

氏名	岩成勇
学位(専攻分野)	博士(理学)
学位記番号	理博第3208号
学位授与の日付	平成19年11月26日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学・数理解析専攻
学位論文題目	Deformation theory of rigid-analytic spaces (剛解析空間の変形理論)

論文調査委員 (主査) 教授 森脇 淳 教授 加藤和也 教授 河野 明

論文内容の要旨

2次元トーラスがそうであるように、特別な微分多様体には多くの複素多様体の構造が入る。与えられた微分多様体にどれだけの複素構造が入るかは、複素多様体の変形理論の主目的である。この問題は、小平-Spencerにより基本原理が確立され、例えば、1次の変形理論、すなわち、変形空間の接空間の理論が構築された。この接空間の理論は、多様体上の冪零関数を許すことで得られるため、Grothendieckのスキーム論の発展の一助となっている。小平-Spencerにより、接空間の理論を含む変形空間の基礎理論は、変形空間そのものの存在を除いて、確立された。さらに、倉西により、変形空間の存在が示され、基礎理論は完成した。その変形空間は倉西空間と呼ばれている。

以上は複素多様体についての話であるが、代数多様体の代数的な変形を考えることもできる。しかしながら、代数多様体の代数的な変形は代数多様体上の偏極等の別の構造を付加するの必要があり、代数多様体そのものの変形理論の構築は満足いくものではなかった。岩成氏の論文は、この困難に対する一つの挑戦である。

岩成氏は、リジット幾何を用いることで、上記の困難を克服することを試みた。代数多様体が複素数体上で定義されている場合は、それを複素多様体と考えて倉西空間を考えることができる。これは、多項式を収束冪級数と考えることを意味している。一般の体の場合、同様の考察は、定義体を拡張し、複素多様体の代わりにリジット空間を考えることで、その類似が得られる。この発想を元に、岩成氏は、まず、変形理論の基本定理を論文で証明した。すなわち、以下のことを示した。

- (1) 微少変形の障害はリジット空間の余接複体の2次のコホモロジーにある。
- (2) その障害がゼロのとき、微少変形の空間はリジット空間の余接複体の1次のコホモロジーにある。
- (3) 微少変形の自己同型の空間はリジット空間の余接複体の0次のコホモロジーにある。

さらに、論文で、岩成氏はリジット空間の形式的な倉西空間の存在定理を示している。したがって、形式的な族の収束性が示されれば、リジット空間の倉西空間の理論は完成するが、これは今後の課題である。

以上が、岩成氏の論文内容の要旨である。

論文審査の結果の要旨

岩成氏は博士主論文において、代数多様体の変形理論をリジット幾何の立場からの考察を行い、その基礎理論を完成させた。これは、複素数体上で定義された代数多様体の変形ではなく、その複素多様体としての変形を考えることに対応する類似である。複素多様体の変形理論において、基礎理論は、微少変形の理論と倉西空間の存在である。岩成氏は、満足いく微少変形の理論と形式的倉西空間の存在を示した。形式的倉西空間については、さらにその収束性を示す必要があるが、十分に博士論文として価値のあるものである。

さらに、詳しく本論文の意義を述べたいと思う。よく知られていることだが、代数多様体の変形は、そのままでは、うまく理論が進まず、代数多様体上の偏極等の別の構造を付加する必要がある。しかしながら、複素多様体の場合は、理論がう

まく進む。その鍵となるのは、多項式のみならず収束冪級数を考えることである。このことから、岩成氏は、代数多様体ではなく、少し体を拡張させて、リジット空間を構成し、その変形を考えるべきであると考えた。これは、卓越した研究眼である。そのみならず、実際に満足にいく微少変形の理論、すなわち、以下の結果を示した。

- (1) 微少変形の障害はリジット空間の余接複体の2次のコホモロジーにある。
- (2) その障害がゼロのとき、微少変形の空間はリジット空間の余接複体の1次のコホモロジーにある。
- (3) 微少変形の自己同型の空間はリジット空間の余接複体の0次のコホモロジーにある。

このことを示す過程において、岩成氏は高度の技法を開発し、それを巧みに利用している。このことだけでも、この論文は博士論文に値すると判断した。さらに、岩成氏は参考論文において、(a) 対数有理写像の研究（森脇氏との共同研究）、(b) トーリックスタックの研究、(c) トーリックスタックの周群等の研究を行っており、その研究能力の高さを確認することができた。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。