

移動床水路における河床形態の
形成機構に関する研究

昭和49年10月

白 砂 孝 夫

移動床水路における河床形態の 形成機構に関する研究

昭和49年10月

白 砂 孝 夫

目 次

第 1 章 結 論	1
1-1 概 説	1
1-2 河床形態研究の工学上の意義	3
1-3 本研究の目的	5
第 2 章 河床形態の形成機構に関する従来の研究	6
2-1 概 説	6
2-2 洗掘・堆積理論による解析	8
2-3 内部波理論による解析	13
2-4 結 言	14
第 3 章 洗掘・堆積理論による河床形態の形成機構の解析	14
3-1 概 説	14
3-2 河床形態の初期発生機構	15
3-2-1 流砂量の局所変動による河床変動	15
3-2-2 乱れ速度による河床変動	16
3-2-3 河床形態の初期発生機構の検討	18
3-3 河床形態の発達，安定機構	21
3-3-1 河床形態の発達機構の検討	21
3-3-2 河床形態の安定機構の検討	24
3-4 結 言	25
第 4 章 内部波理論による河床形態の形成機構の解析	28
4-1 概 説	28
4-2 開水路の場合	30
4-2-1 解 析 モ デ ル	30
4-2-2 河床波の発生領域	33
4-2-3 実験結果との比較	35
4-3 閉水路の場合	40
4-3-1 解 析 モ デ ル	40
4-3-2 河床波の発生領域	42
4-3-3 実験結果との比較	43
4-4 結 言	44
第 5 章 結 論	46

第1章 緒 論

1-1 概 説

移動床水路には、水理条件と河床砂れきの特性に応じて各種の河床形態が発生し、それが河床や流砂量ならびに流路変動に支配的な影響を与えることはよく知られている。河床形態は、河床抵抗、流砂量および流路変動などとの関連において実用水理学的見地から移動床流れの重要な課題であるばかりではなく、その現象の不可思議さにより多くの研究者、技術者の関心を集めてきたものである。

土木学会水理委員会においても、1970年度末から委員会における研究活動の一つとして、移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会を設け、「移動床流れの河床形態および移動床流れの抵抗」について約2ヶ年にわたり調査、研究を行ない、従来の成果をとりまとめるとともに将来の展望を与える貴重な報告¹⁾(以下では委員会報告と呼ぶ)を行なっている。著者も委員の一員としてこの委員会に参加したこともあって、以下では同報告を随時引用しながら本章を展開する。

本論に入る前に、本研究で取りあげようとしている河床形態とはどのようなものか、またそれらにどのような名称と定義が与えられているかを明らかにしておく必要がある。

委員会報告によれば、河床形態のおよその概念はつぎのように表わされている。

「河床形態には、その規模の大小、不規則性の強弱、運動の方向などから見ていろいろのものがあ
る。すなわち、規模においては、河床面に形成される非常に小さいものから、波長が流路幅の数倍にも
およぶ大きなものまであり、形状においては、二次元的で比較的規則的なものから、三次元的で不
規則なものまで千差万別である。また運動特性では、下流へ移動するもの、上流へ移動するものおよ
び移動しないものの三通りがある。」

このように、河床形態は複雑な現象であるが、その特徴によって分類され、それぞれに名称が与えられている。しかし、従来の分類には不明確なところが少なくなく、同一名称であっても研究者によってはその意図する河床形態が異なっていたりする場合もあり、名称は必ずしも統一されていなかったようである。これらの不明確さを避けるために本論文で用いる河床形態の名称と定義は委員会報告でなされている分類に従うことにする。委員会報告でなされている分類の立場および河床形態の概念はつぎのとおりである。

「河床面の微小な初期じょう乱が水流との相互作用のもとで時間とともに発達する場合には河床波が形成されるが、この過程においてどのような物理量が重量な役割を演ずるかを考察して、河床形態の分類を試みてみよう。」

最も規模の小さい河床形態は砂漣である。

砂漣の発達に関与し、その波長や波高を支配するものは個々の砂粒子の特性ならびに跳躍高さや跳躍距離といった河床面近傍の物理量であって、平均水深のような物理量はあまり重要な影響を持たないと見なされる。

砂漣よりも規模の大きい河床形態は砂堆である。砂堆の発達に関与し、その波長や波高を規定する重要な物理量として水深が考えられる。

最も規模の大きい河床形態は砂州であるが、その発達に関与し、かつその波長を支配するものとして水路幅があげられる。また、砂州の波高の発達は水深によって制限される。」

以上のように、その波長、波高が河床面近傍の物理量によって支配されるものが砂漣、平均水深によって支配されるものが砂堆、また水路幅によって支配されるものが砂州であるという河床形態の分類が少なくとも定性的には認められるところであろう。

このように、河床形態の構造を水路の特徴的なスケールである水深および水路幅を用いて考察しようとする方法は、河川乱流などの開水路流れの乱流構造を水深で規定する鉛直乱流場と水路幅で行なう水平乱流場とに区分して考えようとするものと同じような発想によるもので、河床波の構造や形状特性と水路の特徴的なスケールである水深および水路幅との関係が知れば実用上好都合である。

以上の立場に立つて、委員会報告では河床形態の名称に関する定義と説明をつぎのように与えている。

(1) 砂 漣 (Ripples)

砂漣は、河床面近傍の物理量によって支配される最も小規模な河床形態であって、砂粒レイノルズ数 ($u_* d_{50} / \nu$, u_* : 摩擦速度, d_{50} : 50% 粒径, ν : 流水の動粘性係数) がほぼ、10～20 以下の場合に形成され、その波長、波高は粒径と密接な関係がある。砂漣の平面形状には、三次元的な不規則なものから頂と谷が流れと直角方向に一直線に並んだ比較的規則的なものまで各種ある。また、縦断形状には、上流側斜面勾配が緩やかで下流側斜面勾配がほぼ砂の水中安息角をなす三角形状から比較的对称的な正弦波形状まで各種ある。

砂漣は平均流速に比して遅い速度で下流に伝播する。

(2) 砂 堆 (Dunes)

砂堆は、砂漣よりも規模が大きく、その波長・波高が水深と密接な関係があり、河床波と逆位相の水面波を伴う河床形態である。

砂堆は、砂漣に比べて一般に不規則であり、その縦断形状は、上流側斜面勾配がゆるやかで下流側斜面勾配が砂れきの水中安息角にほぼ等しい三角形状をなす。砂堆は平均流速に比して遅い速度で下流に伝播する。

(3) 反砂堆 (Antidunes)

反砂堆は、水面波と強い相互干渉作用を持って形成され、河床波と同位相の水面波を伴う河床形態である。反砂堆には、水流と砂れきの特性に応じて上流へ移動、下流へ移動および移動しないの三通りの場合がある。この河床形態は、従来上流側に遡上する特性に注目して遡上砂堆と呼ばれている場合もあるが、上のように移動方向にはいろいろの場合があるので、このような呼び方は適切ではない。この河床形態は、水面波の位相が砂堆の場合と反対であるので、反砂堆と名づけたのである。反砂堆

は一般に非定常性が強く、河床波の発達と減衰を繰り返す。

反砂堆の縦断形状には三角形から正弦波形状までいろいろあり、後者は前者に比して大きなフルード数のとき形成される。シャープな頂を持った三角形の反砂堆は実験水路においてのみ観測されており、常に下流に移動する。反砂堆は、フルード数が大きくなると射流であるシュートと射流あるいは常流であるブールとを連結したような河床形態になるが、これを特にシュート・ブールと呼んでいる。

(4) 砂州 (Bars)

砂州は、最も規模の大きい河床形態であって、その波長は水路幅と密接な関係がある。

砂州には彎曲部の凸岸などに見られる固定砂州 (Point Bars) や左右交互に周期的にあらわれる交互砂州 (Alternating Bars) などがある。

砂州の縦断形状はほぼ三角形で上流側斜面勾配は緩く、下流側斜面勾配は砂れきの水中安息角にほぼ等しい。交互砂州は平均流速に比して遅い速度で下流へ移動する。

(5) 平坦河床 (Flat Bed)

砂漣、砂堆、反砂堆および砂州を伴わない平坦な河床形態である。

(6) 遷移河床 (Transition)

砂漣や砂堆と平坦河床との遷移領域における河床形態であって、砂漣や砂堆の部分と平坦河床の部分とからなる。

さらに、委員会報告の分類では、砂州に比べて砂漣、砂堆、反砂堆の規模は小さいので、前者を中規模河床形態、後者を小規模河床形態と区分し、上記の河床形態の名称と特徴をまとめてつぎの表 1-1-1 を与えている。なお表中、備考欄の () は本論文の展開の便宜のために著者が書き加えたものである。

通常、河床波 (sand waves) というのは、上述の河床形態となって表われる河床面の起伏を総称するものである。本論文においては河床波および河床形態の 2 語を特別に区別することなく同意義に使用している。

1-2 河床形態研究の工学上の意義

移動床水路には、河床砂の特性と水理条件に応じて種々の河床形態が形成されることは 1-1 において述べられている通りである。河床形態が流れにどのような影響を及ぼすかについては、小規模河床形態は主として河床抵抗や流砂量に、中規模河床形態は主として流路変動に支配的な影響を与えることが知られている。河床抵抗や流砂量に影響を与える小規模河床形態は、流砂で満砂したダム貯水池や河道における洪水時の流況、ダムの排砂や埋め立てのための土砂輸送に伴う管路内の流況などに、また流路変動に支配的な影響を与える中規模河床形態は河道の安定、舟運のある河川の安全航路の確保、取放水口施設の機能の維持など河川工学上の問題に支配的な影響を与えるものと考えられる。

表 1-1-1 河床形態の分類

名 称		形状・流れのパターン		移動方向	
		縦断図	平面図		
小規模河床形態	砂 連			下 流	波長、波高が砂粒径と関係する。
	砂 堆			下 流	波長、波高が水深と関係する。 (水面波と河床) (波は逆位相)
	遷移河床				砂連、砂堆、平坦河床が混在する。
	平坦河床				
	反砂堆			上 流 停 止 下 流	水面波と強い相互干渉作用をもつ。 (水面波と河床) (波は同位相)
中規模河床形態	砂 州				波長が水路幅と関係する。
	交互砂州			下 流	
	うろこ状砂州				

このように河床形態は水工学上の諸問題に多大の影響を与えるので、河床形態を予測し、それに応じた水路を設計し、あるいは対策を講じておくことは實際上、工学上不可欠の課題である。

これに対応するための、河床形態に関する水理学上の基本的課題はつぎの 2 項目に要約されよう。
すなわち、

- 1) 河床形態は一般に流れのどのような作用で形成されるか、ならびに
- 2) 与えられた水理条件と河床材料とでどのような河床形態が形成され、それらが河床抵抗、流砂量および流路変動とどのような関連をもっているか。

ということである。

- 1) については流れのどのような作用によって河床が変形するかということが主眼であり従来の研

究は、流れと移動床との界面を含む流れを流体力学的手法によりモデル化し、河床の変動を解析的に検討するものが主である。2)については、その相互関連の複雑さのために、実験あるいは経験の体系化が主であり、与えられた条件のもとでの河床形態の予測、河床形態と粗度および流砂量との関連河床形態によって流路の平面形状がどのように変わるかなど¹⁾の実用上の重要問題が主である。

1-3 本研究の目的

本研究が目的とするのは、上記の課題のうち、1)河床形態が流れのどのような作用で形成されるかという問題を解明しようとするものである。これには、

1) 平坦河床に河床波が初期発生する機構

2) 初期発生した河床波が成長するか、消滅するか、あるいは安定にとどまるかの発達、安定機構について統一的に調べる必要がある。

このような河床波の形成機構の解明に関する従来の研究を概観するとこの問題への接近法はつぎの2つの流れに大別される。すなわち、

1) 河床形態の形成は掃流砂量の局所変動による洗掘、堆積の結果であるとみなし、河床形態を河床変動式を用いて解析する方法、および、

2) 河床を流体とみなし、河床形態の形成は2成層流体の境界面の不安定の結果であるとして、河床形態をHelmholtz型の不安定問題として解析する方法、の2つである。いずれの方法によっても、それだけでは河床形態の形成機構は十分には説明されていないのが現状であり、むしろ、この2方法はそれぞれの理論の欠陥を相補なってひとつの体系をなすものと考えられる。このような観点に立つて、ここではこれら2方法によって主として定性的検討を進め、それぞれによって得られる成果を明らかにし、河床形態の形成機構を統一的に解明しようとするものである。

以下、本論文においては、第2章において従来の研究の総括を行ない本研究の意義および位置づけを明確にする。

第3章においては河床変動式により河床形態の形成機構を理論的かつ数値解析的に述べる。

第4章においては、内部波理論によって河床波の安定機構を述べるとともに、実験結果との適合性を検討する。

なお、本研究で対象とする河床形態は砂漣を除く小規模河床形態であり、また理論的には二次元のものとして取扱っている。

第2章 河床形態の形成機構に関する従来の研究

2-1 概 説

古来、自然河道は生活用水水路、かんがい水路あるいは運河として利用され、人類の生活と密接に結びついていた。したがって、これらの自然河道の機能に重要な影響を与える河床形態の変遷には古くから関心が払われていたであろうことは想像に難くない。

Graf²⁾によれば、水理学の分野においては、すでに1786年にDu Buat³⁾によって河床形態の生成、形状および移動についての記述がなされている。

移動床には水理条件に応じて種々の河床形態が形成されることが明らかにされ、それらの特性が知られるようになったのは、主に野外実測あるいは実験による詳細な観察の結果に基づいている。河床形態の特性と水理条件との関連に着目したのはSainjon⁴⁾(1871)が最初であろうかといわれている。彼はフランスLoire河における観測の結果、河床形態の進行速度と流れの表面流速との関係を与える経験式を導いた。彼の与えた式には、河床形態の種類、河床の状態、水深などの要素についてはふれられていないが、河床形態の特性と水理条件との関連に着目したことは注目されるべきである。

河床形態の形成に関する系統的な実験の最初のもはDeacon⁵⁾(1894)によるものと思われる。彼は側面ガラス張りの実験水路においてMersey河口の砂を敷いて実験を行ない、水面流速と河床形態の状態およびその進行速度との関係を観測した。その結果、水面流速が 1.3 ft/sec から 2.9 ft/sec に増加するにつれて河床の状態が、“ripples”が形成される段階、それらが規則正しく下流に進行する段階、さらにそれらが不規則になり、やがて消滅する段階があることを見い出している。彼のいう“ripples”は第1章の定義でいうdunes(砂堆)と思われ、表面流速が増加するにつれ、河床が平坦河床から砂堆さらに遷移領域を経て平坦河床へと遷移していくことが見い出されたことは評価するに値される。

さらに系統的な実験がGilbert⁶⁾によって行なわれた。彼は実験ケースごとに砂の粒径、水路幅および流量を一定に保ち、こう配を増加させて河床形態の変化を調べた。その結果、図2-1-1に示すように河床こう配が増加し、流砂量が増大するにつれてdunes(砂堆)、smooth(平坦河床)あるいはtransition(遷移河床)、antidunes(反砂堆)へと変化することが見い出され、

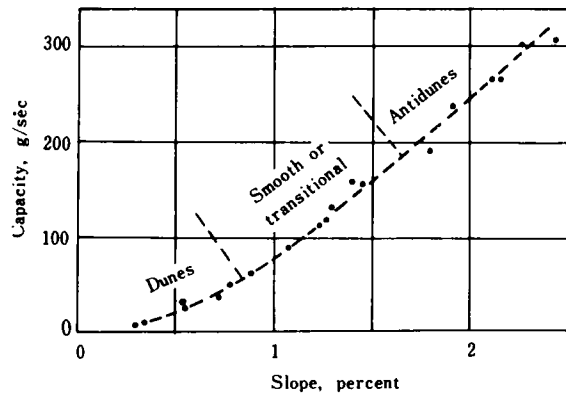


図2-1-1 河床形態の遷移^{2)より}

河床形態の種類としてはほぼ現在知られている程度にまで知られるようになった。

Simons および Richardson⁷⁾ は河床形態に及ぼす流れの指標としてフルード数 F_r を導入し、フルード数が大きくなるにつれ

て河床形態は図 2-1-2

に示すように砂漣 $F_r \ll 1$

(a, b), 砂堆 $F_r < 1$ (c),

遷移河床 $F_r < 1$ (d), 平

坦河床 $1 < F_r$ (e), 反砂

堆 $F_r > 1$ (f, g), シュ

ート・プール $F_r > 1$ (h),

と変化することを見い出し

た。彼らの示した河床形態

の分類は現在一般的に受入

られているもので第一章

に述べられている定義と説

明の根拠も彼らに負うところ

が大である。

このように種々の河床形

態についての実験的な検討

と平行して、それらの形成

機構についての理論的研究

が行なわれてきた。

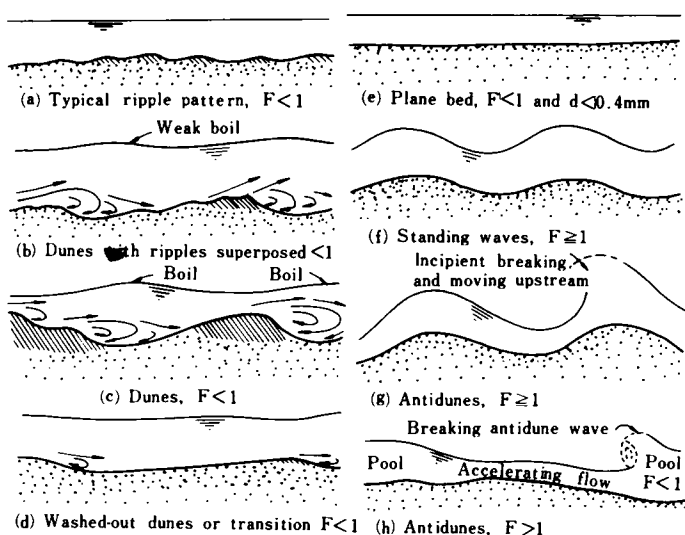


図 2-1-2 各種河床形態とフルード数の関係⁷⁾より

河床形態の形成機構に関する従来の理論的研究はつぎの 2 つに大別されると思われる。

第 1 は、河床形態の形成は、流砂量の局所変動による河床の洗掘、堆積の結果生じるものであると見る立場である。この立場の解析法の中心は流砂の連続式、すなわち河床変動式である。以下ではこの解析法を洗掘・堆積理論による解析と名付けることにする。

第 2 は移動床の挙動をモデル化し、それを高粘性流体と抽象化し、河床変動は圧力分布の作用によるせん断変形の結果生じたものであるとする立場である。この立場の解析法によってその理論体系は内部波理論にもとづくので、以下ではこの解析法を内部波理論による解析と名付けることにする。

表 2-1-1 は河床形態の形成機構に関する研究を概観し、その大きな流れと主な研究成果を一括して年次順に記したものである。表中、同欄にあってかつ記号が同じであるものはある程度の関連のある観点から理論が展開されているものである。なお、表中の著者の論文は既発表のものであるが、これについては第 2 章ではふれないことにする。それは本論文の趣旨である第 3 章、第 4 章はこれら

表2-1-1 河床形態の形成に関する従来の研究の流れ

年代	1870	1880	1890	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980
河床形態の形成機構についての研究							● Exner ⁸⁾		● Anderson ¹⁵⁾	● Kennedy ¹¹⁾ ● Reynolds ¹²⁾ ● 16 ¹³⁾	● 14 ¹⁴⁾ ● Engelund ¹⁵⁾ ● Gradowczyk ¹⁶⁾ ● 17 ¹⁷⁾	
安定河床												
成流・推移河床												
初期定常河床								● Velasco ¹⁸⁾			● Vaim ²¹⁾ ○ Rendire ²²⁾ ○ Williams et al ²³⁾ ● 18 ¹⁹⁾ ● 19 ²⁰⁾	
内部成河床												
各種河床形態の特性の定量的研究	● Samson ⁴⁾			● Darwin ²⁷⁾	● Baschm ²⁸⁾	● Deacon ⁵⁾	● Gilbert et al ⁶⁾			● Lau ²⁹⁾	● Simons et al ⁷⁾	● 20 ²⁰⁾

を中心にとりまとめたものであることによる。以下この表に沿って従来の研究の検討を行なう。

2-2 洗掘・堆積理論による解析

流れ方向に流砂量に変動すれば、流れ方向に流砂量が増大する部分では洗掘が、また減少する部分では堆積が生じる結果、河床変動が生じることは明らかであろう。この現象を数式化したものがいわゆる河床変動式である。図2-2-1に示すように、平均河床こう配に平行で流れ方向が正になるように x 軸をとり、これと直角上向きに河床高 z を測るものとする、河床変動式は一般に下記のよう表わされる。

$$\frac{\partial z(x, \delta)}{\partial \delta} = - \frac{\partial q(x, \delta)}{\partial x} \dots\dots (2-2-1)$$

$$= - \frac{\partial q'(x, \delta)}{\partial x} \dots\dots (2-2-2)$$

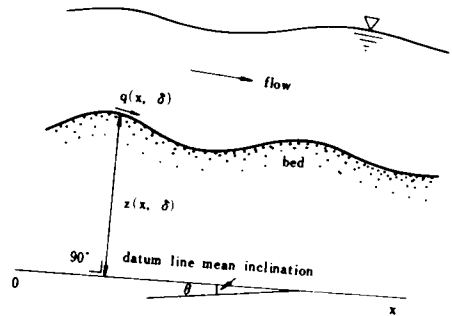


図2-2-1 河床変動

ここに、 $z(x, \delta)$ および $q(x, \delta)$ はそれぞれ点 x 、時刻 δ における河床高および見かけの体積で表わされた流砂量である。また、 $q'(x, \delta)$ は次式で表わされるように流砂量 $q(x, \delta)$ の空間平均値 $\bar{q}$ と $q(x, \delta)$ とのずれで表わされる流砂量の局所変動量であるとする、

$$q'(x, \delta) = q(x, \delta) - \bar{q} \dots\dots\dots (2-2-3)$$

で与えられる。

河床変動式による解析はExner⁸⁾によって始められた。彼は流砂量が流速の関数であると仮定し、流速の加速部では洗掘が、減速部では堆積が生じると考え、Exnerの式として知られる下記の関係式を導いた。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -K \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2-2-4)$$

ここに、 η は基準面からの河床高、 u は流速、 t は時間、 x は流れ方向の距離、 K は Exner の洗掘係数である。

(2-2-4) 式は (2-2-1) 式において流砂量が流速 u に比例する。すなわち、

$$q = K u \quad \dots\dots\dots (2-2-5)$$

と仮定した場合の河床変動式である。

彼は、初期河床形状を正弦波で与え、水面が平坦であると仮定し、流れの連続式を解いて流速の局所変動を求め、(2-2-4) 式により正弦波が上流がゆるやかなこう配を持つ三角波に変化する過程を示した。彼の理論によっては、初期河床がなぜ生じるか、あるいはどのような種類の河床形態が生じるかは説明できない。しかし、彼に始まる河床変動式による河床形態の形成機構の解析的研究はその後多くの研究者に引継がれ研究の主流となって、つぎの2つの方向に展開されていくのである。

1つは河床に微小振幅の正弦波を仮定し、その振幅が時間とともに増大するか減少するかを流れの連続式、運動方程式、流砂量式および河床変動式に基づいて解析し種々の河床形態の形成条件を求めようとする研究で河床形態の安定理論による取扱いである。

他の1つは流れの乱れ速度あるいは微小凸起によるはく離流などとの関連において平坦河床からの河床形態の初期発生を説明しようとする研究で、河床形態の初期発生理論が取り扱われている。

まず前者の立場の流れを概観することにする。

Anderson¹⁰⁾ は水面波が原因で河床波が形成されると考えた。水面にある微小振幅正弦波形状の水面波が生じると、そのため流速が変化し河床に起伏が生じる。この河床の起伏により流れが影響を受け、また逆に河床起伏に影響を与える。このように考え、流れをポテンシャル流として解き、得られた流速 u に流砂量が比例すると仮定して河床変動式により起伏の振幅が増大する条件を求め、その場合の河床波の波長とフルード数の関係を与える式を導びいた。彼の理論によっては河床形態の種類を説明することはできないが、解析法の指針を与えたことは注目される。彼は河床の初期擾乱が水面波によって生じると考えたが、その後の理論展開は、以下に述べる研究と同様に、河床に初期起伏を仮定するのと結果的には同じである。また、彼は河床波の振幅が増大することを河床波の発生条件と考えている。これは以下に述べる河床の安定理論においては共通の立場であるが、河床波の成長が停止した平衡状態における河床形態と水理条件との関係の説明があいまいである欠点がある。

Kennedy¹¹⁾ は河床波の発生をもたらし要因として局所流速と局所流砂量の対応のずれ距離 δ を考え、これを流砂量式に導入した。彼の方法は河床に微小振幅正弦波を仮定し、その上の流れをポテンシャル流として解き、局所流砂量を与えた。そして、河床変動式により微小振幅正弦波の振幅が増大する条件を求め、河床波の形成と伝播特性を明らかにし、種々の河床形態を河床波の波長とフルード数との関係で分類した。彼の理論においては対応のずれ距離 δ が重要な役割を演じ、これなしには河

床波の形成を説明することはできない。

その後 Reynolds¹²⁾ は Kennedy のずれ距離 δ の物理的な考察を加えるとともに、彼の理論を三次元に拡張している。

さらに、林は Kennedy のずれ距離 δ より小さいずれ距離 δ と河床こう配を考慮した流砂量式を Kennedy の理論に導入して理論を展開した。

以上はいずれも流れをポテンシャル流として扱う理論であるが、流れを運動量方程式で解くものも個々に提案されている。

松梨¹⁴⁾ は流砂量を掃流力 τ の関数で与え、初期河床を微小振幅正弦波に仮定した。そして、流れを開水路運動量方程式で解いて、河床上の微小振幅正弦波の成長性を微小振動法により検討し、河床形態の発生領域をフルード数と U_{mo}/U_R^* との組み合わせの関係で求めた。ただし、 U_{mo} は平均流速、 U_R^* はまさつ速度である。彼の理論では、河床波が発生するかどうかは知れるが、河床形態の種類、伝播特性は知ることができない。

Engelund¹⁵⁾ 河床波の発生をもたらし要因として流れの局所変動とせん断力の局所変動のずれ距離 λ を考え、Meyer - Peter 流砂量公式に導入した。そして、河床に微小振幅正弦波を仮定し、その上の流れを開水路運動量方程式で解いて、局所流砂量を求めた。河床変動式により微小振幅正弦波の振幅が増大する条件を求め、河床波の形成と伝播特性を明らかにし、河床形態を修正した Chezy 数 $C' = c/\sqrt{g}$ (c : Chezy 数, g : 重力の加速度) とフルード数との関係で分類した。彼の理論においても Kennedy の理論におけると同様ずれ距離 λ が重要な役割を演じ、これなしには河床形態の形成の説明はできない。

椿・斉藤¹⁶⁾ は河床波の発生をもたらし要因として河床波上の流速分布の非対称性および流砂量の非平衡性を考え、椿の流砂量式にこの考えを導入した。そして、河床に微小振幅正弦波を仮定し、その上の流れを開水路運動量方程式で解き、河床変動式により微小振幅正弦波の振幅が増大する条件、すなわち河床波形成の条件および伝播特性を求めた。さらに、河床波の波長を与える Yalin¹⁷⁾ の関係式を用いて種々の河床形態の発生領域を $h/D \sim S_0/S$ の組み合わせで示した。ただし、 h : 径深, D : 砂粒の粒径, S_0 : 河床こう配, S : 砂粒の水中比重である。彼らの流砂量の非平衡性の仮定は Kennedy の局所流速と局所流砂量の対応のずれ距離 δ に対応する。したがって、椿・斉藤の理論においても対応のずれ距離 δ が重要な役割を演じ、これなしには河床波の形成を説明することができない。

Gradowczyk¹⁸⁾ は河床波の形成要因として水面波と河床波の相互挙動を考えた。彼は流砂量式を掃流力 τ の関数として表わし、河床に微小振幅正弦波を仮定し、その上の流れを運動量方程式で解いた。そして、河床変動式により河床波の進行速度および水面波と河床波の振幅の比を与える関係式を求め、その比の絶対値がある値以上であれば河床波が形成され则认为、河床形態の分類を試みている。しかし、彼の理論では河床波形成の判定基準があいまいで、河床形態の種類の分類が明確な指数で与え

られない欠点がある。

以上，河床形態の安定理論を取り扱ったものを一括して示したものが表2-2-1である。

表2-2-1 河床安定論に基づく従来の研究

特徴 研究者名	河床波の形状	流れの 運動方程式	流砂量式	河床形態形成の要因	種々の河床形態の分類
Exner ⁸	$A_0 + A_1 \cos \alpha x$	流れの連続式	Ku		河床形態の変形
Anderson ¹⁰	半经验的結果的には $\eta \cos mx$	ポテンシャル流	γKu	水面波と河床波の相互挙動による 局所流速の変化	河床波の波長とフルード 数との関係
Kennedy ¹¹	$a(t) \sin k(x - Ut)$	ポテンシャル流	$m(\phi_1(x - \delta_1, t) - \phi_2(x - \delta_2, t))$	局所流速と局所流砂量の対応のす み	河床波の波長とフルード 数との関係
Reynolds ¹²	$a e^{ik(x - ct)}$	ポテンシャル流	$L(u)$	局所流速と局所流砂量の対応のす み	河床波の波長とフルード 数との関係
林 ¹³	$a(t) \sin k(x - Ut)$	ポテンシャル流	$m(1 + \alpha \frac{\partial \eta}{\partial x} (x - \delta, t)) \times$ $(\phi_1(x - \delta_1, t) - \phi_2(x - \delta_2, t))$	河床波上の流砂量の非対称性と局 所流速と局所流砂量の対応のす み	河床波の波長とフルード 数との関係
松 梨 ¹⁴	$A e^{i\beta \sin \beta x} + \frac{C}{B}$	運動量方程式	$k \tau \tau_0 =$	平均流速、水深、河床高の相互挙 動による河床の不安定	分類不明確
Engelund ¹⁵	$h_0 \sin kx$	運動量方程式	Meyer-Peter公式	流れの局所変動と重力断力の局所 変動の対応のすき	Cとフルード数との関係 C=C ₀ 、g: C ₀ Chezy数 g: 重力の加速度
橋 ¹⁶	$\eta \exp[i\gamma(t + i\beta x - \gamma t)]$	運動量方程式	橋公式	河床波上の流速分布の非対称性と 流砂量の非対称性	h: D ₅₀ 、S ₀ との関係 h: 径深 D: 粒径 S ₀ : 河床 の分配 S: 砂の水中比重
Gradowczyk ¹⁸	$\phi^* \exp[ik(x - vt)]$	運動量方程式	$x \tau - \tau_0, \tau < \tau_0$ $0, \tau > \tau_0$	水面波と河床形態の振動の相互挙 動	分類不明確

以上の理論を総括するとつぎのような問題がある。

1) 河床安定理論としての取扱いのものはいずれも河床に微小振幅の正弦波を仮定し、その振幅が増大する条件を求めて河床波の形成条件とするものであるが、初期河床として仮定する微小振幅正弦波がどのような機構で形成されるか、河床波が安定している状態における河床形態と水理条件との関係はどうかなどの説明があいまいである。

2) 河床形態の形成条件がよく説明される理論のいずれも水理量の局所変動と流砂量との間に対応のずれ距離を仮定し、そのずれ距離を任意に変化させ、河床波の形成機構を説明しているが、ずれ距離に対する物理的な説明が与えられていない。

3) 河床変動式による解析では、流砂量の局所変動と河床波の成長、消滅、移動などの諸特性との直接的な関連を知る必要が前提となると思われる。しかし、いずれの研究においても、河床変動式を解析の基礎としているが、結果的には流れの特性と河床形態との関連について考察されていて、流砂量の局所変動と河床形態の特性を直接に考察していない恨みがある。

つぎに河床形態の初期発生理論を取り扱った研究を概観する。

Velicanov¹⁹⁾は乱れ速度によって平坦河床に起伏が生じると考え、乱れ速度が河床に洗掘、堆積を起させる可能性を示す解析モデルを提案した。彼は流砂量を流速の関数として与え、乱れ速度を変動値の分布がガウス分布で、かつ空間的に相関 $R_x = (1 - x^2/l^2)^2$ を持つと仮定し、河床に起伏が生じることを数値的に示した。しかし、彼の理論によっては、河床に洗掘、堆積現象が生じることは説明できても、河床形態へと生長するかどうか、あるいはその波長はどの大きさかなどは説明できない。

その後、乱れ速度と河床形態の形成を関連づけて説明しようとする試みがいくつかなされているが、²¹⁾いずれも乱れ速度がどのように河床に作用し洗掘、堆積をせぜしめ、その結果、どのような波長の河床波が生成するかということの説明には成功していない。

先に述べたように、河床の安定理論においては初期河床として微小振幅正弦波を仮定する。この微小擾乱の生成機構を河床波の初期発生理論によって説明することができれば、安定理論の欠点のひとつが取り除かれる。この意味からも河床起伏の初期発生理論の確立が期待される。

実験による考察として Raudkivi²²⁾、Williams・Kemp²³⁾のものがある。

Raudkivi は ripples 上の流れと段落ち部における平均流速と乱れの強さの分布を測定し、両者が類似していることを示し、ripples の発生機構をつぎのように説明している。段落ち部の流れの乱れの強さは段落ち部の下流で増加し、主流が河床面と衝突する付近で最大になり、それより下流では次第に減少する。

流れが砂の移動限界状態を超えると、砂は移動しはじめるが、砂粒子相互の sheltering 効果、河床面付近の渦の影響、粒径の非一様性などのために砂粒子の一部が堆積する。そうすると、堆積した砂粒子の下流には段落ち部の流れと類似した流れが生じ、乱れの強さが増加する部分で砂粒子が洗掘され、乱れの強さが減少する部分に堆積する。新たに堆積した砂粒子の下流では上述の過程が繰返えされる。Raudkivi はこのようにして堆積と洗掘が交互に生じ、ripples が形成されていくと述べている。

Williams・Kemp は砂の移動に伴う河床面の変化を精密に観測した。すなわち、河床面付近の乱れによって河床面に生じた高さが砂の粒径の 2～3 倍、高さ と長さの比が $1/100$ のオーダーという攪乱が ripples に発達していく過程を観察している。そして、このような非常に扁平な攪乱が流れおよび砂の移動におよぼす影響を調べるために、河床に粒径 0.137 mm の砂で高さ 0.25 mm、長さ 3.8 mm のマウンドを作り、その上の流れを測定し、マウンドの下流面上では河床せん断応力が次第に小さくなり、マウンドの末端では頂部のせん断応力の 55% に減少すること、およびこのように非常に扁平なマウンドの存在によっても流れは間欠的に剥離することを示し、砂がマウンドの下流面に堆積し、次第に ripple front に発達していく様子を観察した。

以上 2 つの観察に基づく考察によっても、初期の河床に微小起伏が生じる機構と微小起伏が生じた後、はく離流れによってどのような規模の河床形態が生じるかは説明することができない。

2-3 内部波理論による解析

流体中の一つの境界面を境にして上下の流れの流速分布が不連続であれば境界面は不安定となり多数の渦が生じる。これは1868年に Helmholtz²⁴⁾ によって初めて論じられた不安定問題で、流体力学において Kelvin-Helmholtz の不安定問題としてよく知られている事柄である。

この境界面の不安定現象は物理的に²⁵⁾つぎのように説明される。すなわち、粘性が無視される流体が図2-3-1の(a)に示すような不連続な流速分布で流れ

ている状態を考える。そこに乱れ速度が何かの原因で図2-3-1の(b)に示すように流線が変形すると、流線が上向に凸の部分では上の流体の流線は密になり下の流体の流線は疎になる。ベルヌイの定理により流線が密の部分では圧力が下がり、疎の部分では圧力が増大するので上向に凸の部分はますます上向にふくれあがる。下向に凸の場合にも同様のことが言えて流線の変形は最初に変形した方向に増大していく。このようにして境界面は変形して(c)、(d)に示すようなある大きさを持った一連の渦層に発達する。

移動床が流体の挙動をとると考えれば、種々の河床形態は流れと移動床との境界面における Kelvin-Helmholtz 型の不安定現象であると考えられる。すでに1883年 Darwin²⁷⁾ は実験の観察結果に基づいて、またさらに1899年には Baschin²⁸⁾ はゆるんだ砂は流体のように挙動すると考えて、河床形態は Helmholtz のモデルで説明できると主張している。その後、1957年に Liu²⁹⁾ は1) Keuleganの実験によれば固定床は無限の粘性を持つ流体として扱われる。2) 流砂密度流は通常流体として扱われていて、流砂のある河床は密度流の極端な場合であることを根拠に、流砂がある河床を流体と仮定して扱うことには正当性があると主張して、河床形態は Helmholtz のモデルで説明できる渦列であると述べている。彼は河床波が形成される条件として、河床の微小振幅波の振幅が増大する条件を考えている。これは、流体力学的安定問題として見れば、界面に加えられた微小な擾乱が時間とともに指数的に増加する界面の不安定状態に相当する。したがって、この水理条件をもって河床波の発生条件とするのでは、安定な河床波が形成されている水理条件を河床波が形成されない水理条件であるとする事になり、矛盾が生じる。

以上の研究は河床波と内部波の相似性に着目した研究である。いずれも概念的で解析モデルの作成に至っては至っていないのが実状である。また解析モデルが作成されても、河床安定理論と同じく流線の変形の原因となる初期擾乱が何によって生じるかということや河床波の形成と界面の流体力学的安

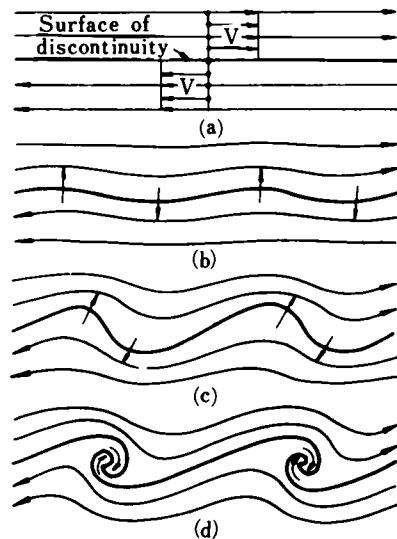


図2-3-1 流れの不連続境界面の不安定²⁵⁾より

定・不安定との関係はどうかなどの問題は残されている。

2-4 結 言

以上、河床形態の形成に関する従来の研究を概観してきたが、その結論を要約すると、以下のようである。

河床変動式による解析に関してつぎのことが言える。

- 1) 河床安定理論によって、各種河床形態の形成がかなりの程度までよく説明される。
- 2) 河床安定理論において仮定される初期擾乱は河床波の初期発生理論によって説明されるべきものと考えられる。しかし、初期発生理論の現状は、河床における起伏の初期発生機構および初期発生起伏の特性と水理条件との関連などを説明し得る段階にはなく、今後の発展が期待される。

3) 河床安定理論においては、水理量の局所変動と流砂量の局所変動との間に対応のずれを仮定しているが、これらの物理的な意味を十分に検討する必要があると思われる。

4) 河床変動式による解析のいずれの研究においても、河床波の成長、移動などの特性は流れの特性と関連づけて説明されていて、流砂量の局所変動と直接関連づけて説明されていない恨みがある。

内部波理論による解析についてつぎのことが言える。

1) 河床波の現象を力学的に把握し、その結果得られる解析モデルを作成する必要がある。さらに、解析にあたっては河床波の形成と界面の流体力学的安定・不安定との関係を明らかにする必要がある。

2) この理論においても、ある波長を有する初期擾乱を仮定する必要があるので、河床形態の初期発生理論の今後の発展が期待される。

本論文では上記をふまえて以下、第3章においては、河床波の初期発生機構および河床波の成長、安定、移動などの特性と流砂量の局所変動との直接的な関連を河床変動式によって検討する。また第4章においては、河床波の内部波理論による解析モデルを作成し、種々の河床形態の特性を検討するとともに実験結果により理論の適合性の検討を行なう。

第3章 洗掘・堆積理論による河床形態の形成機構の解析

3-1 概 説

移動床に通水すると、初めは河床が平坦であっても起伏が表われはじめ、やがて水理条件に応じて比較的安定した河床波に成長することはよく知られた事実である。安定した河床波はほとんど変形することなく、水理条件に関連して下流に、時には上流に進行し、あるいは静止の状態となる。このように、平坦な河床から河床形態が発生する機構、さらに初期の微小起伏が成長し安定する機構、河床波が下流方向のみではなく、静止したり、上流方向に進行する機構は、いずれも流砂量の局所変動と直接に関連することであり、これらの直接的な関連の解明は、河床変動式による河床形態の形成機構

の解明にあたっては不可欠のことと思われる。しかし、第2章において述べられているように、従来の研究は、河床変動式を解析の基礎としているが、結果的には流れの特性と河床形態との関連について考察されていて、流砂量の局所変動と河床形態の特性を直接に考察した研究はまだないようである。以下3-2においては、流砂量の局所変動と河床形態の初期発生機構との直接的な関連および流砂量の局所変動の原因が流れの流速の局所変動であると仮定した場合の流速の局所変動と河床変動との関連についての考察を加えることにする。さらに3-3においては、河床形態が発達、消滅あるいは安定する段階において観察される河床形態の変形や移動特性と局所流砂量との関連について考察する。

3-2 河床形態の初期発生機構

3-2-1 流砂量の局所変動による河床変動

流砂量が流れ方向に局所的に変動すれば、平坦河床に起伏が生じることは容易に理解される。(2-2-2)式を時間で積分すれば、点 x における初期時刻 t_0 から時間 t の間の河床変動 $\eta(x, t_0 + t)$ はつぎのように得られる。

$$\eta(x, t_0 + t) = - \int_0^t \frac{\partial q'(x, t_0 + \delta)}{\partial x} d\delta \quad \dots\dots\dots (3-2-1)$$

初期河床が平坦である場合、流砂量の局所変動 $q'(x, t_0 + \delta)$ の関数形が知れば、 t 時間後の河床形状は(3-2-1)式によって表わされる。しかし、一般的に、 $q'(x, t_0 + \delta)$ の分布は不規則で、簡単な関数形では与えられない。したがって $\eta(x, t_0 + t)$ の形状も不規則に変化し、その波長、波高についても簡単には得られない。このように、不規則変動するものから平均的なスケール、たとえば、この場合には河床波の波長、波高などを求めようとする場合統計的手法である相関解析が有効である。ここでは、流砂量の局所変動は河床形状の波高、波長とどのように関係するかを河床変動の空間相関によって検討する。

点 $(x + \xi)$ における初期時刻 t_0 から時間 t の間の河床変動量 $\eta(x + \xi, t_0 + t)$ は(3-2-1)式と同様につぎのように得られる。

$$\eta(x + \xi, t_0 + t) = - \int_0^t \frac{\partial q'(x + \xi, t_0 + r)}{\partial x} dr \quad \dots\dots\dots (3-2-2)$$

(3-2-1)式および(3-2-2)式を用い、はじめ平坦であった河床の t 時間後の河床変動 η の空間相関関数 $R_\eta(\xi)_t$ を求めれば、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} R_\eta(\xi)_t &= \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-T/2}^{T/2} \eta(x, t_0 + t) \eta(x + \xi, t_0 + t) dx dt \\ &= \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dt_0 \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_0^t \frac{\partial q'(x, t_0 + \delta)}{\partial x} d\delta \int_0^t \frac{\partial q'(x + \xi, t_0 + r)}{\partial x} dr \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^t d\delta \int_0^t dr \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial q'(x, t_0 + \delta)}{\partial x} \frac{\partial q'(x + \xi, t_0 + r)}{\partial x} d\xi dt_0 \\
&= - \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(\xi, \delta - r)}{d\xi^2} d\xi dr \quad \dots\dots\dots (3-2-3)
\end{aligned}$$

ここに、 $Rq(\xi, \delta - r)$ は流砂量変動の時空間相関関数であり、 ξ は流れ方向のずれ距離、 $\delta - r$ は時間のずれを表わしている。

(3-2-3) 式は河床変動の空間相関関数と流れ方向の流砂量変動の時空間相関関数との関係を表わすものである。(3-2-3) 式より、はじめ平坦であった河床の時間 t 後における河床起伏の平均波長 λ_t および河床起伏の波高の分散 $\sigma_{\eta t}^2$ は、それぞれつぎのように得られる。

$$\begin{aligned}
\lambda_t &= \int_0^\infty R_\eta(\xi)_t d\xi / \sigma_{\eta t}^2 \\
&= - \frac{1}{\sigma_{\eta t}^2} \int_0^\infty d\xi \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(\xi, \delta - r)}{d\xi^2} d\xi dr \quad \dots\dots\dots (3-2-4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\eta t}^2 &= R_\eta(0)_t \\
&= - \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(0, \delta - r)}{d\xi^2} d\xi dr \quad \dots\dots\dots (3-2-5)
\end{aligned}$$

したがって、流砂量変動の時空間相関の性質が知れば、流砂量変動によって河床起伏の波長、波高がどのように変化するかがわかる。

3-2-2 乱れ速度による河床変動

一様水路でかつ平坦な河床上の流れにおいて、このように流れ方向の流砂量に変動を与える流れの作用力としては、我々の持つ水理学の知識の範囲では流れの乱れによるみかけの応力が考えられる。その基本である流れの乱れ速度と河床高変動との関係はどうなるかということを、流速と流砂量の関係をつぎのように近似して、検討することにしよう。

点 x ，時刻 $t_0 + \delta$ における流れ方向の見かけの体積流砂量 $q(x, t_0 + \delta)$ は河床近傍の流れ方向の流速 u の S 時間平均の n 乗に比例するものとすればつぎのように表わされる。

$$q(x, t_0 + \delta) = m \left\{ \bar{u} + \frac{1}{S} \int_{\delta - \delta/2}^{\delta + \delta/2} u'(x, t_0 + \alpha) d\alpha \right\}^n \quad \dots\dots\dots (3-2-6)$$

ここに、 m は比例係数、 $\bar{u}$ は平均流速、 $u'(x, t_0 + \alpha)$ は点 x ，時刻 $t_0 + \alpha$ における平均流速からの変動すなわち乱れ速度を表わす。また、 S 時間平均としたのは、砂粒子の運動が流速にすぐには追随するのではなく、その前後の流速にも関係があるのではないかと考えたためであり、 $S = 0$ とすれば、砂粒子の運動が流速に完全に追随することを意味する。

さて、一般に用いられている流砂量公式においては、掃流力 τ が限界掃流力 τ_c より十分大きい範囲 ($\tau \gg \tau_c$) においては掃流砂量は $\tau^{3/2}$ ないし $\tau^{5/2}$ に比例する量として表わされる。 τ が u^2 (u : 流

速)に比例することを考慮すると n は3から5の範囲の値とみなせる。このように n の値は大きく、流れの乱れ速度 u' は平均流速に比べて小さいので、(3-2-6)式の u' の2乗以上の項は全体から見て小さいものとして無視すると、流砂量の局所変動 $q'(x, t_0 + \delta)$ の第一次近似式はつぎのようになる。

$$q'(x, t_0 + \delta) = \frac{m \bar{u}^{n-1}}{S} \int_{\delta-s/2}^{\delta+s/2} u'(x, t_0 + \alpha) d\alpha \quad \dots\dots\dots (3-2-7)$$

(3-2-7)式を(3-2-1)式に代入し、時間で積分して t 時間の河床変動 $\eta(x, t_0 + t)$ を求めると、つぎのようになる。

$$\eta(x, t_0 + t) = -\frac{m \bar{u}^{n-1}}{S} \int_0^t d\delta \int_{\delta-s/2}^{\delta+s/2} \frac{\partial u'(x, t_0 + \alpha)}{\partial x} d\alpha \quad \dots\dots\dots (3-2-8)$$

同様に点 $x + \xi$ における t 時間の河床変動 $\eta(x + \xi, t_0 + t)$ はつぎのようになる。

$$\eta(x + \xi, t_0 + t) = -\frac{m \bar{u}^{n-1}}{S} \int_0^t d\tau \int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \frac{\partial u'(x + \xi, t_0 + \beta)}{\partial x} \alpha d\beta \quad \dots\dots\dots (3-2-9)$$

ただし、 $u'(x + \xi, t_0 + \beta)$ は点 $x + \xi$ 、時刻 $t_0 + \beta$ における流速の平均流速からの変動速度である。さきに、 $R_\eta(\xi)_t$ を求めたのと同様、(3-2-8)、(3-2-9)両式より平坦河床の t 時間後における河床変動の空間相関関数 $R_\eta(\xi)_t$ を求めると、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} R_\eta(\xi)_t &= \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-L/2}^{L/2} \eta(x, t_0 + t) \eta(x + \xi, t_0 + t) dx dt \\ &= \frac{m^2 \bar{u}^{2n-2}}{S^2} \lim_{\substack{L \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-T/2}^{T/2} dt_0 \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_0^t d\delta \int_{\delta-s/2}^{\delta+s/2} \frac{\partial u'(x, t_0 + \alpha)}{\partial x} d\alpha \\ &\quad \int_0^t d\tau \int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \frac{\partial u'(x + \xi, t_0 + \beta)}{\partial x} \alpha d\beta \\ &= -\frac{m^2 \bar{u}^{2n-2}}{S^2} \int_0^t d\delta \int_0^t d\tau \int_{\delta-s/2}^{\delta+s/2} d\alpha \int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \frac{d^2 R u(\xi, \alpha - \beta)}{d\xi^2} d\beta \\ &\quad \dots\dots\dots (3-2-10) \end{aligned}$$

ここに、 $R u(\xi, \alpha - \beta)$ は流れの乱れ速度の時空間相関関数であり、 ξ は流れ方向の距離のずれ、 $\alpha - \beta$ は時間のずれを表わしている。

平均化時間 S が乱れ速度の integral time scale T に比べて十分小さい場合には、 S の影響は統計的には無視できて(3-2-10)式は

$$R_\eta(\xi)_t = -m^2 \bar{u}^{2n-2} \int_0^t d\delta \int_0^t d\tau \frac{d^2 R u(\xi, \delta - \tau)}{d\xi^2} d\tau \quad \dots\dots\dots (3-2-11)$$

となる。一般に、河床に永続する起伏を与える乱れ速度の integral time scale T は S より十分大きいと考えられ、実用上は河床起伏と乱れ速度との関係は(3-2-11)式で与えられると考えるのが適当であろう。

(3-2-11)式と(3-2-3)式を比較すれば、乱れ速度と流砂量変動は $R_{\eta}(\xi)_t$ の関数形に關して全く同じ影響を与えることが知れる。これは、流砂量の局所変動が乱れ速度に1次比例すると近似したことの当然の帰結である。

(3-2-11)を用いて、平坦河床に t 時間後に生じた河床起伏の平均波長 A_t および河床起伏の波高の分散 $\sigma_{\eta t}^2$ を求めると、それぞれつぎのように表わされる。

$$A_t = \int_0^{\infty} R_{\eta}(\xi)_t d\xi / \sigma_{\eta t}^2$$

$$= -\frac{1}{\sigma_{\eta t}^2} \int_0^{\infty} d\xi \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Ru(\xi, \delta-r)}{d\xi^2} dr \quad \dots\dots\dots (3-2-12)$$

$$\sigma_{\eta t}^2 = R_{\eta}(0)_t$$

$$= -m^2 u^{2n-2} \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Ru(0, \delta-r)}{d\xi^2} dr \quad \dots\dots\dots (3-2-13)$$

このように、河床形態の統計的構造と流砂量の局所変動あるいは流速の局所変動の統計的構造とは密接に關連することがわかる。しかし、現状では河床近傍の乱れ速度に関する資料はほとんどなく、またしたがって時空間相関関数の関数形に關する知見が十分に得られていないので、上記の一連の式を直接的に検証するのは困難な状態である。したがって、本研究においては、流速の局所変動あるいは流砂量の局所変動を簡単な形に仮定して、その場合についての理論式の合理性を検証するとともに河床形態の初期発生状態、発達機構に關する若干の考察を行なうことにとどめておく。

3-2-3 河床形態の初期発生機構の検討

(3-2-3)式あるいは(3-2-11)式の実験的検証は、現在のところ実験技術上困難である。一般に河床波はきわめて複雑な各種の振幅と位相とによって構成される多くの波の合成であるが、その性状を定性的に検討し、河床波のもつ水理学的特徴を明らかにするには単純な代表的正弦曲線によって近似しても差し支えない。したがって、3-3において述べられているように、河床波の振幅の増減に影響する河床波上の流砂量の分布もやはり同波長の正弦曲線で表わされるから、これによって河床波の初期発生機構の検討を行なえば、3-3以下の論議に關しても統一性が得られる。したがって、ここでは、流砂量の局所変動を単純な正弦曲線分布に仮定し、(3-2-3)式が成立していることを示し、ついで河床形態の初期発生機構について若干の考察を行なう。

場所 x 、時刻 $t_0+\delta$ における流砂量の局所変動量 $q'(x, t_0+\delta)$ の分布が、次式に示すように、波長 $L=2\pi/k$ の正弦波が波速 $u_f = \sigma/k$ で移動する形で与えられるものと仮定する。

$$q'(x, t_0+\delta) = b \sin k(x - u_f t_0 - u_f \delta) \quad \dots\dots\dots (3-2-14)$$

つぎに、初期河床を平坦とすると点 x における時間 t 後の平均河床面からの河床高 $\eta(x, t_0+t)$ は(2-2-1)式によりつぎのように求まる。

$$\eta(x, t_0 + t) = - \int_0^t \frac{\partial q'(x, t_0 + \delta)}{\partial x} d\delta \quad \dots \dots \dots (3-2-15)$$

$$= \frac{b}{u_f} \{ \sin k(x - u_f t_0 - u_f t) - \sin k(x - u_f t_0) \} \quad \dots \dots \dots (3-2-16)$$

$$= - \frac{2b}{u_f} \cos k(x - u_f t_0 - \frac{u_f}{2} t) \sin(\frac{k u_f}{2} t) \quad \dots \dots \dots (3-2-17)$$

同様に，点 $(x + \xi)$ における時刻 t_0 から t 時間後の河床高 $\eta(x + \xi, t_0 + t)$ はつぎのように得られる。

$$\eta(x + \xi, t_0 + t) = - \int_0^t \frac{\partial q'(x + \xi, t_0 + r)}{\partial x} dr \quad \dots \dots \dots (3-2-18)$$

$$= \frac{b}{u_f} \{ \sin k(x + \xi - u_f t_0 - u_f t) - \sin k(x + \xi - u_f t_0) \} \quad \dots (3-2-19)$$

$$= - \frac{2b}{u_f} \cos k(x + \xi - u_f t_0 - \frac{u_f}{2} t) \sin \frac{k u_f}{2} t \quad \dots \dots \dots (3-2-20)$$

(3-2-17) 式および (3-2-20) 式より，初期河床が平坦である場合の t 時間後の河床高の空間相関関数 $R_\eta(\xi)_t$ はつぎのように求められる。

$$R_\eta(\xi)_t = \frac{1}{T} \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{2b}{u_f} \cos k(x - u_f t_0 - \frac{u_f}{2} t) \sin(\frac{k u_f}{2} t) \\ \cdot \frac{2b}{u_f} \cos k(x + \xi - u_f t_0 - \frac{u_f}{2} t) \sin(\frac{k u_f}{2} t) dx dt_0 \quad (3-2-21)$$

$$= 2 \left(\frac{b}{u_f} \right)^2 \sin^2 \frac{k u_f}{2} t \cdot \cos k \xi \quad \dots \dots \dots (3-2-22)$$

一方，(3-2-14) 式により直接に流砂量の局所変動の時空間相関関数 $R_q(\xi, \zeta)$ を求めるとつぎのようになる。

$$R_q(\xi, \zeta) \\ = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dx \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} b^2 \sin k(x + \xi - u_f t_0 - u_f \delta - u_f \zeta) \\ \cdot \sin k(x - u_f t_0 - u_f \delta) dt_0 \quad \dots \dots \dots (3-2-23)$$

$$= \frac{b^2}{2} \cos k(\xi - u_f \zeta) \quad \dots \dots \dots (3-2-24)$$

ここに， ξ ， ζ はそれぞれ距離および時間のずれを表わし，また， T は周期 ($T = 2\pi/k u_f$) である。

(3-2-24) 式を (3-2-22) 式に代入し， $R_\eta(\xi)_t$ を求めると，つぎのように得られる。すなわち，

$$\begin{aligned}
R_{\eta}(\xi)_t &= - \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(\xi, \delta-r)}{d\xi^2} dr \quad \dots\dots\dots (3-2-25) \\
&= \frac{b^2 k^2}{2} \int_0^t d\delta \int_0^t \cos k(\xi - u_f \delta + u_f r) dr \quad \dots\dots\dots (3-2-26) \\
&= 2 \left(\frac{b}{u_f}\right)^2 \sin^2 \frac{k u_f}{2} t \cos k\xi \quad \dots\dots\dots (3-2-27)
\end{aligned}$$

(3-2-22)式と(3-2-27)式は一致し、 $Rq(\xi, \delta-r)$ から誘導された $R_{\eta}(\xi)_t$ と河床変動から直接求められた $R_{\eta}(\xi)_t$ が一致することから(3-2-3)式の関係が成立していることが知れる。

したがって、平坦な初期河床上に(3-2-14)式で示される流砂量の局所変動がある場合の時間 t 後の河床高の振幅 A_t 、分散 $\sigma_{\eta t}^2$ 、波長 λ_t および進行速度はそれぞれつぎのように得られる。

$$A_t = -\frac{2b}{u_f} \sin \frac{k u_f}{2} t \quad \dots\dots\dots (3-2-28)$$

$$\sigma_{\eta t}^2 = 2 \left(\frac{b}{u_f}\right)^2 \sin^2 \frac{k u_f}{2} t \quad \dots\dots\dots (3-2-29)$$

$$\lambda_t = \pi/k = L \quad \dots\dots\dots (3-2-30)$$

$$u_b = \frac{1}{2} u_f \quad \dots\dots\dots (3-2-31)$$

以上の結果にもとづき、河床形態の初期発生機構を検討しよう。

河床形態が初期発生しているという状態をどのように定義するかが問題である。なぜなら、たとえ河床に起伏が生じて、それがあつた瞬間には河床に起伏が生じるが、次の瞬間には消滅しているという状態では河床波が初期発生しているとは見なせないからである。ここでは、河床高の増大、減少など河床形態の変化が緩慢で、河床形態が平均流にも影響を与え得る状態であると抽象的に定義しておいて論議を行なう。

(3-2-28)式および(3-2-29)式によれば振幅および分散は周期的に増減することが知れる。したがって、流砂量の局所変動の分布の移動速度が大きくて、振幅の増減の周期が小さければ、河床波は形成されないであろう。

しかし、流砂量の局所変動の分布の移動速度が0があるいは無視できるほど小さいと仮定すると、 t が小さい間、すなわち河床波が初期発生する最初の段階では振幅 A_t および分散 $\sigma_{\eta t}^2$ はそれぞれ、

$$A_t = -k b t \quad \dots\dots\dots (3-2-32)$$

$$\sigma_{\eta t}^2 = \frac{1}{2} k^2 b^2 t^2 \quad \dots\dots\dots (3-2-33)$$

となり、振幅は時間 t に、分散は t^2 に比例して増加し、河床が変形され、それが発達することがわかる。さらに、たとえ振幅が周期変動しても u_f が小さい、すなわち、流砂量の局所変動の分布の移動速度が小さければ、河床波の振幅の変動は緩慢である。したがって、河床形態の変化も緩慢であり、河床形態が平均流にも影響を与えられ、河床波が初期発生し発達するものと見なされる。これを流れの乱れ速度におきかえて考えれば、流れの乱れ速度が空間的にある分布をし、その分布の変化が緩慢であれば、河床形状も緩慢に変化することを示している。すなわち、流れの乱れにより河床に変化が生じるには、乱れ速度の分布が空間規模を持ち、オイラーの Integral time scale T がある程度大きいことが必要であることを示していると考えられる。

(3-2-30) 式より、河床波の波長 λ_t は $2\pi/k$ で、流砂量の局所変動の分布の波長 L と一致し、時間的に変動しないことがわかる。

河床形態の形状の進行速度 u_b は $1/2 u_f$ で流砂量の局所変動の移動速度の進行速度の $1/2$ であることがわかる。

3-3 河床形態の発達、安定機構

3-3-1 河床形態の発達機構の検討

第2章2-2において述べられているように、河床形態の安定理論では、河床に微小振幅の正弦波を仮定し、その振幅が時間とともに増大する場合には河床波が形成され、減衰する場合には河床波が形成されないとしている。そして、その従来の研究のいずれもが流砂量を平均的な水理量で表現しているので、河床波の振幅の変化および移動方向などの特性と流砂量の局所変動との直接的な関係は示されていない。ここでは河床波の振幅の変化および移動方向などの河床波上の流砂量の局所変動との直接的な関係を明らかにする。

波長一定の河床波が振幅 $a(t)$ を変化させつつ一定の速度 u_b で移動している状態を考える。

この場合、基準面を平均河床面にとると、河床形状はつぎのように表わされる。

$$\eta(x, t) = a(t) \sin k(x - u_b t) \quad \dots\dots\dots (3-3-1)$$

ただし、 $a(t)$ は振幅で正とする。 k は $\lambda = 2\pi/k$ で表わされ、 λ は河床波の波長、 u_b は下流に進む時に正、静止の状態で0、上流に進む場合に負である。

(3-3-1) 式より、点 x における河床高の時間的変化の割合はつぎのように得られる。

$$\frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} = \dot{a}(t) \sin k(x - u_b t) - a(t) k u_b \cos k(x - u_b t) \quad \dots\dots\dots (3-3-2)$$

ただし $\dot{a}(t)$ は

$$\dot{a}(t) = \frac{\partial a(t)}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (3-3-3)$$

ところで(2-2-2)式により

$$\frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial q'(x, t)}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (3-3-4)$$

であるので、(3-3-2)式の右辺はつぎのように流砂量との関係で表わされる。

$$\frac{\partial q'(x, t)}{\partial x} = - \dot{a}(t) \sin k(x - u_b t) + a(t) k u_b \cos k(x - u_b t) \quad \dots\dots\dots (3-3-5)$$

(3-3-5)式をxで積分して、次式が得られる。

$$q'(x, t) = \dot{a}(t) \frac{1}{k} \cos k(x - u_b t) + a(t) u_b \sin k(x - u_b t) \quad \dots\dots\dots (3-3-6)$$

以下には、この式により河床波の振幅の増減、移動方向などの特性と流砂量の局所変動との関係を検討する。

河床波が静止している場合には $u_b = 0$ で、(3-3-6)式はつぎようになる。

$$q'(x, t) = \dot{a}(t) \frac{1}{k} \cos kx \quad \dots\dots\dots (3-3-7)$$

この式より、つぎのことが結論づけられる。河床波が静止していて、かつ振幅に変化がない場合には、 $\dot{a}(t) = 0$ であるので、(3-3-7)式はつぎようになる。

$$q'(x, t) = 0 \quad \dots\dots\dots (3-3-8)$$

したがって、この場合には、河床波上の流砂量はいずれの点においても等しい。

河床波が静止していて、かつ振幅が増大する場合には、 $\dot{a}(t) > 0$ であり(3-3-7)式はつぎようになる。

$$q'(x, t) \propto \cos kx$$

したがって、この場合の河床波上の流砂量の分布は図3-3-1に示すように河床波の形状の位相より $1/4$ 波長遅れている。

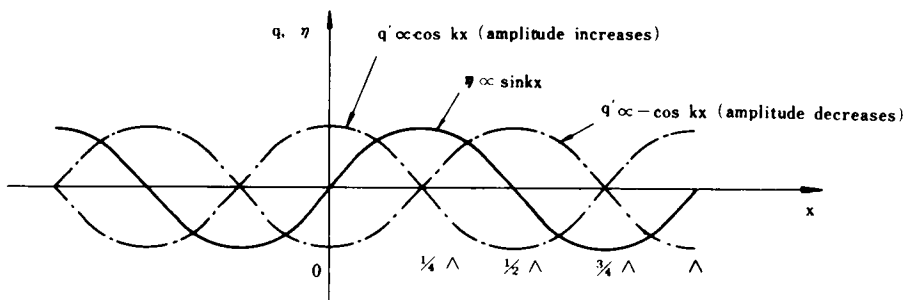


図3-3-1 河床波と局所流砂量の位相

河床波が静止していて、かつ振幅が減少する場合には、 $a(t) < 0$ であり、(3-3-7)式はつぎのようになる。

$$q'(x, t) \propto -\cos kx \quad \dots\dots\dots (3-3-10)$$

したがって、この場合の河床波上の流砂量の分布は図3-3-1に示すように河床波の形状の位相より $1/4$ 波長進んでいる。

つぎに河床波が一定速度 u_b で移動している場合を考える。(3-3-6)式はつぎのようになる。

$$q'(x, t) = A \sin k(x - u_b t + \alpha/k) \quad \dots\dots\dots (3-3-11)$$

ただし、 A および α はそれぞれ、

$$A = \sqrt{a(t)^2 + u_b^2 a(t)^2} \quad \dots\dots\dots (3-3-12)$$

$$\tan \alpha = \frac{a(t)}{k u_b a(t)} \quad \dots\dots\dots (3-3-13)$$

である。

いま、河床波と流砂量の分布との位相のずれがある値 c であるとすると、(3-3-13)式より、

$$\tan \alpha = \frac{\dot{a}(t)}{k u_b a(t)} = c \quad \dots\dots\dots (3-3-14)$$

したがって、

$$a(t) = a(0) e^{c k u_b t} \quad \dots\dots\dots (3-3-15)$$

を得る。ここに $a(0)$ は河床波の初期振幅である。

(3-3-15)式より、河床波の振幅の時間変化 $\dot{a}(t)$ はつぎのように求まる。

$$\dot{a}(t) = c k u_b a(0) e^{c k u_b t} \quad \dots\dots\dots (3-3-16)$$

さらに、流砂量分布の変動幅 A はつぎのように求まる。

$$A = \sqrt{1 + c^2} u_b a(0) e^{c k u_b t} = \sqrt{1 + c^2} u_b a(t) \quad \dots\dots\dots (3-3-17)$$

したがって、(3-3-11)式により流砂量分布はつぎのようになる。

$$q'(x, t) = \sqrt{1 + c^2} u_b a(t) \sin k(x - u_b t + \alpha/k) \quad \dots\dots\dots (3-3-18)$$

(3-3-18)式に見られるとおり、局所的流砂量の分布の波長は河床波の波長と同一であるが、両者の間には距離にして α/k のずれがある。この α によって(3-3-14)式の c の値が決まる。

(3-3-16)式によれば、 $\dot{a}(t)$ の符号は $c u_b$ の符号と同一であるので、河床波が成長するか、減衰するか、あるいは中立にとどまるかは、 c すなわち河床波の位相に対する局所流砂量の分布の位

相のずれ距離 a/k と河床波の移動速度 u_b との組合わせによって決まってくる。先の $u_b = 0$ の場合も含めて局所流砂量の分布のずれ距離 a/k および河床波の移動方向の組合わせと河床波の成長，減衰，中立それぞれの状態との関係はつぎの表 3-3-1 に示すようになる。なお， A は河床波の一波長である。

このように，河床波と流砂量分布の位相のずれおよび河床波の進行方向の組合わせによって，河床波の振幅の増減が任意に表現されることになる。したがって，理論的に河床波の成長を証明するには，河床波と流砂量分布の位相のずれの物理的意味を明確にすることが必要である。

表 3-3-1 局所流砂量の分布の位相と河床波の成長特性との関係

河床波の進行方向	局所流砂量の分布の位相のずれ距離 a/k	河床波の状態
静止	$\frac{3}{4} \wedge$ $\frac{1}{4} \wedge$ 流砂量一様	成長 減衰 中立
下流	$0, \frac{1}{2} \wedge, \wedge$ $0 < a/k < \frac{1}{4} \wedge$ $\frac{1}{4} \wedge < a/k < \frac{1}{2} \wedge$ $\frac{1}{2} \wedge < a/k < \frac{3}{4} \wedge$ $\frac{3}{4} \wedge < a/k < \wedge$	中立 成長 減衰 成長 減衰
上流	$0, \frac{1}{2} \wedge, \wedge$ $0 < a/k < \frac{1}{4} \wedge$ $\frac{1}{4} \wedge < a/k < \frac{1}{2} \wedge$ $\frac{1}{2} \wedge < a/k < \frac{3}{4} \wedge$ $\frac{3}{4} \wedge < a/k < \wedge$	中立 減衰 成長 減衰 成長

3-3-2 河床形態の安定機構の検討

つぎに，河床波の成長がとまり，安定な状態を考える。振幅が変化しないので， $a(t) = a$ とおきうるから，河床形状はつぎのように表わされる。

$$\eta(x, t) = a \sin k(x - u_b t) \quad \dots \dots \dots (3-3-19)$$

さらに，流砂量分布は (3-3-6) 式の振幅の時間変化の項を無視したものであって，

$$q'(x, t) = a u_b \sin k(x - u_b t) \quad \dots \dots \dots (3-3-20)$$

が得られる。

(3-3-20) 式から，流砂量の分布が河床波上の位置の高さに比例して変化することを意味している。この式から，河床波上の流砂量の分布が山の部分で大きく谷の部分で小さいという分布の場合は河床形態は下流に，逆の場合には上流に移動し，その移動速度は流砂量に比例する。また，河床波上の流砂量の分布が一定，すなわち $q'(x, t) = 0$ であれば， u_b は 0 で河床形態は静止の状態であることが知れる。

このことは，河床波の一般的な形状についても成立つことは以下のとおりである。

河床波の形状がほとんど変形せずに進行する場合，ある点における河床高の時間的変化の割合はその時の河床形態の通過速度と河床形状の x 方向のこう配との積に比例するので，河床変動に関して近

似的に次式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial \delta} = -u_b \frac{\partial}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (3-3-21)$$

ここに、 δ は時間、 u_b は河床波の進行速度で流れの流下方向に進行する場合を正とする。

(3-3-21) 式を(2-2-1)式の左辺に適用し x で積分すると、つぎの関係が得られる。

$$q(x, \delta) = u_b z(x, \delta) + \text{Const} \quad \dots \dots \dots (3-3-22)$$

この関係は、Engelund および Hansen¹⁵⁾ が別途に導いているものである。この式は、河床波が比較的安定した形状を保持している場合の局所流砂量と河床形状および河床波の進行速度との関係を与えるものであり、河床波上の流砂量が図3-3-2に示すようにその点の高さに対応して変化することを示している。

便宜上、谷を結ぶ線を基準線 x に設定すると、(3-3-22)式から河床波の進行方向と河床波上の局所流砂量の分布との関係は以下のようである。

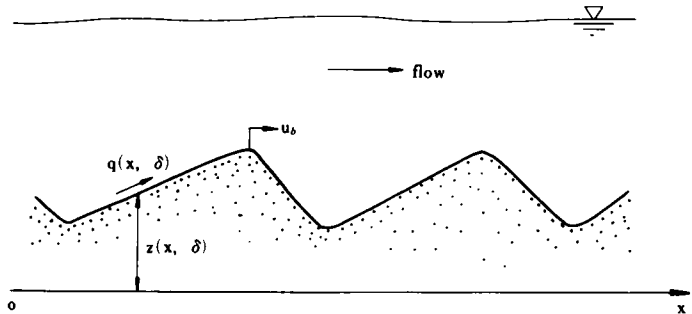


図3-3-2 河床波上の流砂量変動

1) dunes のように、河床波が下流方向に進行し、かつ河床波の谷の部分で流砂量が0とみなせる場合には、 $u_b > 0$ 、 $\text{Const} = 0$ であるので、河床波上の流砂量は河床波面の谷からの高さに比例して変化し、その頂上で最大値、谷で0となる。

2) antidunes の場合、河床波は下流方向に進行したり、上流方向に進行したり、ときには静止の状態となることがある。下流方向に進む場合には $u_b > 0$ 、 $\text{Const} \geq 0$ であるので、河床波面上の流砂量分布は河床波面の高さが高いほど大きく河床波の頂上で最大値を、谷で最小値をとる。上流方向に進む場合には $u_b < 0$ 、 $\text{Const} > 0$ であるので、河床波面上の流砂量分布は河床波面の高さが低いほど大きく、河床波の谷で最大値を、頂上で最小値をとる。河床波が静止している場合には $u_b = 0$ 、 $\text{Const} \geq 0$ であるので、河床波面上の流砂量分布は河床波面の高さに無関係に一樣である。

このように、河床波の進行方向と流砂量の局所変動には密接な関係があることが知れる。特に一般に考えられているように河床波の山の部分の流砂量が大きき谷の部分の流砂量が小さい場合には、山が削られ谷が埋められるので河床は平坦になるのではないかという概念的考え上述のことより考えなおす必要があろう。

3-4 結 言

以上、流砂量の局所変動と河床波の初期発生、発達および安定機構との関係について河床変動式に

より定性的な挙動を検討を行なってきたが、得られた結果を要約すると、つぎの通りである。

河床波の初期発生機構に関して以下の知見が得られた。

1) 初期河床が平坦である場合、点 x における時間 t 後の初期河床からの河床高 $\eta(x, t)$ は次式で表わされる。

$$\eta(x, t) = - \int_0^t \frac{\partial q'(x, \delta)}{\partial x} d\delta \quad \dots\dots\dots (3-2-1)$$

ここに、 $q'(x, \delta)$ は点 x ，時間 δ における局所流砂量である。

2) $\eta(x, t)$ の空間相関 $R_\eta(\xi)_t$ ，平均波長 Λ_t および分散 $\sigma_{\eta t}^2$ はそれぞれつぎのように表わされる。

$$R_\eta(\xi)_t = - \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(\xi, \delta-r)}{d\xi^2} d\tau \quad \dots\dots\dots (3-2-3)$$

$$\Lambda_t = \int_0^\infty R_\eta(\xi)_t d\xi / \sigma_{\eta t}^2 \quad \dots\dots\dots (3-2-4)$$

$$\sigma_{\eta t}^2 = R_\eta(0)_t \quad \dots\dots\dots (3-2-5)$$

ここに、 $Rq(\xi, \delta-r)$ は流砂量変動の時空間相関関数であり、 ξ は流れ方向のずれ距離、 $\delta-r$ はずれ時間である。

3) 局所流砂量が河床近傍の流速の n 乗に比例するものと仮定すると、 $R_\eta(\xi)_t$ ， Λ_t および $\sigma_{\eta t}^2$ はそれぞれつぎのように得られる。

$$R_\eta(\xi)_t = - m^2 \bar{u}^{2n-2} \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Ru(\xi, \delta-r)}{d\xi^2} d\tau \quad \dots\dots\dots (3-2-11)$$

$$\Lambda_t = \int_0^\infty R_\eta(\xi)_t d\xi / \sigma_{\eta t}^2 \quad \dots\dots\dots (3-2-12)$$

$$\sigma_{\eta t}^2 = R_\eta(0)_t \quad \dots\dots\dots (3-2-13)$$

ここに、流砂量式の比例常数、 $Ru(\xi, \delta-r)$ は河床近傍の乱れ速度の時空間相関関数である。

4) 流砂量変動が正弦曲線分布をするとした場合には、 $\eta(x, t)$ から直接求めた $R_\eta(\xi)_t$ と $Rq(\xi, \delta-r)$ から (3-2-4) 式により間接的に求めた $R_\eta(\xi)_t$ は一致し、

$$R_\eta(\xi)_t = - \int_0^t d\delta \int_0^t \frac{d^2 Rq(\xi, \delta-r)}{d\xi^2} d\tau \quad \dots\dots\dots (3-2-4)$$

が成立することが確かめられた。

5) 流砂量の局所変動が移動しない正弦曲線分布をするとした場合、河床には位相が $1/4$ 波長進んだ同波長の正弦波が生じ、形状は移動することなく振幅は時間に比例して増大する。

6) 流砂量変動が移動する正弦曲線分布をずらしたとした場合、平坦河床には同波長の正弦波が生じ、河床形態は流砂量変動の分布の移動速度の $1/2$ の速度で移動する。河床形態の振幅は周期的に増減し、その周期は流砂量変動の分布の移動速度が大きいほど短かく、小さいほど長い。したがって、河床形態の波高の増加あるいは減少の傾向がある時間程度以上継続するためには流砂量変動の分布の移動速度がある程度より小さいものであることが必要である。

7) 流砂量変動が正弦曲線分布をずらしたとした場合の河床形態の初期発生、発達機構の検討結果から、ある波長を持つ平均渦が平均流で運ばれる乱れ速度について考えれば、流れの乱れにより河床形態が初期発生、発達するには、乱れ速度の分布がある空間規模を持ち、その分布の変化がある程度ゆっくりしたものであることが必要であると推定される。

初期河床を正弦波と仮定し、その振幅が増減する条件を検討した。その結果、河床形態の発達機構に関して以下の知見が得られた。

1) 河床形状が正弦波形を保持する場合、河床波上の局所流砂量の分布は同波長の正弦波である。

2) 河床波が成長するか、減衰するか、あるいは中立にとどまるかは、河床波の位相に対する局所流砂量の分布の位相のずれ距離と河床波の移動速度との組合わせによって決まり、それらの関係は表 3-3-1 に示すとおりである。

3) このように、河床波の位相に対する局所流砂量の分布の位相のずれ距離と河床波の移動速度との組合わせによって河床波の成長、減衰、中立が任意に表現される。したがって、理論的に河床波の成長を説明するには、河床波と流砂量分布の位相のずれの物理的意味を明確にすることが必要である。

河床形態の安定機構に関して以下の知見が得られた。

1) 河床形態の形状がほとんど変形しないで安定している状態では、河床波上の流砂量分布はその点の高さに比例して増減しつぎの関係が満たされている。

$$q(x, \delta) = u_b z(x, \delta) + \text{Constant} \quad \dots \dots \dots (3-3-3)$$

ここに、 $q(x, \delta)$ および $z(x, \delta)$ はそれぞれ点 x 、時間 δ における流砂量および基準線からの河床高、 u_b は河床形態の移動速度で流下方向に進行する場合が正である。

2) (3-3-3) 式によれば、河床波の進行方向と河床波上の流砂量の分布との間にはつぎの関係がある。すなわち、流砂量が山の部分で最大値、谷の部分で最小値となるように分布している場合河床波は下流に、逆に山の部分で最小値、谷の部分で最大値になるように分布している場合河床波は上流に移動し、流砂量が河床波の高さに関係なく一様であれば河床波は静止の状態である。

第4章 内部波理論による河床形態の形成機構の解析

4-1 概 説

Von Kármán³²⁾ は不可思議な自然現象として、砂漠における砂漣をとりあげ、その形成機構の説明を行なう方法論を述べている。その中で、彼は砂漠における風による砂の吹送に関する記述をつぎのように行なっている。すなわち「風とともにかなりの量の砂が浮遊して移動するので、我々は風を密度が一様でない流体の運動であると考えなければならない。その流体は下層の方が重く、高さの増加とともに密度が減少する。定量的な検討を行なうに際しては、大気の流れは、連行された砂が一様に分布している重い流体からなる比較的厚さの小さい下層および砂が含まれていないその上の風の流れの層から成立っていると考える必要がある。」これによれば、彼は砂漠表層の砂を多量に含んだ流れる層を空気より密度の大きい流体と見なし、混相流の概念を用いているようである。

同様のことが河床波についても見られる。移動床の流れを観察すると、流水の運動と河床波の移動の他に河床表面に河床砂の流動層がある。この流動層の運動は塑性体としての挙動よりむしろ流体の挙動に近く、この層は砂粒子を多量に浮遊させている高密度流体と見なしてよいものと思われる。このような観察結果に基づけば、移動床上の流れは、図4-1-1に示すように河床表層の砂粒子を多量に含む高密度の流動層およびその上の低密度の流体の流れから成る2成層密度流であり、河床波はその境界面に生じる内部波であると抽象化することができる。

以下、流れと流動層の運動を2成層不連続流としてモデル化し、その界面の安定、不安定により河床波の特性の検討を行なうが、その前に河床波を含む水工学における界面現象研究の現況を概観し、本研究の位置づけを行なうことにする。

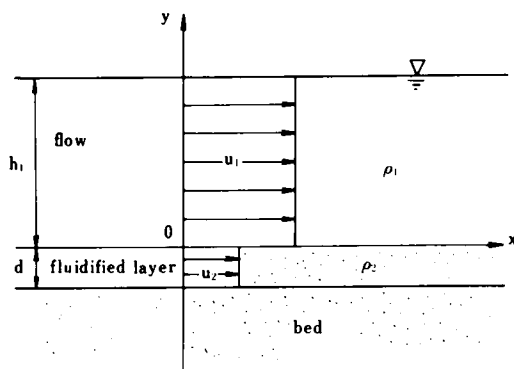


図4-1-1 移動床の流れの模式図

近時、移動床の現象に限らず種々の界面現象は、水利用に際して種々の影響を与えることが知られるようになり、この問題は、水工学における研究課題として重要視されてきている。土木学会水理委員会においても1972年から委員会における研究活動の1つとして密度流研究小委員会を設け、「成層流界面における諸現象」について約2ヶ年にわたり調査、研究を行ない、従来の研究をとりまとめるとともにこの種の問題の取扱いについての示唆を与える報告³³⁾を行なっている。同報告から水工学が対象とする界面現象の概念を引用すれば以下の通りである。

「われわれが対象とする物質は気相、液相、固相のいずれかである。これらの各相の物質の物理的

性質は、あらゆる点において、あまりにも異なるため、各相の物質が混りあうことなく存在し、いわゆる各相の物質間に界面が生ずることが多い。また、たとえ同一相の物質であっても、物理的性質の違いは混合よりも界面を作って存在する。

気相と液相との界面、実際的には空気と水との界面は自由表面であり、その安定・不安定は風波の発達と砕波として取り扱われている。同様に、砂漣や移動床の力学は、気相と固相、あるいは液相と固相の界面現象を解析するものである。一方、河口における密度流や内部波、貯水池や湖沼における温度躍層は、密度や温度などの物理的性質の異なる2つの液体の界面現象である。」このように水工学が対象とする界面現象は数多く、その扱い方にもそれぞれの特色がある。

本研究の対象とする河床波は界面の安定、不安定問題として扱われるが、界面の安定、不安定の理論的取扱いには同報告にも指摘されているようにつぎのような問題がある。

- 1) 界面をどのようにモデル化するか。
- 2) 界面の安定、不安定を如何に求めるか。

1) については、通常、界面を含む流れは流体力学的方法によって表わされ、2) については流体力学的安定、不安定の解析手法、すなわち、界面に加えられた波高の微小な攪乱が時間とともに指数的に増加するかしなないかを検討する方法と、ある一定の攪乱を流れに与えたとき、攪乱のエネルギーが増加するか減少するかを検討する方法がある。

本研究の対象とするように、2種の流体が図4-1-1に示すように不連続に独立して運動する場合、その境界面における安定、不安定はKelvin-Helmholtzの安定理論によって取扱われる。

この場合、一般的によく知られているのは、界面を含む流れは、非圧縮性、非粘性の2流体が不連続境界面をなし独立して運動するものと仮定し、それらの運動をポテンシャル流れとして表わし解析するもので、境界面に加えられた波高の微小な擾乱の複素波速 $C = C_r + iC_i$ の C_i が正の場合には、内部波の波高が指数関数的に増加するとして不安定、0の場合には、波高は中立にとどまるとして安定とするものである。しかし、この問題はより一般的には、連続式、流体の質量保存式、運動量方程式を線型化した2成層流のモデルによって解析される。³³⁾

本研究で採用する手法は前者のものである。

以下は、河床砂の流動層が流体運動をするとしてモデル化し、流れと流動層を密度差と流速差がある二成層ポテンシャル流れとして表わす数学モデルを用い、河床波を境界面の不安定現象としてとらえ、内部波理論により各種河床波の安定領域の検討を行なったものである。ここでの安定領域とは、安定した形状の河床波が存在する領域のことであり、流体力学的安定・不安定の安定に相等するものである。この場合、安定理論による解析に際して一般的に行なわれているように、河床波および水面波の形状は単純な正弦曲線で表わすことにし、その振幅は波長に比べて十分に小さいものとして境界条件の非線型項の効果は無視した。

移動床の流れには、河川、運河、かんがい水路など流れが自由表面を有する開水路の場合と埋立て、

浚渫に際して行なう土砂の管路輸送など流れが自由表面を持たない閉水路の場合があり、それぞれの場合に移動床に生じる河床波の特性にはかなりの相異があることが知られているが、それらの統一的な解釈はなされていない。ここでは、この両者を対象に検討を行なうが、このモデルによれば、開水路流ればかりでなく、閉水路流れに発生する河床波も矛盾なく統一的に説明することができる。以下に開水路の場合、閉水路の場合の順にそれぞれの河床波の特徴および両者の比較を理論的、実験的に検討した結果を述べる。

4-2 開水路の場合

4-2-1 解析モデル

Milne-Thomson³⁴⁾に従って解析モデルを導くことにする。図4-2-1に示すように、平均水面に原点を持ち、流れ方向に x' 軸を、 x' 軸に鉛直上向に y' 軸をとった $x'-y'$ 座標系における流れを考える。縦断形状が振幅 a の単純な正弦曲線であり、その移動速度が u_b である河床波は次式で表わされる。

$$\eta_2 = a \sin m(x' - u_b t) \quad \dots \dots \dots (4-2-1)$$

(4-2-1)式で表わされる河床波上を流速 u_1 、水深 h_1 で水面形状が

$$\eta_1 = b \sin m(x' - u_b t) \quad \dots \dots \dots (4-2-2)$$

で表わされる流れの複素ポテンシャル

$$\omega_1 = \phi_1 + i\psi_1 \quad \dots \dots (4-2-3)$$

は境界条件

$$y' = 0 \text{ で } -\frac{\partial \phi_1}{\partial y'} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x'} \quad \dots \dots \dots (4-2-4)$$

$$y' = -h_1 \text{ で } -\frac{\partial \phi_1}{\partial y'} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \eta_2}{\partial x'} \quad \dots \dots \dots (4-2-5)$$

のもとでつぎのように得られる。

$$\omega_1 = -u_1 z' - \frac{b(u_1 - u_b)}{\sinh mH_1} \cos m(z' + iH_1 - u_b t) \quad \dots \dots \dots (4-2-6)$$

ここに、 ϕ は速度ポテンシャル、 ψ は流れ関数、 z' は複素変数で $z' = x' + iy'$ 、 b は水面波の振幅、 m は波数で $m = 2\pi/L$ (L :波長、 π :円周率)、 t は時刻、 H_1 は u_1 との関係が

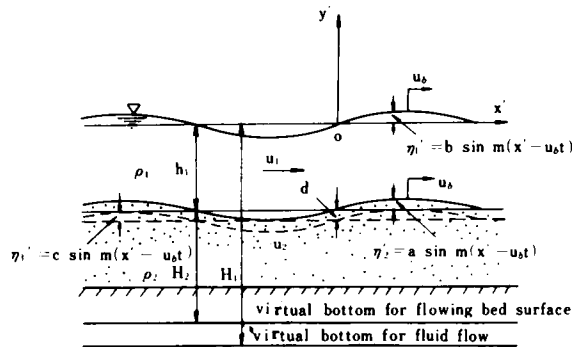


図4-2-1 開水路移動床流れ

$$u_1^2 = (g/m) \tanh mH_1 \quad \dots\dots\dots (4-2-7)$$

で表わされる仮想水深， g は重力の加速度である。

さらに水面波の振幅 b と河床波の振幅 a との関係はつぎのように得られる。

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{b}{a} = \frac{\sinh mH_1}{\sinh m(H_1 - h_1)} \quad \dots\dots\dots (4-2-8)$$

一方，河床表面の流動層の運動は，

$$\eta_3 = c \sin m(x' - u_b t) \quad \dots\dots\dots (4-2-9)$$

で表わされる波状水路を深さ d ，流速 u_2 で流れるポテンシャル流れとして表わす。

流動層の運動の複素ポテンシャル

$$\omega_2 = \phi_2 + i\psi_2 \quad \dots\dots\dots (4-2-10)$$

は境界条件

$$y' = -h_1 \text{ で } -\frac{\partial \phi_2}{\partial y'} = \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \eta_2}{\partial x'} \quad \dots\dots\dots (4-2-11)$$

$$y' = -h_1 - d \text{ で } -\frac{\partial \phi_2}{\partial y'} = \frac{\partial \eta_3}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \eta_3}{\partial x'} \quad \dots\dots\dots (4-2-12)$$

のもとにつぎのように得られる。

$$\omega_2 = -u_2 z' - \frac{a(u_2 - u_b)}{\sinh mH_2} \cos m(z' + iH_2 + ih_1 - u_b t) \quad \dots\dots\dots (4-2-13)$$

ここに， H_2 は u_2 との関係が次式で表わされる仮想水深である。

$$u_2^2 = \left(\frac{g}{m}\right) \tanh mH_2 \quad \dots\dots\dots (4-2-14)$$

さらに， c と a との関係はつぎのように表わされる。

$$c/a = \sinh m(H_2 - d) / \sinh mH_2 \quad \dots\dots\dots (4-2-15)$$

いま，上の座標系を x' の正の方向に u_b の速度で動く新座標系 (x, y) で見れば河床形態は静止して見え，さらに系全体に $u_b z$ のポテンシャルを加えると (x, y) 座標系も静止する。この場合の運動は流れと流動層がそれぞれ $(u_1 - u_b)$ ， $(u_2 - u_b)$ の流速で流れ，河床波と水面波は止って見える。

この時，流れの複素ポテンシャル ω_1 と流動層の複素ポテンシャル ω_2 はそれぞれつぎのようになる。

$$\omega_1 = -(u_1 - u_b)z - \frac{b(u_1 - u_b)}{\sinh mH_1} \cos m(z + iH_1) \quad \dots\dots\dots (4-2-16)$$

$$\omega_2 = -(u_2 - u_b)z - \frac{a(u_2 - u_b)}{\sinh mH_2} \cos m(z + ih_1 + iH_2) \quad \dots\dots\dots (4-2-17)$$

Bernoulli の方程式は、流れについて、

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 q_1^2 + \rho_1 g y = \text{constant} \quad \dots\dots\dots (4-2-18)$$

河床について

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 q_2^2 + \rho_2 g y = \text{constant} \quad \dots\dots\dots (4-2-19)$$

となる。ここに、 p 、 ρ 、 q^2 はそれぞれ、圧力、密度および速度の x 、 y 成分の 2 乗和であり、添字 1 は流れを、添字 2 は流動層を表わす。 $m = 2\pi/L$ であり、 $a/L \ll 1$ 、 $b/L \ll 1$ であることを考慮すれば、 $m^2 a^2$ 、 $m^2 b^2$ の項は小さいものとして無視することができるので q^2 は流れについて、

$$q_1^2 = \frac{d\omega_1}{dz} \frac{d\bar{\omega}_1}{d\bar{z}} = (u_1 - u_b)^2 \left\{ 1 - 2m\eta_1 \frac{\cosh m(y + H_1)}{\sinh mH_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-2-20)$$

流動層について、

$$q_2^2 = \frac{d\omega_2}{dz} \frac{d\bar{\omega}_2}{d\bar{z}} = (u_2 - u_b)^2 \left\{ 1 - 2m\eta_2 \frac{\cosh m(y + h_1 + H_2)}{\sinh mH_2} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-2-21)$$

を得る。ここに η は共役複素数を表わす。

つきに、流れと流動層の境界面の圧力を求める。 η_1 と η_2 との関係は (4-2-8) 式で与えられ、かつ両者とも微量であることを考慮すると、境界面の圧力はつぎのようになる。流れについて、

$$p_1 = -\frac{1}{2} \rho_1 (u_1 - u_b)^2 \{ 1 - 2m\eta_2 \coth m(H_1 - h_1) \} - \rho_1 g \eta_2 + \text{const.} \quad \dots\dots (4-2-22)$$

流動層について

$$p_2 = -\frac{1}{2} \rho_2 (u_2 - u_b)^2 \{ 1 - 2m\eta_2 \coth mH_2 \} - \rho_2 g \eta_2 + \text{const.} \quad \dots\dots (4-2-23)$$

境界面では $p_1 = p_2$ であるので結局次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho_1 (u_1 - u_b)^2 \{ 1 - 2m\eta_2 \coth m(H_1 - h_1) \} + \rho_1 g \eta_2 \\ & - \frac{1}{2} \rho_2 (u_2 - u_b)^2 \{ 1 - 2m\eta_2 \coth mH_2 \} - \rho_2 g \eta_2 = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (4-2-24) \end{aligned}$$

(4-2-24) 式の右辺は定数であり、左辺の変数は η_2 のみであるので η_2 に関する係数が 0 となることから、 u_b に関するつぎの 2 次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{ -\rho_1 m \coth m(H_1 - h_1) + \rho_2 m \coth m H_2 \} u_b^2 + 2 \{ \rho_1 u_1 m \coth m(H_1 - h_1) \\ & - \rho_2 u_2 m \coth m H_2 \} u_b - \{ \rho_1 u_1^2 m \coth m(H_1 - h_1) - \rho_2 u_2^2 m \coth m H_2 + (\rho_2 - \rho_1) g \} \\ & = 0 \quad \dots \dots \dots (4-2-25) \end{aligned}$$

振幅が変化しない、安定した状態で河床波が存在するのは、(4-2-25)式の u_b の実根が存在する範囲である。(4-2-25)式により、河床波が存在する領域および河床波の移動方向が、(4-2-8)式により水面波と河床波の位相が知れる。以下ではこれらの式に基づき、各種河床状態の発生領域およびそれらの特性についての定性的な検討を行なう。

4-2-2 河床波の発生領域

dunes, flat bed, antidunes について考えることにする。この場合、dunes と antidunes は、定義にしたがって、水面波と河床波とが逆位相になるものを dunes, 同位相であるものを anti-dunes とする。すなわち、河床波が存在し、(4-2-8)式が正であれば水面波と河床波は同位相であるので antidunes, 負であれば水面波と河床波は逆位相であるので dunes と判定される。また、flat bed はこの両者が表われない河床を指し、transition もこれに含まれる。

さて、(4-2-25)式で表わされる u_b に関する2次方程式が実根を有するのは判別式が正となる領域である。(4-2-7)式により

$$\coth m(H_1 - h_1) = (1 - m h_1 F_1^2 \tanh m h_1) / (m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1) \quad \dots (4-2-26)$$

ただし、 F_1 は流れのフルード数で

$$F_1^2 = \frac{u_1^2}{g h_1} \quad \dots \dots \dots (4-2-27)$$

であることを考慮すれば、判別式 D はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} D = & \left\{ \frac{\rho_1 u_1 m (1 - m h_1 F_1^2 \tanh m h_1) - \rho_2 u_2 m \coth m H_2 (m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1)^2}{m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1} \right\} \\ & + \left\{ \frac{-\rho_1 m (1 - m h_1 F_1^2 \tanh m h_1) + \rho_2 m \coth m H_2 (m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1)}{m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1} \right\} \\ & \times \left\{ \frac{\rho_1 u_1^2 m (1 - m h_1 F_1^2 \tanh m h_1) - (\rho_2 u_2^2 m \coth m H_2 - g \rho_2 + g \rho_1) (m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1)}{m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1} \right\} \end{aligned}$$

\dots \dots \dots (4-2-28)

となる。

流動層の速度 u_b の大きさをどう評価するかはむずかしいが、簡単のため流れの流速 u_1 に比例する量 $u_2 = \alpha u_1$ とおけば(4-2-14)により

$$\coth m H_2 = \frac{g}{m u_2^2} = \frac{g}{m \alpha^2 u_1^2} = \frac{1}{m h_1 \alpha^2 F_1^2} \quad \dots \dots \dots (4-2-29)$$

であるので(4-2-28)は結局,

$$D = \frac{-(\alpha^2 - 4\alpha + 2) \tanh m h_1 (m h_1)^2 F_1^4 + (\alpha - 2)^2 m h_1 F_1^2 - 2 \tanh m h_1}{m h_1 F_1^2 - \tanh m h_1} \dots (4-2-30)$$

となる。ここに, D の符号に関係のない係数は無視されている。

(4-2-30)式を判別するには, α, ρ_1, ρ_2 の値が与えられる必要がある。本件のように砂の河床上を水が流れる場合には, $\rho_1 = 1.0, \rho_2 = 2.0$ にとれば大きな誤りはないと思われる。 ρ_2 を2.0としたのは, 河床砂の比重を2.65, 空隙率を0.4とすれば水につかった見かけの密度がほぼ2になるからである。一方, α の値は水理条件, 河床砂の性状によって変化するのはいうまでもなく, 河床表層のどの範囲を流動化しているとみなすかによっても変わってくる。具体的には流動層の流速は流れの流速より小さいことおよび(4-2-29)式より α が小さいほど流動層の仮想厚さ H_2 が小さくなり実態に近づくこと, 移動限界にある粒子も流動化しているとみなすと流動層の平均流速はかなり小さいことなどから α の値は1以下の小さな値が適当と考えられる。いずれにしても, 実験結果との適合性によって決められる実験常数と考えられる。ここでは α の値として $\alpha = 0.3, \alpha = 0.1, \alpha = 0.04$, に仮定して定性的な検討を行なう。これらの値を用いて(4-2-8)式および(4-2-30)式により各種 sand wave

の発生領域を求め, $F_1 - m h_1$ 平面に図示したのが, 図4-2-2, 図4-2-3, 図4-2-4である。これらを見れば, α が大きいほど antidunes の領域が広くなり遷移領域の flat bed の範囲が狭くなる。いずれの場合も dunes, flat bed, antidunes の領域が明確に識別され, 河床を平坦な状態から, 段々にフルード数を上げていくと, dunes $\rightarrow$ flat bed $\rightarrow$ antidunes $\rightarrow$ flat bed あるいは dunes $\rightarrow$ antidunes $\rightarrow$ flat bed という風に河床状態が変化することがわかる。

(4-2-25)式によれば, u_b に関して2根得られる。その大, 小のどちらが現象となって表われるのかは議論のあるところである。

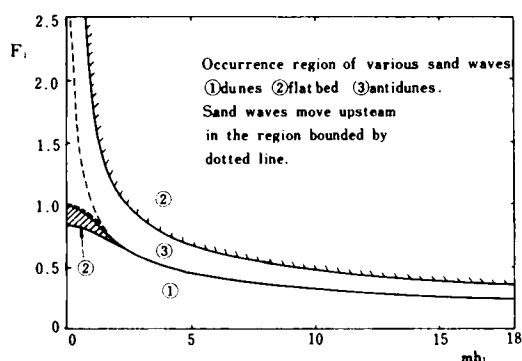


図4-2-2 各種河床形態の発生領域 ($\alpha = 0.3$)

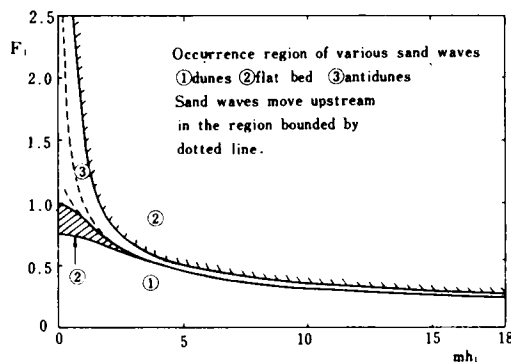


図4-2-3 各種河床形態の発生領域 ($\alpha = 0.1$)

河床波の進行速度は流れの流速 u_1 に比べても非常に小さいものであるので、以下の論議では2根のうち小さい方を採用して行なう。

図4-2-2と図4-2-3の antidunes 領域の点線内は u_b の値が負となる領域である。また、図4-2-4においては図中に u_b/u_1 の等速度線が記されている。これらによれば、河床波の進行速度が負あるいは0であるもの、すなわち、上流側に進行するかあるいは静止している河床波が antidunes の一部の領域で見られ、その他ではすべて下流に進行することがわかる。このように、 α の大きさに関係なく、このモデルにより開水路移動床における各種河床波の定性的な特性がよく表わされる。しかし、 α の性質は単に河床の表層が流動化していることを表わすものであると考えれば、小さな値をとるのが適当であり、上記の3種の α では $\alpha = 0.04$ が適当と思われる。

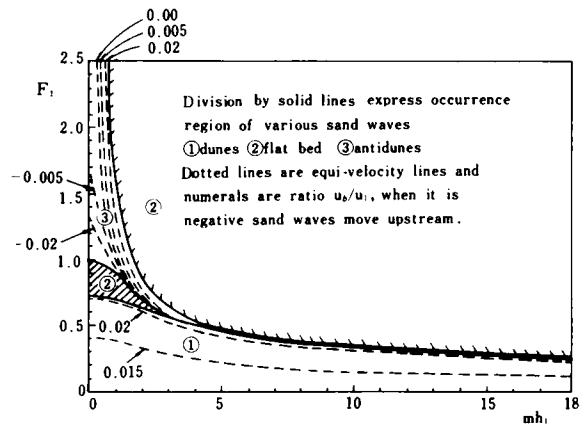


図4-2-4 各種河床形態の発生領域 ($\alpha = 0.04$)

また、①の領域では F_1 が0に近い、すなわち流れの速度が0に近くても dunes が発生することになるが、これは事実と反する。実際にはつぎのようにして F_1 の下限が決まる。すなわち、河床の粒子が層状に移動を開始する流速を u_{cr} とすれば u_1^2 は $u_1^2 > u_{cr}^2$ でなければならない。(4-2-7)式により $u_1^2 = g/m \tanh mH_1 = g h_1 F_1^2$ であるので結局、

$$F_1^2 > \frac{u_{cr}^2}{g h_1} \quad \dots \dots \dots (4-2-31)$$

でなければならない。しかしながら、 u_{cr} は河床の性質によって異なるので、dune の発生領域の下限を与えるフルード数は一般的には与えることができないので、図には記さないでおく。

4-2-3 実験結果との比較

図4-2-5は各種河床形態の発生領域を $\alpha = 0.04$ として求めた理論結果と実験結果を比較したものである。図には Kennedy¹¹⁾ によって集録された実験結果、著者および曽我の実験結果が記されているが、それぞれの実験条件および実験結果はそれぞれ表4-2-1および表4-2-2に示すとおりである。

図4-2-5によれば理論領域は実験結果とかなりよい一致を示していると判断される。さらに、河床波の進行方向については、dunes は下流方向にのみ進行するのに対し、antidunes は下流方向のみではなく、上流方向に進行したりあるいは静止の状態になるものがあり、フルード数が大きいほ

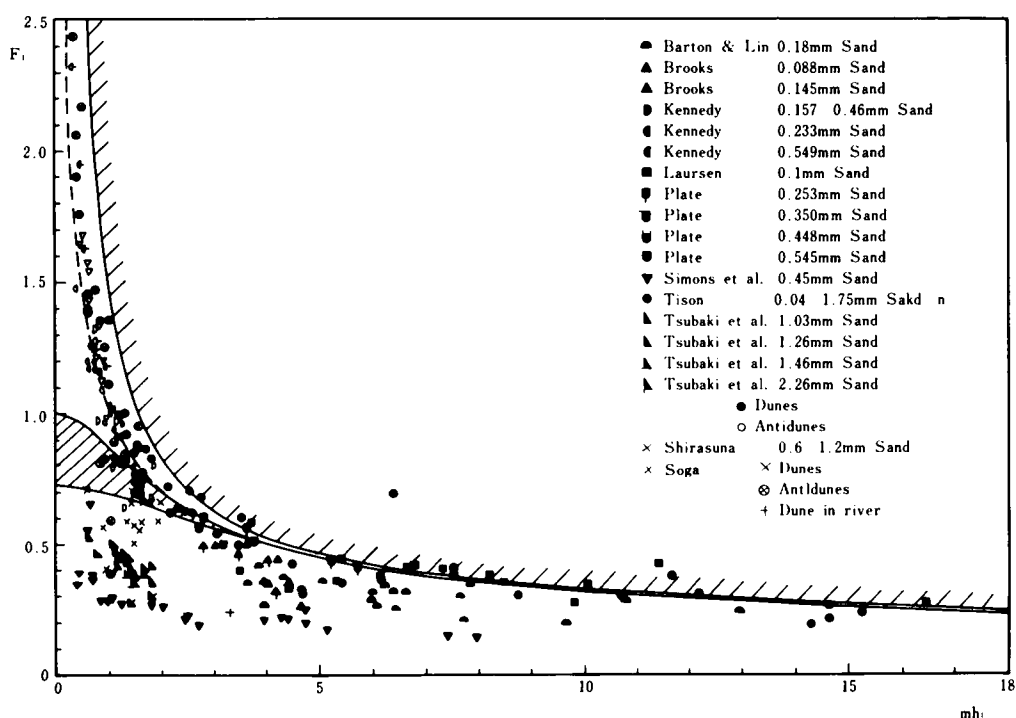


図4-2-5 実験結果との比較 ($\alpha=0.04$)

表4-2-1 Kennedyによって集録された実験結果の実験条件¹¹⁾

原 典	水路条件	水深範囲 (cm)	流速範囲 (cm/sec)	河床砂平均粒径 (mm)
Barton & Lin ³⁵⁾	実験水路	9.1 - 42.1	21.6 - 53.3	0.18
Brooks ³⁶⁾	実験水路	5.70 - 8.66	25.0 - 40.8	0.088
		6.00 - 9.1	28.3 - 42.7	0.145
Kennedy ³⁷⁾	実験水路	4.42 - 10.61	47.9 - 105.2	0.233
	実験水路	3.75 - 10.55	50.3 - 141.7	0.549
	自然河道	5.5 - 120	64 - 244	0.157 - 0.46
Laursen ³⁸⁾	実験水路	7.62 - 30.33	32.6 - 70.4	0.1
Plate ³⁹⁾	実験水路	2.86 - 5.55	30.2 - 33.2	0.253
		1.31	2.9	0.350
		3.02	34.2	0.448
		3.44 - 11.98	37.2 - 41.1	0.545
Simons et al. ⁷⁾	実験水路	5.88 - 30.36	21.3 - 188.4	0.45
Tison ⁴⁰⁾	実験水路	1 - 34	18 - 50	0.04 - 1.75
Tsubaki et al. ⁴¹⁾	かんがい水路	3.09 - 36.1	53.3 - 53.6	1.03
		10.8 - 46.7	54.9 - 76.5	1.26
		29.5 - 35.9	66.1 - 74.0	1.46
		25.2 - 32.9	73.0 - 77.5	2.26

表 4-2-2 実験条件および結果

ケース	A (著 者)										B (神 我 ⁴²⁾)							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
水 路 (cm)	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	20	20	20	20	20	20	20	20
流 量 (l/sec)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	10	10	10	20	20	20	30	30
河床より配	1/150	1/177	1/185	1/205	1/207	1/215	1/223	1/350	1/489	1/494	1/290	1/220	1/160	1/290	1/220	1/160	1/290	1/220
平 均 水 深 (cm)	17.9	18.6	19.1	20.6	19.6	18.7	18.6	23.9	25.8	26.3	7.88	7.24	7.01	11.59	10.55	10.93	15.17	14.18
平 均 流 速 (cm/sec)	93.4	89.9	87.5	82.8	85.3	89.4	89.4	69.7	64.4	63.4	63.45	69.06	71.33	86.28	94.79	91.49	98.88	105.78
河床波長 (cm)	77	71	85	128	62	67	147	126	163	165	80	55	30	60	50	45	90	80
河床変高 (cm)	2.94	2.83	2.56	3.69	3.09	2.61	2.64	4.67	4.44	4.49	3.0	3.5	4.0	3.5	4.0	4.5	6.0	5.5
河床波の進行速度 (cm/s)	0.77	0.71	0.77	0.40	0.62	0.67	0.67	0.12	0.13	0.10	0.25	0.4	0.5	0.3	0.5	0.6	0.3	0.6
流 量 (cm^3/sec)	1.13	1.00	1.40	0.95	1.12	1.02	1.16	0.23	0.16	0.26	0.18	0.35	0.50	0.35	0.70	1.00	0.53	1.05
Froude 数	0.71	0.67	0.64	0.59	0.62	0.66	0.66	0.45	0.41	0.39	0.72	0.82	0.86	0.81	0.93	0.88	0.81	0.90
in h	1.46	1.65	1.41	1.01	1.99	1.75	0.79	1.19	0.99	1.00	0.62	0.83	1.47	1.21	1.33	1.53	1.06	1.11
位相の止進	+	+	+	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
位相のずれ距離 (cm)	+ 3.1	- 3.6	+ 3.1	-11.2	+ 3.1	- 0.7	+ 3.4	-19.7	-24.0	-24.0	-	-	-	-	-	-	-	-
位相角のずれ (π)	0.081	0.101	0.073	- 0.175	0.100	- 0.021	0.046	- 0.314	- 0.291	- 0.291	-	-	-	-	-	-	-	-
平均 D: dunes 平均 A: antidunes	D	D	D	A	D	D	D	A	D	A	D	A	A	D	A	A	D	A

ケース	C (著 者)																	
	1 9	2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6	2 7	2 8	2 9	3 0	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
水 路 幅 (cm)	20	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
流 量 (L/sec)	30	30	50	40	40	60	30	40	50	20	50	50	40	30	50	30	20	20
河 床 こ う 配	1/160	1/5.0	1/5.0	1/5.0	1/300	1/550	1/300	1/200	1/200	1/200.	1/125	1/150	1/150	1/200	1/300	1/150	1/150	1/125
平 均 水 深 (cm)	13.51	15.7	21.2	17.6	17.3	23.3	14.3	17.1	18.4	9.6	17.5	17.2	14.8	12.2	16.9	12.0	8.7	8.4
平 均 流 速 (cm/sec)	111.03	63.69	78.62	75.76	77.07	85.84	69.93	77.97	90.58	69.44	95.24	96.90	90.09	81.97	98.62	83.33	76.63	79.37
河 床 波 長 (cm)	55	66	84	121	74	108	55	55.8	57.5	39	69.3	71.7	61	47.6	70	50	43	41
河 床 波 高 (cm)	5.0	4.09	5.17	5.41	4.50	6.94	4.33	4.43	6.54	3.88	7.24	4.83	5.00	3.63	3.54	5.05	4.74	3.77
河床液の進行速度 (cm/s)	0.8																	
流 量 (cm ³ /sec·cm)	1.50																	
Froude 数	0.96	0.51	0.56	0.57	0.58	0.59	0.59	0.59	0.67	0.70	0.72	0.74	0.74	0.75	0.76	0.77	0.81	0.85
m h	1.54	1.495	1.59	0.91	1.47	1.356	1.63	1.93	2.01	1.55	1.59	1.51	1.52	1.61	1.52	1.51	1.27	1.29
位 相 の 正 逆																		
位 相 の よ れ 距 離 (cm)																		
位 相 角 の よ れ (π)																		
河床: D: dunes A: antidunes 転移: T: transition	A	D	D	D	D	D	D	D	T	A	T	A	A	A	A	A	A	A

ケース	C (%)										D (署名)				
	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0	5.1
水路 (cm)	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
流量 (cm^3/sec)	40	30	50	40	30	20	50	40	20	30	50	30	40	20	60
河床より配	1/125	1/125	1/100	1/100	1/100	1/100	1/75	1/75	1/75	1/75	1/50	1/50	1/50	1/50	1/50
平均水深 (cm)	11.2	10.1	12.5	10.5	8.17	6.41	11.3	9.7	5.95	7.8	9.6	6.5	7.6	4.6	8.8
平均流速 (cm/sec)	93.90	99.01	133.33	126.98	122.40	103.52	147.49	137.46	112.04	128.21	173.61	153.85	175.44	144.93	227.27
河床波長 (cm)	58.3	53	80	72	61	40.4	117	101.5	60	66	140	104	118	58	145
河床波高 (cm)	5.08	3.40	5.73	3.40	2.93	2.18	4.40	2.45	2.75	2.27	4.78	4.89	3.44	2.39	4.17
河床波の進行速度 (cm/s)															
流量 ($\text{cm}^3/\text{sec cm}$)															
Froude 数	0.89	1.0	1.1	1.24	1.36	1.36	1.39	1.40	1.46	1.47	1.76	1.90	2.06	2.17	2.44
mh	1.53	1.20	0.98	0.91	0.84	1.00	0.61	0.60	0.62	0.74	0.43	0.39	0.40	0.50	0.38
位相の正逆															
位相のずれ距離 (cm)															
位相角のずれ (π)															
河床 D:dunes A:antidunes 形態 I:transition	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
D (署名)															
野外実験															
~200m (蛇行幅)															
~1,000 m^3/sec (総流量)															

注) 実験に用いた河床砂はいずれの場合も粒径 $d_{50} = 0.6 \sim 1.2 \text{ mm}$, $d_{50} = 0.8 \text{ mm}$ である。

Cグループの実験の河床より配は河床砂がおかれた水路のこの配で実験の河床より配ではない。

ど進行方向が不安定に変化することが観察された。また、流量一定のもとに河床こう配を徐々に急にすれば、Gilbert⁶⁾によって確かめられているように、河床には dunes, flat 又は transition, antidunes の順に河床形態が形成されることが認められた。以上により、開水路移動床における各種河床形態は内部波理論によって定性的に説明し得るものと判断される。つきに、河床波と水面波の位相関係について若干の検討を行なう。表 4-2-2 A の実験においては水面波と河床波の相関を計算し、それらの間の位相の関係を調べた。同表において、位相の正逆は水面波と河床波が同位相であれば正、逆位相であれば負で表わされていて、位相のずれ距離は対応する河床波と水面波のうち水面波が先行する時には正、河床波が先行する時には負で示されている。また、位相角のずれは一波長を 2π としてずれ距離をラジアンで表示したものである。これらによれば、位相の同逆はフルード数 F_r によってはっきり区分することができ $F_r = 0.6$ を境に $F_r < 0.6$ では逆位相 $F_r > 0.6$ では同位相となっている。従来からの定義では水面波と河床波が同位相であれば antidunes, 逆位相であれば dunes とされている。この定義に従えば本実験での河床波には両者があることになる。しかし、視覚による観察では、河床波の先端が安息角を形成する三角形形状のものばかりでありその進行方向も安定して下流方向のものばかりでいずれも dunes の範ちゅうに入るものと推定された。このように、統計的には水面波と河床波が同位相の場合にも dunes と見なした方が適当と思われる河床波があるので dunes, antidunes の定義はさらに厳密にする必要があるのではないと思われる。

4-3 開水路の場合

4-3-1 解析モデル

図 4-3-1 に示すように、上、下面とも固い水平な壁面で囲まれた開水路移動床水路の場合について考える。流れと河床の境界面に x' 軸を、 x' 軸に鉛直上向に y' 軸をとる。(この節で用いる記号は、特に断わらない限り 4-2 開水路の場合と同じである。)

河床が開水路の場合と同様、移動速度 u_b の単純な正弦曲線でつぎのように表わされとする。

$$\eta = a \sin m(x' - u_b t) \quad \dots\dots\dots (4-3-1)$$

(4-3-1) 式で表わされる河床波上を深さ h_1 、流速 u_1 で流れる流れの複素ポテンシャル

$$\omega_1 = \phi_1 + i\psi_1 \quad \dots\dots\dots (4-3-2)$$

は境界条件

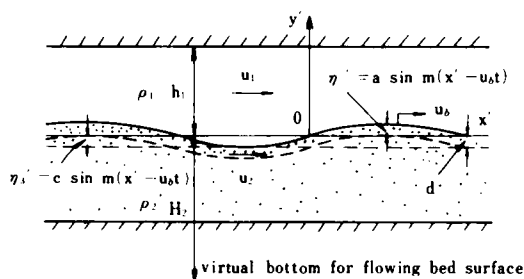


図 4-3-1 開水路移動床流れ

$$-y' = h_1 \text{ で } -\frac{\partial \phi_1}{\partial y'} = 0 \quad \dots\dots\dots (4-3-3)$$

$$y' = 0 \text{ で } -\frac{\partial \phi_1}{\partial y'} = \frac{\partial y}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4-3-4)$$

のもとでつぎのように得られる。

$$\omega_1 = -u_1 z' + \frac{a(u_1 - u_b)}{\sinh m h_1} \cos m(z' - i h_1 - u_b t) \quad \dots\dots\dots (4-3-5)$$

一方、河床表面の流動層の運動の複素ポテンシャルは、開水路の場合の流動層と同じ様に

$$\omega_2 = -u_2 z' - \frac{a(u_2 - u_b)}{\sinh m H_2} \cos m(z' + i H_2 - u_b t) \quad \dots\dots\dots (4-3-6)$$

と表わされる。ここに H_2 は u_2 との関係が

$$u_2^2 = \frac{g}{m} \tanh m H_2 \quad \dots\dots\dots (4-3-7)$$

で表わされる仮想水深である。

上述の系を x' の正の方向 u_b の速度で動く新座標 (x, y) で見れば内部波は止まって見え、さらに全体に $u_b z$ のポテンシャルを加えると座標も静止し、この時の複素ポテンシャルは、流れについて

$$\omega_1 = -(u_1 - u_b) z + \frac{a(u_1 - u_b)}{\sinh m h_1} \cos m(z - i h_1) \quad \dots\dots\dots (4-3-8)$$

河床について

$$\omega_2 = -(u_2 - u_b) z - \frac{a(u_2 - u_b)}{\sinh m H_2} \cos m(z + i H_2) \quad \dots\dots\dots (4-3-9)$$

となる。

つぎに流速成分の 2 乗和 q^2 を求める。4-2 と同じように $m^2 a^2$ は他の項に比べて小さいので無視すると q^2 は

流れについて

$$\begin{aligned} q_1^2 &= \frac{d\omega_1}{dz} \frac{d\bar{\omega}_1}{d\bar{z}} \\ &= (u_1 - u_b)^2 + \frac{2ma(u_1 - u_b)^2}{\sinh m h_1} \cosh m(y + h_1) \sin mx \quad \dots\dots\dots (4-3-10) \end{aligned}$$

$\eta = a \sin mx$, a : 小であることに留意すれば境界面 $y = \eta$ における q_1^2 の値はつぎのようになる。

$$q_1^2 = (u_2 - u_b)^2 (1 - 2m\eta \coth m h_1) \quad \dots\dots\dots (4-3-11)$$

同様に河床について次式を得る。

$$q_2^2 = (u_2 - u_b)^2 (1 - 2m\eta \coth m H_2) \quad \dots\dots\dots (4-3-12)$$

境界面における Bernoulli の圧力方程式はそれぞれつぎのようになる。

流れについて

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 q_1^2 + \rho_1 g \eta = \text{const.}, \quad \dots\dots\dots (4-3-13)$$

河床について

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 q_2^2 + \rho_2 g \eta = \text{const.}, \quad \dots\dots\dots (4-3-14)$$

境界面においては, $p_1 = p_2$ であるので

$$\frac{1}{2} \rho_1 q_1^2 - \frac{1}{2} \rho_2 q_2^2 + g \eta (\rho_1 - \rho_2) = \text{constant.}, \quad \dots\dots\dots (4-3-15)$$

すなわち, 次式を得る。

$$\begin{aligned} & \rho_1 (u_1 - u_b)^2 (1 + 2m\eta \coth mh_1) - \rho_2 (u_2 - u_b)^2 (1 - 2m\eta \coth mH_2) \\ & + 2g\eta (\rho_1 - \rho_2) = \text{constant.}, \quad \dots\dots\dots (4-3-16) \end{aligned}$$

式(4-3-16)の値は常に定数であるので, η に関する係数は 0 とならなければならないことから, u_b に関するつぎの 2 次方程式が得られる。すなわち,

$$\begin{aligned} & m(\rho_1 \coth mh_1 + \rho_2 \coth mH_2) u_b^2 - 2m(\rho_1 u_1 \coth mh_1 \\ & + \rho_2 u_2 \coth mH_2) u_b + m(\rho_1 u_1^2 \coth mh_1 + \rho_2 u_2^2 \coth mH_2) + g(\rho_1 - \rho_2) = 0 \\ & \dots\dots\dots (4-3-17) \end{aligned}$$

(4-3-17) 式が開水路の場合の(4-2-25)式に相当し, この式により河床波が存在する領域および河床波の移動方向が知れる。しかし, 開水路の場合と異なり, 水面波がないので, 水面波と河床波の位相関係を与える(4-2-8)式に相当する式はない。

以下に(4-3-17)式を用いて閉水路内の河床波の発生領域および特性を検討する。

4-3-2 河床波の発生領域

(4-3-17) 式の u_b に関する二次方程式の判別式 D はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} D &= m(\rho_2 - \rho_1)(\rho_1 \coth mh_1 + \rho_2 \coth mH_2)g \\ & - m^2(u_1 - u_2)^2 \rho_1 \rho_2 \coth mh_1 \coth mH_2 \quad \dots\dots\dots (4-3-18) \end{aligned}$$

前節と同様 $u_2 = \alpha u_1$, $\rho_1 = 1.0$, $\rho_2 = 2.0$, $\coth mH_2 = \frac{1}{mh_1 \alpha^2 F_1^2}$ を代入し D の符号に関係のない係数を省くと結局判別式 D は

$$D = F_1^2 - \frac{2 \tanh mh_1}{\{(\alpha - 2)^2 - 2\} mh_1}$$

となる。ここに F_1 はフルード数で $F_1^2 = u_1^2 / g h_1$ である。

図 4-3-2 は $\alpha = 0.01$ として河床波の発生領域を表わしたものであり, 図 4-3-3 は $\alpha = 0.3$ の場合について開水路と閉水路それぞれの場合の河床波の特性を比較したものである。

$\alpha = 0.04$ と $\alpha = 0.3$ の場合を比較すると閉水路、開水路いずれの場合も α の大きい方が安定範囲が広い。 α の値が同一の場合、 mh_1 が大きい部分では安定領域は閉水路、開水路の場合ともに一致するが、 mh_1 が小さくなるにつれて開水路の場合の安定範囲が広がるが、閉水路の場合は閉じてしまう。

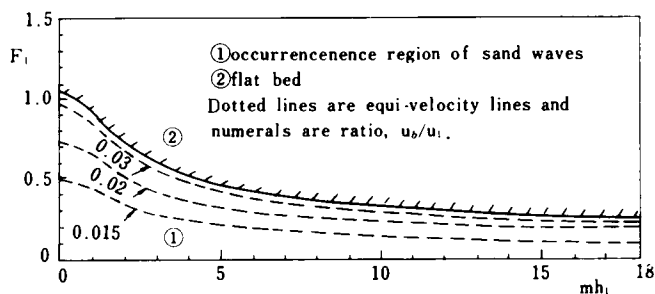


図4-3-2 河床波の発生領域 ($\alpha = 0.04$)

さらに閉水路の場合には、開水路の場合と違って、河床波の発生領域の中に遷移領域としての flat bed あるいは anti-dunes の領域はない。河床波が発生するかしないかは唯一本の線で明確に区分され、進行方向も下流方向のものしかない。このことから、閉水路の場合の安定な河床波は一種類しか無く、その特性は開水路の dunes に相当するものと言える。

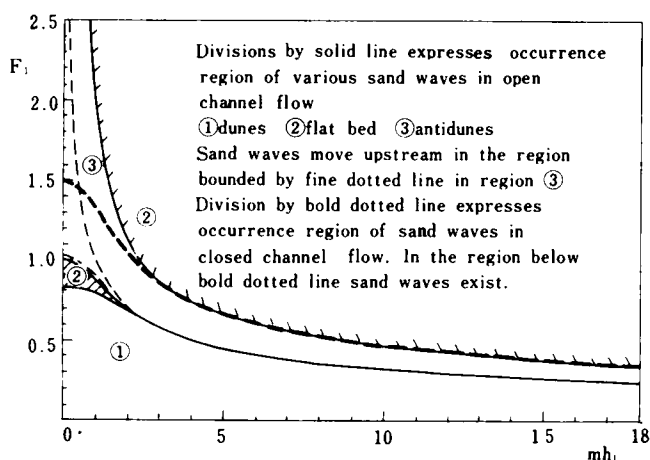


図4-3-3 管路の場合と開水路の場合の比較 ($\alpha = 0.3$)

4-3-3 実験結果との比較

Ismail⁴³⁾ は、閉水路においてはレイノルズ数がある限界値を越えると dunes は消え、全ての掃流砂は浮流の形式で流下することを実験によって確認している。著者が幅 20 cm 、高さ 20 cm 、長さ 10 m の回流型閉水路において平均粒径 0.8 mm の砂を用いて行なった実験においても流量が大になるにつれて同様の現象が生じることが認められた。すなわち、初期には平坦である河床に徐々にある流量まで増加させて行くと河床には起伏が生じその振幅は増大しやがて安定な形状になる。その形は開水路の dunes と同形であり進行方向は下流方向のみである。さらに流量を増大させていくとやがて顕著な dunes は消え、浮流形式の流砂が大きくなり河床波も不規則になるが河床波の進行は下流方向のみである。さらに流量が増加すると掃流形式の流砂と浮流形式の流砂の見わけがつきにくく河床波の存在が認められなくなる。このことから閉水路に生じる河床波は唯一種しかなく開水路の dunes に相当するもののみであることが確かめられた。

さらに、実験水路中央部 6 ～ 7 m の範囲にある河床波の特性を観測した結果を表にしたものが表 4-3-1 であり、これらの波長および平均水深およびその時の流量からフルード数と mh_1 を求め $F_1 \sim mh_1$ の関係を表わし理論結果と比較したものが図 4-3-4 である。

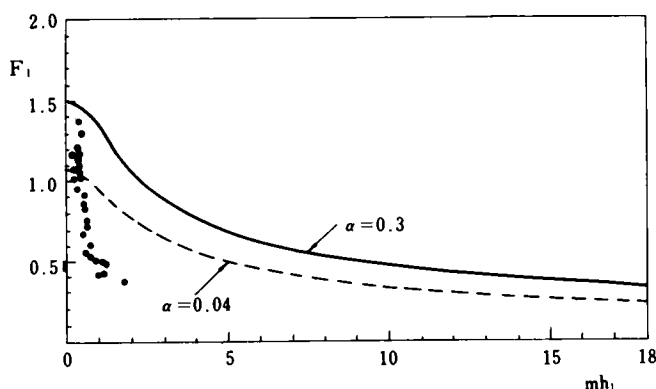


図 4-3-4 実験結果との比較

これによれば $\alpha = 0.04$ より $\alpha = 0.3$ とした方が適合性が良い。しかし、開水路の実験結果によれば $\alpha = 0.04$ の方が antidunes の発生領域がせまく良い結果を示している。これらのことを考えれば、定量的な検討のためには α についてのより十分な考察が必要である。

上の結果から、閉水路移動床における河床波の特性は内部波理論によって定性的に説明し得るものと判断される。

4-4 結 言

以上、開水路移動床および閉水路移動床に形成される河床波の発生領域とその特性を定性的に検討してきたが結果を要約すると以下の通りである。

1) 開水路、閉水路いずれの場合にも河床波の発生領域は河床波の波数 m と水深 h_1 との積 mh_1 と流れのフルード数との関係で表わされる。

2) 開水路の場合、河床波の発生領域には dunes, antidunes, flat bed の領域がある。dunes は下流方向にのみ進行するが、antidunes は下流方向のみではなく、上流方向に進行したりあるいは静止の状態となる領域がある。これらの理論結果によって従来から実験によって得られている開水路移動床に形成される河床波の特性を定性的に説明することができる。さらに、各種河床形態の発生領域に関して理論結果と実験結果はよい一致を示した。

表4-3-1 実験条件および結果

ケース		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
水路 流量 (l/sec) 平均水深 (cm) 平均流速 (cm/sec) 河床波長 (cm) 河床波高 (cm) 河床波の進行速度 (cm/s) Froude 数 mh	幅 (cm)	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
	量 (l/sec)	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	水深 (cm)	9.3	9.6	10.0	10.1	10.1	9.6	10.0	10.0	9.9	10.1	10.1	10.1	9.7	10.1	10.6
	流速 (cm/sec)	26.9	46.93	50.13	54.8	59.8	65.9	69.9	75.0	80.7	84.3	88.9	93.8	103.1	104.0	104.3
	波長 (cm)	100	63.5	82	99.3	88	103.8	102.5	104	111	116	126	170	159	213	205
	波高 (cm)	0.2	1.6	3.1	4.2	4.0	4.8	5.3	5.2	5.5	5.6	6.4	7.2	6.1	8.0	7.8
	進行速度 (cm/s)	0.01	0.011	0.033	0.15	0.23	0.33	0.50	0.55	0.75	0.83	0.92	1.07	1.25	1.33	1.50
	Froude 数	0.282	0.484	0.518	0.551	0.605	0.680	0.706	0.757	0.820	0.848	0.894	0.943	1.058	1.046	1.024
	mh	0.584	0.949	0.766	0.639	0.721	0.581	0.613	0.604	0.560	0.547	0.503	0.373	0.383	0.298	0.325
ケース		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
水路 流量 (l/sec) 平均水深 (cm) 平均流速 (cm/sec) 河床波長 (cm) 河床波高 (cm) 河床波の進行速度 (cm/s) Froude 数 mh	幅 (cm)	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
	量 (l/sec)	23	24	25	26	27	28	29	30	31	33	34	35	36	37.5	
	水深 (cm)	10.6	10.5	11.1	10.8	12.1	11.4	10.9	11.6	10.9	13.5	14.2	14.7	13.9	13.8	
	流速 (cm/sec)	109.0	114.7	112.8	120.9	113.2	122.9	133.8	129.5	159.8	48.4	49.5	51.2	57.6	63.5	
	波長 (cm)	178	179	310	225	167	345	160	250	220	73	84	89	75	120	
	波高 (cm)	7.7	7.2	8.5	8.4	8.7	9.7	9.2	8.6	9.7	2.7	3.4	3.9	4.3	6.1	
	進行速度 (cm/s)	1.60	1.72	1.75	1.80	1.88	1.93	2.0	2.25	2.50	0.05	0.067	0.103	0.17	0.207	
	Froude 数	1.070	1.131	1.082	1.175	1.040	1.163	1.295	1.215	1.376	0.421	0.420	0.426	0.494	0.546	
	mh	0.374	0.368	0.225	0.301	0.455	0.207	0.428	0.291	0.311	1.160	1.06	1.04	1.17	0.722	

注) 実験砂の粒径 d は $0.6 - 1.2 \text{ mm}$, $d_{50} = 0.8 \text{ mm}$ である。

3) 開水路の場合、河床波が発生する領域としない領域は1本の線で区分され、河床波の発生領域には dunes, antidunes, flat bed の区分は無い。また、河床波の進行方向は下流方向のみで、静止あるいは上流方向に進むものはない。このことから、閉水路の場合の河床波には開水路の場合の dunes に相当するものしか無いと言える。これらの理論結果は実験によって確かめられた。さらに、発生領域の区分については理論結果は実験結果を定性的によく説明し得た。

4) 以上の検討の結果、河床波は流れと河床表面の流動層の運動からなる2成層密度流の境界面に生成される内部波としてよく説明されることが知れる。

以上、波高が変化しない河床波の特性については Kelvin-Helmholtz の安定理論における安定領域を求めることによって説明されることが知れた。一方、初期に河床に発生した微少な擾乱が安定した形状へと発達する機構を Kelvin-Helmholtz の安定理論によって説明しようとするれば、その不安定領域を河床波の形成領域と定義しなければならない。このように波高が安定した河床波が存在する領域を河床波の形成領域であると定義するのと、波高が成長する領域を河床波の形成領域であると定義するのは流体力学的安定、不安定理論では全く相容れない。したがって、Kelvin-Helmholtz の安定理論のみによって河床波の発達、安定機構を同時に説明するにはむじゅんはある。

第5章 結 論

本論文は、移動床水路に形成される河床形態のうちとくに小規模河床形態を対象に、その形成機構を理論的、実証的に検討し、河床形態の初期発生、発達および安定機構の統一的解明を試みたもので、その結果を要約すれば、以下の通りである。

第1章緒論においては、河床形態の名称と定義を水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会の報告「移動床流れにおける河床形態と粗度」に沿って与えるとともに、河床形態に関する研究の水理学上の基本課題を述べて、本研究の目的および内容を明らかにした。

第2章においては、河床形態の形成機構に関する従来の研究を概観し、それらを論拠に従って分類し、それぞれの問題点を指摘するとともに本研究の位置づけおよび意義を明確にした。

第3章においては、局所流砂量と河床波の初期発生、発達および安定機構との直接的な関係を河床変動式によって論じた。その結果つぎの知見が得られた。

1) 河床波の初期発生に関して

平坦河床から河床波が初期発生する場合、初期発生河床波の空間相関関数は流砂量の局所変動の時空間相関関数の関数として表わされる。さらに、流砂量が流速のべき乗に比例すると仮定すると、初期発生河床波の相関関数は流れの乱れ速度の時空間相関関数の関数として表わされる。また、流砂量の局所変動が正弦曲線で表わされる分布をする場合、河床には同波長の河床波が初期発生し、その成長および移動速度は流砂量の局所変動の分布の移動速度に影響される。

以上の結果から、流れの乱れによって河床波が初期発生、発達するには乱れ速度の分布がある空間規模を持ち、その分布の変化がある程度ゆっくりしたものであることが必要であると推定される。

2) 河床波の発達に関して

正弦波がその正弦波形を保持する場合、河床波上の局所流砂量の分布は同波長の正弦波であり、その振幅の増減は河床波の位相に対する局所流砂量の分布の位相のずれ距離と河床波の移動速度との組合わせによって決まる。したがって、河床に微小振幅正弦波を仮定し、その成長性によって河床波の発生を論議する河床安定論においては、河床波と流砂量分布の位相のずれに相等する水理量と流砂量の対応のずれの物理的説明がなされない限り、河床波の発生は説明されないことになる。

3) 河床波の安定に関して

河床形状がほとんど変形しない場合、河床波上の流砂量の分布はその点の高さに比例して増減して、河床波の進行方向は流砂量の分布が山の部分で多く、谷の部分で少ない場合には下流に、その逆の場合は上流に、一様分布の場合は静止の状態にある。また、進行速度は流砂量の局所変動の変動幅に比例する。

第4章においては、内部波理論によって開水路移動床および閉水路移動床における河床波の発生領域とその特性を検討した。得られた知見は以下の通りである。

1) 移動床の流れを河床表層の流動層の運動と流れとからなる2成層密度流と考えれば、河床波はその境界面に生じる内部波に相当し、河床波の定性的特性は Kelvin-Helmholtz 理論による界面の安定状態として説明される。

2) 開水路、閉水路いずれの場合にも河床波の発生領域は河床波の波数 m と水深 h_1 との積 mh_1 と流れのフルード数との関係で表わされ、理論結果と実験結果はよく一致する。

3) 開水路あるいは閉水路に発生する河床波の種類、移動方向などの従来から実験によって知られている特性は内部波理論によってよく説明される。

以上述べたように、開水路、閉水路いずれの場合にも河床波の特性は内部波理論によって定性的によく説明されることが知れた。しかし、この場合にも初期の河床微小擾乱が何によって与えられるかということが説明されないかぎり河床波の形成機構が説明されたことにならない欠点がある。一方、河床変動式による解析では十分ではないが、乱れによって河床波が初期発生し、発達する可能性が示され、その場合にその空間規模と乱れ速度の空間規模との関係を与える式も導かれている。しかし、初期発生した微小擾乱が成長するか減衰するかあるいは安定するかを説明するには河床波と河床波上の流砂量の分布との間に物理的に説明が十分なされない対応のずれ距離という現象論的概念を導入しなければならない欠点がある。

このように考えれば、両者の理論はそれぞれの欠点を相補なうものであり、河床波の形成機構は初期発生および発達については乱れによる流砂量の局所変動の結果生じる河床変動として洗掘、堆積理論によって、安定については河床波が安定して存在することを条件に内部波理論によって説明される

と結論される。

最後に本研究を遂行するにあたり御鞭撻賜った京都大学工学部岩佐義朗教授および電力中央研究所技術第2研究所千秋信一副所長ならびに終始御指導いただいた電力中央研究所、技術第2研究所安芸周一河川環境研究室長に衷心より感謝の意を表するとともに、しばしば有益な御助言をいただいた早稲田大学理工学部鮭川登助教授および実験あるいは論文作製にあたって御協力いただいた電力中央研究所、技術第2研究所、河川環境研究室の方々に謝意を表する。

なお、本論文は「京都大学審査学位論文」として公表するものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 土木学会水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会，移動床流れにおける河床形態と粗度，土木学会論文報告集，第210号，1973.
- 2) Graf, W. H., *Hydraulics of Sediment Transport*, McGraw-Hill, Book Comp., 1971.
- 3) Du Buat, P., *Principles d'Hydraulique*, 2nd ed.(1st ed., 1779), 2 Books, De L'Imprimerie de Monsieur, Paris 1786.
- 4) Sainjon, 前出の文献2) p 274 参照。
- 5) Deacon, G. F., In discussion of paper on "Estuaries" by H. L. Partiot, *Proc. Institution of Civil Engineers*, Vol. CXVII(1894) pp93~96.
- 6) Gilbert, G. K. and E. C. Murphy, The transportation of debris by running water, *U. S. Geological Survey Professional paper* 86, 1914.
- 7) Simons, D. B. and E. V. Richardson, Forms of bed roughness in alluvial channels, *Proc. ASCE*, HY3, May, 1961.
- 8) Exner, F. M., たとえばつぎの文献9) pp. 24~26 参照。
- 9) Leliavsky, S., *An introduction to fluvial hydraulics*, Dover Publication Inc. N. Y., 1966.
- 10) Anderson, A. G., The characteristics of sediment waves formed by flow in open channels, *Proc. 3rd midwestern conference on fluid mechanics*, pp.379-395, 1953.
- 11) Kenndy, J. F., The mechanics of dunes and antidunes in erodible bed channels, *J. Fluid Mech.* Vol 16, pt.4, Aug., 1963.
- 12) Reynolds, A. J., Waves on the erodible bed of an open channel, *Journal of*

- Fluid Mechanics, Vol. 22, part 1, 1965.
- 13) Hayashi, T., Formation of dunes and antidunes in open channels, Proc. ASCE, Vol. 96, HY2, Feb., 1970.
 - 14) 松梨順三郎, 開水路における移動床の不安定性について—微小振動法による理論的解析—, 土木学会論文集, 第16号, 1959.
 - 15) Englund, F. and E. Hansen, Investigation of flow in alluvial streams.. Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series No. 35, 1966.
 - 16) 椿東一郎・斎藤隆, 流れによる Sand wave の発生限界, 九大工学集報, 第40巻, 第5号, 1967年11月。
 - 17) Yalin, M. S., Geometrical properties of sand waves, Proc. ASCE, Vol. 90 HY5, Sept., 1964.
 - 18) Gradowczyk, M. H., Wave propagation and boundary instability in erodible bed channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 33, part 1, 1968.
 - 19) Velicanov, M. A., Formation of sand ripples on the stream bottom, Commission de Potomologie, Sec. 3, Rapport 13, International Association of Scientific Hydrology, 1936.
これについては Raudkivi²⁰⁾ に詳しい。
 - 20) Raudkivi, A. J., Loose boundary hydraulics, Pergamon Press, 1967.
pp. 180~184.
 - 21) たとえば, Yalin, M. S., On the formation of dunes and meanders, Proc. 14th, IAHR, Vol. 3, Sept., 1971, Paris.
 - 22) Raudkivi, A. J., Study of sediment ripples formation, Proc. ASCE, HY6, June, 1963.
 - 23) Williams, P. B. and P. H. Kemp, Initiation of ripples on flat sediment beds, Proc. ASCE, HY4, April, 1971.
 - 24) Helmholtz, H. L. F., Ueber discontinuirliche Flussigkeits bewegungen, the Berliner monatsberichte of 1968.
 - 25) たとえば, 文献 26) Rouse, H.
 - 26) Rouse, H., Elementary mechanics of fluids, John Wiley and Sons, 1947.
p 171,
 - 27) Darwin, G. H., 前出の文献 20) Raudkivi, A. J., pp 175~176.
 - 28) Baschin, O., 前出の文献 2) Graf, W. H., P. 274.

- 29) Liu, H. K., Mechanics of sediment - ripple formation, Proc. ASCE, Vol. 83, Hy 2, Paper 1197, 1957.
- 30) 白砂孝夫, 各種 Sand Waves の発生領域に関する研究, 電力中央研究所技術第二研究所報告, № 70013, 1971.
- 31) 白砂孝夫, 河床波の発生について, 第16回水理講演会講演集, 1972. 2.
- 32) Von Kármán, T., Sand ripples in the desert, Technion Yearbook, pp 52~54, 1947.
- 33) 土木学会水理委員会密度流研究小委員会, 成層密度流の界面現象に関する水工学的研究, 土木学会, 1974. 5.
- 34) Milne-Thomson, L. M., Theoretical Hydrodynamics. 4th Ed. 1962, Macmillan, London.
- 35) Barton, J. R. and P. N. Lin, A study of sediment transport in alluvial channels, Rep, № 55JRB2, Civil Engineering Dep., Colorado A. and M. College, Ft. Collins, Colorado, 1955.
- 36) Brooks, N. H., Laboratory studies of the mechanics of streams flowing over a movable bed of fine sand, Doctoral thesis, California Institute of Technology, 1954.
- 37) Kennedy, J. F., Stationary waves and antidunes in alluvial channels, Rep. № KH-R-2, W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, 1961.
- 38) Laursen, E. M., The total sediment load of streams, Proc. ASCE, Vol. 84, HY 1, Jan. 1958.
- 39) Plate, E. J. O. F., Laboratory studies on the beginning of sediment ripple formation in an alluvial channel, Masters Thesis, Colorado State University 1957.
- 40) Tison, L. H., Origine des ondes de sable et des bancs de sable l'action des courants, Trans. Int. Ass. for Hyd. Structures Research, Third Meeting, Grenoble, 1949.
- 41) Tsubaki, T., T. Kawasumi and T. Yasutomi, On the influence of sand ripples upon the sediment transport in open channels, Rep. Res. Inst. for Appl. Mech., Kyushu University, Vol. 2, 1953.
- 42) 曾我雅海, 平岡ダムの越流量に関する水理模型実験, 電力中央研究所技術研究所依頼報告, № 68119, 1969. 4.

- 43) Ismail, H.M., Turbulent transfer mechanism and suspended sediment in closed channels. Transactions, ASCE Vol.117, Paper No. 2500. pp 409-446, 1952.