

氏名	やま だ よし ひで 山 田 吉 英
学位(専攻分野)	博 士 (人間・環境学)
学位記番号	人 博 第 405 号
学位授与の日付	平 成 20 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	人 間 ・ 環 境 学 研 究 科 相 関 環 境 学 専 攻
学位論文題目	超対称量子力学とその拡張

論文調査委員 (主査) 教授 阪上雅昭 准教授 木下俊哉 教授 青山秀明

論 文 内 容 の 要 旨

ミクロの世界の普遍的法則性は量子力学によって記述される。観測，測定される現象に大きく参与すると考えられる要素の数がたかだか数個の場合，量子力学で実際的な結論を引き出すことが可能であるが，要素の数が莫大であったり，無限と考えられる場合には，量子力学を適切に数学的変形した場の量子論の形式に頼らねばならない。微視的要素還元主義の申し子ともいえる素粒子論は，基本的には場の量子論の形式で論じられてきている。そこでは，統計的振る舞いの異なるボソンとフェルミオンという二種類の微視的要素があるが，この二つを止揚的に統一するための鍵として超対称性の概念が現れてきた。

超対称性による理論の節一的発展は現代の物理学者にとっての一大問題であり，幾多の才能と努力が注ぎ込まれている。相異なるものの統一は，それら要素の実際の相違を説明できるものでなければならない。現代の物理学者たちにとって，困難は統一的形式を作り出すことよりも，そこから実際の相違を導き出すことにあったのである。超対称性におけるこのような問題を「超対称性の自発的破れ」の問題というが，その分析は非常に困難なものであった。それゆえ場の量子論の形式からいったん後退し，量子力学の枠内でその本質を捉える試みがなされた。これが超対称量子力学の起こりである。

このようにひとたび超対称量子力学なるものが定式化されると，そこには様々な性質や応用，そして拡張が見いだされていった。現在でも当初の目的に沿い超対称量子力学の研究がなされるが，本論文においてはむしろ「超対称量子力学とは等スペクトル系の理論である」との立場に立ち，レビュー，研究が行われている。

このような観点から超対称量子力学をとらえたとき，そこにはDarboux変換として知られる変換，シュレーディンガー方程式の因子分解法として知られる解法が含まれていることに気づく。Darboux変換とは，基底状態が既知のハミルトニアンから，別のハミルトニアンを生成する変換であり，このような変換で作られたハミルトニアンは，元のハミルトニアンと同一の（ただし第1励起状態から始まる）スペクトルを持つ。また因子分解法とは，ハミルトニアンを二通りに因子分解することにより，シュレーディンガー方程式の固有値問題を代数的に解く手法である。これらについてのレビューが第1，第2章で与えられている。

第3章は上述の立場に基づく超対称量子力学のレビューであり，「絡合関係式」というものが議論の基礎に置かれている。この基礎関係式に与る二つの系は（基底状態の違いを除き）同一のスペクトル，同一の反射・透過確率を持つことが示される。無限井戸型ポテンシャル，調和振動子と同一のスペクトルを持つ1パラメータAbraham-Mosesポテンシャル，デルタポテンシャル，KdV方程式の研究で用いられる無反射ポテンシャルなど，初等的な1次元量子力学の例題においてさえ，そこに超対称性が存在することが明らかにされる。また第4章では，通常は級数展開法で解かれるシュレーディンガー方程式を，超対称量子力学を応用して解く方法が紹介されている。これは「形状不変性」という性質を満たす系にのみ有効な方法であるのだが，解が解析的に陽に書けるような系はほぼ全てこの性質を満たしており，実際多くのポテンシャルについての例題が記述されている。

第5章は超対称量子力学の一つの拡張理論である多重超対称性についてのレビューとなっている。これは絡合関係式に現れる絡合子という演算子（スーパーチャージと言ってもよい）を、従来、運動量について1次であったものを、高次の運動量を含むように拡張したものである。これは通常の超対称系を結合して作られる可約な系と、そのようにして構成することの出来ない既約な系に分けられる。この理論には「準位の消失」という問題について未だ不明の点も多いのであるが、現時点での理論と問題点について、著者の立場からの整理がなされている。また、特にA型と呼ばれる多重超対称系については、その発見法的な導出が初めて試みられており、この方向への研究の第一歩を示すものと見る事が出来る。

最終第6章は新研究であり、以上のレビューをふまえ、超対称量子力学の3次元拡張可能性についての検討が行われている。現実のマクロ世界は3次元であるから、このような拡張研究は重要である。通常の超対称系と2重超対称系の場合について調べられ、ともに3次元では絡合子に角運動量の構造が現れること、また通常の超対称系の場合には3次元であるがゆえの本質的に新しい状況を生まないことが明らかにされた。さらに2重超対称系のモデルを実際に構成することに成功している。

論文審査の結果の要旨

超対称性は我々の自然界の理解に本質的な役割をすると考えられている。現在知られている素粒子は、同じ状態に複数存在できるボーズ粒子と、一つしか存在できないフェルミ粒子に分類できる。前者は電磁気力、重力、核力を作る強い力、放射性崩壊をつかさどる弱い力という4つの力（相互作用）を媒介する。例えば電磁気力はボーズ粒子である光子の伝播によるという具合である。一方、後者のフェルミ粒子はいわゆる「物質」を構成する。たとえば陽子や中性子を構成するクォークや電子などである。これらのボーズ粒子とフェルミ粒子は全体として、超対称性というボーズ粒子とフェルミ粒子を入れ替える対称性に従い、自然界には超対称性は破れた形で具現化している（これを「自発的に破れている」という）ために、我々が知る素粒子の間に様々な差異が現れていると考えられている。

超対称性の破れの性質を知るには、まずそれを力学のレベルまで落として簡略化した「超対称量子力学」を調べるのが有意義である。そこでは超対称性のために、各種の量が厳密に求まる「可解性」があることが多く、他の方向から調べられてきた可解モデルとの関連も興味深い。本論文は、この超対称量子力学について、その根本から説き起こし、最近の発展まで概観し、申請者の最近の研究成果までを述べたものである。申請者は修士課程から一貫して超対称量子力学に取り組んでおり、本論文では、彼がこれまでにつちかってきた独自の見方から、さまざまな事項が整理して述べられており、超対称性のレビューとして非常にユニークなものになっている。以下に内容を順にみていく。

まずレビュー部分であるが、第1章でDarboux-Crum変換、第2章で因子分解法を述べた後に、ようやく第3章で超対称量子力学のレビューに入る形を取っている。通常はこの第3章から論を起すが、彼は超対称量子力学の根本は、それがWittenによって提唱されるずっと以前に発見されていたDarboux-Crum変換と因子分解法にあるとして、この順序で論を進めている。これは確かに本質を捉えていて、明察である。なお、第3章に現れる「絡合」という言葉は原語の“interwining”の訳語として申請者が考えたものであり、見事に本質を捉えた優れた訳語であると言える。

第4章ではそれらを受けて、超対称量子力学モデルのうち、形状不変性を持つものをレビューしている。これは超対称性変換で移り変わっても本質的にモデルが同じ場合であり、超対称性が自発的に破れていない場合にモデルが可解となり、場の理論において超対称性が同様の役割をするために、興味深い話題である。申請者の独自の研究成果は主に第5章から第6章に述べられている。超対称性においては元来、超電荷が運動量について一次であった。しかし、それがより高い次数の場合にも、超対称性に類似した対称性があることが青山らの研究によって見出されている。この対称性は、運動量の次数 N を使って「 N 重超対称性」と呼ばれ、 $N=1$ では通常の超対称性に帰着する。 N が1より大きい一般の場合には、超電荷の反交換子が通常の超対称性のようにハミルトニアンとならないが、可解性などの性質において着目すべき重要な分野をなしている。しかし、その一般的構成やモデルの分類は非常に難しい問題であり、まだその全貌が知られているとは言えない。この現状を踏まえて、本論文では $N=2$ の場合について、モデルの直接的な構成を調べ、その後、二つの通常の超対称モデルを組み合わせた「可約」2重超対称モデル、更に「A型」と分類されるモデルについて独自の詳細な議論を展開している。

第6章では、このモデルの3次元空間への拡張について述べられている。従来、2次元拡張は他の研究者達によって行わ

れていたが、3次元は非常に複雑で長い計算を必要とし、これまでその姿が不明であった。申請者はこの困難な課題に挑み、部分的な解決を得ている。まず彼は、 $N=2$ の場合に、絡合子における運動量2次形式の計量の一般形を求めた。そして、その計量が特定の形の場合にモデルを完全に構成することに成功した。この部分はわずか数ページであるが、数ヶ月と数十ページを要する長い計算の成果であり、これに成功したことは超対象性量子力学の分野にとって意義が大きい。

よって、本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成20年1月25日、論文内容とそれに関連した事項について諮問を行った結果、合格と認めた。