

氏 名	いま 村 とも かず 今 村 友 和
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学位記番号	情 博 第 266 号
学位授与の日付	平 成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 通 信 情 報 シ ス テ ム 専 攻
学位論文題目	Studies on Approximation Algorithms for the Minimum Vertex Cover Problem (最小頂点被覆問題の近似アルゴリズムに関する研究)
論文調査委員	(主 査) 教 授 岩 間 一 雄 教 授 小 野 寺 秀 俊 教 授 永 持 仁

論 文 内 容 の 要 旨

本論文では最小頂点被覆問題と呼ばれる組み合わせ最適化問題に対し、二つの部分問題に対する新しい近似アルゴリズムの提案を行い、さらにリストヒューリスティックと呼ばれるアルゴリズムに対するタイトな解析を与えた。

第1章では研究の背景、および論文の概要を与えている。

第2章ではグラフや線形計画法などの基本的定義を与え、その後過去の結果の歴史を概観している。

第3章では入力を完全マッチングを持つグラフに制限した場合の最小頂点被覆問題を取り上げ、この問題に対する新しい近似アルゴリズムを提案した。最小頂点被覆問題と最大充足可能問題は類似した構造を持つ問題であるが、この類似性をうまく活用できる一つの場合がグラフが完全マッチングを持つ場合である。本アルゴリズムでは、与えられたグラフから MAX 2SAT と呼ばれる別の最適化問題へと変換を行う。変換後の問題に対して既存手法を適用することで近似解を構成し、逆変換によって元の問題の近似解を得る。本アルゴリズムは完全マッチングを持たないが最大マッチングのサイズが十分大きなグラフに対してもある程度適用可能である。

第4章では密なグラフに入力を制限した場合の最小頂点被覆問題に対する新しい確率的近似アルゴリズムを与え、その近似度の解析を与えている。特にグラフの最大次数と平均次数との比が大きく無い場合には本アルゴリズムは非常に良い性能を示す。本アルゴリズムの最適性も示されている。

第5章では最小頂点被覆問題に対するリストヒューリスティックと呼ばれるある種の貪欲法に基づくアルゴリズムを考え、その性能に対する解析を与えている。また同時に、この解析がタイトであることも示されている。すなわち、実際にこのような近似度を与える最悪例の構成方法を与えている。

最後に第6章では以上の結果のまとめと今後の課題が与えられている。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

最小頂点被覆問題は最も古くから知られている NP 困難問題の一つであり、実用上の応用もさることながら、理論的な重要性の高い問題である。20年以上も前に最初の2近似アルゴリズムが与えられて以降、本質的な改善は得られていない。本問題に対して2未満の近似が存在するかは長きに渡る未解決問題である。本論文ではこの未解決問題の解決という最終目標に向けての重要なステップとなる結果を与えている。本論文の結果について特筆すべき点は以下の通りである。

1. 最小頂点被覆問題と MAX 2SAT との関連性の近似アルゴリズムへの応用を、より広い範囲のグラフに対して示したこと。
2. 密なグラフにおける最小頂点被覆問題の近似可能性とある種の Turan 数 ξ との関連を示し、 ξ の具体的な式を与えたこと。
3. 密なグラフに対するアルゴリズムの最適性を示したこと。密度という条件のみ利用した場合、本論文のアルゴリズム

を改善することはできない。

4. リストヒューリスティックを最小頂点被覆問題に適用した際の性能解析を与えたこと。また、解析がタイトであることも示したこと。

論文の前半では、二つの部分問題に対する近似アルゴリズムを与えている。最小頂点被覆問題のような計算困難な問題に対する取り組み方として、入力制限などの部分問題を考えることは一般によく採られる方法である。本論文では非常に広範囲に渡るグラフに対して近似度を改善できたという点で成功を収めているといえる。論文の後半では簡単なヒューリスティックの解析を与えている。アルゴリズム自体の性能は既存のものに劣っているが、アルゴリズムの性能に対するタイトな解析を与えることはそれ自体が意義深いことである。

よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。

また平成19年2月16日に実施した論文内容とそれに関連した諮問の結果合格と認めた。