昭和二七年一二月一日 第三種郵便物認可
昭和一四年六月一三日 国有鉄道特別承認雑誌第一一九九号

經濟論叢

第103巻 第1号

公共投資基準における潜在価格…………………浅沼萬里 1

資本会計論の一批判 (3)…………………………岡部利良 21

フォイエルバッハの宗教批判の構造…………山辺知紀 36

W. F. Willoughby の予算制度改革論………横田茂 53

昭和44年1月

京都大學經濟學會

公共投資基準における潜在価格

浅 沼 萬 里

まえがき

投資基準 (investment criteria) をいかに構成するかという問題をめぐって，水資源開発や後進国開発などにおける公共投資の実践の中から，またこれと並行的に経営財務論の文脈でも，おおむね1950年代後半以降に，種々の論策が現われてきた[1]。この問題は，異時的（インターテンポラル）資源配分の理論の応用にかかわるものであるから，一方では定式化その他において実践的な特色をもつとともに，他方，伝統的な限界分析とも，戦後発展した数理計画法や最適成長論とも交錯し，それらによって支えられる面をもっている。

本稿では，公共投資に視野を限定し，まず実践的な投資基準の一般形を見ながら，割引率に焦点をしぼる。ついで，のちに見るような Fisher-Hirshleifer 流の限界分析を踏み石として，一つの非線型計画問題を考察することによって，社会的割引率を潜在価格として把握する。最後に現実化の方向にふれる。

I 投資基準の一般形

話のいとぐちとして，比較的一般にうけいれられている投資基準の形を観察し[2]，それと最適化の論理とのつながりを見ておきたい。

個々のプロジェクトの評価という問題と，諸プロジェクトの中から適当な1

1） アメリカではハーバードの経済学者たちが持続的に水資源開発問題にとりくんできたが，Eckstein,〔10〕は，これのもっとも初期の結晶として1958年に現われた。戦後に国有化の進んだフランスではフランス電力公社をはじめとする国有諸産業で投資基準研究が進められ，1960年頃から英米の研究者の注目をあびるようになった。Massé,〔18〕はフランスにおける実践を反映している。 Solomon,〔19〕は，アメリカ経営財務論における投資基準の議論を集めたものである。

2） この節のAとBの内容は，わたくしが以前に書いたもの（〔3〕）とかさなるところがあるが，本稿の議論の前提として必要であるから多少の重複はいとわなかった。前に不十分であったところは補ってある。

組を選択するという問題とを区別し，順次とりあげることが便宜である。

A プロジェクトの評価

〔1〕 第1次データ

プロジェクトの経済性を直接に表現するものは，その着手とともにはじまり，計画の視界 (horizon) の間続いてゆく収入と支出の流れ，あるいは，公共投資論の用語では，便益 (benefit) と費用 (cost) の流れである。いま，現在の時点を $t=0$，1年後を $t=1, \cdots\cdots$，T年後を $t=T$ とおき，また，一般に，$t=l-1$ から $t=l$ までの1年間を第 l 期とよぶことにする。第 l 期の便益を B_l，経常費を O_l，資本費を K_l で表わし，便宜上，これらは期末にまとまって発生するものと考える。$B_l-O_l-K_l=R_l$ とおくと，一つのプロジェクトを，純便益 R_l のつくる数列 $(R_0, R_1, \cdots\cdots, R_T)$ によって表現できる。

ふつう K_l は，初期（および更新の時点）に集中して発生すると考えられるが，B_l と O_l は，往々50年ときには100年の将来まで年々発生が見こまれる項目であり，その推定は容易でない。さらに公共投資の便益については，いわゆる間接的便益や無形の便益が重要視されるから，その範囲の決定や貨幣タームでの評価自体にいちじるしい困難をはらんでいる[3]が，ここではこういった問題は論じない。B_l，O_l および K_l の流れのデータが得られたものと想定し，かつ不確実性を度外視する。

さて，いま $(-1,0,4)$ と $(-1,2,1)$ という二つの数列を考えてみればわかるように，純便益の数列を直接比較することによってプロジェクトの優劣を判定することは，一般にはできない。便益と費用のデータを基礎にしながら，プロジェクトの経済性を単一の数値で表わすような指標を組み立てることが必要である。このための方法として，次のようなものが考案され，使われてきた。

（I） 純現在価値法 (the net present value method)；

（II） 便益費用比率法 (the benefit-cost ratio method)；

（III） 内部利益率法 (the internal rate of return method)；

3） 熊谷，〔13〕，p. 290, p. 293.

(Ⅳ) 年間費用法 (the annual cost method);

(Ⅴ) 回収期間法 (the payback period method)。

ここではこれらの方法の間の比較検討ははぶき[4]，端的に純現在価値法をとりあげる。

〔2〕 純現在価値

時点を異にする量に一定の加重をほどこし比較ないし加算が可能な量に変換する操作が割引 (discounting) であるが，プロジェクトの純便益の数列 (R_0, R_1, …, R_T) の各項を現在時点に割引いた上で加え合せることによって得られる数値が，プロジェクトの純現在価値 (net present value) である。

すなわち，$t=0, 1, \cdots, T$ の各時点の量に対して与えるウエイトを λ_0, λ_1, …, λ_T とするとき，プロジェクトの純現在価値 V は，

$$V=R_0+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}R_1+\cdots+\frac{\lambda_T}{\lambda_0}R_T \qquad (\mathrm{I}\cdot 1)$$

である。

これは，周知のように，第 t 期の割引率を r_t として，

$$V=R_0+\frac{R_1}{1+r_1}+\cdots+\frac{R_T}{(1+r_1)(1+r_2)\cdots(1+r_T)} \qquad (\mathrm{I}\cdot 2)$$

の形で表わすこともできる。

割引率とウエイトとの間には，したがって，次の関係がある。

$$r_t=\frac{\lambda_{t-1}-\lambda_t}{\lambda_t} \qquad (\mathrm{I}\cdot 3)$$

明らかに同一のプロジェクトの純現在価値が，割引率もしくはウエイトの組のえらび方によって変る。さしあたり「正しい」1組の割引率またはウエイトが与えられたものと仮定して話を進めよう。

B プロジェクトの選択

複数のプロジェクトのおのおのの純現在価値がわかっているとき，どれだけのプロジェクトを採用すべきかという問題を考える。

〔1〕 予算制約のない場合

4) これらの方法のかんたんな説明については，さしあたり Massé,〔18〕を参照。

予算の制約がないとき，単純に，「純現在価値が正のプロジェクトは採用；負のものは不採用」というルールによればよい。このルールが最適化の操作に照応することは，次のように考えればわかる。

いま，かんたん化のため資本費支出は初期時点でのみ行われるとし，その大きさを変数Kで表わす。与えられたプロジェクト・リストは全体として一つの技術的可能性を与えるから，ここから，Kの各値に対し，得ることのできる最大の「便益マイナス経常費」の現在価値をとっていって構成される関数を$G(K)$とする。Kの各値に対して純現在価値を対応させる関数を $V(K)$ とすると，$V(K)=G(K)-K$である。$V(K)$ はかならずしも微分可能でないが，代替的プロジェクトが無限個あるというような理想化を行えば微分可能となり，$V(K)$の極大条件が，

$$\frac{dV}{dK}=\frac{dG}{dK}-1=0 \qquad (\text{I}\cdot 4)$$

で与えられる[5]。すなわち，限界資金1単位当り純現在価値がゼロ。これは，資本費1単位当り純現在価値が正で大きい値のプロジェクトから順次採っていって，ゼロに至るまでのすべてを採用するとき，全体として得られる純現在価値の総和が最大になることを意味する。

〔2〕 予算制約がある場合

予算制約があるとき，これにさえぎられて，純現在価値が正のプロジェクトをすべて採用することはできなくなる。これは，$\overline{K}$をある定数として，「制約条件$K\leqq\overline{K}$の下で〔前出の〕関数$V(K)$を最大化する」非線型計画を考えてみればわかる。ラグランジアンを，$\phi=V(K)+\lambda(\overline{K}-K)$ とするとき，Kuhn-Tucker 条件[6]は，

$$K>0 \ \text{ならば}\ \frac{dV}{dK}=\lambda$$

$$K=0 \ \text{ならば}\ \frac{dV}{dK}\leqq\lambda$$

5) Marglin, 〔14〕, p. 82.
6) Kuhn and Tucker, 〔12〕.

$K=\overline{K}$ ならば　$\lambda \geqq 0$

$K<\overline{K}$ ならば　$\lambda=0$

となるから，限界資金1単位当りの純現在価値はいまやλであり，予算制約が利いているとき，これは非負である[7]。

さて，予算制約があるとき，もし個々のプロジェクトがある分割不能の大きさをもっているならば――多くの場合これが現実であるが――，もはや資本費1単位当りの純現在価値の大きいものから順に採ってゆくという単純な操作で最適解に達することはできない。この問題を，わたくしは前にあつかった[8]。この場合に正確な解に達するためには，プロジェクトを個別的に評価する純現在価値指標だけでは足りず，明示的に整数計画問題を定式化し，適当な解法をさがさなければならない。

C　割引率の問題

〔1〕　問題の所在

予算制約のない場合には，純現在価値の正負による単純なルールで最適化の論理をみたすことができ，予算制約のある場合には，制約つき最大化問題を構成することが必要となるが，その場合にも純現在価値のデータは必須の前提である。

しかし，先にもふれたように，純現在価値の算出にあたっては，まず，正しい割引率とはなにかという問いが答えられていることが先決条件である。

Bでは正しい割引率を所与として話を進めたのであって，そのかぎり，そこでのべたことは，公共投資にも民間投資にも共通にあてはまる一般論である。

事実，教科書的な完全競争の世界では，すべての経済主体は単一の市場利子率に直面し，かつ，この市場利子率を割引率として各主体が極大化行動を行うとき，社会の貯蓄・投資を均等化させる水準に市場利子率が決るとともに，消

7）古典的ラグランジュ乗数による説明は，Eckstein,〔10〕, p. 75 にある。非線型計画（non-linear programming）による説明は，Marglin,〔14〕, pp. 82-84. ただしここで Marglin はm個のプロジェクトを考えているが，本稿のいまのところでは投資機会を1個だけ考えればよい。あとのⅢで，投資機会の構成要素であるプロジェクトをn個明示的に考える。

8）浅沼，〔3〕および〔4〕。

費者の時間選好 (time preference), 生産者の投資効率の両面から見て, 社会は「パレート最適」の状態にもたらされるから, 所得再分配の問題を問わないというようなパレート最適概念固有の限界をわきまえるかぎりでは, 市場利子率が, 一義性と一定の規範性とをもつことになって, 割引率決定に格別の問題は存在しない。

だが, 現実の市場機構の異時的資源配分の機能にいくつかの問題があることは, すでに多くの人々によって指摘されてきた。第一に, Pigou 以来の問題点として, 個人の私的な決定における時間選好は, 未来の消費を相対的に過大に割引き, その意味で「近視眼」的であって, この率によっては, 公共当局が多くひきうける, 未来の世代に対する便益をも含むような長命の投資は正当化されなくなるという問題がある。第二に, 資本市場の不完全性と将来の不確実性のために, 利子率はさまざまに分化し, 一義性も規範性も保証されなくなる[9)]。

したがって現実には, まず経済主体の性質と目的に応じて個別的な意味で最適の割引率の決定方法が問いかえされねばならず, さらにそれらの厚生的な意味があらためて問われなければならないということになるであろう。

経営財務論の領域における「資本コスト」の議論は, このような現実の「不完全性」の下で, 企業の立場からどのように最適の割引率を見いだすべきかという問題の追究にほかならない。本稿では, しかし, 企業固有の状況の分析に入りこむことはしばらく控えて, さしあたり, より簡明な図式の下で, 異時的資源配分の問題を観察するために, むしろ公共当局にとっての割引率決定問題の方に焦点をしぼる。

〔2〕 分析の方向

公共投資の割引率決定については, 大まかにいって, 二とおりの考え方があるように思われる。

第一は, 民間部門の投資が現に挙げている投資効率に基準を見いだそうとす

9) このあたりのことについては熊谷, 〔13〕, pp. 288-289 に懇切な説明がある。

る立場である。この立場のもっとも直接的な形は，民間部門における限界内部利益率 (marginal internal rate of return) をそのまま公共投資の割引率に使おうというものであるが[10]，先にもふれたように，完全資本市場においてさえも，私的投資に反映される諸個人の時間選好と，多くの公共投資における便益の時間分布の型との間にはギャップがあるから，この考え方には問題がある。またこれのバリエーションとして，民間投資の投資効率をそのまま利潤のタームで採用するのではなく，公共投資の目標と同じ便益のタームに評価しなおして限界社会的利益率 (marginal social rate of return) を算出し，これを割引率に用いるという考え方もある[11]。いずれにせよ，第一の立場は，積極的な価値判断の形成をさけ，もっぱら民間の限界プロジェクトとの効率比較にもとづいて公共プロジェクトの採否を決定しようとするものである。前記のようなレートで割引いた純現在価値が正であれば，問題の公共プロジェクトは民間の限界プロジェクトより効率がまさり，負であれば，おとるということになるであろう。しかし，Arrow のいうように[12]，こうした効率比較だけからは，二つの投資の優劣という部分的な問題には答えられても，二つの投資を双方とも採用すべきかどうかというような問題，すなわち全体的な視野に立った場合の最適投資量決定の問題には答えられない。したがって，ある比較的小さな公共プロジェクトの効率を手ばやく判定するための便法として，留保つきで利用できるとしても，根本的な判断のためには，第一の立場では不十分だということになる。

第二の立場は，経済全体を視野に入れた上で，計画者の時間選好関数を措定し，これから派生する情報として，あるべき割引率を把握する立場である[13]。もとよりこの立場は，そもそも計画者の時間選好関数がいかにして構成されるかというデリケートな問題をよびおこす。しかし，いったんこの関数を措定することによって，われわれは簡明で，かつ全体的な視野をもった図式を出発点

10) Marglin, 〔17〕, pp. 49–51 参照。
11) Marglin, 〔17〕, pp. 51–53 参照。
12) Arrow, 〔1〕, pp. 2–3.
13) Marglin, 〔17〕は，あきらかにこの立場である。

におくことができるから，以下，大局的には，この第二の立場の線上で議論を進める。

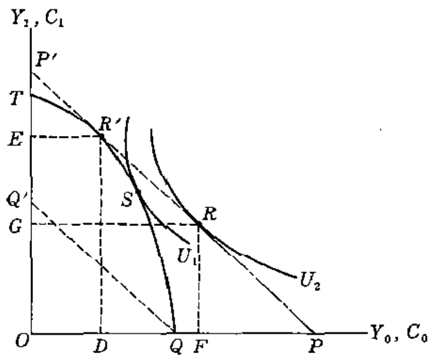
Ⅱ　限　界　分　析

A　個人の投資決定

コントラストにおいて問題を眺めるために，まず，個人の投資決定が，伝統的な分析装置によってどのように分析されるかを観察してみよう。以下でとりあげるのは，利子論の著作における Irving Fisher の分析方法を Hirshleifer が再生させたもの[14]であって，個人の時間選好，生産的投資機会，市場的投資機会という三つの舞台道具が同時に登場し，したがってまた生産面の決定と消費面の決定とが一望の下に見わたせる点に特徴があるものである。

分析方法の要点は，かんたんな2期間のケースにおいて，幾何的に把握することができる[15]。

図の横軸は，適当な単位（たとえば円）で，今期（第0期）の所得および消費を，縦軸は来期（第1期）の所得および消費を，測る。かんたん化のため，ある個人の初期状態をQ点（今期の所得$\overline{Y}_0=OQ$；来期の所得ゼロ）としよう[16]。かれの前には2種類の投資機会があると考えられる。第一は生産的投資機会であって，曲線$QR'T$がこれを表現する。たとえば今期にQDを投資するとき，来期には所得OEが得られる。2期間分析では来期の投資は考えられないから，R′点は，同時に，今期の消費ODと来期の消費OEと



14)　Hirshleifer,〔11〕.
15)　図1は Hirshleifer,〔11〕, p. 206 の図に若干の記号の変更をおこなったものである。
16)　Fisher-Hirshleifer の説明では，図の平面上の任意の点から出発できる。Hirshleifer,〔11〕, p. 206.

の組合せを示す。第二の投資機会は貨幣市場であって，かれはここで市場利子率によって貸借を行うことができる。これは図の鎖線 QQ'，PP' 等によって表わされる。資本市場が完全であって，利子率が取引量によらず一定であるとき，市場投資機会は図のように平行な直線の族となる。R' 点から市場線 PP' を通って R 点に移ることは，来期に EG を返済する約定で今期に DF を借入れることを意味する。利子率を i とするとき，市場線の勾配は $-(1+i)$ である。

他方，この個人は，各期の消費支出の大きさに関係する時間選好関数 $U(C_0, C_1)$ をもつと想定される。曲線 U_1 と U_2 は，この時間選好関数から引かれた二つの無差別曲線である。たとえば U_2 上のすべての点は，この個人に与える効用において，R 点（今期 OF，来期 OG という消費支出の組合せ）と無差別的である。

さて，この個人にとっての目的は，所与の条件の下で，効用 $U(C_0, C_1)$ を最大化することであると考える。

Q 点から出発してもっとも高い無差別線に登る手順は 2 段階であることが図から見てとれる。すなわち，第一に，生産的投資機会を利用して R' 点に進む。第二に，市場機会を利用して R 点まで進む。これが最適解であって，市場線を利用できない場合の S 点にくらべ，U_1 と U_2 の差だけ高い無差別線に登れている。

ここで市場線の勾配が $-(1+i)$ であることに注意すれば，市場線の方程式は $\frac{Y_1}{1+i}+Y_0=$ 定数という形であり，したがって利子率 i を割引率とするとき，市場線は等現在価値線の意味をもつことがわかる。そこで，上記の解の手順の第一段は，生産的投資機会の下で，利子率を割引率として，所得の現在価値を最大化する操作にひとしい。

生産的投資機会 $QR'T$ は，I であつかったようなプロジェクトが無数にあり，一つ一つはきわめて小さいという仮定の下で，なめらかな曲線として描かれている。R' 点における限界（生産的）投資 $dY_0(<0)$ を考えると，R' 点で曲線 $QR'T$ が市場線 PP' に接していることから，

$$\frac{dY_1}{dY_0}=-(1+i)$$

であるが，これを変形すると，

$$\frac{dY_1}{1+i}+dY_0=0$$

である。これは，R' 点における限界（生産的）投資の純現在価値がゼロであることにほかならない。また曲線 $QR'T$ 上の，R' 点より右の点では，

$$\frac{dY_1}{dY_0}<-(1+i)$$

から，dY_0 の符号を考慮して，

$$\frac{dY_1}{1+i}+dY_0>0$$

が得られる。これは，それらの点における限界投資の純現在価値が正であることを意味する。そして，$Q'RT$ を原点に対して凹と仮定することは，純現在価値のタームで投資が収穫逓減と考えられていることを意味する。

以上によって，I であつかった純現在価値法のルールと，Fisher-Hishleifer 型の限界分析との対応がつけられた。

なお，市場取引を経て到達される最適点 R では U_2 が市場線に接していることから，U_2 上で，

$$\frac{dC_1}{dC_0}=-(1+i),$$

したがって，

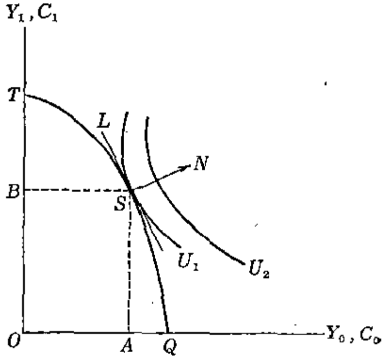
$$-\frac{dC_1}{dC_0}-1=i$$

であることに注意しておこう。この左辺が，この個人の，限界時間選好率とよばれるものである。

B　計画当局の投資決定

Hirshleifer の分析は，Fisher の分析方法を，不完全資本市場や多期間のケースに拡張して，純現在価値法と内部利益率法という二つの実践的な投資決定のルールの意義と限界を明らかにすることに主眼があるのだが，われわれにとっては，さしあたり，それを全面的にあとづける必要はない。

公共投資の問題にもどろう。現実の資本主義経済が民間部門と公共部門との



混合からなることをしばらく度外視し，いま，全知の計画当局が，社会全体にとっての最適投資を企図すると考える。さきの個人の場合とくらべ，分析図式にどのような変更が必要となるだろうか。

封鎖経済を前提すると，計画当局にとっては，ロビンソン・クルーソー的個人にとってと同じく，与件としての市場投資機会というものはなくなる。社会の消費・投資両方の原資 OQ から出発し，社会全体にとっての生産的投資機会 QST の制約下で，計画当局の効用関数 $U(C_0,\ C_1)$ を最大化するよう消費と投資の配分を決定すること，これが計画当局の課題である。解は図2の S 点，すなわち QST と無差別線との接点によって与えられるであろう。

いまや，さきの個人の場合とはちがい，割引率は，与件としての市場利子率によって事前的に与えられない。むしろ，QST と U_1 との接点として最適点 S が決るとき，これと同時に決る接線 L の勾配が，事後的情報として，割引率を与える。すなわち，L 線の勾配を $-(1+r)$ とするとき，S 点において，

$$-\frac{dY_1}{dY_0}-1=-\frac{dC_1}{dC_0}-1=r$$

が成立するはずであるから，この場合の割引率 r は，最適点における計画当局の限界時間選好率によって与えられる。

さて，このような状況は，ここでは計画当局の投資決定に特徴的な事態としてとらえたが， Hirshleifer は，市場機構の中の個人について，あらかじめ固定された予算の枠内で資金の借入れにたよらずに投資決定を行わなければならない「資金配分」 (capital rationing) 問題において，このような事態が生じることを見ていた[17]。そしてかれは，上のようにして決る割引率の役立ちについては否定的であった。「このレートを使って〔現在価値法や内部利益率法の〕

17) Hirshleifer, 〔11〕, pp. 213–217.

ルールを適用すれば正しい答が出る。しかしこのレートは解が見つかるまではわからず，したがって解に到達するのになんの役にも立たない」[18]と。しかし，われわれが，Arrow や Marglin の示唆する線に沿って，時間選好の導入によって，積極的に，全体としての最適投資量を求めるところから公共投資基準の議論を出発させるかぎり，上のような事態に出会わざるをえない。むしろ図2の道具立てを明示的にプログラミング問題として表現することによって，割引率は明瞭に潜在価格（shadow price）〔の変化率〕として把握されるのであり，それによって，割引率のはたしうる機能もまた明確になると考える。

Ⅲ 非線型計画

「資金配分問題」を，Fisher-Hirshleifer 流に消費の時間選好をもちこんだ上でプログラミング問題として定式化し，最適解が双対的にもたらす情報から割引率を求めるという接近は，Baumol and Quandt により，線型計画の定式化によって行われている[19]。しかし，Ⅱであつかったような限界分析との共通性と差異を，よりはっきりと見てとるためには，むしろ非線型計画の定式化によった方がよいと思われるので，わたくしは非線型で定式化する。同時に，非線型の投資プロジェクトを複数個（n 個）考える。これによって，Ⅰでの議論と連絡がつくとともに，分権的な解法を導入することで，Ⅱで想定していた計画当局の全知の仮定を，原理上，緩和することができる。

A 最適解の条件

われわれの想定する計画当局の計画問題は次のようなものである。

「制約条件：

$$f_i(Y_{iT},\ Y_{iT-1},\ \cdots,\ Y_{i1},\ I_{i0}) \leqq 0 \quad (i=1,\ \cdots,\ n) \qquad (\text{Ⅲ}.\ 1)$$

$$C_t \leqq \sum_{i=1}^{n} Y_{it} \quad (t=1,\ \cdots,\ T) \qquad (\text{Ⅲ}.\ 2)$$

$$C_0 + \sum_{i=1}^{n} I_{i0} \leqq \bar{Y}_0 \qquad (\text{Ⅲ}.\ 3)$$

18） Hirshleifer, 〔11〕, p. 216.

19） Baumol and Quandt, 〔7〕. かれらはとくに公共投資を念頭においているわけではない。だからむしろある私的投資家の選好関数を導入しているのである。

$$C_t \geqq 0 \quad (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T) \tag{Ⅲ. 4}$$

$$Y_{it} \geqq 0 \quad (i=1,\ \cdots,\ n\ ;\ t=1,\ \cdots,\ T) \tag{Ⅲ. 5}$$

$$I_{i0} \geqq 0 \quad (i=1,\ \cdots,\ n) \tag{Ⅲ. 6}$$

の下で,

$$U(C_T,\ C_{T-1},\ \cdots,\ C_1,\ C_0) \tag{Ⅲ. 7}$$

を最大化せよ。」

ここで記号の意味は次のとおり。

U：計画当局の時間選好関数。

C_t：第 t 期の消費支出。

I_{i0}：第 i プロジェクトに対する第0期の投資支出。

Y_{it}：第 i プロジェクトが第 t 期に産出する所得。

$\overline{Y}_0$：初期条件として与えられた第0期の所得。

f_i：第 i プロジェクトの技術的投入産出関係を表わす転形関数。

ここで，投資支出は第0期にのみ行われると仮定している。また，支出や所得はすべて一定の単位で測られているものとする。

Ⅱの図2における限界分析の場合とくらべ，2期間から多期間に拡張し，また全体としての投資可能性を構成する要素である個別プロジェクトを明示的にn個みとめたほか，(ｉ)制約式を不等式制約とし，(ii)変数の非負条件を導入し，(iii)資源制約を明示的に導入しているが，この(ｉ)(ii)(iii)は古典的な限界分析に対する非線型計画の特徴である[20]。

いま，関数 f_i が凸（投資プロジェクトの技術が収穫逓減）で，Uが凹（計画者の選好が限界効用逓減）であると仮定すれば，Kuhn-Tucker の定理により，次の諸条件をみたすような非負の変数 $\lambda_0,\ \lambda_1,\ \cdots,\ \lambda_T\ ;\ \mu_1,\ \cdots,\ \mu_n$ が存在することが，前記の計画問題が最適解をもつための必要十分条件である[21]。

20）古典的な限界分析と非線型計画との対比については，Dorfman, Samuelson and Solow,〔9〕, Chapter 8．とくに第6節（pp. 201–203；邦訳，I, 221–224ページ）を参照。

21）Kuhn and Tucker,〔12〕, p. 486.

$$C_t\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} \frac{\partial U}{\partial C_t}-\lambda_t\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0,\ (t=0,\ 1,\ \cdots,\ T) \quad (\text{Ⅲ}\cdot 8)$$

$$Y_{it}\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} \lambda_t-\mu_i\frac{\partial f_i}{\partial Y_{it}}\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0,\ \begin{pmatrix}i=1,\ \cdots,\ n\\t=1,\ \cdots,\ T\end{pmatrix} \quad (\text{Ⅲ}\cdot 9)$$

$$I_{i0}\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} -\mu_i\frac{\partial f_i}{\partial I}-\lambda_0\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0,\ (i=1,\ \cdots,\ n) \quad (\text{Ⅲ}\cdot 10)$$

$$\mu_i\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} f_i(Y_{it},\ Y_{iT-1},\ \cdots,\ Y_{i1},\ I_{i0}\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0,\quad (i=1,\ \cdots,\ n) \quad (\text{Ⅲ}\cdot 11)$$

$$\lambda_t\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} C_t\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}\sum_{i=1}^{n} Y_{it},\ (t=1,\ \cdots,\ T) \quad (\text{Ⅲ}\cdot 12)$$

$$\lambda_0\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ ならば，} C_0+\sum_{i=1}^{n} I_{i0}\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}\overline{Y_0} \quad (\text{Ⅲ}\cdot 13)$$

この $\lambda_t(t=0,\ 1,\ \cdots,\ T)$，$\mu_i\ (i=1,\ \cdots,\ n)$ はラグランジュ乗数であって，潜在価格 (shadow prices) と解釈することができる[22]。（Ⅲ・12）と（Ⅲ・13）から λ_t は第 t 期の所得の潜在価格であることがわかるが，（Ⅲ・8）式は，これが第 t 期の消費の限界効用より小さくはならないこと，そして第 t 期の消費支出が正であればイコールとなることを示している。

また，（Ⅲ・9）と（Ⅲ・10）から μ_i を消去すれば，第 i プロジェクトにおける投資の限界生産物価値が，投資の原資である第0期の所得の価格 λ_0 を上まわることなく，投資支出が実際に行われている場合にはイコールであること，および，第 i プロジェクトにおける第 t 期の産出の限界投資費用が，第 t 期の産出物＝所得の価格 λ_t を下まわることなく，現に第 i プロジェクトで産出される場合にはイコールであることが示される。

さらに，（Ⅲ・8），（Ⅲ・9）と（Ⅲ・10）を合せ考えると，価格 λ_0 は，実行されている投資の限界生産物価値，および第0期の消費支出〔が正であればそれ〕の限界効用の双方とひとしくなっていることが見てとれる。

他方，（Ⅲ・11）から，μ_i が正であれば第 i プロジェクトはその技術的可能性のフロンティア上で稼動され，μ_i がゼロであればその内側で稼動されるという関係が示されるのであって，μ_i は第 i プロジェクトの技術の社会的評価

22） 非線型計画のラグランジュ乗数の潜在価格としての解釈を駆使した興味深い論文として，Davis and Whinston,〔8〕がある。

を示すといえるであろう[23]。

さて，λ_0, λ_1, …, λ_T が，計画当局のプログラミングの立場から第0，1，…，T 期の所得に割りつけられる相対評価であることを知ったならば，これらの値から，Ⅰで見ておいた

$$r_t = \frac{\lambda_{t-1} - \lambda_t}{\lambda_t} \qquad (\mathrm{I} \cdot 3)$$

という関係式によって，第 t 期の所得適用すべき割引率を求めることができる。これは，いわば，さきの非線型計画に照応する潜在割引率(shadow rate of discount) である。

B　投資決定ルール

ここで，転形関数（Ⅲ・1）で表わされる n 個のプロジェクトを，おのおの1人のプロジェクト管理者にゆだね，潜在価格（λ_0, λ_1, …, λ_T）もしくは潜在割引率（r_1, …, r_T）を手引きとして，分権的にプロジェクトの採否を決定させることを考えてみよう。

いま（λ_0, λ_1, …, λ_T）の値を所与とする。このとき，第 i プロジェクトの管理者が，この潜在価格で測った純収入を最大化するものとすれば，かれにとっての問題は次のようになる。

「制約条件：

$$f_i(Y_{iT},\ Y_{iT-1},\ \cdots,\ Y_{i1},\ I_{i0}) \leqq 0, \qquad (\mathrm{III} \cdot 14)$$

$$Y_{it} \geqq 0,\quad (t=1,\ \cdots,\ T) \qquad (\mathrm{III} \cdot 15)$$

$$I_{i0} \geqq 0, \qquad (\mathrm{III} \cdot 16)$$

の下で，

$$\sum_{t=1}^{T} \lambda_t Y_{it} - \lambda_0 I_{i0} \qquad (\mathrm{III} \cdot 17)$$

を最大化せよ。」

さきに f_i は凸であると仮定したから，再び Kuhn-Tucker の定理によって，次の関係式の成立が最適解の必要十分条件である。

23) Davis and Whinston は，このような μ に「技術制約の implicit cost という解釈を与えている。〔8〕, p. 4.

$$Y_{it}\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ のとき，} \lambda_t-\mu_t\frac{\partial f_i}{\partial Y_{it}}\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0 \tag{Ⅲ・18}$$

$$I_{i0}\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ のとき，} -\lambda_0-\mu_t\frac{\partial f_i}{\partial I_{i0}}\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0 \tag{Ⅲ・19}$$

$$\mu_i\begin{Bmatrix}=\\>\end{Bmatrix}0 \text{ のとき，} f_i(Y_{iT},\ Y_{iT-1},\ \cdots,\ Y_1,\ I_0)\begin{Bmatrix}\leqq\\=\end{Bmatrix}0 \tag{Ⅲ・20}$$

これらの条件は，さきの計画当局の問題の最適解の条件（Ⅲ・9），（Ⅲ・10），（Ⅲ・11）と同じであり，したがって，グローバルな立場における最適と，潜在価格を手引きとする個別プロジェクトの純収入最大化行動とは，現在の仮定の下で両立的である。しかるに，関係式（Ⅰ・3）から，

$$\frac{1}{1+r_t}=\frac{\lambda_t}{\lambda_{t-1}},$$

$$\frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_t)}=\frac{\lambda_t}{\lambda_0}$$

が導かれるので，純収入（Ⅲ・17）を最大化することは，

$$\frac{Y_1}{1+r_1}+\cdots+\frac{Y_T}{(1+r_1)\cdots(1+r_T)}-I_0$$

を最大化することとエキバレントであって，これはまさしく投資の純現在価値を最大化する操作にほかならないから，上の命題は，潜在割引率を手引きとする個別プロジェクトの純現在価値最大化がグローバルな立場の最適と両立的であるという形にいいかえることもできる。

C　分権的計算

これまで潜在価格もしくは潜在割引率を所与とし，したがって，計画当局は，すべてのプロジェクトにかんする技術的情報を集中して巨大な非線型計画問題を解くものと仮定してきた。プロジェクトの数（n）が多数であるとき，この仮定は多分に非現実的であるが，Bにのべた結果は，プロジェクトにかんする技術的情報を中央に集中せず，誘導的な価格もしくは割引率を提示する計画当局と，これを手引きに最大化行動を行う個別プロジェクト管理者との間で，iterative な手続を行うことによって最適解に到達する道があることを示唆する[24]。

具体的には， Arrow-Hurwicz の gradient 法に基く方法[25]と， Dantzig-

Wolfe の decomposition principle の非線型計画版[26]とが，こんにちわれわれのもつ二つの代表的な手がかりであって，国民経済的な規模における計画計算から割引率を求めるという考え方の実行における技術的な困難は，これらにより，原理上は，少なくとも一歩緩和される。

IV 現実との距離

われわれは，民間投資が現に挙げている投資効率を公共投資の基準に使うことには問題があるという，多くの人々によって行われている指摘から出発し，積極的に，消費支出の時間的配分にかんする社会もしくは計画当局の単一の価値判断が存在するものと仮定して，この価値判断を基準とする，社会の最適投資量決定問題の潜在価格として，最適割引率を導出した。もとより，ここから現実の公共投資決定に至る間には多くの距離がある。

A 時間選好関数

上では計画当局の時間選好関数なるものを前提してきたが，ひとたびこの関数そのものを問題にするならば，われわれは，一方ではそれが民主主義と両立するルールで構成されうるか否かという種類の倫理的・論理的な問いに答えなければならず，他方では，実際的に操作可能な形が得られなければ無意味である。

前の問いに対する回答を試みたものに Marglin 〔**15**〕がある。

個人の私的投資は証券市場を通じて行われ，そこで成立している利子率はかれらの時間選好を反映している。他方政府は100年以上もつようなダム投資などにおいて現在の世代の犠牲において未来世代の福祉をはかるが，この場合の投資の収益性は私的投資におけるものとは乖離している。いかなる根拠におい

24) Marglin,〔14〕は，4-6章で，このような観点から，いくつかの手続，すなわち Lange-Lerner, Arrow-Hurwicz および Zoutendijk-Dorfman の3つの計算法（algorithm）を考察している。ただし本書での Marglin の議論は，割引率を所与とした純現在価値最大化の議論である。

25) Arrow and Hurwicz,〔2〕.

26) 線型計画についての decomposition principle については，浅沼，〔5〕,〔6〕を参照。非線型計画版については，たとえば，Whinston,〔20〕を参照。

て政府は国民に犠牲を要求しうるのか。

Marglin によれば答は三とおりある。第一は，個人の時間選好は社会的に見れば近視眼的で不合理であるからという「権威主義」的立場で Pigou がその代表である。第二は個人が「経済人」の立場と「市民」の立場とで「精神分裂」するというもので，Colm がそうである。そして Marglin 自身は，Baumol と Sen の議論をうけつつ，各個人の効用が他のすべての個人の投資決定にも依存するという意味での「外部効果」に説明を求める第三の立場をとる。

これによって，各個人の，私的投資における時間選好と公共投資に対する時間選好とが異なりうることが一応いえる。では，諸個人の公共投資に対する時間選好に立脚して，社会的時間選好関数を構成することができるか。じつは，種々の望ましい公準をみたしつつ「民主主義的」にこのような集計を行うことは困難であることが，Arrow の，より一般的な問題の研究によって明らかにされている。こうして結局 Marglin は諸個人の選好にもとづいて，社会的時間選好関数を構成する道を放棄するのである。

では，計画当局の時間選好関数を実際的に決定するという問題はどうか。Marglin によれば，全面的に選好関数を決定することは不必要で，最適投資率の近傍における限界時間選好率を知れば十分である。このためにはまずある最適成長率 g をえらべばよい。労働力，失業率などのデータにより，最適成長率 I から最適投資率がみちびかれ，これと同時に最適割引率 r が定まるであろう。そして現実的には，g, I, r の最適値は逐次計算的に求められるであろう。

したがって Marglin のとっている方向は，割引率の決定問題にかんするかぎり，本稿の方向と基本的に変らないのであって，さらにオペレーショナルな方に進むためにはマクロ最適成長論との連絡をつけるべきだということになる。

B　機会費用

ここまでの議論は，計画当局が社会の最適投資量を現実的にも決定しうるかのように論じてきた。これはむしろ社会主義諸国の条件の方にはある程度近い

であろうが，資本主義諸国における公共投資基準の問題にとっては，民間部門の投資との並存という現実があって，これにどう対処するかという大きな問題がある。Marglin は，もっぱら機会費用 (opportunity cost) を公共投資基準の一構成要素として算入することによって対処をはかっている[27]のであるが，この問題の分析は別の機会にゆずる[28]。

C　動　　学

投資基準は異時的資源配分にかかわるものではあるが，本稿での議論の枠組は動学的ではない。Ⅲの非線型計画モデルにおいて，転形関数 f_t は T 期さきまで固定されている。そればかりでなく，第１期以後の産出はもっぱら消費にまわると仮定され，新たな投資機会は考慮されていない。だが，現在までの投資基準論の大部分，Hirshleifer の限界分析および Baumol-Quandt の線型計画分析の枠組は，このような静学的性格のものであった。動学の問題がもう一つの課題である。

参　考　文　献

〔1〕 Arrow, Kenneth J., "Criteria for Social Investment", *Water Resources Research*, Vol. 1, No. 1, 1965, pp. 1–8.

〔2〕 Arrow, Kenneth J. and Hurwicz, Leonid, Decentralization and Computation in Resource Allocation, in Pfouts, R. W. (ed.), *Essays in Economics and Econometrics*, 1960, pp. 34–104.

〔3〕 浅沼萬里，定額資本予算の最適配分問題，「経済論叢」第96巻第１号，昭和40年７月。

〔4〕 同，「資金配分問題」と数理計画法――不可分性の下での最適化，「経済論叢」第96巻第６号，昭和40年12月。

〔5〕 同，分解原理と分権管理，「経済論叢」第99巻第３号，昭和42年３月。

27) Marglin, 〔16〕. および *ditto*, 〔17〕 pp. 54–67.

28) なお本稿では，便益の構成と測定の問題をネグレクトしたので，計画者の選好関数は各期の消費のみにかかわる形で考えられた。実際には，とくに低開発国の場合には，単なる消費の増加以外に，地域間格差の是正などいくつかの目的 (objectives) を，並行して追求したい場合があろう。Marglin, 〔17〕 はインド経済を念頭におき，この問題についても若干の議論を行っている。

〔6〕 同，分権管理と潜在価格，「経済論叢」第102巻第1号，昭和43年7月。

〔7〕 Baumol, William J. and Quandt, Richard E., "Investment and Discount Rates under Capital Rationing—A Programming Approach", *The Economic Journal*, Vol. LXXV, No. 298, June 1965, pp. 317–329.

〔8〕 Davis, Otto A. and Whinston, Andrew B., "Welfare Economics and the Theory of Second Best", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, 1965, pp. 1–14.

〔9〕 Dorfman, Robert, Samuelson, Paul A., and Solow, Robert M., *Linear Programming and Economic Analysis*, 1958, 安井琢磨・福岡正夫・渡部経彦・小山昭雄訳「線型計画と経済分析」Ⅰ，昭和33年，Ⅱ，昭和34年。

〔10〕 Eckstein, Otto, *Water Resource Development—The Economics of Project Evaluation*, 1958.

〔11〕 Hirshleifer, Jack, "On the Theory of Optimal Investment Decision", *Journal of Political Economy*, LXVI, 1958, pp. 329–52 (cited from Solomon (ed.), 〔19〕, pp. 205–228).

〔12〕 Kuhn, H. W. and Tucker A. W., "Nonlinear Programming", J. Neyman (ed.), *Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1951, pp. 481–492.

〔13〕 熊谷尚夫，「経済政策原理」昭和39年。

〔14〕 Marglin, Stephen A., *Approaches to Dynamic Investment Planning*, 1963.

〔15〕 *ditto*, "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXVII, No. 1, Feb. 1963, pp. 95–111.

〔16〕 *do.*, "The Opportunity Costs of Public Investment", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXVII, No. 2, May 1963, pp. 274–289.

〔17〕 *do.*, *Public Investment Criteria*, 1967.

〔18〕 Massé, Pierre, *Optimal Investment Decision*, 1960.

〔19〕 Solomon, Ezra (ed.), *The Management of Corporate Capital*, 1959.

〔20〕 Whinston, Andrew, Price Guides in Decentralized Organizations, in Cooper, W. W., Leavitt, H. J. and Shelley, M. W. II (ed.), *New Perspectives in Organization Research*, 1964.