p_r}+u_{n1}\dfrac{\partial x_1}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+u_{nn}\dfrac{\partial x_n}{\partial p_r}+\lambda u_{n0}\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=\dfrac{\lambda^2 H}{u_r^2}u_{nr} \\[2ex]
-\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\partial\lambda}{\partial p_r}+u_{01}\dfrac{\partial x_1}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+u_{0n}\dfrac{\partial x_n}{\partial p_r}+\lambda u_{00}\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=\dfrac{\lambda^2 H}{u_r^2}\sum_i\dfrac{u''_{ir}}{u_i}+\lambda\dfrac{u'_r}{u_r^2}
\end{cases}
$$

である。今

$$Z_{rs}=\frac{N}{u_rN_s}\left(\frac{u'_{1r}}{u_r}\frac{\lambda N_{1s}}{N}+\cdots\cdots\cdots+\frac{u'_{nr}}{u_r}\frac{\lambda N_{ns}}{N}+\frac{\lambda}{u_r}\sum_i\frac{u''_{ir}}{u_i}\frac{N_{0s}}{N}\right)$$

$$Z_{r0}=\frac{\lambda N}{u_rN_0}\left(\frac{u'_{1r}}{u_r}\frac{N_{10}}{N}+\cdots\cdots\cdots+\frac{u'_{nr}}{u_r}\frac{N_{n0}}{N}+\frac{\lambda}{u_r}\sum_i\frac{u_{ir}}{u_i}\frac{N_{00}}{\lambda N}\right)$$

$$X_{rs}=\frac{\lambda N_{rs}}{N},\quad X_{r0}=\frac{N_{r0}}{N},\quad X_{0s}=\frac{N_{0s}}{N},\quad X_{00}=\frac{N_{00}}{\lambda N},\quad c_r=\frac{\lambda u'_r}{u_r^2}$$

なる記號を用いてこの聯立方程式を解けば

$$(47)\quad\begin{cases}\dfrac{\partial x_s}{\partial p_r}=-x_r\dfrac{\partial x_s}{\partial M}-HZ_{rs}\dfrac{\partial x_s}{\partial M}+X_{rs}+c_rX_{0s}\\[2ex]\dfrac{\partial H}{\partial p_r}=-x_r\dfrac{\partial H}{\partial M}+HZ_{r0}\dfrac{\partial H}{\partial M}+X_{r0}+c_rX_{00}\end{cases}$$

かくて價格變動の効果は四つの部分に分解されるが、これ等の各項を夫々直接的所得效果、間接的所得效果、直接的代用效果、間接的代用效果 (direct and indirect income effect, direct and indirect subsstitution effect) と呼ぶ。[2] さてこれらの間には次の如き關係が存在することが容易に證明される。

$$\begin{cases}X_{rs}==X_{sr},\quad X_{r0}=X_{0r},\quad X_{rr}<0,\quad X_{00}<0\\[1ex]\sum_i p_iX_{ij}+X_{j0}=0,\quad \sum_i p_iX_{0i}+X_{00}=0,\quad \sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^m p_ip_jX_{ij}<0\qquad(m<n)\\[1ex]\sum_i p_iZ_{ri}\dfrac{\partial x_i}{\partial M}=Z_{r0}\dfrac{\partial H}{\partial M},\quad \sum_i p_iZ_{is}=\sum_i p_iZ_{i0}=1\end{cases}$$

これらを考慮するならば

$$(48)\quad \begin{cases} \sum_i p_i \dfrac{\partial x_s}{\partial p_i} + M\dfrac{\partial x_s}{\partial M} = 0 \\ \sum_i p_i \dfrac{\partial H}{\partial p_i} + M\dfrac{\partial H}{\partial M} = H \end{cases}$$

が證明されるから各財の需要函數は價格及初期貨幣量に關して零次の同次函數であり、貨幣保有量の函數は價格及初期貨幣量に關して一次同次函數である。

以上はレーザーの貨幣需要の分析の前半の概略である。次に我々は彼のシステムの中に商品の貨幣よりの分離可能性を導入して見よう。今各財は貨幣より分離可能であるとする。即ち $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の種々なる數量に應ずる選擇値の大小相等關係が $x'_1, x'_2, \cdots\cdots, x'_n$ の各々の量に無關係であるとする。從つて

$$\frac{\partial}{\partial x'_k}\left(\frac{u_i}{u_j}\right)=0 \qquad (i,\ j,\ k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

或は

$$(49)\quad u'_{ik}=\omega_k u_i$$

(40)に於いてHを右邊に移行し $M-H=E$ とすればEは純消費支出である。(3) 即ち

$$(50)\quad \sum_i p_i x_i = E$$

(50)と(42)の第一行目の方程式を聯立さしたものを價格 P_r について偏微分すれば

$$
\left\{
\begin{aligned}
& p_1\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+p_2\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots\cdots+p_n\frac{\partial x_n}{\partial p_r}=\frac{\partial E}{\partial p_r}-x_r \\
& -p_1\frac{\partial \lambda}{\partial p_1}+u_{11}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{12}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{1n}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}+\sum_k\frac{u'_{1k}}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u_{1r} \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& -p_r\frac{\partial \lambda}{\partial p_r}+u_{r1}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{r2}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{rn}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}+\sum_k\frac{u_{rk}}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u_{rr}+\lambda \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& -p_n\frac{\partial \lambda}{\partial p_r}+u_{n1}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{n2}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{nn}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}+\sum_k\frac{u_{nk}}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u'_{nr}
\end{aligned}
\right.
$$

(49)を代入してこれを書き改めると

$$
\left\{
\begin{aligned}
& p_1\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+p_2\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+p_n\frac{\partial x_n}{\partial p_r}=\frac{\partial E}{\partial p_r}-x_r \\
& -p_1\left(\frac{\partial \lambda}{\partial p_r}-\lambda\sum_k\frac{\omega_k}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}\right)+u_{11}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{12}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{1n}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u'_{1r} \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& -p_r\left(\frac{\partial \lambda}{\partial p_r}-\lambda\sum_k\frac{\omega_k}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}\right)+u_{r1}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{r2}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{rn}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u'_{rr}+\lambda \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& -p_n\left(\frac{\partial \lambda}{\partial p_r}-\lambda\sum_k\frac{\omega_k}{p_k}\frac{\partial H}{\partial p_r}\right)+u_{n1}\frac{\partial x_1}{\partial p_r}+u_{n2}\frac{\partial x_2}{\partial p_r}+\cdots\cdots\cdots+u_{nn}\frac{\partial x_n}{\partial p_r}=\frac{H}{p_r^2}u'_{nr}
\end{aligned}
\right.
$$

となる。左邊の係數のつくる行列式を N', N'_s に於ける p_i, u_{ij} の余因數を夫々 N'_i, N'_{ij} としてこれより $\frac{\partial x_s}{\partial p_r}$ を解けば

$$(51)\quad \frac{\partial x_s}{\partial p_r}=\left(\frac{\partial E}{\partial p_r}-x_r\right)\frac{N'_s}{N'}+\frac{H}{p_r^2}\sum_i u'_{ir}\frac{N'_{is}}{N'}+\lambda\frac{N'_{rs}}{N'}$$

を得る。第二項に(49)を代入すれば $\frac{H}{p_r^2}\lambda\omega_r\sum_i p_i\frac{N'_{is}}{N'}=0$ であるから第二項は消滅する。從つて

$$(52)\quad \sum_r p_r\frac{\partial x_s}{\partial p_r}=\left(\sum_r p_r\frac{\partial E}{\partial p_r}-\sum_r p_r x_r\right)\frac{N'_s}{N'}+\lambda\sum_r p_r\frac{N'_{rs}}{N'}$$

となる。この式の第二項は零であり且つ(50)を代入すれば(52)は

$$(53)\quad \sum_r p_r\frac{\partial x_s}{\partial p_r}=\left(\sum_r p_r\frac{\partial E}{\partial p_r}-E\right)\frac{N'_s}{N'}$$

となる。(53)は(30)を處理したと同樣に處理することが出來る。まづ第一に純消費支出函數 E が現行の價格に關して一次の同次函數である場合、即ち $\sum p_r\frac{\partial E}{\partial p_r}=E$ なる場合(53)は零となる。從つて財 S の需要量はそれが上級財、下級財の如何にかかわらず價格の比例的變動に際して不變である。これに反して $\sum_r p_r\frac{\partial E}{\partial p_r}>E$ なる場合、即ち價格の比例的增大に際して純消費支出が比例以上に增大する場合には上級財 $\left(\frac{N'_s}{N'}<0\right)$ の需要は增大し、下級財 $\left(\frac{N'_s}{N'}<0\right)$ の需要は減少する。而して $\sum_r p_r\frac{\partial E}{\partial p_r}<E$ なる場合には上級財の需要は減少し下級財の需要は增大する。この結果は先のヒックスのシステムに分離可能性の條件を導入することによつて得た結論に極めて類似する。しかしながらその場合に於て述べた同次性、超同次性、下同次性の條件は純消費支出が價格及び資

本總計の比例的變動に際して比例的に變動するか、比例以上に變動するか、或は比例以下に變動するかを基準として分けられたが、ここでの基準は純消費支出が價格（資本總計を除く）に關して比例的に變動するや否やによつて分けられている。

(1) Leser; The Conumer s Demand for Money. pp. 123—140.
(2) Leser; ibid. pp. 130—131.
(3) レーザーはx_0を凡て消費財となしMは過去の貯蓄Wと今週の所得Iの和であると考える。今週の貯蓄をSとすれば$H=W+S$或は $M-H\equiv E\equiv I-S$ である。之に對して私はx_0の中に家計の供給する原本生産財をも含ましめる。然る時 $M=W$ であり $-E=S$ である。從つて $H=W+S$ となる。かく解する方が適切である。何となればレーザーの如くすればIを所與とせねばならず供給の分析をなし得ないからである。(cf. Leser, ibid. p. 131).

七、レーザーの理論に於ける效用可測性の問題

以上のレーザーの理論は一應效用函數を前提して展開せられているが、それは決して效用可測性の前提に立脚するものではない。以下本節に於いて我々は此の點を明かにしよう。

今レーザーの選擇函數uに $F=F(u)$（但し $F'(u)>0$）なる變換を施すならば、かかる新しい選擇函數Fを基準として分析せられた場合と以上の分析との間には次の如き關係が存在する。

$$
(\mathrm{A})\begin{cases}
\dfrac{\partial F}{\partial x_i}=F'u_i, \quad \dfrac{\partial F}{\partial x_i'}=F'u_i', \quad \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_i\partial x_j}=F'u_{ij}+F''u_iu_j \\
\dfrac{\partial^2 F}{\partial x_i\partial x_j'}=F'u_{ij}'+F''u_iu_j', \quad \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_i'\partial x_j'}=F'u_{ji}''+F''u_i'u_j'
\end{cases}
$$

であるから

$$
\begin{cases}
\lambda_F=\dfrac{F'u_i}{p_i}=F'\sum_i\dfrac{u'_i}{p_i}=F'\lambda \\
F_{00}=\sum_i\sum_j\dfrac{F'u''_{ij}+F''u'_iu'_j}{F'^2u_iu_j}, \quad F_{0s}=\sum_i\dfrac{F'u'_{is}+F''u'_iu'_s}{F'u_i}
\end{cases}
$$

となる。さてuを基準として價格變動の基本方程式(47)を導出したと同樣に、Fを基準として同樣の基本方程式を導出し得ることは云う迄もない。以下にFを基準とした場合の價格變動の基本方程式とuを基準とした場合のそれとの關係を考えることとしよう。

$$
(\mathrm{B})\quad
\begin{cases}
N^F\equiv F'^n N', \quad N^F_s\equiv F'^{n-1}N_s, \quad N^F_{rs}\equiv F'^{n-1}N_{rs} \\
N^F_{0s}\equiv F'^n N_{0s}, \quad N^F_{00}=F'^{n+1}N_{00}
\end{cases}
$$

まづ直接的所得效果に關しては、Fを基準とした場合のそれは(A)(B)を考慮することにより

$$
-x_r\frac{\lambda_F N^F_s}{N^F}=-x_r\frac{\lambda N_s}{N}=-x_r\frac{\partial x_s}{\partial M}
$$

であるからuを基準とした場合のそれと一致する。次に間接的所得效果について考察しよう。Fを基準とした場合の間接的所得效果は(A)(B)を考慮することにより

$$
H\frac{\lambda_F}{F'u_r}\left(\sum_i\frac{F'u''_{ir}+F''u'_ru'_i}{F'u_r}\frac{\lambda_F N^F_{is}}{N^F}+\frac{\lambda_F}{F'u_r}\sum_i\frac{F'u''_{ir}+F''u'_iu'_r}{F'u_r}\frac{N^F_{0s}}{N^F}\right)
$$

$$
=H\frac{\lambda}{u_r}\left\{\sum_i\left(\frac{u''_{ir}}{u_r}+\frac{F''}{F'}\frac{u'_iu'_r}{u_r}\right)\frac{\lambda N_{is}}{N}+\frac{\lambda}{u_r}\sum_i\left(\frac{u''_{ri}}{u_i}+\frac{F''}{F'}\frac{u'_iu'_r}{u_i}\right)\frac{N_{0s}}{N}\right\}
$$

$$=HZ_{rs}\frac{\partial x_s}{\partial M}+H\frac{\lambda}{u_r}\left(\sum_i\frac{F'^i}{F^F}\cdot\frac{u_i u'_r}{u_r}\cdot\frac{\lambda N_{is}}{N}+\frac{\lambda}{u_r}\sum_i\frac{F'^i}{F^F}\cdot\frac{u'_i u'_r}{u_i}\cdot\frac{N_{0s}}{N^i}\right)$$

である。而して最右邊の括弧の中はNに關するラプラースの定理により零となる。それ故これはuを共準とした場合の間接的所得効果と一致する。直接的代用効果について見よう。

(A)(B)を考慮すれば

$$\frac{\lambda_F N^F_{rs}}{N^F}=\frac{\lambda N_{rs}}{N}=X_{rs}$$

であるからこの部分も變換Fに對して不變である。最後に間接的代用効果は

$$\frac{\lambda_F F' u'_r}{F'^2 u_r^2}\cdot\frac{N^F_{0s}}{N^F}=\frac{\lambda u'_r}{u_r^2}\cdot\frac{N_{0s}}{N}=c_r X_{0s}$$

であるからこの項も亦Fの變換に關して不變である。

かくの如くレーザーの價格變動の基本方程式は選擇函數の變換に關して不變であるから、彼の理論は効用可測性の前提に立脚しないことが明かとなる。

八、レーザーの所論の批判

先づレーザーの選擇函數について一言しておこう。彼は選擇函數　$u=u(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, x'_1, x'_2, \cdots\cdots, x'_n)$　の極大を求めるが、この選擇函數の構造に關してレーザーの説明は不充分である。即ち、レーザーはこのuに於いてx'_iは現金Hを全て財iに投じた場合の最大購買可能量であるとし、消費者はかかるx'_iをふくめた効用の極大をはか

ると考えるのであるが、これは選擇函數に次の如き假定をおいているものと考えるべきであろう。それは選擇函數は現金保有量Hの函數であると共に價格をパラメーターとして含むが、この函數は現金保有量H及すべての價格に關して零次の同次函數であると云う假定である。從つて

$$U(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, H, p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n)$$
$$\equiv U(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, tH, tp_1, tp_2, \cdots\cdots, tp_n)$$
$$\equiv G\left(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n, \frac{H}{p_1}, \frac{H}{p_2}, \cdots\cdots, \frac{H}{p_n}\right)$$

この函數がレーザーの選擇函數であることは明かである。

さて、貨幣需要の分析は吾々が第三要請として述べた如く、移動均衡論的に爲されるべきである。ヒックスの理論に於いては、消費者は將來の價格狀況に對して豫想を形成し、この豫想に基いて消費計畫を編成すると考えられている。しかるにレーザーの方法によればこの豫想要素の導入が不可能である。

貨幣の效用が見込まれた購買力に基いて定義されているが、この購買力は現在價格を基礎とし、從つて豫想價格が現在價格と等しい場合にのみ、換言すれば價格豫想が靜態的狀態 (stationary state) である時にのみ彼の分析方法は採用される。又彼の立場からは來週以後の財の購入計畫の分析も爲し得ない。從つて、異時的代用關係、異時的補完關係 (intertemporal substitution, intertemporal complementarity) の問題――需要變動の時間形態が明かにされ得ない。レーザーの理論はかくて極く短期の考察に限られ、ヒックスに於いて滿たされていたところの第三要請を滿足するものでない。

次に第二要請について考えよう。レーザーは證券を考慮しない故に貨幣と證券との代用關係が分析し得ない。更にヒックスの説明によつても明かな如く、貨幣と證券の關係を考慮するとき、貨幣に對する需要は利子率に緊密に依存すると言うことを問題としなければならない。從つて、吾々の問題とすべきものは價格變動による貨幣需要量變動の分析よりも、むしろ利子率變動の場合の貨幣需要に及ぼす效果である。然るにレーザーの立場からは利子率と貨幣需要の關係を明かにすることが出來ない。彼の理論はこの點に於いても亦滿足すべきものではない。かくて、レーザーの理論はヒックスの理論を修正して貨幣需要の問題を現實的に把握しようとする試みであるにも拘らず、之等の要請に照らして見る時、それは何等興味ある解答を與えるものでない。(1)

吾々は次に森島氏並びにクラインの理論を考察しよう。(2)

(1) レーザーは Part II に於いてヒックスの意味に於ける動學 (Hicks; ibid. p. 115) とは異つた dynamic analysis を行つている。しかしながら此の分析に對しても私の批判が成立することは勿論である。(cf. Leser, ibid. p. 133 以下)

(2) 森島　前掲論文　三四頁以下

L. R. Klein; Keynesian Revolution, Technical Appendix pp. 192—196. クラインの分析は主體的均衡條件を導出したに止まる。併し乍ら、それはモザックの分析(J. L. Mosak; General Equilibrium Theory in International Trade, 1944) よりは一段と勝れている。モザックはティントナーの分析 (G. Tintner, The Maximization of Utility Over Time, Econometrica, Vol. VI, No. 2, April, 1938, pp. 154—156) を一歩も出ていない。

九、クラインの理論とその批判

消費者は第 t 週に於いて、先週（第 $t-1$ 週）に於いて保有せる貨幣及證券に基く購買力と、證券保有より得られる利子收入、及利子以外の收入を以て市場に現われ、商品を購入し、貨幣及證券を保有する。而して、其の週

に於いて保有された貨幣、證券は來週（第 $\iota+1$ 週）に於ける購買力として作用する。かくて、或週の期首に於いて保有する流動資産と、その週の間保有する證券より得られる利子、及所得の中、その週に於いて消費せられない部分（貯蓄）は期末に於いて保有する流動資産（現金・證券）に等しい、と考えて收支均等の條件を $\nu+1$ 個の方程式で與える。今 X_i は $i=0$ なる時貨幣 $i=1, 2, \cdots\cdots, l$ なる時證券、$i=l+1, l+2, \cdots\cdots, n$ なる時商品とする。從つて $x_{0\iota}$ は第 ι 週の期末に於ける貨幣保有量、$x_{h\iota}(h=1, 2, \cdots\cdots, l)$ は第 ι 週の期末に於いて有する第 h 番目の證券の量であり、それに對する利子率は $I_{h\iota+1}$ である。第 ι 週の利子以外の收入を y_ι で表わす。そうすると、收支均等方程式は

(54) $$x_{0\iota-1}+\sum_{h=1}^{l}(1+I_{h\iota})x_{h\iota-1}+y_\iota-\sum_{i=l+1}^{n}p_{i\iota}x_{i\iota}=x_{0\iota}+\sum_{h=1}^{l}x_{h\iota} \qquad (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$$

で與えられる。（但し x_{0-1}, x_{h-1} は既知）。選擇函數を

(55) $$u=u(x_{00}, x_{10}, \cdots\cdots, x_{n0}, x_{01}, \cdots\cdots, x_{n\nu})$$

と定義すれば、消費計畫は補助函數

(56) $$\Phi\equiv u+\sum_{\iota=0}^{\nu}\lambda_\iota\Big[x_{0\iota-1}+\sum_{h=1}^{l}(1+I_{h\iota})x_{h\iota-1}+y_\iota-\sum_{i=l+1}^{n}p_{i\iota}x_{i\iota}-x_{0\iota}-\sum_{h=1}^{l}x_{h\iota}\Big]$$

が極大なる如く編成される。從つて主體的均衡條件は(56)極大の必要條件

(57) $$\begin{cases} u_{0\iota}=\lambda_\iota-\lambda_{\iota+1} \\ u_{h\iota}=\lambda_\iota-\lambda_{\iota+1}(1+I_{h\iota+1}) \qquad (\text{但し } \lambda_{\nu+1}=0) \\ u_{i\iota}=\lambda_\iota p_{i\iota} \qquad (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu;\ h=1, 2, \cdots\cdots, l;\ i=l+1, \cdots\cdots, n) \end{cases}$$

である。(54)(57)より商品及貨幣證券の需要函數を得る。今 $\sum_{i=l+1}^{n} p_{i\iota}x_{i\iota}=M_\iota$ とおけば $\frac{\partial u}{\partial M_\iota}=\lambda_\iota$ である。即ち λ_ι は第 ι 週に於ける純消費支出の限界選擇度である。

以下に於いて價格乃至豫想價格が變化した場合、需要量が如何に變動するかを考察しよう。今 $p_{j\tau}$ が變化したとするならば收支均等方程式及主體的均衡條件を考慮することによつて

$$(58)\quad \begin{cases} -\dfrac{\partial x_{0\iota-1}}{\partial p_{j\tau}}+\dfrac{\partial x_{0\iota}}{\partial p_{j\tau}}-\sum\limits_{h=1}^{l}(1+I_{h\iota})\dfrac{\partial x_{h\iota-1}}{\partial p_{j\tau}}+\sum\limits_{h=1}^{l}\dfrac{\partial x_{h\iota}}{\partial p_{j\tau}}+\sum\limits_{i=l+1}^{n}p_{i\iota}\dfrac{\partial x_{i\iota}}{\partial p_{j\tau}}=\varepsilon_\iota \\ -\dfrac{\partial \lambda_\iota}{\partial p_{j\tau}}+\dfrac{\partial \lambda_{\iota+1}}{\partial p_{j\tau}}+\sum\limits_{\sigma=0}^{\nu}\sum\limits_{i=0}^{n}u_{0\iota i\sigma}\dfrac{\partial x_{i\sigma}}{\partial p_{j\tau}}=0 \\ -\dfrac{\partial \lambda_\iota}{\partial p_{j\tau}}+(1+I_{h\iota+1})\dfrac{\partial \lambda_{\iota+1}}{\partial p_{j\tau}}+\sum\limits_{\sigma=0}^{\nu}\sum\limits_{i=0}^{n}u_{h\iota i\sigma}\dfrac{\partial x_{i\sigma}}{\partial p_{j\tau}}=0 \\ -p_{k\iota}\dfrac{\partial \lambda_\iota}{\partial p_{j\tau}}+\sum\limits_{\sigma=0}^{\nu}\sum\limits_{i=0}^{n}u_{k\iota i\sigma}\dfrac{\partial x_{i\sigma}}{\partial p_{j\tau}}=\zeta_{k\iota} \end{cases}$$

$$(\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu;\ h=1,2,\cdots\cdots,l;\ k=l+1,\cdots\cdots,n,)$$

$$\varepsilon_\iota=\begin{cases}-x_{j\tau}(\iota=\tau)\\ 0\quad(\iota\neq\tau)\end{cases}\qquad \zeta_{k\iota}=\begin{cases}\lambda_\iota(\iota=\tau,\ k=j)\\ 0(\iota\neq\tau\ \text{or}\ k\neq j)\end{cases}$$

が得られる。今聯立方程式(58)の左邊のつくる行列式を $\varDelta$ とし、$\varDelta$ における $u_{i\iota j\tau}$ の余因數を $\varDelta_{i\iota j\tau}$ であらわす。而して $\varDelta$ において $u_{i\iota j\tau}$ を通る列の第一行の要素の余因數を $\varDelta^0_{j\tau}$、同じ列の第二行の要素の余因數を $\varDelta^1_{j\tau}$ とし以下同様にして第 $\nu+1$ 行のそれを $\varDelta^\nu_{j\tau}$ にてあらわす。今 $\frac{\varDelta^\iota_{j\tau}}{\varDelta}=X^\iota_{j\tau}$, $\frac{\lambda\varDelta_{i\iota j\tau}}{\varDelta}=X_{i\iota j\tau}$ とおき Cramer の公式

を用いて(58)を解くならば

$$(59)\quad \frac{\partial x_{i\iota}}{\partial p_{j\tau}}=-x_{j\tau}X^{\tau}_{i\iota}+X_{j\tau i\iota}$$

が得られる。この基本方程式はクラインの立場から當然導出せらるべきものである。

さてこの基本方程式が選擇函數の變換Fに關して不變であるや否やを考察することとしよう。容易に分る如く

$$(C)\quad \frac{\partial F}{\partial x_{i\iota}}=F'u_{i\iota},\qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_{i\iota}\partial x_{j\tau}}=F'u_{i\iota j\tau}+F''u_{i\iota}u_{j\tau},\qquad \lambda_{F\iota}=\frac{\partial F(u)}{\partial M_\iota}=F'\lambda_\iota$$

である。從つて、新たにFを選擇函數として價格變動の基本方程式を導出し、この基本方程式とuを基準として導出した基本方程式(59)との關係を考えれば(C)が成立しているから兩者は同一である。卽ち、この立場の需要分析は效用可測性の前提に立つていない。かくして、かかる立場の理論は效用可測性の前提より自由であり且つレーザーの理論が有していた所の諸缺點を克服することが可能であるから、吾々の要請を滿足するところの完全なる形の貨幣需要理論であると見ることが出來る。併し乍ら、立入つて考えてみるならば、この理論も亦決して完全なるものではない。何となれば、選擇函數(55)は貨幣及證券をもその元として含むでいるから、先にヒックスに對する批判に於いて述べた如く、それは價格及利子率をパラメーターとして選擇函數の中に入れて置かねばならぬからである。今、選擇函數は

$$u=u(x_{00},\ \cdots\cdots\cdots,\ x_{n\nu},\ p_{l+10},\ \cdots\cdots\cdots,\ p_{n\nu},\ I_{11},\ \cdots\cdots\cdots,\ I_{l\nu})$$

で表わすこととしよう。しかる場合、主體的均衡條件に關しては(57)と形式的には同じものが得られる。併し乍

ら、價格が變動した場合の基本方程式は

$$\frac{\partial x_{it}}{\partial p_{j\tau}}=-x_{j\tau}X^{\tau}_{it}+X_{j\tau it}-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{k=0}^{n}u_{k\sigma(j\tau)}\frac{\varDelta_{k\sigma it}}{\varDelta} \tag{60}$$

となる。第三項の $u_{k\sigma(j\tau)}=\dfrac{\partial u_{k\sigma}}{\partial p_{j\tau}}$ である。即ち、價格變動に基いて、各財の限界效用曲線が變動することによる需要變動の效果が新たに附加わる。(第三項の意味)。通常の財については、その限界效用曲線は價格と無關係であると見做し得るから、それらの財に關しては $u_{k\sigma(j\tau)}=0$ と見ることも出來るであろう。併し乍ら、藝術品或は極度の奢侈品等に關してはその限界效用曲線は價格に依存すると考えられる。[1] 貨幣乃至證券の限界效用曲線が價格水準に依存することとは言うまでもない。從つて基本方程式(60)に於いて第三項は無視することを許し得ないばかりでなく、貨幣乃至證券に關する基本方程式に於いては決定的なる重要性を持つと考えられる。而して、價格及利子率をも選擇函數の中に導入した所で基本方程式(60)は選擇函數の變換に關して不變であることは明かである。從つて、吾々はクラインの理論を修正したこの立場に於いて、吾々の要請を滿たすところの貨幣需要理論を得ることが出來る。

(一九四九・三)

(1) これは所謂 Veblenesque example として、屢々語られるものであるが、吾々はこの效果を考慮することによつて、これ等の場合をも取扱うことを得る cf. Hicks; ibid p. 56.

〔附記〕 本稿脫稿後、私は Samuelson; Foundations of Economic Analysis, 1948 を讀む機會を惠まれた。彼は同書の一節に於いて消費者の貨幣需要を分析して次の如く述べている。(pp. 119—120) 即ち、先づ貨幣を含めた效用函數は

$$U(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n,\ Mp_m,\ \ p_1,\ \cdots\cdots,\ p_n)$$
$$\equiv U(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n,\ M\lambda p_m;\ \lambda p_1,\ \cdots\cdots,\ \lambda p_n)$$
$$\equiv F\left(x_1,\ \cdots\cdots,\ x_n,\ \frac{M}{p_1},\ \ \cdots\cdots\cdots\cdots,\ \frac{M}{p_n}\right)$$

であり、収支均等方程式は $\sum_1^n p_jx_j+rp_mM=I$ である。而して消費者は収支均等の條件の下に於いて U の極大をはかると考えられる。ここに I は所得であり、p_m は貨幣以外のある numéraire に對する貨幣の價格であり、r は貨幣保有の機會費用 (oppotunity cost) を表わすと見られる利子率である。さてかかる分析方法は本稿で取扱つたレーザーの分析方法と多くの類似點をもつているが、次の二點について注意しておこう。第一に U が p_m を含むすべての價格に關して零次の同次函數であるとし、U を F の形に書き改めているが、この際、p_m を F の元より脱落せしめている。之は明かに不當である。第二に Samuelson の分析方法は彼自身云ふ如くダイナミックな考察を拂わない時に妥當する。しかしながら、本稿に於いて述べた如く、貨幣需要は將來の購買力從つて豫想要素と密接に關聯する。此の點の分析に不備をもつかかる分析方法に吾々が滿足し得ないことは明白である。