

|          |                                 |
|----------|---------------------------------|
| 氏名       | きた だ しゅう や<br>北 田 修 也           |
| 学位(専攻分野) | 博 士 (理 学)                       |
| 学位記番号    | 理 博 第 3093 号                    |
| 学位授与の日付  | 平 成 19 年 1 月 23 日               |
| 学位授与の要件  | 学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当         |
| 研究科・専攻   | 理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻 |
| 学位論文題目   | 非ガウス色付きノイズで駆動される乗法確率過程の定常べき分布   |

論文調査委員 (主査) 助教 篠本 滋 教授 太田 隆夫 教授 小貫 明

### 論 文 内 容 の 要 旨

べき則、および、べき分布は、物理学、生物学、および、経済学の様々な非平衡現象のなかで観測され、べき的な振る舞いの出現は、内在する普遍的なメカニズムの存在を示していると考えられている。

べき分布関数を生成する普遍的なメカニズムのひとつに、乗法確率過程がある。乗法確率過程は、結合カオス系に特徴的な On-Off 間欠性において、内部メカニズムである有限時間横断リヤブノフ指数の揺らぎと近接軌道の乖離の基礎方程式であり、また、Ito 解釈であるものの本質的には、経済学のもっとも単純な株価変動方程式と同等であり、Black-Sholes 方程式の理論的基礎をなす。本論文は、非ガウス色付きノイズによって駆動される乗法 Langevin 方程式について考察している。

まず、べき指数と乗法ノイズの統計的性質との関係式を解析的に考察している。すでに確立されている白色ガウスノイズでの理論においては、定常べき分布の成立を証明することが可能で、ノイズの平均値と揺らぎ部分に分け、揺らぎ部分を固定して考えた場合、ノイズ平均値とべき指数の間には、線型関係が成立することが分かる。本論文では、非ガウス色付きノイズにおいて特徴的な非線型依存、および、べき指数の発散について論じている。Langevin 方程式から、無限次元 Master 方程式を導く方法で、定常分布が存在するときにべき指数が満たすべき無限級数方程式、および、数値計算に適した同値な方程式を導出し、定常べき分布の成立、および、べき指数とノイズ平均値の関係式を解析的に導いた。

次に、解析的に導いたべき指数とノイズ平均値の関係式の妥当性を検証するために、実際の低次元カオス系、および、解析的な取り扱いが容易な 2 値マルコフ過程において、数値計算を行い、定常べき分布から計測したべき指数、非ガウス色付きノイズでの理論式、および、白色ガウスノイズでの理論式をプロットし、非ガウス色付きノイズでの理論式と定常べき分布から計測したべき指数が高い精度で一致することを実証した。

本論文の Master 方程式からの導出とは異なる方法で、大偏差理論からも導出することが知られている。大偏差理論での取り扱いについてもレビューし、本論文での取り扱いとの相違点を検証している。

さらに、対数周期的な揺らぎに関しても考察した。周期対数的な揺らぎは、本論文での取り扱い、および、大偏差理論で導かれる通常のべき分布に対して、重ね合わせとして実現されるが、これは、本論文で導いたべき指数とノイズ平均値の関係式における複素数解のうち、一定条件を満たすものが、実数解で実現されるべき分布に線型に重ねあわされたものとして説明される。また、実際の数値計算による結果を示している。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請論文では、物理学、および、生物学、経済学に現れる非平衡現象において、普遍的性質のひとつとして考えられている定常べき分布に関して、解析的な取り扱い、べき指数の発散、対数周期性という非ガウス色付きノイズの特徴的な性質に関して考察している。

従来は、白色ガウス近似や、色付きガウス近似で議論されていたが、実際の低次元カオス系などでは、これらガウス近似で得られない性質があるものと考えられる。申請論文においては、非ガウス色付きノイズ駆動の乗法確率過程の Langevin 方程式に関して、閉じた Master 方程式を解析的に導出しており、非ガウス色付きノイズにおいても Langevin 方程式を厳密に取り扱うことができ、また、その取り扱いが有用であることを明らかにした点で大いに評価できる。

また、厳密に導出された Master 方程式から、定常べき分布が発生する理由を明確にし、べき指数が満たすべき関係式を導いている。無限個に及ぶキュムラントの評価を避けるために、通常は、有限個の式で近似して評価するところを、統計関数を用いて数値計算に適した同値な評価式を導出し、コンピュータシミュレーションによって、低次元カオス系、および、2 値マルコフ過程にて、その妥当性を検証するという独特の手法を用いている。その中で、べき指数の発散という非ガウス色付きノイズで特徴的な性質を明らかにした点は、非常に興味深い。また、2 値マルコフ過程においては、解析的に取り扱いを行い、数学的に導いた関係式の有用性を示している。さらに、2 値マルコフ過程を用いて、直観的な説明もなされ、2 値マルコフ過程を用いた手法の有用性が示された。

大偏差理論での扱いは、近年多くの研究において、その有用性が示されており、大偏差理論との比較において、一致する点、また、手法的な相違を明らかにしている点で興味深い。

最後に取り扱われている対数周期性に関しては、近年、地球物理学、経済学において注目され、今後、多くの研究が期待される普遍的メカニズムのひとつと考えられており、申請論文においての取り扱いも、非平衡現象における対数周期性の研究において、その重要性を増すものと期待される。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。