經濟論叢

第111巻 第5.6号

創業利得と株式資本の水増し高	寺 貞	男	1
資本蓄積と生産関数瀬	地 山	敏	21
資産選択と消費行動古	Ш	顕	43
日本資本主義確立期における 電力国家政策の形成と都市電気業統制小	桜 義	明	61
経済時系列データにおける集計の効果東	田	啓	84
戦時調達価格と価格統制林	堅 2	た。郎	95

昭和48年5.6月

京都大學經濟學會

経済時系列データにおける集計の効果

東 田 啓

はじめに

本稿は、大別すると、2つの目的をもっている。第1、各期間における、例えば、期首のデータのみにもとづいて、1階の自己回帰モデルで最小2乗推定を行なった場合のパラメーターの推定量の分散と、各期間での集計値(厳密にいえば、積分値)からなるデータにもとづいて同じ推定法を行なった推定量の分散とを比較する。データそのものの値の違いを無視すれば、サンプルサイズは同じであるから、このことは、とりもなおさず、集計されないかく乱項の分散と集計されたかく乱項の分散とを比較することになる。この場合1階の自己回帰モデルのラッグは、どちらのデータについても等しい。第2、例えば、月別データ、年別データの各々について、1階の自己回帰モデルで最小2乗推定をした場合のパラメーターの推定量の分散を比較する。もちろん、年別データにもとづいた回帰式のラッグは、月別データのラッグの12倍である。サンプルサイズが異なることに注意しながら、まず各々のかく乱項の分散が比較され、次に推定量の比較が行なわれる。

Iでは、モデルの設定とその経済的意味がのべられる。上述の2つの問題は、IIで明らかにされる。IIIは、IIおよびIVにおいて用いられる計算結果を導くためにあてがわれている。このような計算手順に関心のない読者は、よみとばされてもさしつかえない。集計された場合のかく乱項は、興味深い構造をもっている。これについては、IVで議論される。Vでは、米国消費者物価指数にもとづいて、IIおよびIVの理論的結果の検証がおこなわれている。

わすかという矛盾の存在をも意味した。そして、この矛盾・対立が表面化する際、天皇制絶対主義権力はその官僚的電力行政機構によって常に産業政策としての電力政策を優先し、次第に地方自治体による電気業統制を圧迫していく。それはまず、電力行政権限の逓信省による専制的行使にみられる。例えば、自治体が「報償契約」によって既存の電気業者に供給独占権を認めていても、逓信省がそこに重復営業許可をすることによって「報償契約の認むる独占権は柔躪せられつつある」のが実態であった。これによって、自治体の「報償契約」による統制は極めて権威のないものとなっていた。

さらに逓信省は、1919年自治体の「報償契約」による合併・増資への統制に対し、「右の如き道路の使用と直接関係なき事項につき、市町村が電気事業に干渉するは往々本省の方針と低触を来し、支障少からざるのみならず電気事業の発達にも影響する」²¹⁾ として、その無効・停止の圧力をかけていくのである。

しかし、このような電力国家政策における逓信省と地方自治体の電力行政の 矛盾は、われわれが考察対象とした明治末から大正初期にかけて まだ崩芽的 なものにとどまっている。しかし、以後の電灯・電力の一層の普及を基礎とす る労働者・勤労市民の公益的電気業統制の要求・独占料金反対運動は、産業政 策としての電力国家政策と鋭く対立する一方、この電力政策における「競争に よる大口電力普及策」は、地域独占たる電力資本間の無政府的競争を激化させ、 電気業の経営危機をもたらす。かくて、この電力政策は重大な危機に直面する が、それは同時に電力国家政策の内在的矛盾、即ち地方自治体の財政目的の統 制への圧迫を強化する、ここに自治体による電気業統制と労働者・勤労市民の 公益的統制の要求は、電気業の民主的統制=具体的には公営化要求のもとに合 流し、電力国家政策はその対応策として、戦時経済下のもとで一層の中央統制 強化へとすすむのであるが、これは又、次稿でくわしく考察することとしよう。

⁷⁰⁾ 東京市政調査会「我国主要都市に於ける電気事業報償契約」前掲書,29ページ。

⁷¹⁾ 通信次官の内務次官宛の照会(電管第5060号)。石井管三「電灯電力電鉄及屎尿公営に関する 新研究」1921年。18ページ。

I モデルの設定

本質的に連続な時系列 x(t) のモデルを、

$$\frac{dx(t)}{dt} + \alpha x(t) = \xi(t) \tag{1.1}$$

と仮定する。 $\xi(t)$ の自己共分散を、 $B(s)=C^{-\beta \text{ is}}$ とし、 $c/2=C/\beta=\pi f_0$ (f_0 は、 $\xi(t)$ の一定なスペクトラル密度関数)が、つねに一定となるよう、C および β を無限大にすると、 $\xi(t)$ は、ホワイトノイズになる。 さらに、 $\xi(t)$ の平均値は、ゼロとする。このように極限の操作をおこなうと、よく知られたスペクトラル密度関数 $f(\lambda)$ の公式

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda s} B(s) ds$$

から, c は、ホワイトノイズ f(t) の分散であることがわかる。

(1.1) の一般解は、初期時点を、t=0 とすれば、

$$x(t) = e^{-at}x(0) + \int_{a}^{t} e^{-a(t-r)} \xi(r) dr$$

である。したがって.

$$x(t) - e^{-\sigma}x(t-1)$$

$$= \int_{t-1}^{t} e^{-\sigma(t-r)} \xi(r) dr$$
(1. 2)

および

$$x(t) - e^{-adt}x(t - \Delta t)$$

$$= \int_{t-dt}^{t} e^{-a(t-r)} \xi(r) dr$$
(1. 3)

がえられる。 同様に,

$$\int_{t-1}^{t} x(s)ds - e^{-a} \int_{t-1}^{t} x(s-1)ds$$

$$= \int_{t-1}^{t} \int_{s-1}^{s} e^{-a(s-r)} \xi(r) dr ds$$
(1. 4)

がなりたつ。したがって(1.2)を、各期間における。例えば、期首のデータ

にもとづいた回帰式、 (1.4) を、年別データにもとづいた回帰式と考えることができる。 (1.3) は、4t=1/12 程度ならば、月別データにもとづいた回帰式と考えても大して差障ないと思われる。

II かく乱項と推定量の比較

まず,はじめに, (1.2) 式のかく乱項 (これを, $\zeta(t)$ とする)の分散と, (1.4) のかく乱項の分散を比較する。 \mathbf{M} において,各々の分散が次のように計算される ((3.2), (3.5))。

$$\begin{split} E[\zeta(t)]^2 &= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\sigma}) \\ E\left[\int_{t-1}^t \zeta(s) ds\right]^2 &= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\sigma}) \frac{2}{\alpha} \left(\frac{e^{\alpha} - 1}{\alpha} - 1\right) \end{split}$$

さて.

$$\frac{2}{\alpha} \left(\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha} - 1 \right)$$

は、すべての α について正であるから、 どちらの分散も、 すべての α について、 正となる。

$$\frac{2}{\alpha} \left(\frac{e^{\alpha} - 1}{\alpha} - 1 \right) - 1$$

$$= \frac{1}{\alpha^2} \left(2(e^{\alpha} - 1) - (\alpha^2 + 2\alpha) \right)$$

であるから, $\alpha > 0$ ならば,

$$\frac{2}{\alpha}\left(\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha}-1\right)>1$$

α<0 ならば,</p>

$$\frac{2}{\alpha}\left(\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha}-1\right)<1$$

となる。したがって、(1.2) と (1.4) にもとづいたサンプルサイズは、同じであるから、データの値そのものを無視するならば、 $\alpha>0$ のとき、集計されたかく乱項の分散の方が人きくなり、したがって、バラメーターの最小2乗推

定量の分散が大きくなる。推定値もほぼ同じ値をとるであろうから,t 値は集計された方が小さくなる。 $\alpha < 0$ のときには,逆のことがなりたつ。 $\alpha = 0$ ならば,x(t) および $\int_{t-1}^{t} x(s)ds$ は,いわゆる酔歩 (random walk) となり,どちらのかく乱項の分散も,

$$E\left[\int_{t}^{t} \zeta(s)ds\right]^{2} = c \tag{2. 1}$$

という一定の値となる (Yaglom, A. M., Theory of the Stationary Random Functions, 1962, p. 66)。いいかえると、 $\alpha>0$ すなわち、x(t) が定常的ならば、集計することにより損失をこうむり、逆に、非定常的ならば、集計することにより利益をうける。

(1.3) 式のかく乱項(これを $\xi_{4}(t)$ とする)の分散は、 Π の (3.1) で与えられている。それは、次のようになる。

$$E[\zeta_{dt}(t)]^2 = \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha dt})$$

すべてのゼロでない α と, $0 < \Delta t < 1$ に対して,

$$\frac{1}{\alpha}(1-e^{-2\alpha})-\frac{1}{\alpha}(1-e^{-2\alpha dt})>0$$

であるから、 $\alpha > 0$ ならば、

$$\frac{\pi f_0}{\alpha}(1-e^{-2\sigma tt}) < \frac{\pi f_0}{\alpha}(1-e^{-2\sigma}) \frac{2}{\alpha} \left(\frac{e^{\sigma}-1}{\alpha}-1\right)$$

である。この結論は,lpha < 0 でもかわらないことも確められる。lpha = 0 ならば, (1.~3)のかく乱項の分散は,

$$E\Big[\int_{t-\Delta t}^{t} \zeta(r)dr\Big] = c \cdot \Delta t$$

となる (Yaglom, op. cit.)。 したがって、あらゆる α に対して、集計されたかく乱項の分散の方が、集計されない(1.3)のかく乱項の分散より大きい。 たとえば、 $\Delta t = 1/12$ とすると、月別データのサンプルサイズは、年別の12倍であるから、説明変数のモーメントの逆数に関しては、年別は、月別の約12倍になるであろう。したがって、各々のパラメーターの最小2乗推定量の分散は、

集計されたデータをもちいる回帰式 (1.4) の方が大きい。 t 値については, $\alpha < 0$ の場合一般的なことはいえない。 しかし, $\alpha > 0$ ならば,集計された場合のパラメーターの推定値の方が小さくなるであろうから,分散の比例分以上に t 値は小さくなる。

III 分数と自己共分数の遵出

計算手続きに関心のない読者は、本節をスキップして、IVに進まれるとよい。 まず、集計しない回帰式 (1.3) のかく乱項の分散をもとめる。

$$\begin{split} &E[\zeta_{d}(t)]^{2} \\ &= \int_{t-dt}^{t} \int_{t-dt}^{t} e^{-\sigma(2t-s-s')} E[\zeta(s)\zeta(s')] ds ds' \\ &= \frac{c\beta}{2} e^{-2\sigma t} \int_{t-dt}^{t} \int_{t-dt}^{t} e^{\alpha(s+s')} e^{-\beta ||s-s'||} ds ds' \\ &= \frac{c\beta}{2} e^{-2\sigma t} \left[\int_{t-dt}^{t} e^{2as} ds \int_{s-t}^{0} e^{-\alpha t} e^{\beta t} d\tau + \int_{t-dt}^{t} e^{2as} ds \int_{t-dt}^{s-t+dt} e^{-\alpha t} e^{-\beta t} d\tau \right] \\ &= \frac{1}{\beta - \alpha} \left[\frac{1}{2\alpha} (e^{2\sigma t} - e^{2\alpha(t-dt)}) - \frac{1}{\alpha + \beta} (e^{2\alpha t} - e^{(\alpha + \beta)(t-dt) + (\alpha - \beta)t}) \right] \\ &- \frac{1}{\alpha + \beta} \left[\frac{1}{\alpha - \beta} (e^{(\alpha - \beta)t + (\alpha + \beta)(t-dt)} - e^{2\alpha(t-dt)}) - \frac{1}{2\alpha} (e^{2\alpha t} - e^{2\alpha(t-dt)}) \right] \end{split}$$

 $\beta \rightarrow \infty$ にすると,

$$E[\boldsymbol{\zeta}_{d}(t)]^{2} = \frac{c}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha dt})$$
(3. 1)

となる。 (1.2) 式のかく乱項に対しては,

$$E[\zeta(t)]^2 = \frac{c}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t})$$
(3. 2)

となる。次に、 🕻(t) の自己共分散をもとめる。

$$E[\zeta(t)\zeta(r)]$$

$$= \int_{t-1}^{t} \int_{r-1}^{r} e^{-a(t+r-s-s')} E[\xi(s)\xi(s')] ds ds'$$

$$= \frac{c\beta}{2} e^{-a(t+r)} \int_{t-1}^{t} \int_{r-1}^{r} e^{a(s+s')} e^{-\beta ||s-s||} ds ds'$$

この値を評価するにあたって、2つのケースにわける。

ケース1
$$t+1 \ge r \ge t$$
 のとき

$$\begin{split} &E[\zeta'(t)\zeta(r)] \\ &= \frac{c\,\beta}{2}e^{-\alpha(t+r)} \Big[\int_{t-1}^{r-1} e^{2\alpha s} ds \int_{s-r}^{s-r+1} e^{-\alpha t} e^{\beta t} d\tau \\ &+ \int_{r-1}^{t} e^{2\alpha s} ds \int_{s-r}^{0} e^{-\alpha t} e^{\beta t} d\tau + \int_{r-1}^{t} e^{2\alpha s} ds \int_{0}^{s-r+1} e^{-\alpha t} e^{\beta r} d\tau \Big] \\ &= \frac{c\,\beta}{2}e^{-\alpha(t+r)} \Big[\frac{1}{\beta^{2}-\alpha^{2}} (e^{2\alpha(r-1)} - e^{2\alpha r - a - \beta}) \\ &- e^{\beta(t-r) + \alpha(t+r-2)} + e^{\beta(t-r-1) + \alpha(t+r-1)} \\ &+ \frac{1}{2\alpha(\beta-\alpha)} (e^{2\alpha t} - e^{2\alpha(r-1)}) - \frac{1}{\alpha^{2}-\beta^{2}} (e^{-\beta(t+r+1)} - e^{2\alpha(r-1)}) \\ &- \frac{1}{\alpha^{2}-\beta^{2}} (e^{-\beta(t-r+1) + \alpha(t+r-1)} - e^{2\alpha(r-1)}) \Big] \end{split}$$

 β →∞ にすると、

$$E[\zeta(t)\zeta(r)]$$

$$= \frac{c}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha}) e^{\alpha(\iota - r)}$$

となる。

$$\begin{aligned}
r - x & 2 \quad r \ge t + 1 \quad \emptyset \ge \tilde{\Xi} \\
& E[\zeta(t)\zeta(r)] \\
&= \frac{c\beta}{2} e^{-\alpha(t+r)} \left[\int_{t-1}^{t} e^{2as} ds \int_{s-r}^{s-r+1} e^{-ar} e^{\beta r} d\tau \right] \\
&= \frac{c\beta}{2} e^{-\alpha(t+r)} \cdot \frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \left[e^{\beta(t+1-r) + \alpha(t+r-1)} - e^{\beta(t-r) + \alpha(t+r)} - e^{\beta(t-r) + \alpha(t+r-2)} + e^{\beta(t+r-1) + \alpha(t+r-1)} \right]
\end{aligned}$$

 $\beta \rightarrow \infty$ にすると,

$$E[\zeta(t)\zeta(r)]=0$$

90 (452)

となる。

 $\pmb{\zeta}(t)$ の自己共分散に関して,以上の結果をまとめると,

 $0 \le |t-r| \le 1$ coti,

$$E[\zeta(t)\zeta(r)] = \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha})e^{\alpha + t - r}$$
(3. 3)

 $|t-r| \ge 1$ $t \in \mathcal{U}$

$$E\lceil \zeta(t)\zeta(r)\rceil = 0 \tag{3.4}$$

となる。

これらの結果をもとにして、集計された場合のかく乱項の分散を、まずもと める。

$$\int_{t-1}^{t} \underbrace{E[\zeta(s)\zeta(s')]dsds'} \\
= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha}) \int_{t-1}^{t} \int_{t-1}^{t} e^{\alpha + s - s' + 1} dsds \\
= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha}) \left[\int_{t-1}^{t} ds \int_{s-t}^{0} e^{-\alpha \tau} d\tau + \int_{t-1}^{t} ds \int_{0}^{s-t+1} e^{\alpha \tau} d\tau \right] \\
= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha}) \frac{2}{\alpha} \left(\frac{e^{\alpha} - 1}{\alpha} - 1 \right)$$
(3. 5)

次に, 自己共分散

$$\int_{s-1}^{r} \int_{r-1}^{r} E[\zeta(s)\zeta(s')]$$

をもとめるのであるが、(3.3)および(3.4)から、

$$\int_{t-1}^{t} \int_{t}^{t+1} E[\zeta(s)\zeta(s')] ds ds'$$

$$= \frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2\sigma}) \int_{t-1}^{t} \int_{t}^{t+1} e^{\alpha |z-s'|} ds ds'$$

以外は、ゼロとなることがわかる。この式は、さらに、

$$\frac{\pi f_0}{\alpha} (1 - e^{-2a}) \int_{t-1}^{t} ds \int_{s-t-1}^{s-t} e^{-\alpha t} d\tau
= \frac{\pi f_0 (1 - e^{-2a})}{\alpha} \cdot \frac{(1 - e^{a})^2}{\alpha^2}$$
(3. 6)

となる。

IV 集計されたかく乱項の構造

1階の離散型移動平均確率過程

$$z_t = a_t + \theta a_{t-1}$$

を考える。 a_k は、離散型のホワイトノイズである。この自己相関係数 ρ_k は、

$$\rho_{k} = \begin{cases} \frac{\theta}{1 + \theta^{2}} & k = 1 \\ 0 & k \ge 2 \end{cases}$$

である。したがって、 z_i が、移動平均過程のモデルであらわされるためには、 θ が、実数でなければならないから、

$$\theta^2 + \frac{\theta}{\rho_1} + 1 = 0$$

の判別式は、正である。したがって、

$$\rho_1 \leq \frac{1}{2}$$

でなければならない。

Ⅲで、集計されたかく乱項は、離散型で考えた場合、1 ラッグの自己共分散のみが、ゼロではなく((3.6) 式参照)それ以上のラッグの自己共分散は、ゼロである((3.4)式参照)ことがしめされた。したがって、集計されたかく乱項は、1 階の移動平均過程のモデルであらわされる可能性がある。(3.5)および (3.6) から、

$$\rho_1 = \frac{1}{2} \frac{(1 - e^{\sigma})^2}{e^{\sigma} - 1 - \alpha}$$

である。すべての α について, $e^{\alpha}-1-\alpha\geq 0$ であるから (これより, $\theta\geq 0$ であることがわかる) $\rho_1\leq 1/2$ であるか, いなかは,

$$(1-e^{\alpha})^2-(e^{\alpha}-1-\alpha)$$

が、負か正かによって決定される。容易に検証されるように、この値は、

$-1.2 < \alpha < -1.1$

の1点のみで、正負がかわる。 したがって、 少なくとも、 $\alpha \ge -1.1$ ならば、集計されたかく乱項を、移動平均過程で表現することは不可能であり、 $\alpha \le -1.2$ ならば、 可能であることがわかる。

この自己相関の漸近行動について、次のことがいえる。

$$\lim_{\alpha \to \infty} \rho_1 = \lim_{\alpha \to \infty} \left(\frac{1}{2} \frac{(1 - e^{\alpha})^2}{e^{\alpha} - 1 - \alpha} \right) = 0$$

さらに、自己共分散 71 については、

$$\lim_{\alpha \to -\infty} \tau_1 = \lim_{\alpha \to -\infty} \left\{ \frac{\pi f_0 (1 - e^{-2a})}{\alpha} \cdot \frac{(1 - e^a)^2}{\alpha^2} \right\} = +\infty$$

がなりたつ。

V 米国消費者物価指数に関する事例

この節では、II および、IVで明らかにされた結果を検証するために、1951年から1966年までの、米国消費者物価指数の年別と月別データ(出典は、『物価総覧』週間東洋経済臨時増刊昭和42年度版)にもとづいて、回帰モデル(I.2)、(I.3)および(I.4)に単純最小I.42乗法を適用したところ、次の推定結果がえられた。I.44)に単純最小I.45 収入で表表を用いるために、定数項が導入されている。

各年の1月のデータにもとづいた結果は,

$$x(t)=2.872+0.986x(t-1)$$
 {0.050}

RR (決定係数)=0.965

SS (平均2乗誤差)=1.467

DW (ダービン・ワトソン比)=1.490

月別データについては、

$$x(t) = 0.752 + 0.994x \left(t - \frac{1}{12}\right)$$

$$\{0.010\}$$

$$\langle 99.37 \rangle$$

RR = 0.981

SS = 0.872

DW = 2.951

年別データについては,

$$\int_{t-1}^{t} x(s)ds = -2.585 + 1.041 \int_{t-1}^{t} x(s-1)ds$$

$$\{0.041\}$$

$$(25.17)$$

RR = 0.978

S S = 0.987

DW = 1.265

である。 $\{\ \}$ の中の数値は,推定値の平均 2 乗誤差, $\langle\ \rangle$ の中の数値は,t 値である。

定数項を導入したため、各年の1月データと、月別データについては、前期の変数に乗ずる推定値が1より小さくなっているが、年別データの推定結果をみると、 α <0 であることがわかる。年別データにもとづいたかく乱項の分散の推定値 0.987 の方が、1月データのそれ 1.467 よりも小さい。これは Π でえられた、 α <0 のとき集計されたかく乱項の分散の方が小さくなるという理論的結果と一致する。サンプルサイズが、同じであるから、推定値の分散も、ほぼ比例的に、年別データの方が小さくなっている。したがって、t 値に関しては、逆比例的である。

年別データのかく乱項の分散の推定値は、0.987で、月別のそれは、0.872であるから、つねに、月別のかく乱項の分散の方が小さいというⅡの結果と一致する。12倍ものサンプルサイズの違いゆえに、パラメーターの推定値の分散は、

かく乱項の比例分以上に月別データのそれが小さくなっている。 次に、IVの結果と対照してみよう。

ダービン・ワトソンの有意水準10%の両側検定表 (Durbin, J. & Watson, G. S., "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. II," Biometrica, 1951, p. 162) をもちいる。 まず, 1月データにもとづくダービン・ワトソン比は, 1.490,月別のそれは 2.951 であるから,各々正と負の系列相関を有する。これは,集計されないかく乱項は, 系列的に独立であるという理論的結果((3.4) 式参照)と矛盾するようにみえるが,データの性質上この程度の相関はいたしかたない。それに対し,集計されたかく乱項のダービン・ワトソン比は,1,265 であるから,明らかに有意な正の相関をもっている。これは,1.000 であるから,明らかに有意な正の相関をもっている。これは,1.000 であるから,以より集計されたデータにもとずく回帰式(1.4)のかく乱項を, パラメトリックな 1.000 で移動平均過程のモデルで表現し,いわゆるミックスモデルの形で推定効果を高める(Box, G. E. P. & Jenkins, G. M., Time Series Analysis, 1970, Chap. 7)ことはできない。

この場合、 α はほとんどゼロに等しいので、Morgenstern や Granger をはじめとする経済学者たちによって指摘された、株式市場価格は、ほぼランダムウォークによってフィットできるという事実が、消費者物価指数についてもなりたつであろうか? x(t) がランダムウォークにしたがうならば、集計してもしなくても、かく乱項の分散は、等しい一定の値となる((2. 1)式参照)。ところが、いまの場合、1月データのそれは、1.467で、年別のそれは、0.987、であり、そうとうな違いがある。したがってこの期の米国消費者物価指数が、ランダムウォークに従っているとは、いいがたい。

本稿の作成過程において、京都大学経済研究所佐和隆光先生からは、 多面にわたる 御指導をうけ、同研究所森口親司先生からは、有益なコメントをいただいた。 両先生 に深く感謝いたしたい。