經濟論叢

第七十一巻　第三號

〔昭和二十八年三月〕

京都大學經濟學會

二分法と絶對價格

今川　正

I　はしがき

われわれはまえに[12]主体的均衡分析との關係において、セイの公準、同次性の公準をめぐる諸問題を考察して來た。ここでは市場均衡分析との關係においてこれらの問題を考察する。すなわちわれわれは、なんらかの理論によつてすでに、需要量供給量が價格の函數として決定されていることを前提とし、これらの需要量と供給量とが均衡する点において價格が決定されるとゆう場合に、需給函數がセイの公準ないし同次性の公準を滿足しているならば、いかなる事態が生ずるかを考える。

まづこの点に關するパティンキンの分析を一層鮮明にするために、從來の諸説の代表としてランゲの主張[8]を紹介しよう。彼はつぎのごとく主張する。セイの公準がみたされている經濟システムにおいてすべての價格が比例

的に變動したとする。この場合價格の變動にもかかわらず、貨弊の超過重要量にはなんらの變動も生じない。(セイの公準はいかなる價格システムに對しても、貨弊需要量が恒に零であることを意味するから。)このように價格の比例變動にもかかわらず、貨幣の超過需要量が不變であるとゆうことは、換言すれば、そのとき貨幣と財との間に何らの代用も生じないことを意味する。つぎに價格が比例的に變動するときには、財相互間の相對價格は變らないのであるから、財相互間に代用が生じないことはゆうまでもない。かように、財と貨幣、および財相互間に代用が生じない以上、財の超過需要量は價格が比例的に變動する場合不變である。したがつて各財の超過需要函數は價格に關する零次の同次函數である。

以上のような推論によりランゲは「セイの公準のみたされる經濟システムでは必ず同次性の公準がみたされる」と結論する。貨幣を含む n 個の財が交換される市場において $n-1$ 個の市場が均衡すれば殘の一市場は必ず均衡する。(ワルラスの法則)すなわち價格決定の條件として使用することができる均衡條件は $n-1$ 個である。さらにセイの公準がみたされるから $n-1$ 個のうち一個は獨立でない。したがつて均衡條件は $n-2$ 個である。ところで價格は(貨幣を除く)財の數に應ずるだけすなわち $n-1$ 個存在するから、この經濟システムは過少決定になる。それらは $n-2$ 個の價格を殘りの價格の函數として決定しうるに過ぎず、したがつていまの場合相對價格のみが決定せられて絶對價格は不定となる。このようにしてランゲはセイの公準がみたされる場合相對價格は定まるが絶對價格は不定であると結論する。

このランゲの主張と對比してパティンキンの主張を述べておくならばその特徴はあきらかになる。ランゲはまづ、セイの公準が同次性の公準の十分條件であると主張するが、パティンキンは必ずしも前者が後者の十分條件で

あるとしない。前に[12]みたごとく、効用理論の妥當する範圍内では二つの公準は等値であるとパティンキンは主張するが、市場均衡を考える場合需要函數が必づしも効用理論によつて說明されるものである必要はない。したがつて市場均衡の一般理論としては、セイの公準と同次性の公準とは無關係なものとして議論を進めなければならない。

パティンキンは明示してはいないけれどもこのように考えたのであろう。セイの公準と同次性の公準とを獨立な條件として取扱つている。そこでかれはまづ、同次性の公準のみがみたされセイの公準がみたされざるシステムを考える。そこでは各財の超過需要函數は相對價格のみの函數となり、したがつて變數は $n-2$ 個である。各財の需要量と供給量が等しいとゆう條件はワルラスの法則により $n-1$ 個あり、セイの公準が前提されないのであるからこれらはすべて獨立である。したがつて容易にわかるごとく、獨立方程式の個數は未知數の個數を超過し過剩決定となる。ところでセイの公準をも滿足するならば獨立方程式の個數は未知數の個數と一致し、相對價格の一義的決定は保證せられるがこの場合絶對價格は不定となる。なんとならば絶對價格は財の側からは決定せられず又貨幣の側からも決定せられないからである。（貨幣の超過需數函數は相對價格と價格水準との函數であるが、貨幣の超過需要量はそれらのいかなる値に對してもつねに零である、すなわち任意の價格水準に對して均衡する。）

上述のことくランゲの主張に對比することによりパティンキンの主張の特徴はあきらかである。まづ第一に問題にすべきはセイの公準がみたされず、單獨に同次性の公準のみがみたされた場合システムは過剩決定となるとゆう主張である。これに對し、このようなシステムにおいても過剩決定は存在せず相對價格が一義的に決定されると主張する學者にヒックマンやレオンティエフがある。私はIIにおいてこの點を問題にしそのいづれが正しいかを檢當

する。その結論をあらかじめ要約するならば過剰決定になる場合もあるしならない場合もある、したがつて過剰決定になるとゆうパティンキンも、ならぬとゆうヒックマンやレォンティエフも共に誤りである。

パティンキンとランゲの異る第二の点はつぎのごとくである。まづランゲはセイの公準のみたされている經濟システムでは恒に同次性の公準がみたされ、それ故に絶對價格は不定になる。したがつて絶對價格を決定しうるためにはセイの公準を放棄しなければならないと主張する。これに對しパティンキンは同次性システムの過剰決定性を救濟するためにセイの公準が必要であると考えるから、セイの公準を放棄して同次性の公準を殘しておけば過剰決定となる。したがつて絶對價格を決定するためにはセイの公準を放棄すると共に同次性の公準を放棄しなければならない。（この点は後に(6)修正された）私はたといセイの公準がみたされていても絶對價格を決定しうると考える。

以上はランゲに對立するパティンキンの主張の檢當であつたが以下は兩者に共通な主張の檢當である。すなわちセイの公準と同次性の公準が共にみたされるとき、ランゲもパティンキンも何れも相對價格が決まると主張するけれども、私はこのようなシステムを檢當してつぎの結論をえた。すなわち、かかるシステムが相對價格の過剰決定システムである場合もあるし過少決定システムである場合もある。

II 同次性の公準と獨立

1 パティンキンの第二命題

いまわれわれは $n-1$ 個の財が貨幣（n 番目の財）を媒介に交換される經濟システムを想定し、各財の超過需要函數を

$$X_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}) \qquad (i=1,2,\cdots,n)$$

とあらわす。かかるシステムにおいてはワルラスの法則

$$-X_n \equiv \sum_{i=1}^{n-1} p_i X_i$$

が恒に成立つているから、獨立な均衡條件は $n-1$ 個である。いま貨幣に關する均衡條件を消去すれば、われわれのシステムの均衡條件は

$$(1) \qquad X_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1})=0 \qquad (i=1,2,\cdots,n-1)$$

となる。ところで從來の均衡理論の支持者がしたごとくに、いま假りに獨立方程式（均衡條件）の個數と未知數（價格）の個數が一致する場合正の實數である價格が一義的に定まると假定する。しかるとき上の $n-1$ 個の方程式より $n-1$ 個の價格 p_i $(i=1,2,\cdots,n-1)$ が決定される。

さてつぎに、われわれのシステムの中に古派理論の特徴である同次性の公準をもち込もう。すなわち $n-1$ 個の實物財の超過需要函數はいづれもすべての價格に關する零次の同次函數であること、換言すれば

$$X_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}) \equiv X_i(\theta p_1, \theta p_2, \cdots, \theta p_{n-1}) \qquad (i=1,2,\cdots n-1);\ \theta \neq 0$$

と假定しよう。いま $\theta=1/p_{n-1}$ とおけばこれは

$$X_i(p_1, p_2, \cdots, p_{n-1}) \equiv X_i(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_{n-2}) \ (i=1,2,\cdots,n-1);\ \pi_i \equiv \frac{p_i}{p_{n-1}}$$

となり變數は $n-2$ 個の相對價格 π_i $(i=1,2,\cdots,n-2)$ となる。すなわち市場が均衡している $(X_i=0)$ か否かは π_i

の大きさのみに依存して p_i の大きさに關係しない。ところでいまもし $n-1$ 個の方程式がいづれも獨立であるならば、獨立の方程式の個數は未知數の個數を一個超過し、したがつて（獨立方程式の個數と未知數の個數とを數えたてることによりシステムが決定的システムであるや否やを判別する均衡理論の常套論法による。）システムは過剩決定システムである。

かくてわれわれはつぎの命題をうる。

同次性の公準のみたされている古典派システムにおいて、實物財超過需要函數 $X_i(i=1,2,\cdots,n-1)$ は價格に關して零次の同次函數であるが、もしそれらが獨立であるならば過剩決定となり一般均衡 (1) を成立せしめるごとき相對價格は決らない。この命題をパティンキンの第二命題と呼ぶ。

2　第二命題に對する批判

このパティンキンの第二命題についてはレオンティエフ、ヒックマン、栗村教授の批判がある。

まづレオンティエフはつぎのごとく批判する。

パティンキン自身もその第一命題において主張するごとく、同次性の公準とセイの公準とは等値である。したがつて同次性の公準のみたされる經濟システムでは恒にセイの公準がみたされている。しかるにわれわれの考察している經濟システムにはワルラスの法則が恒に成立する。したがつて貨幣超過需要函數は獨立でない。これを消去して殘る $n-1$ 個の實物財超過需要函數のうち、$n-2$ 個から殘りの一個が導き出される（[4] 同次性の公準をみたす場合には恒にセイの公準をみたすから）すなわちパティンキンの第二命題はかれの第一命題 [12] と矛盾するものである。第一命題を正しいと認めるならば第二命題は誤りであると批判する。

このレォンティエフの批判を検當しよう。いまレォンティエフと同じくパティンキンの第一命題が正しいものと考える。このとき直ちに第二命題と矛盾するといえるであろうか。第一命題は効用理論の妥當する範圍に限られるものであるし、第二命題はそのような制限をうけない。したがつて第二命題は効用理論の妥當しない範圍までも含むことができる。そのような範圍では第一命題が成立するか否かはパティンキンの主張するところでない。したがつて第一命題と第二命題とが共に効用理論の妥當する範圍内で問題とされる場合にはレォンティエフのごとく主張することができるかも知れないが二つの命題はその立つ基礎が異るからレォンティエフのごとく主張することは誤りである。

なお効用理論の妥當する範圍に問題を限るとしても第一命題が成立たぬことは既に示した通りである。[12]

またヒックマンはつぎのごとく主張する。同次性の公準がみたされるとき、ヤコービヤンは恒に零となる。

(2) $$J=\frac{\partial(X_1,X_2,\cdots,X_{n-1})}{\partial(p_1,p_2,\cdots,p_{n-1})}\equiv 0$$

そのため必要かつ充分な條件は $X_i\ (i=1,2,\cdots,n-1)$ の間に函數關係

(3) $$F(X_1,X_2,\cdots,X_{n-1})\equiv 0$$

が存在することである。これは X_i が從屬していることであるから、$X_i\ (i=1,2,\cdots,n-1)$ が同次性の公準をみたしかつ獨立であることは不可能である。すなわちパティンキンの命題はその假定が矛盾していると批判する。

3　函數關係の分類

わたくしはヒックマンのパティンキンの第二命題に對する批判が誤りであると考える。それを次節において述べ

るがその前にこの問題を考えるに當つて、ヤコービヤンが零になることの意義、函數關係の意義についての知識を整理しておくことが便利である。本節においてはまづこの點を説明する。

$n-1$ 個の價格を變數とする $n-1$ 個の函數 $X_i(p_1,p_2,\dots,p_{n-1})$ $(i=1,2,\dots,n-1)$ において (2) が成立するための必要かつ充分な條件は $X_i(i=1,2,\dots,n-1)$ の間に變數を陽表的に含まない函數關係 (3) が存在することである。このことは數學上周知の定理である。しかしながら注意しなければならないのは (3) が成立することと市場に均衡が成立することと $X_i=0$ との間には何らの關係もないことである。いまこの點を少し詳しく見よう。そのためにいま函數關係 (3) を市場に均衡が成立するか否かの見地からつぎの三つに分つ。

その一は假りに $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ が成立すれば必ず $X_{n-1}=0$ となる關係でありその二は $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ が成立しても必ずしも $X_{n-1}=0$ とならぬ關係であり殘りの一は $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ さえ成立しないような關係である。

われわれが考察している古典派のシステムにおいては同次性の公準がみたされているから $n-1$ 次のヤコービヤンは恒に零すなわち (2) が成立し、そのための必要かつ充分な條件は (3) が成立することである。けれどもこのとき $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ が成立つとは限らないし、又假りにこれが成立すると假定してもそのとき更に $X_{n-1}=0$ となる場合と $X_{n-1}=0$ が必ずしも成立しない場合とがある。しかして $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ を成立せしめる獨立變數（今の場合は精々相對價格）の値がただ一組しかないこと（市場價格の一義性）を假定すれば最後のものは $X_i=0(i=1,2,\dots,n-2)$ が成立するとき恒に $X_{n-1}=X^*_{n-1}\neq 0$（X^*_{n-1} は零でない常數）となる場合とゆうことができる。

最初の場合すなわち $X_i\neq 0(i=1,2,\dots,n-2)$ の成立しない場合を強獨立と呼び、つぎに $X_i=0(i=1,2,\dots,n-$

2) は成立するけれども $X_{n-1}=X^{*}_{n-1}\neq 0$ の場合を半獨立半從屬と呼び最後の $X_i=0\,(i=1,2,\cdots,n-2)$ が成立するとき恒に $X_{n-1}\equiv 0$ となる場合を强從屬と呼び前二者を廣義獨立、後二者を廣義從屬と呼べば函數關係 (3) はつぎのごとく分類することができる。

$$\text{廣義獨立}\left\{\begin{array}{l}\text{强獨立}\\ \left.\begin{array}{l}\text{半獨立半從屬}\\ \text{强從屬}\end{array}\right\}\text{廣義從屬}\end{array}\right.$$

以下簡單な數値例をあげてこれを説明する。

三財が貨幣を媒介に交換される經濟システムにおいて各財超過需要函數が

$$(i)\left\{\begin{array}{l}X_1\equiv\dfrac{p_1}{p_3}+\dfrac{p_2}{p_3}+1\\ X_2\equiv\dfrac{p_1}{p_3}+\dfrac{p_2}{p_3}+2\\ X_3\equiv2\dfrac{p_1}{p_3}+2\dfrac{p_2}{p_3}+6\\ -X_h\equiv p_1X_1+p_2X_2+p_3X_3\end{array}\right.\qquad (ii)\left\{\begin{array}{l}X_1\equiv\dfrac{p_1}{p_3}+\dfrac{p_2}{p_3}+1\\ X_2\equiv2\dfrac{p_1}{p_3}+2\dfrac{p_2}{p_3}+2\\ X_3\equiv\dfrac{p_1}{p_3}+\dfrac{p_2}{p_3}+2\\ -X_n\equiv p_1X_1+p_2X_2+p_3X_3\end{array}\right.\qquad (iii)\left\{\begin{array}{l}X_1\equiv-2\dfrac{p_1}{p_3}+3\dfrac{p_2}{p_3}+5\\ X_2\equiv2\dfrac{p_1}{p_3}-5\dfrac{p_2}{p_3}+3\\ X_3\equiv2\dfrac{p_1}{p_3}-13\dfrac{p_2}{p_3}+1\\ -X_n\equiv p_1X_1+p_2X_2+p_3X_3\end{array}\right.$$

とあらわされる場合、あきらかに同次性の公準はいづれの場合にもみたされヤコービヤンは恒に零となる。このとき $X_i,\,(i=1,2,3)$ の間の函數關係はそれぞれ

(i) $X_1+X_2-X_3\pm3\equiv0$　　(ii) $X_1-X_2+X_3+1\equiv0$　　(iii) $X_1+2X_2-X_3\equiv0$

となるが (*i*) の場合第一財市場が均衡するとき第二、第三財の市場は均衡しない。（すなわち強獨立） (*ii*) の場合第一、第二財市場が均衡しても第三財市場は均衡しない。（すなわち半獨立半從屬） (*iii*) 最後にの場合第一第二財市場が均衡すれば第三財市場は必ず均衡する。（すなわち強獨立）

同次性の公準のみたされているシステムは必ず上のいずれかに屬する。

4　ヒックマンに對する批判

前節において函數關係 (3) は三つの種類があり、しかもこの函數關係の中には強從屬のみならず、半獨立半從屬および強獨立の場合が含まれていることがあきらかにした。このとき函數關係 (3) が存在することをもつて、ただちに從屬と呼ぶことが適當であるか否かについては問題がある。ヒックマンは私が強從屬と呼ぶ場合のみを從屬と呼んでいる。（[3] p.12.） したがつて函數關係 (3) が成立するとき（強）從屬であるとゆうのは誤りであつて、そのときには（強）從屬か半獨立半從屬か又は強獨立のいづれかであると云はなければならない。

パティンキンも同次性の公準の下ではヤコービヤンが零になり、函數關係 (3) が成立することは指適している。（[1] p.149. [2] p.15.） しかも同次性の公準の下で獨立とゆうのは私の廣義獨立を指している。したがつてヒックマンの批判が誤りであることがわかる。パティンキンの第二命題の假定は矛盾なく成立し、過剰決定の結論がえられる。

5　栗村教授の批判

栗村教授によると獨立には二種の意味がある。例えば $X_i=0$ $(i=1,2,\cdots,n)$ において任意の一つは他の $n-1$ 個から導き出すことができる。このように一つの方程式が他のものから導き出される場合を從屬と呼び然らざる場合を

經濟的意味の獨立と呼ぶ。これに對し數學的意味の獨立とは、函數

$$X_i(p_1,p_2,\cdots,p_m) \quad (i=1,2,\cdots,m)$$

の間に

$$C_1X_1+C_2X_2+\cdots+C_mX_m=0$$

の關係が成立つとき一次從屬であると呼びしからざる場合一次獨立であると呼ぶ。ここに C は變數 p より獨立で、すべてが同次に零でないものとする。しかも X_i が多項式であるときには、一次從屬であるための必要かつ充分な條件は (2) が成立つことである。

パティンキンは上述の經濟的意味の獨立を考えており、したがつて同次性の公準が成立つことと一次獨立であることは兩立しない。それゆえ、この点ヒックマンが正しくパティンキンが誤りであると主張される。([7] p.123-124)

いまこの教授のこの主張を檢當しよう。教授はその經濟的獨立において均衡條件 $X_i=0$ の間の關係を考えておられるが、これは誤りである。なぜなら、このとき X_i の値はすべて零であるからそれらの間には無數の關係を作ることができる。ワルラスの法則さえこのような關係を示すものではない。獨立か否かは超過需要函數 X_i に關する關係であつて、均衡條件 $X_i=0$ に關するものではない。更に教授は數學的獨立を述べるに當つて、多項式 X_i; $i=1,2,\cdots,m$ が一次從屬であるための必要かつ充分な條件は、m 次のヤコービヤンが零になることであると考えられておられるがこの点も誤りである。

三　セイの公準と相對價格

1　パティンキンの第三命題

IIの分析の結果パティンキンのえたつぎの命題は矛盾を含むものでないことがあきらかになつた。すなわち同次性の公準をみたす古典派のシステムにおいて、もし實物財超過需要函數が（廣義）獨立であるならば過剩決定となり一般均衡 $X_i=0$ $(i=1,2,\cdots,n-1)$ を成立せしめるごとき相對價格は決らない。

これに續いてつぎのごとく主張する。古典派理論においては同次性の公準がみたされていると共にセイの公準

$$\sum_{i=2}^{n-1} p_i X_i \equiv 0$$

もみたされていると假定する。したがつて、實物財超過需要函數は獨立でなくなり過剩決定は回避することができる。したがつて次の命題をうる。

同次性の公準がみたされかつセイの公準がみたされるならば相對價格が決定される。これをパティンキンの第三命題と呼ぶ。換言するならばセイの公準は同次性システムの過剩決定を救う。

2　第三命題に對する批判

わたくしはパティンキンの第三命題は誤りであると考える。その理由をつぎにのべる。パティンキンは同次性の公準のみたされる經濟システムにおいてセイの公準がみたされるならば過剩決定を回避することができると主張する。けれども同次性システムにおいてたといセイの公準がみたされても過剩決定を回避しえない場合がある。

すでにみたごとく、同次性システムにおいてヤコービヤンは恒に零となる。このときすべての市場が均衡して價格が決まりうるためには X_i $(i=1,2,\cdots n-1)$ が强從屬の關係になければならない。ところが X_i が强從屬である

こととセイの公準がみたされていることとは決して等義ではない。同次性システムの過剰決定を救うためにはセイの公準がみたされておればよいとするパティンキンはこの点を見落している。

例えば二財が貨幣を媒介として交換される經濟システムにおいて各財超過需要函數が

$$X_1 \equiv 9\frac{p_2}{p_1} - 4\frac{p_1}{p_2}$$

$$X_2 \equiv -18\frac{p_2}{p_1} + 8\frac{p_1}{p_2}$$

$$-X_n \equiv p_1 X_1 + p_2 X_2 \equiv (p_1 - 2p_2) X_1$$

とあらわされる場合、第一財市場が均衡すれば他の市場は均衡するから相對價格は $p_1/p_2 = 1.5$ と決まる。この場合明らかに同次性の公準はみたされているがそのシステムが過剰決定でなくなつたのは決してセイの公準がみたされているからではなく X_1 X_2 の間に強從屬の關係 $2X_1 + X_2 \equiv 0$ がみたされているからである。

なおこれに關聯してランゲ、パティンキンの主張の基礎にある共通の欠点すなわち同次性の公準と共にセイの公準がみたされていてもなお過少決定となる場合を指摘しておこう。

例えば三財が貨幣を媒介に交換される場合各財超過需要函數が

$$X_1 \equiv a(\omega + C)$$

$$X_2 \equiv \frac{p_1}{p_2} b(\omega + C)$$

$$X_3 \equiv -\frac{p_1}{p_3}(a+b)(\omega+C)$$

$$-X_n \equiv p_1(a+b-a-b)(\omega+C) \equiv 0$$

$$\omega = \frac{p_1 q_1' + p_2 q_2' + p_3 q_3'}{p_1 q_1 + p_2 p_2 + p_3 q_3}$$

とあらわされる場合、明らかに同時性の公準ならびにセイの公準がともにみたされているけれどもこのとき決定しうるものはある意味の價格水準 ω であつて相對價格 π ではない。

すなわちかゝる場合、同次性の公準がみたされているシステムにおいてセイの公準がみたされても、そのシステムは相對價格決定のためにはなお過少決定システムである。

以上みたことによりつぎのことがあきらかである。同次性の公準のみたされている經濟システムにおいて相對價格を決定するにあたつて、セイの公準は過少決定、過剩決定のいずれも救う力をもつものではない。更にセイの公準がみたされているシステムでは方定式が一個少くなるに過ぎないから、セイの公準がみたされかつ絶對價格を決定しうるシステムを構成することができる。ことに注意すれば、セイの公準は相對價格を決定しうるか否かの判定基準になりえないことは明らかである。

IV　同次性の公準と相對價格

1　二分法

いま同次性の公準がみたされている經濟システムにおいて、强從屬の關係が成立しておりしかも、$n-2$ 個の財市

場の均衡條件 $X_i=0(i=1,2,\cdots,n-2)$ により $n-2$ 個の相對價格 $\pi_i=\frac{p_i}{p_{n-1}}$ $(i=1,2,\cdots,n-2)$ が決定されたものと考える。もし殘る市場において乘數因子 p_{n-1} が決定されると考えれば、これを前に求めた相對價格 π_i に乘ずることによりすべての財の絶對價格 $p_i=\pi_i\times p_{n-1}$；$(i=1,2,\cdots,n-2)$ を決定することができる。

このとき乘數因子 p_{n-1} を決定しうるものは $X_{n-1}=0$ 又は $X_n=0$ である。けれどもこの兩者はワルラスの法則、$X_i=0(i=1,2,\cdots,n-2)$ および $p_{n-1}\neq0$ の假定により等義であるから、いま p_{n-1} は貨幣市場の均衡條件 $X_n=0$ において決定されるものと考える。

われわれはここに乘數因子が果して、貨幣市場の均衡條件 $X_n=0$ によつて決定されるか否かを問題にする。

このように各財の絶對價格を決定するにあたつて、經濟システムを表現する超過需要函數を二つに分離し、貨物財の超過需要函數によつて相對價格を決定し、貨幣の超過需要函數によつて絶對價格を決定する方法を二分法と呼ぶ。この問題は古典派においてはつぎのごとく考えられている。すなわち例えば貨幣方程式が

$$M-p_{n-1}K\sum_{i=1}^{n-1}\pi_iS_i=0$$

の形（すなわちケンブリッジ貨幣方程式）で與えられるとき、假定によつて第三財の供給數量 S_i 相對價格 π_i は財の市場の均衡條件によつて決定されるから、貨幣存在量 M を所與と考えればこの式を用いて未知數 p_{n-1} の値を決定することができる。

2　流れとストック

右の問題を考えるにあたつて豫めつぎのことを注意しておこう。われわれは市場において需要量と供給量とが出

合い、ある任意に定められた價格においてもしある財の需要量が供給量よりも大であればその財の價格は騰貴し、逆に小であれば下落するであろう。したがつて需要量と供給量との間に食違がある限り價格は變動し續けるであろうしある價格システムのときあらゆる財および貨幣の需要量と供給量とが丁度一致すれば價格の變動は止まるであろう。このようにあらゆる財および貨幣の需給が一致するとゆう意味における市場の一般均衡が成立しそこに價格が決まるか否か、これをわれわれは問題にしているのである。

ところでこの需要量供給量のとらえ方としてつぎの二つが考えられる。その一つは一期間中の流れとしてとらえる方法であり、他は一定時点におけるストックとしてとらえる方法である。

交換前に $\bar{Z}_{na}$ だけ貨幣を手持している個人 a が計画期間中に財交換の對價として D_{na} だけ貨幣を受取り S_{na} だけ支拂おうと計画していることは交換の終つたときに $Z_{na}\equiv Z_{na}+D_{na}-S_{na}$ だけ手持しようと計画することと同じである。すなわち個人 a の計画に關しては

$$S_{na}-D_{na}\equiv\bar{Z}_{na}-Z_{na}$$

なる關係がある。これを社會的にすなわちすべての個人について合計すると

$$S_n-D_n\equiv\bar{Z}_n-Z_n$$

をうる。したがつて貨幣市場の均衡條件は

$$S_n-D_n=0$$

又は

$$\bar{Z}_n-Z_n=0$$

とあらわすことができる。しかもこのいづれも價格決定の條件としての均衡條件としては同じことを意味する異つ

た表現に過ぎない。

さて上述のケンブリッヂ貨幣方程式において貨幣存在量 M は Z_n に相當すると考えられるから、ら、それが價格決定の條件としての均衡條件をあらわすためには Z_n は $p_{n-1}K\sum_{i=1}^{n-1}\pi_i S_i$ に相當しなければならない。したがつて

$$-X_n \equiv \overline{Z}_n - Z_n \equiv M - p_{n-1}K\sum_{i=1}^{n-1}\pi_i S_i$$

なる關係が成立しなければならない。このように考えなければケンブリッヂ貨幣方程式は經濟的に意味がない。

3　パティンキンの第四命題

パティンキンは二分法によつては絶對價格は決まらない、例い上述のごとくケンブリッヂ貨幣方程式を用いても不可能であることをつぎのごとくに主張する。古典派は同次性の公準を假定している。したがつて $n-1$ 個の財が貨幣を媒介にして交換される經濟システムにおいて、未知數は $n-2$ 個の相對價格 π となり、もしワルラスの方則により貨幣超過需要函數を消去して殘る $n-1$ 個の實物財超過需要函數が（廣義の）獨立であるならば一般に過剩決定となる。（第二命題）この過剩決定を避けるために古典派はセイの公準を用いる。すなわち古典派理論においては同次性の公準がみたされ、かつセイの公準がみたされているからこの經濟システムにおいては相對價格が決定される。（第三命題）けれどもこのシステムでは絶對價格は決定されない。（$n-2$ 個の市場が均衡して相對價格が決まる $n-1$ 番目の市場がそれと強從屬の關係にある $P_{n-1} \neq 0$、ワルラスの法則、以上の諸假定より $n-1$ 番目の市場と n 番目すなわち貨幣市場とは等義となるすなわち X_n においては p_{n-1} におけると同様に p_{n-1} は決定されない。）このときケンブリッヂ貨幣方程式

を用いれば乘數因子 p_{n-1} が決まりそれを相對價格に乘じて絶對價格を決定することができると主張すればそれは論理的誤りを侵しているのである。

二分法によつて價格を決定しようとするときには絶對價格は決らない。もし決定しうると主張すればそれは論理的に誤りを侵す。これをパティンキンの第四命題と呼ぶ。

4　ヒックマンに對する批判

これに對してヒックマンは古典派を論理的に辯護してつぎのごとく主張する。ケンブリッヂ貨幣方程式において M、K は一定 $\sum \pi_i S_i$ は價格に關する零次の同次函數、したがつてあらゆる價格に對して

$$M \equiv K \sum_{i=1}^{n-1} p_i S_i$$

は成立しないとパティンキンは古典派を批判しているが、これは誤りである。ケンブリッヂ貨幣方程式は價格に關する恒等式ではなく條件式であるから、それが矛盾を含むものであると主張することはできない。

たとえば二財が貨幣を媒介に交換されるとき各財超過需要函數が

$$X_1 \equiv d\frac{p_2}{p_1} - S_1,\ X_2 \equiv -CX_1,\ X_n \equiv p_1 X_1 + p_2 X_2$$

とあらわされるとき、そこで相對價格が決まる。（第一財市場が均衡すればすべての市場が均衡する。すなわち強從屬の場合である。）このときケンブリッヂ貨幣方程式

$$M = p_2 KD(\pi)$$

を條件として用いることによつて p_2 が決まる。このようにヒックマンは主張する。
けれどもケンブリッヂ貨幣方程式を恒等式でなく條件式と考えても（實はパティンキンも恒等式とは考えていない。）それが貨幣市場の均衡條件をあらわす限り、それは X_n に等しく、したがつて上述のごとき經濟システムにおいては絕對價格を決定しえない。すなわちヒックマンのパティンキン批判は誤りである。

5　岡本助教授に對する批判

岡本助教授は「それ〔すなわちケンブリッヂ貨幣方程式〕は(2.2)〔すなわち X_n〕とは本質的成立的に異り、いわば自立的(*autonomous*)に立てられた實驗方程式である。これを上述の均衡組織との關聯において見るとき、最初全均衡組織中(2.2)〔すなわち X_n〕の存在を考慮し商品需給方程式群の一つを非獨立として $n-2$ 個の方程式から $n-2$ 個の相對價格を決めた後(2.2)〔すなわち X_n〕を抛棄し自立的に立てられた非同次方程式を導入、これに代入して絕對價格を決めることになる。このようにして絕對價格を求めることは數學的には可能なことであろう。」といはれる。(9)

經濟理論から離れて數學上の議論であれば岡本助教授の主張は成立するかも知れない。けれども數學的に正しい議論が經濟理論としてもつねに正しいと考えることは許されない。もし岡本助教授の主張が許されるとするならば、われわれは數學的に可能な任意の方程式、たとえば

$$ap_{n-1}-b=0$$

（a b は常數）によつて p_{n-1} が一義的に決定されると主張することができる。方程式より價格が決まることを主張するためにはその方程式が經濟の動きを表現するものでなければならない。例い數學的に可能でも經濟的意義のな

いものは拒斥しなければならない。

6　ブルンナーの方法

ヒックマン、岡本助教授共にケンブリッヂ貨幣方程式を貨幣超過需要函數と全く獨立の條件式と考える。パティンキンはこの点貨幣市場に關し二つの方程式を用いるものとして强く反對する。久武教授はパティンキンに反對しヒックマンを護られる。その際教授はブルンナーの方法を手がかりにされる。久武教授の主張の檢當は次節にゆづり本節ではブルンナーの方法を紹介する。

ブルンナーは同次性の公準とセイの公準とは等値であるとゆうパティンキンの第一命題よりえられる命題、すなわち「同次性の公準をさけ（したがつて絶對價格を決め）るためには貨幣手持量を効用函數の元として含むことが必要である。」を批判して、貨幣が効用函數の元として入ることは同次性の公準をさけるための必要條件でない。さらにはケンブリッヂ貨幣の方程式は經濟システムの實物的側面と矛盾するものでないことをつぎのごとく示す。

個人 a の効用函數は貨幣手持量をその元として含まないものと假定し

$$u^a = u^a(Z_{1,a}, \cdots, Z_{n-1,a}) \tag{4.1}$$

とあらわす。ただし a はこの効用函數を收支均等の方程式

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(Z_{ia} - \overline{Z}_{ia}) = 0, \quad p_n \equiv 1, \tag{4.2}$$

の外に所與の貨幣存在量の利用度（*the rate of utilization of given stocks of money*）に關する條件

$$Z_{na} = K_a \sum_{r=1}^{s} p_r(Z_{ra} - \overline{Z}_{rb}) \qquad S \leqq n-1, \; Z_{ra} - \overline{Z}_{ra} > 0 \tag{4.3}$$

の下に極大にする。（K_α は經濟外的に決定される常數）

まづ (4.2) (4.3) より $Z_{n\alpha}$ を消去し

$$\bar{Z}_{n\alpha}-\sum_{j=1}^{n-1}p_j(Z_{j\alpha}-\bar{Z}_{j\alpha})=K_\alpha\sum_{r=1}^{s}p_r(Z_{r\alpha}-\bar{Z}_{r\alpha}) \tag{4.4}$$

をえ、この條件の下に (4.1) を極大にすると

$$\left\{\begin{aligned}&u_r^\alpha/u_{n-1}^\alpha=p_r(1+K_\alpha)/p_{n-1} \quad (r=1,2,\cdots,S)\\&u_k^\alpha/u_{n-1}^\alpha=p_k/p_{n-1} \quad (k=S+1,\cdots,n-2)\end{aligned}\right. \tag{4.7}$$

をうる。すなわち (4.4) (4.7) よりえられる各財の個人的需要量は同次性の公準をみたさない。

このようにブルンナーは貨幣が効用函數の元でないときにも同次性の公準をさけうる場合があり、したがって貨幣が効用函數の元となることが同次性の公準をさけるための必要條件でないことをあきらかにする。

これにつづいてかれは「所與の貨幣存在量の利用度に關する條件」(4.2) をすべての個人について合計し貨幣方程式

$$Z_n=Kp_{n-1}\sum_{r=1}^{s}\pi_rS_r \tag{4.13}$$

をえている。けれどもこれに關してはつぎの点に注意しなければならない。

このようにしてえた (4.13) が、今迄われわれが考えて來たケンブリッヂ貨幣方程式であるとすれば、貨幣方程式は

他の實物財超過需要函數と少しも矛盾しない。したがつてブルンナーの方法はケンブリッヂ貨幣方程式を救うことになる。けれどもそれは他面二分法を殺している。すなわちこの經濟システムにおいては、すべての實物財超過需要函數は價格の零次の同次函數ではない。すなわそこには同次性の公準はみたされていない。したがつてそこには二分法は成立しない。

パティンキンの第四命題は二分法の下で、ケンブリッヂ貨幣方程式が乘數因子 p_{n-1} を決定しえないことを主張するものであつて、二分法以外の價格決定方法においてケンブリッヂ貨幣方程式が實物財超過需要函數と矛盾するか否かは問題にしていない。したがつてブルンナーの方法をもつてパティンキンの第四命題を批判することは許されない。

7　久武教授の方法

ブルンナーの方法はケンブリッヂ貨幣方程式を救うに急な余り二分法そのものを殺してしまつた。久武教授はこのブルンナーの方法と同次性の公準とを兩立さすこと換言するならば二分法にブルンナーの方法をもち込むことに努められる。上述のごときブルンナーの方法を用いる久武教授の主張は要約するとつぎのごとくになる。

まづ貨幣について二つの方程式を用いるヒックマンの方法は正しい。ただその方法に從うときには同次性の公準は必ずみたされない。それゆえ、個人的には流通速度が一定していないがただ市場全体としてのみ流通速度が一定していると考える。この場合には必ず同次性の公準がみたされしかも絶對價格を決定することができる。たといセイの公準がみたされていてもそうである。このようにして教授はパティンキンの第四命題に反對しヒックマンに贊成される。

以下この教授の主張を詳かく檢當しよう。

ブルンナーが(19)(すなわち(4.2))の外に流量貨幣方程式と考えうる(18)(すなわち(4.3))を制約條件として使用し、しかも兩者から Z_{na} を消去して一つの制約條件としていることの意味を考える必要がある。何故ならばこれが正しいとすればパティンキンのヒックマンに對する非難——貨幣について二つの方程式を用いているとゆうこと——も解消するからである。しかもこれはブルンナーが正しい。」([10] p. 328) と教授はヒックマンの主張を支持される。「なるほど主体的均衡分析をなすにあたつて、教授のいわれるごとくブルンナーは「個人的な收支均等及び個人的な貨幣利用度方程式の二つを制約式として効用極大を求めることにより均衡式を誘導している。」けれども効用極大にあたつて二つの制約式を用いることと、貨幣市場について二つの方程式を用いることとの間には關聯がない。ブルンナーの方法が正しいとゆうことと、パティンキンのヒックマン反批判との間には關聯がない。

つぎに教授は上述のごとく個人的に流通速度が一定していると考えるブルンナーの方法を用いるときには、同次性の公準は必ずみたされなくなり、いまのごとく二分法の問題からみれば不都合な事態が生ずる。この不都合をさけるために個人的には流通速度は一定せず、ただ市場全体としてのみ流通速度が一定しているときには必ず同次性の公準がみたされ、しかも絶對價格が決定できる。たといセイの公準がみたされてもそうであると主張される。

個人的セイの公準のみたされる經濟システムにおいては各個人の「財の需要函數及び供給函數は何れも相對價格のみを含み、これを集計することによつてカッセルの体系をうる。この体系において需要(供給)均等或は $h-1$ 個となり、變數は $n-2$ 個であるが、個人的セイ法則が成立する當然の歸結として市場的セイ法則が成立するから方程式の過剰は解消する。從つてパティンキンが問題とした貨物体系の過剰決定の問題は起らない。この場合財の方程

式のみで相對價格が決定するが、絶對價格は市場全体の貨幣方程式即ち *Cambridge* 方程式によつて決定せられる。貨幣方程式はこの場合制約方程式ではなく財の方程式に追加される獨立の關係である。([10] *p.* 330)

教授のシステムにおいて、同次性の公準およびセイの公準が共にみたされるとき「市場全体の貨幣方程式即ち *Cambridge* 方程式によつて」絶對價格が決定されぬと主張することの誤りであることは既に述べたことより明白である。

8　第四命題批判

わたくしは以上パティンキンの第四命題に對するヒックマン、岡本助教授、久武教授の批判が誤りであることを指摘してパティンキンを辯護しておいた。けれどもこの第四命題に對してわたくしは贊成しえない。その理由をここにのべて古典派の二分法はパティンキンの主張する点において論理的に誤りを侵すものでないことをあきらかにしよう。そのためにつぎのごとき經濟システムを用いる。

いま $n-1$ 個の財および證券（第0番目の財）が貨幣（第 n 番目の財）を媒介として交換される經濟システムを考える。この市場の均衡えもたらすものは $n-1$ 個の價格および利子率と考える。このシステムに古典派の特徴である同次性の公準をもち込む。すなわち $n-1$ 個の實物財超過需要函數は、すべての價格の零次の同次函數であると假定する。このとき貨幣と證券の超過需要函數の和は價格に關し一次の同次函數であるがそれらのうちの個々のものは同次函數である必要はない。

さてわれわれのシステムにおいて $n-2$ 個の實物財市場が均衡して $n-2$ 個の相對價格が決まつたものと假定する。さらに p_{n-1} および r が未定であるが、これを決定するために用いることができる超過需要函數には貨幣および

證券に關する二つのものがある。けれどもこの兩者はワルラスの法則および $X_i=0\ (i=1,2,\cdots,n-1)$ の假定により等値である、すなわち未知數を決定しうる方程式は $X_0=0, X_n=0$ のいづれか一つである。したがつてわれわれのシステムにおいては p_{n-1} の双方を決定することはできず、その一方は必ず不定のまま殘る。いま r がシステム外の事情によつて定められ、p_{n-1} が貨幣市場において定まるものと假定する。

このとき貨幣市場の均衡條件が例えば上述のケンブリッヂ貨幣方程式であるとすればそこで p_{n-1} は決定される。この p_{n-1} を用いてすべての財の絶對價格を決定することが出來る。すなわち古典派の二分法によつて絶對價格を決定しうる。ただこのシステムにおいて利子率が決定されないことはゆうまでもない。

V　むすび

われわれはパティンキン論爭を檢當しながら、同次性の公準とセイの公準との關係および二分法における絶對價格の決定をめぐる問題を考察した。それからえたわれわれの結論はつぎのごとくである。

第一は同次性の公準とセイの公準は等値でない。(12) 第二は同次性システムにおいて相對價格が決まるためには弱從屬でなければならない。第三にセイの公準と相對價格の決定同次性の公準と相對價格の決定の問題は無關係である。相對價格が決まる決まらぬは、想定している經濟システムと同次性の公準との關係において論じなければならない。第四に古典派の二分法によつて絶對價格を決定しうる。ただしその場合利子率はそのシステムにおいては決定されない。古典派理論はパティンキンの批判する点においては矛盾を含むものではない。

後記 ここに所謂古典派にいかなる學者を含ましめるかについては今後の課題にする。この点に關しては杉浦學士の研究がある[11]

文献

[1] Don Patinkim, Pelative Prices, Sarjs Law and Demand for Money. *Econometrica*, Vol. 16. april, 1948.

[2] Don Patinkin, The Indeterminacy of Absobute Prices in Classical Economic Theory. *Econometrica*, Vol. 17. No. 1, 1949.

[3] W. Braddock Hickman, The Determinacy of Absobute Prices in Classical Economic Theory, *Econometrica*, Vol. 18. January. 1950.

[4] Wassily Leontief. The Consistercy of The Clssical Theory of Money and Prices. *Econometrica*, Vol. 18. January, 1950.

[5] Karl Brunner, Inconsistency and Indeterminacy in Classical Econouics, *Econometrica*. Vol. 19. April. 1951.

[6] Don Patinkin, The Invalidity of Classical Monetary Theory. *Econometrica*. Vol. 19. April, 1951.

[7] Yukicki Kurimura, On The Dichotomy in The Theory of Price. *Metroeconomica*. Vol. 3. Dicembre, 1951.

[8] O. Lange. 'Say's Law' A Restatement and Criticism, *Studies in Mathematical Economis and Econometrics* 1942.

[9] 岡本好弘「貨幣及び絶對價格とケインズ理論」理論經濟學1巻2号、一九五〇、四

[10] 久武雅雄「實物体系と貨幣体系」一橋論叢 28巻3号、一九五二、九

[11] 杉浦一平「古典派經濟体系と貨幣數量說」經濟理論9号一九五二、九

[12] 今川正「同次性の公準とセイの公準とは等値でない」經濟論叢69巻1・2号 一九五二、二

附記 本稿は昨年十一月十五日京大經濟學大會における報告をとりまとめたものである。