

密度成層場の流れと混合機構

に関する基礎的研究

1980年1月

江 頭 進 治

密度成層場の流れと混合機構
に関する基礎的研究

1980年1月

江 頭 進 治

目 次

緒 論	1
第 1 章 連行現象と水温躍層の侵食低下機構に関する研究	6
1. 1 概 説	6
1. 2 連行速度および連行率の表示法	8
1. 3 連行率に関する実験的考察	11
1. 3. 1 実験装置および実験方法	11
1. 3. 2 実験結果	15
1. 4 水温躍層の低下機構	17
1. 4. 1 低下機構に関する理論的考察	17
1. 4. 2 理論と実験および観測値との比較	18
1. 5 結 語	22
参 考 文 献	
第 2 章 界面の抵抗則に関する研究	26
2. 1 概 説	26
2. 2 密度界面の抵抗則に関する理論的考察	28
2. 2. 1 界面の混合現象と抵抗則	28
2. 2. 2 抵抗則の誘導	29
2. 3 抵抗係数の表示式	34
2. 3. 1 界面応力および抵抗係数の分割	34
2. 3. 2 全抵抗係数	35
2. 4 抵抗則の実験的検討	36
2. 5 結 語	41
参 考 文 献	
第 3 章 流速、水温および密度分布則に関する研究	44
3. 1 概 説	44
3. 2 流速分布則	45
3. 2. 1 流れの形態と流速分布	45
3. 2. 2 流速分布則の誘導	46
3. 2. 3 境界面における無次元混合距離	52

3. 2. 4	カルマン定数	54
3. 3.	水温および密度分布則	55
3. 3. 1	水温および密度分布則の誘導	55
3. 3. 2	質量および熱量輸送に関する無次元混合距離	57
3. 3. 3	質量および熱量輸送に関するカルマン定数	59
3. 4.	流速および水温分布則の実験的検討	61
3. 4. 1	実験方法	61
3. 4. 2	実験結果の一例および考察	61
3. 4. 3	理論と実験との比較	62
3. 5.	結語	67
	参 考 文 献	
第 4 章	密度成層場における渦動拡散係数に関する研究	71
4. 1.	概説	71
4. 2.	境界面における渦動拡散係数の推定理論	74
4. 2. 1	理論式の誘導	74
4. 2. 2	渦動拡散係数と水理量との関係	75
4. 3.	渦動拡散係数の分布則	77
4. 3. 1	上層流における分布則	77
4. 3. 2	中層流における分布則	78
4. 4.	分布則の実験的検討	79
4. 4. 1	実験方法およびデータ処理	79
4. 4. 2	理論と実験値との比較	80
4. 5.	結語	83
	参 考 文 献	
第 5 章	水温成層化したダム貯水池における濁水の挙動に関する研究	88
5. 1.	概説	88
5. 2.	水温成層化したダム貯水池における濁水挙動の実態	89
5. 2. 1	濁度分布と流れの形態	89
5. 2. 2	濁度物質の粒径分布	92
5. 3.	水温成層場における濁水挙動に関する水路実験	95
5. 3. 1	実験の目的, 方法および条件	95
5. 3. 2	濁度の鉛直分布に関する実験的考察	95
5. 3. 3	水温躍層および下層領域における濁度物質の貯留機構に関する実験的考察	96

5. 4	貯水池濁度の解析モデル	97
5. 4. 1	濁度物質の輸送特性と貯水池の領域区分	97
5. 4. 2	基礎方程式および境界条件	98
5. 4. 3	流速分布の設定	101
5. 4. 4	拡散係数の設定	102
5. 4. 5	水温躍層領域の設定	104
5. 4. 6	領域U, 領域Mおよび領域Dの設定	105
5. 4. 7	数値解析法および流れ図	106
5. 5	解析モデルの適用例	107
5. 5. 1	貯水池流出濁度	107
5. 5. 2	貯水池内の濁度分布	111
5. 6	結 語	114
	参 考 文 献	
	結 論	117
	付 録	120

緒 論

流体中に温度差、湿度差あるいは溶解物質や浮遊物質の濃度差があると、場に作用する質量力の差によって、流れや波などの相対運動が生じる。こういった現象は、我々の生活空間のいたるところで容易に感知される。たとえば、夏の暑い日、海陸風を快く感じた経験をもつ人もあろうし、潜水の得意な人は、海水や湖水がある時期には水温成層化することを容易に知ることができる。ダム貯水池周辺で生活する人々は、少し注意を払うことにより、河川からの流入濁水が水面下に潜り、水面に濁水境界が現われるのを見ることができる。また、密閉された部屋で、たばこを静かに味うとき、煙が層状化し、この中に大小さまざまな規模の波動現象を見出すであろう。このような密度流現象の特徴は流体内の密度差によって形成される流れと波にあるが、密度流を流れの起動力や密度分布特性によって分類すると、

- (1) 静力学的に安定な密度成層場の成層流
- (2) " 不安定な密度成層場の成層流
- (3) gravity currents (重力流)
- (4) forced plume あるいは buoyant jet (密度噴流・浮力噴流)
- (5) thermals (熱流塊)

のようである。gravity currents においては、フロント領域を除くと、主流方向の密度変化は顕著でなく、主流と水平面のなす角 θ が、 $\cos \theta \doteq 1$ 程度であれば、流れの構造に及ぼす密度分布の影響は、(1)の場合と何ら変わらない。したがって、(3)の流れは、フロント領域を除くと(1)のそれと同等と見なし得る。

密度流や水温構造および内部波といった密度成層場の諸現象が自然科学の対象として取り上げられたのは、今世紀初頭からであって、まず、湖沼学者や海洋学者によって観測を中心とした研究が進められた(吉村¹⁾、Jacobsen²⁾)。彼らの興味の中心は湖沼や海洋における水温構造であった。その後、1920～1930年代にかけて、気象学者や流体力学者は、内部重力波の運動や安定成層場での乱れの減衰といった問題(Taylor³⁾、1931)に興味を示した。歴史とともに流体力学的手法も発展し、1950年代後半から密度成層場の乱れ構造などの問題が扱われるようになった。また、この時代には、接地気層の風速分布や気温分布などを扱った Monin・Obukhov の相似理論(Lumley⁴⁾ et al, 1964)が提案され、固体壁面上の密度成層せん断乱流場の輸送現象も明らかにされつつあった。

こうした研究により、密度流現象が明らかにされるに伴ない、1960年代には、地球物理や地形学者によって、dust storm や turbidity currents による地形発達の問題(Sheidegger⁵⁾、1970)が論じられ、地質学者は、Grand Banks turbidity currents の流体力や輸送力に着目して、地層底痕や級化層の説明を試みている(Holmes⁶⁾、1965)。

一方、密度流現象と水工学との結びつきには、歴史的にみてもつぎのような必然性があった。第2次世界大戦以後の社会・経済活動の急激な変化に伴って水利用の形態が大きく変化するとともに、生産活

動に必要な水の需要が急増した。そのため、多数のダム貯水池が世界各国で築造され、turbidity currents による貯水池堆砂や水温・水質問題が生じた。また、河川水をこれまで以上に有効に利用するため、河口部における水質、とりわけ塩分分布の問題に対処する必要が生じた。さらに、発電用冷却水による熱汚染の問題に対処しなければならなくなった。

こうした社会的要請に対して、水工学の分野において密度流の諸問題を扱ったのは、恐らく Keulegan⁷⁾ (1944) が最初であって、彼は、2層流界面から発達する境界層の問題を論じた。その後、Keulegan⁸⁾ (1949) は、界面混合や抵抗について考察した。界面波の安定限界を論ずる際重量な無次元量である Keulegan Number は、この時発表されたものである。さらに1953年 Minnesota 国際水理学会議で密度流が中心課題の一つに挙げられ、以後、この分野でも密度流研究が活発に行われるようになる。時期を同じくして、乱れ概念など多くの流体力学的知見が従来の経験水理学へ導入され、現象の理解とその水理的解析法が大幅に進歩し、現在に至っている。この間、Jour. Fluids Mechanics の論文や国際的な学会報告などに見られるように、興味の内容はそれぞれに異なっているが、流体を対象とする広範な分野の研究者が互に歩調を合わせ、密度流現象の解明に努力してきた。

以上、種々の分野の研究者が、研究初期の段階において密度流現象に対して、どのような興味を示してきたかについて若干の知見を述べたが、以下、本論が対象とする(1)および(3)の流れに関するその後の研究状況と問題点について概要を示すとつぎのようである。

固体壁面上の定常状態における風速、気温、および水蒸気などの分布については、Monin-Obukhov の相似理論の提出以後、観測を中心とした研究が進められ、相似理論の第1近似式、すなわち、**対数+線形則**に含まれる未定係数や同式の適用領域が明確にされつつあり、また、安定度の大きい領域の分布形や乱れの構造についての研究が活発に行われている。

一方、境界面が、密度こう配の急変点で定義されるような場合の成層流では、主流が層流状態である場合の流速分布や界面抵抗の問題はほぼ解決されている。しかし、我々の興味の主対象であるせん断乱流に関しては、乱流であることに起因する現象が加わるため、問題はかなり複雑である。こうした密度成層場のせん断乱流に関連した諸問題を解明するには、大きく分けて、

- (a) 乱流連行現象などの界面混合機構
- (b) 乱れ構造および平均場の分布形
- (c) 密度境界面の抵抗則

などを明らかにしなければならない。

せん断場の連行現象を初めて定量的に評価したのは、Ellison・Turner⁹⁾ (1959) であって、連行係数と overall Richardson 数の関係を水路実験に基づいて考察した。その後、多くの研究者によって、流れの場や外力条件の異なった流れを対象とした実験的研究が行われ、連行現象は、速度および長さのスケールと密度差から作られる無次元量、すなわち、overall Richardson 数によって定められることが明らかにされている。しかし、それぞれの研究において、スケールの選び方がまちまちであって、また、実験的に定められる定数が異なっている。したがって、現在、これらの研究成果の統合化が望まれており、そのためには、連行現象の基本的な機構の究明が必要である。

乱れ構造については、Ellison¹⁰⁾ (1957) や Townsend¹¹⁾ (1958) によって、単純な条件の下で理論的取り扱いが試みられたが、測定器の開発の遅れのため、検証すべき十分なデータが得られず、その後十分な進展を見なかった。しかし、1970年代になって V 型 hot film の開発がなされ、精度の良いデータが得られるようになり、また、理論的考察においても圧力変動量と他の変動量との相関が注目されるようになり、新たな展開がなされつつある。しかしながら、乱れ構造は、流れの場の幾何学的条件や密度場の条件などによって、大きく変化するため、普遍性の高い理論や経験則が確立されるには、なお、今後の活発な研究が必要である。平均場の分布形についても、上と同様の理由から、それぞれの実験ごとに経験則が提案されている程度である。

密度境界面の抵抗則は、平均流速、流れの層厚および界面のまさつ速度や塩水楔の侵入長といった諸量を推定する上で最も重要なもので、1960年代に本格的に研究されるようになった。その結果、多くの経験則が提案され、塩水楔の侵入長や楔形状などの大局的な把握はできるようになった。しかし、いずれの経験則においても、乱流場の基本的な現象である乱流連行現象が考慮されておらず、塩分や濁度分布などの輸送現象を扱う場合には、より適切な抵抗則が必要である。

安定な密度成層場の成層流に関する研究は、現在上述のような状況にある。近年、社会的関心事になっている貯水池における濁水長期化、水温、富栄養化現象ならびに、河口部における水質現象などは、ほとんどの場合、密度成層場における輸送現象として扱うことができる。したがって、こうした水質問題に対処するには、まず第一に、密度成層せん断乱流場における輸送現象を規定する個々の現象を水理学的に明らかにしていく必要がある。

著者^{12) ~ 18)} (1975, 1976, 1977, 1978, 1979) は、このような観点から、密度成層せん断乱流場で生起する諸現象の解明に努力してきた。本論文は、こうした研究によって得られた成果をとりまとめたもので、次の5つの章から構成される。

第1章では、密度成層流が乱流であるために起る現象、つまり乱流連行現象について定量的評価を行う。まず、連行速度の概念を明確にし、実験ならびに従来の研究成果を統合して、連行率または連行係数についての経験則を提案する。ついで、乱流連行による水温躍層の低下過程について考察する。

第2章では、界面抵抗則についての理論的考察を行い、抵抗係数の推定式を提案する。従来、抵抗則の考察に際して、乱流連行による混合過程が無視されていたが、連続式、質量保存則および運動量保存則に対して、これを考慮して理論を展開し、新たな抵抗則を導き、著者や他の研究者の実験値と比較検討する。

第3章では、密度成層流の流れの形態について考察し、それぞれの形態における流速、水温および密度分布則を混合距離理論を用いて導く。ついで、これらの分布則と実験値とを比較し、その妥当性を検討する。分布則の誘導に際して、混合距離の分布をいかに設定するか重要であるが、境界面において運動量や質量の輸送を考えるため、界面で混合距離を仮定し、主流域の混合距離は直線分布を想定する。界面混合距離は、第2章の結果と第4章で考察される界面における拡散係数の理論を用いて決定し、混合距離の分布を規定するカルマン定数は、加速度平衡式などを用いて定める。

第4章では、連行速度を用いた一次元質量保存則と連続成層流に関する二次元移流拡散方程式を用いて、境界面における渦動拡散係数を理論的に導くとともに、前章で考察された質量と熱量に関する混合

距離を用いて、渦動拡散係数の分布形を議論する。これらの理論の妥当性については、実験的に検討する。

第5章は、いわば第1章～第4章で示された研究成果の統合化およびこれらの適用例を示したものである。まず、貯水池における濁水挙動の実態について略述し、さらに、密度成層場における濁度物質の拡散と貯留機構に関して実験的検討を行う。ついで、実験より得られた結果ならびにこれまでに得られた研究成果を適用した貯水池濁度の解析法について述べるとともに、実際の貯水池に適用した例を示す。最後に、これらの研究によって得られた成果を総括して結論とする。

参 考 文 献

- 1) 吉村信吉：湖沼学，三省堂，1937，pp. 110 ~ 149.
- 2) Munk, W. H. and E. R. Anderson : Notes on a theory of the thermocline, *Jour. Marine Res.*, Vol. 7, 1948, pp. 276 ~ 295.
- 3) Taylor, G. I. : Effect of variation in density on the stability of superposed streams, *Proc. Royal Soc. A*, Vol. 132, 1931, pp. 499 ~ 523.
- 4) Lumley, J. L. and H. A. Ponofsky : The structure of atmospheric turbulence, John Wiley & Sons, 1964, pp. 99 ~ 118.
- 5) Scheidegger, A. E. : Theoretical geomorphology, Springer - Verlag, 1970, pp. 29 ~ 37.
- 6) Homes, A. : Marine sediment and the ocean floor, *Principles of Physical Geology*, Nelson, 1965, pp. 864 ~ 870.
- 7) Keulegan, G. H. : Laminar flow at the interface of two liquids, *Jour. of Res. of the National Bureau of Standards*, Vol. 32, 1944, pp. 303 ~ 327.
- 8) Keulegan, G. H. : Interfacial instability and mixing in stratified flows, *Jour. of Res. of the National Bureau of Standards*, Vol. 43, 1949, pp. 487 ~ 500.
- 9) Ellison, T. H. and J. S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flows, *Jour. Fluid Mech.* Vol. 6, 1959, pp. 423 ~ 448.
- 10) Ellison, T. H. : Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane, *Jour. Fluid Mech.* Vol. 2, 1957, pp. 456 ~ 466.
- 11) Townsend, A. A. : Turbulent flow in a stably stratified atmosphere, *Jour. Fluid Mech.* Vol. 3, 1958, pp. 361 ~ 371.
- 12) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究 (1) — 躍層における拡散係数を中心として — ，京都大学防災研究所年報，18号 B，1975，pp. 492 ~ 512.
- 13) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究 (2) — 濁度物質の拡散と流出機構 — ，京都大学防災研究所年報，19号 B-2，1976，pp. 311 ~ 327.

- 14) Ashida, K. and S. Egashira : Hydraulic characteristics of thermocline in reservoirs, 17th Congress of I. A. H. R. Vol. 2, Barden - Barden, 1977, pp. 33 ~ 40.
- 15) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(3) — 流れと混合機構 — , 京都大学防災研究所年報, 20号 B-2, 1977, pp. 437 ~ 450.
- 16) 芦田和男・江頭進治：成層密度流の流速分布則に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 21号 B-2, 1978, pp. 455 ~ 465.
- 17) 芦田和男・江頭進治・古谷健：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(4) — 貯水池濁度の解析手法を中心として — , 京都大学防災研究所年報, 22号 B-2, 1979, pp. 311 ~ 327.
- 18) 江頭進治・芦田和男：密度成層流の流れの構造に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 22号 B-2, 1979, pp. 355 ~ 381.

第1章 連行現象と水温躍層の侵食 低下機構に関する研究^{1), 2)}

1.1 概説

静力学的に安定な密度成層場に風や重力の作用によってせん断流が形成されるか、または強制的に機械的擾乱が加えられると、流水や擾乱のエネルギーの一部が混合のために消散され、密度の比較的一様な層、つまり乱流層が時間的に拡大する。また、密度噴流においては、流れに沿って流量の増加が見られる。これらを総称して乱流連行現象 (turbulent entrainment) といい、こういった連行過程を模式的に示すと図 - 1.1 (a), (b), (c) のようである。同図において、 ρ は密度、 q は単位幅流量、 t は時間 ($t_1 < t_2$) である。(a) 図は、下層静止の状態、上層がせん断乱流状態にあるか、あるいは振動格子などによって擾乱が加えられた場合の連行過程であって、(b) 図は、上・下層とも乱れた状態にある場合のもので、この場合の連行過程は両層の密度が時間的に近接する現象で表される。(c) 図は、表面密度噴流の連行過程であって、この場合は、流下方向に流量が増加する。このように、連行現象には流れの場や流れの起動力の相異によって種々の形態があるが、いずれも乱流層への周囲水の混入速度が問題となる。

こういった連行現象に関する研究は、

- (a) 平均流がない場における連行過程
- (b) せん断乱流場における連行過程

に関するものに大別され、代表的なものを示すと表 - 1.1 のようである。

平均流がなく、振動格子などによって連行現象を調べるものは、連行の機構を把握する意味においては、その価値が認められるが、実際のせん断乱流場における現象との対応が明らかでない。この種の研究を発展させるには、人工的に生成される乱れ特性量とせん断乱流場における乱れ特性量との関連性を明らかにしなければならないが、いまだに、こうした観点に基づいた研究は見あたらない。

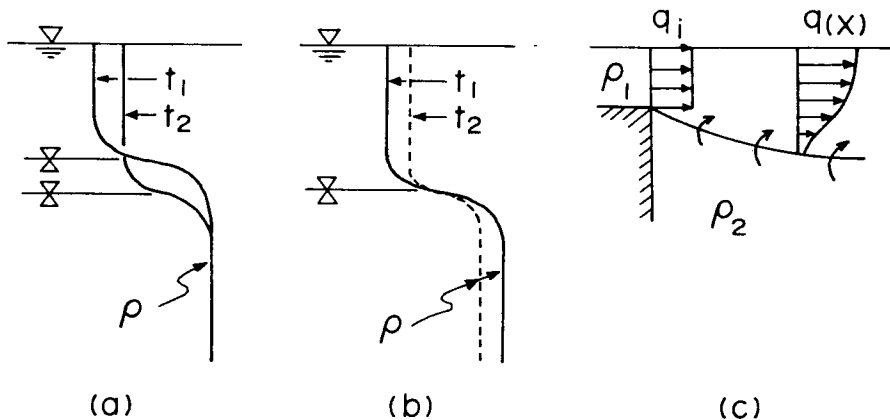


図 - 1.1 連行現象の模式図

表 - 1.1 連行現象に関する従来の研究

平均流がない場合を対象にしたもの				
Rouse・Dodu ³⁾ (1955)	円筒形水槽	振動格子 (上・下調和振動)	塩水	図-1.1(a)
Turner ⁴⁾ (1968)	"	"	塩水・温水	"
Wolansky・Brush ⁵⁾ (1973)	"	"	塩水・温水 浮遊物	"
Linden ^{6)~8)} (1973,'74,'75)	長方形断面水槽	渦環発生装置	塩水	"
浅枝・玉井 ⁹⁾ (1979)	長方形断面直線 水路	摺動板	"	"
せん断乱流場を対象にしたもの				
Ellison・Turner ¹⁰⁾ (1959)	長方形断面直線 水路	表面噴流 inclined plume	塩水	図-1.1(c)
小松 ¹¹⁾ (1978)	"	表面噴流	"	"
Kato・Phillips ¹²⁾ (1969)	円形水路	スリット回転による 流れ	"	図-1.1(a)
Kanta・Phillips・Azad ¹³⁾ (1977)	"	"	"	"
Moore・Long ¹⁴⁾ (1971)	競技場型水路	上・下層逆向きジ ェットによる回転流	"	図-1.1(b)
Wu ¹⁵⁾ (1973)	長方形断面 風洞水槽	風波と吹送流	"	図-1.1(a)
和田・片野 ¹⁶⁾ (1973)	"	"	"	"
Lofquist ¹⁷⁾ (1960)	長方形断面直線 水路	下層密度流 (plume)	"	"

一方、せん断乱流場を対象としたものは、実際現象との直接的な関連があり、連行率 E と流れの平均量との関数関係は、かなり明らかにされている。しかし、研究者相互の統一の見解が得られるに至ってなく、現在、以下のような状況にある。

連行率 E は、代表流速 U_c 、上・下層の密度差 $\Delta\rho$ および規準密度 ρ_c によって作られる overall Richardson 数 \tilde{R}_{i*} のみによって規定されることが明らかにされており、現在、(1.1)式の関数形 $G(\tilde{R}_{i*})$ を実験的に定めることに努力が払われている。

$$E = G(\tilde{R}_{i*}), \quad \tilde{R}_{i*} = \Delta\rho g L_c / \rho_c U_c^2 \dots\dots\dots (1.1)$$

上式で、 W_e を連行速度とすると、 $E = W_e / U_c$ である。実験の種類によって代表スケールの選び方が

異なるが、関数 G に関して、Kato・Phillips, Moore・Long および Wu の研究では、次式が提案されている。

$$G(\tilde{R}_{i*}) \propto \tilde{R}_{i*}^{-1} \dots\dots\dots (1.2)$$

Kanta・Phillips・Azad は、 $90 < R_{i*} < 400$ の範囲で上式を認めている。和田・片野は、 $G \propto \tilde{R}_{i*}^{-0.87}$ なる関係を提示しているが、彼らの実験値は、(1.2)式でも十分評価されるようである。なお、Kantaらおよび和田らの実験において、 E および \tilde{R}_{i*} の算定には代表流速としてまきつ速度が使われているため、後述の図 - 1.9 との比較は困難である。このように、連行率 E に関しては、大半が実験的考察に基づくものであるが、これを理論的に求めるため、小松は加速度平衡式などを用いて考察した。しかし、導かれた結果は、 $\tilde{R}_{i*}(U_c: \text{平均流速})$ が $0 \sim 0.15$ 程度の狭い範囲で検証されているに過ぎない。一般の成層密度流においては、通常、 $\tilde{R}_{i*}(U_c: \text{平均流速})$ が 1 より大きいため、小松の理論が、この種の流れに対して妥当であるか疑問である。

連行現象に関する研究は、上述のような状況にあって、連行率 E に関して、(1.2)式がほぼ認められているが、いずれもスクリーンの回転、ジェットおよび風などによる強制流が対象とされており、研究相互の比較が困難である。また、貯水池における成層流や塩水楔の流れのように、流れの起動力が重力あるいはせん断応力である場合の連行現象に関する研究はほとんどなされていない。

本章においては、まず、連行現象に関する統一的な見解を得るため、連行速度の二つの表示法、つまり、体積保存則および質量保存則を用いた表示法について述べ、これらの表示法によって従来の研究を分類する。ついで、エネルギー的考察に基づいて連行率の関数形を導き、上層密度流に関する実験結果や他の研究結果を参考にして、未定係数を定める。さらに、連行率に関するこれらの結果を適用し、水温躍層の低下に関する理論式を提案するとともに、実験や現地観測値によってこれを検証する。

1.2 連行速度および連行率の表示法

水のように圧縮率が非常に小さい流体においては、連続式(体積保存式)と密度保存則が近似的に両立し(玉井¹⁸⁾ 1977), 2次元流の連続式は次のように示される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1.3)$$

ここに、 u, w : 流速の x, z 成分で、 x 軸は水面に、 z 軸は水面から鉛直下向きにとられている。図 - 1.2 は、上層密度流を模式的に示したもので、 ρ_1, ρ_2 は上層および下層水の密度で、 d_1, d_2 は上・下層の厚さ、 U_1, U_2 は上・下層の平均流速、 W_e は連行速度である。同図において、微小区間 Δx と d_1 で囲まれる領域を control section に選び、上流側、下流側、水面および境界面をそれぞれ添字 1, 2, 3, 4 で示すと、これらの境界の単位長当りの流量は、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u_1 \cos(x, \nu) + w_1 \cos(z, \nu) &= -u_1 \\ u_2 \cos(x, \nu) + w_2 \cos(z, \nu) &= u_2 \\ u_3 \cos(x, \nu) + w_3 \cos(z, \nu) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.4)$$

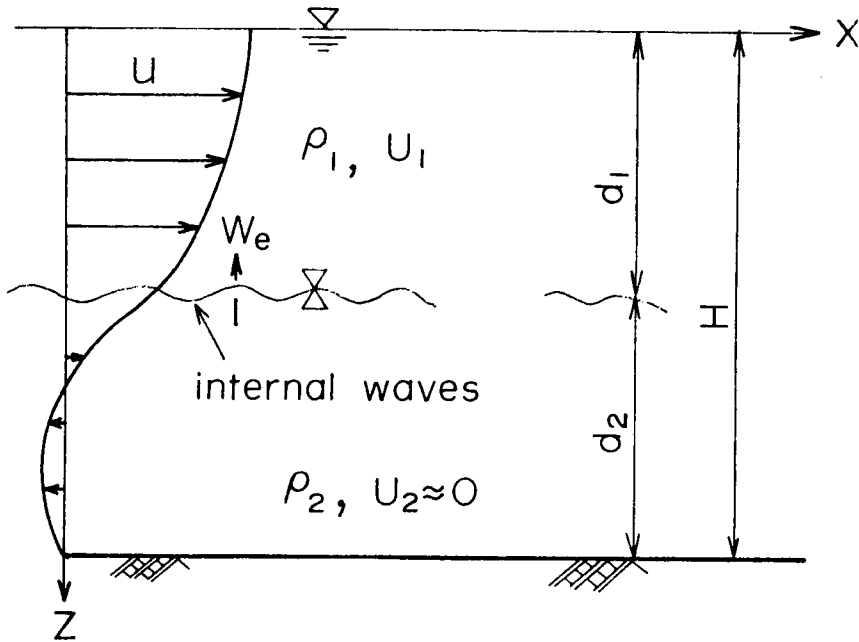


図 - 1.2 上層密度流の模式図

$$u_4 \cos(x, \nu) + w_4 \cos(z, \nu) = -u_4 \frac{\partial d_1}{\partial x} + w_4 \quad]$$

ここに、 $\cos(x, \nu)$, $\cos(z, \nu)$: 境界法線の方向余弦。上式で、境界面流速の鉛直成分 w_4 は、内部波の運動および連行速度 W_e を用いて次のように示される。

$$w_4 = \frac{\partial d_1}{\partial t} + u_4 \frac{\partial d_1}{\partial x} - W_e \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

(1.4) および (1.5) 式を用い、(1.3) 式を control section にわたって積分し、極限操作を行えば、連行速度 W_e は、上層の平均量によって次式のように示される。

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (U_1 d_1) = W_e \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

上式によると、連行速度は、上層厚の時間変化率と流れに沿った流量の変化率の和によって定義される。

つぎに、質量保存則による連行速度の表示法について述べる。これに関しても、2次元質量保存則に対して、上述の手順と同様な方法により連行速度の表示式は導かれるが、ここでは、図-1.3を参照して、1次元密度保存則を用いて導くことにする。さて、同図を参考にすると、微小区間 dx における質量保存は、つぎのようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 d_1) dx + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 U_1 d_1) dx = \rho_2 W_e dx \quad \dots\dots\dots (1.7)$$

上式に(1.6)式を用いると、密度保存則は次式のように示される。

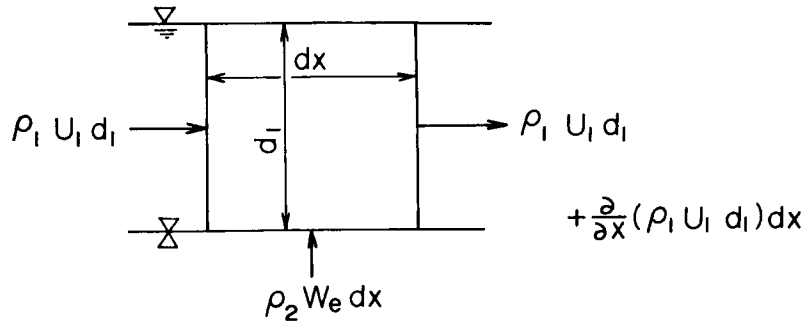


図 - 1.3 連行を伴う上層流の質量保存関係

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\Delta \rho}{d_1} W_e, \quad (\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1) \dots \dots \dots (1.8a)$$

また、(1.6)式と同様な表示をすれば、

$$\frac{d_1}{\Delta \rho} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{U_1 d_1}{\Delta \rho} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = W_e \dots \dots \dots (1.8b)$$

(1.8a, b)式は、密度の大きな下層水が、連行によって上層へ混入されるため、上層の密度が時間的にも変化することを示すものである。

以上、二つの異なった方法によって連行速度が表示された。そこで、これまでに行われた連行現象に関する研究を、これらの式に基づいて分類すると表-1.2のようである。

表 - 1.2 連行速度の相違による分類

連 行 速 度 W_e	研 究 者
$\frac{\partial d_1}{\partial t}$: (1.6)式左辺第1項	Rouse · Dodu, Turner, Wolansky, Linden, 浅枝 · 玉井, Kato · Phillips, Kanta · Phillips · Azad, Wu, 和田 · 片野, Lofquist
$\frac{\partial}{\partial x}(U_1 d_1)$: (1.6)式左辺第2項	Ellison · Turner, 小松, 他の密度噴流 ¹⁹⁾
$\frac{d_1}{\Delta \rho} \frac{\partial \rho_1}{\partial t}$: (1.8b)式左辺第1項	Moore · Long

本表に示すように、流量の変化が無視できる場合の連行現象は、躍層あるいは密度境界面の侵食低下として現われ、連行速度は(1.6)式左辺第1項で表示される。半無限鉛直平面内の2次元噴流のように、連行される水量が周囲から補給される場合は、密度境界の時間的変動はなく、連行速度は、(1.6)式左辺第2項で示される。Longの実験のように、上・下層の流れが逆向で、しかも両層とも乱流状態であって、流れ方向の密度変化が無視できる場合の連行速度は、(1.8b)式左辺第1項によって表される。

以上のように、おのおの実験において、連行速度がどのように求められてきたか明確にされ、しかも全ての実験が、(1.6)式および(1.8b)式によって表示できることが判明した。

さて、連行速度の定量的評価は、前にも述べたように連行率 E を用いて考察される。

$$E = W_e / U_1 \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

ここに U_1 は、上層の平均流速であるが、以下、他の研究と照応しつつ議論する場合は、代表流速の意味で用いられる。連行率 E がどのような水理変数によって規定されるかについては、Long (1971) や Kanta・Phillips・Azad (1977) の次元解析的考察や他の多くの実験的研究に見られるように、

(1.1)式、すなわち、次の overall Richardson 数、

$$R_{i*} = \frac{\Delta \rho g d_1}{\rho U_1^2} \quad , \quad (\rho = \rho_1 \div \rho_2 : \text{基準密度})$$

のみによって評価されることが明らかにされている。そこで、簡単なエネルギー的考察から、(1.1)式の関数形 G を導いてみよう。

連行の機構については、振動格子を用いて実験的研究を進めている多くの研究者によって、混合層の位置エネルギーの増加は、擾乱のエネルギーの一部が混合によって消費されるために起る、といった考察がなされている。ここでは、せん断乱流を対象とするので、より直接的に、上層の流れが境界面に対してなす仕事の一部が連行によって消費され、これが上層の位置エネルギーの増加をもたらすものと考えられる。すると、このことは、上層の重心が $d_1/2$ であるので、つぎのように表示される。

$$\rho_1 U_1^3 \propto \Delta \rho W_e g \frac{d_1}{2} \quad \dots\dots\dots (1.10)$$

上式を変形すると、

$$E = \frac{W_e}{U_1} \propto \frac{\rho_1 U_1^2}{\Delta \rho g d_1} = R_{i*}^{-1} \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

となり、連行率 E は、 R_{i*}^{-1} に比例することが導かれる。上の関係は、前節で述べたように、多くの実験によって確かめられている。そこで次節において、上層密度流の実験や、他の研究者の実験値を用いて、比例定数に関する考察を行う。

1.3 連行率に関する実験的考察

1.3.1 実験装置および実験方法

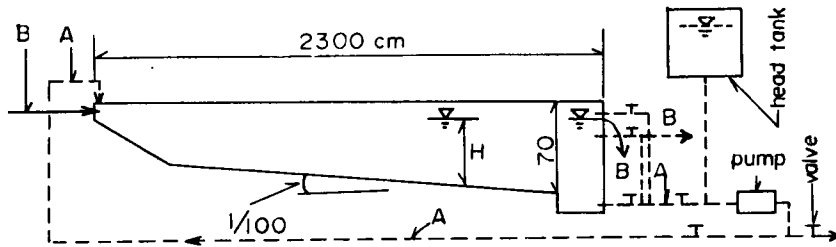


図 - 1.4 実験水路

成層密度流の実験を開始して数年が経過し、その間、実験方法は年々改良されるとともに新しい測定器が導入されてきた。また、実験は、単一目的で行われたものはほとんどなく、連行現象と濁度分布あるいは、流速分布と水温分布といったように、ほとんどが多目的に行われている。したがって、実験の種類や目的および水理条件などについては、本論の最後の付録に示し、以下の各章における実験に関連した記述で、必要が生じた場合、ここから引用することにする。

(1) 実験水路

実験水路の略図は図-1.4のようであって、全長23m、水路幅38.5cm、下流端より1m上流の深さ70cm、水路床こう配1/100の長方形断面水路である。水路の片側側壁と底面はコンクリート製で、一方側は鋼製であり、鋼製側壁は厚さ5cmの発泡スチロール板で断熱されている。また、コンクリート側壁には、下流端から4.3mおよび11.5m地点に、幅80cmの観測用ガラス窓が付けられている。水路の上流には、約50m³のコンクリート製貯水槽が、下流には、発泡スチロール板で断熱された3.5m³の鋼製貯水槽があって、上流側貯水槽には、気温とはほぼ同じ水温の水が貯水されており、下流側の貯水槽には、約16～18℃の地下水が給水されるようになっている。

水路への給配水は、下流端に設けられたポンプによるA-Aの循環系統および上流の貯水槽からポンプアップし、水路上流端から給水し、下流端から放流する非循環系B-Bによって行われる。流量の測定は、A-Aの場合、フロート式流量計および上流端の直角三角ぜきを用いて、B-Bを用いる場合、上・下流端に設置されている直角三角ぜきを用いて行われている。

水路下流端における取・放水の状況を詳しくみるため、下流端近傍の縦断面図を示すと、図-1.5のようであって、3.5×30cmの断面を有する取水口が三段設置されている。これらの取水口は、ポンプに接続されていて、取水循環が可能である。また、中段の取水口は、ポンプを通

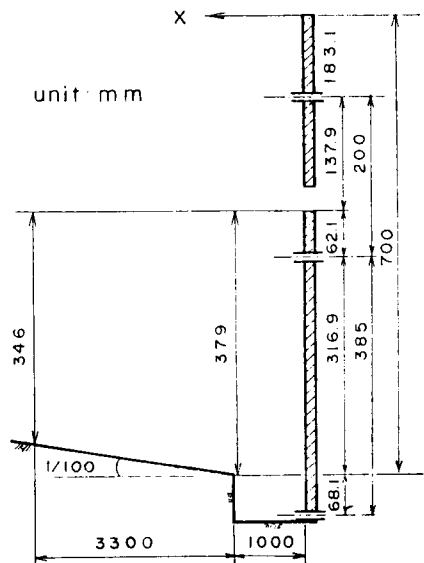


図 - 1.5 水路下流端近傍の断面

さず、水路水との水位差によって放流できるようにされており、この場合流量調整はスリースバルブによって行われる。さらに、上段と中段の取水口の間には、越流放流ができるように全幅越流ぜきが設けられており、約 5 l/s の自由越流が可能である。

(2) 測定装置

測定項目は、流量、水位、流入・流出水温および所定の断面における水温分布である。流量は(1)で述べた方法で、水位はポイントゲージを用いて測定された。流入・流出水温および水温の鉛直分布は、6打点式サーミスタ温度計2台によって測定された。水温分布測定用サーミスタプローブは、図-1.6に示すようなものであって、それぞれ5個のガラスサーミスタを内径 3 mm (Probe A) および 2.5 mm (Probe B) のステンレス管に埋め込み、鉛直方向に約 2 cm 間隔にセットしたものである。このように受感部がステンレスで覆われているため、時定数(約 10 秒)が大きくなり、変動周期の短い成分の

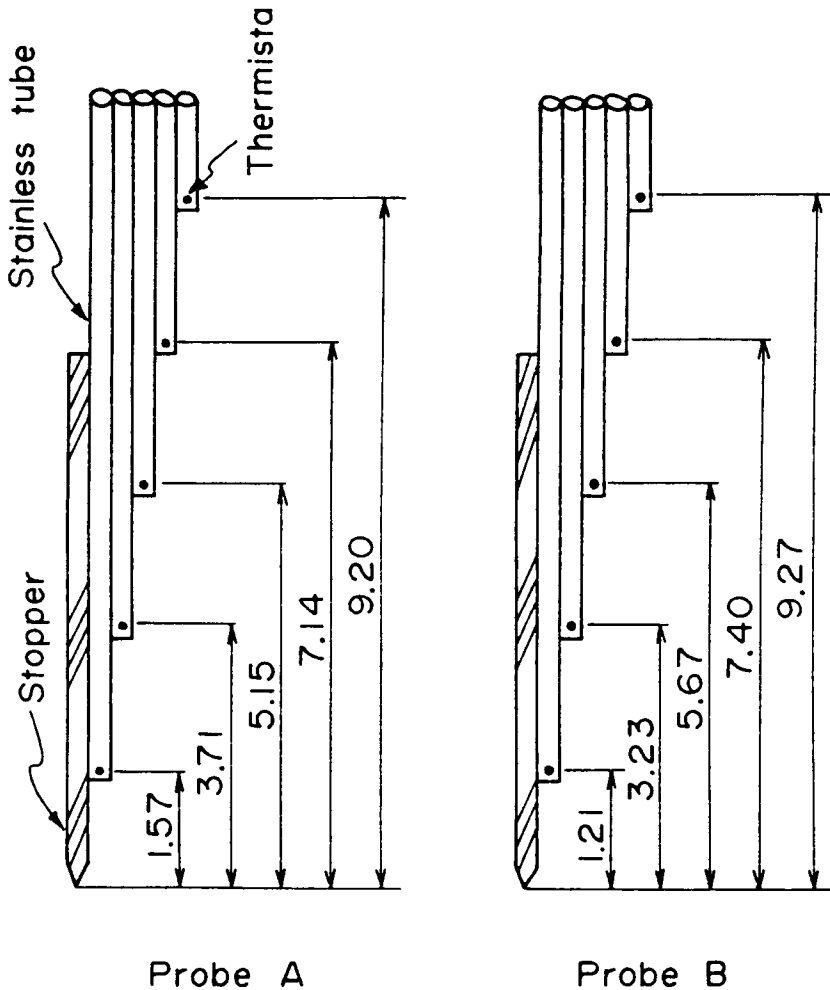


図 - 1.6 水温測定器の受感部

測定は不可能であるが、本実験のように平均値を対象とした測定にはより好都合である。

(3) 実験の手順

地下水と水道水の水温差が最も大きくなる7月～9月にかけて全ての実験は行われている。Exp. 4-1～4-6(付録・表-1)においては、まず、所定量の水道水を水路へ供給し、日射光で昇温させた後、水温が一様になるまでこれを擾乱し、風や放射による熱損失を少なくするため水路全面を発泡スチロール板で覆う。つぎに、下流端の貯水槽に貯えられた地下水を下段の取水口を利用して静かに給水し、2成層状態を作る。このようにして初期条件が設定された後、上段(Exp. 4-1)または中段(Exp. 4-2～4-6)の取水口をポンプに接続し、給配水系A-Aによって上層の温水を循環させることによって測定が開始される。このような手順によってExp. 4のシリーズの実験は行われたが、これらを除いた全ての上層流の実験は、つぎのように行われている。すなわち、地下水を越流せき天端まで給水

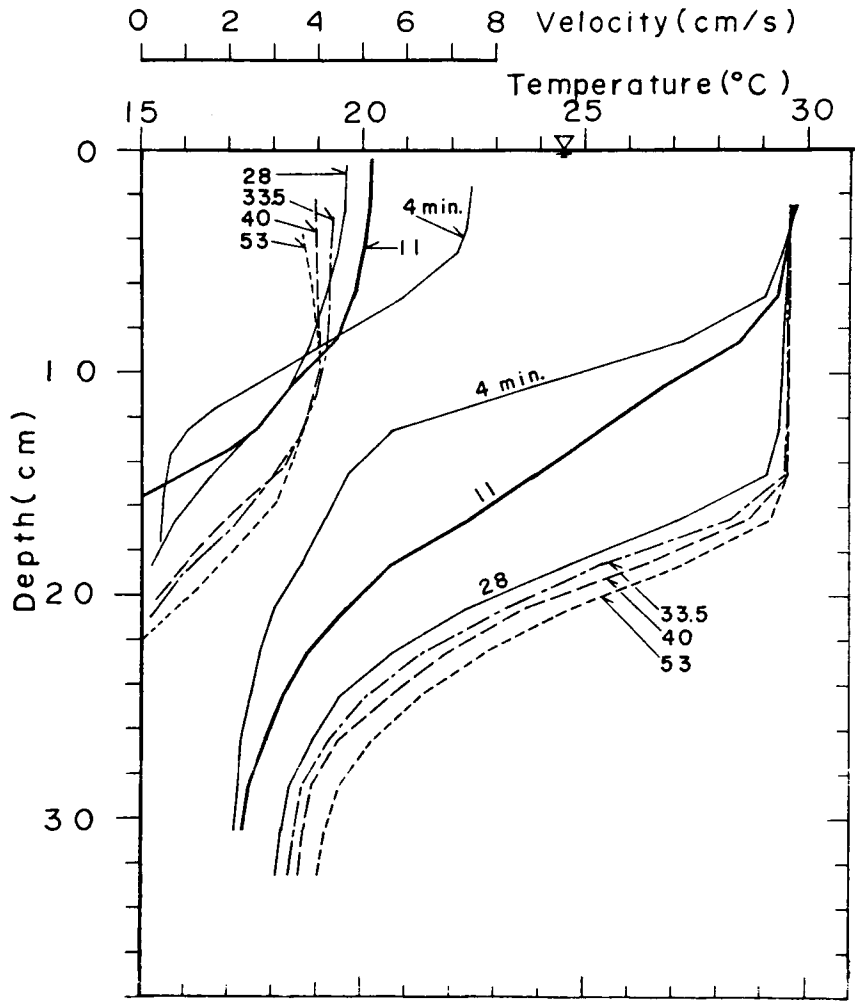


図-1.7 上層流における水温分布の時間変化の一例 (Exp. 8-3)

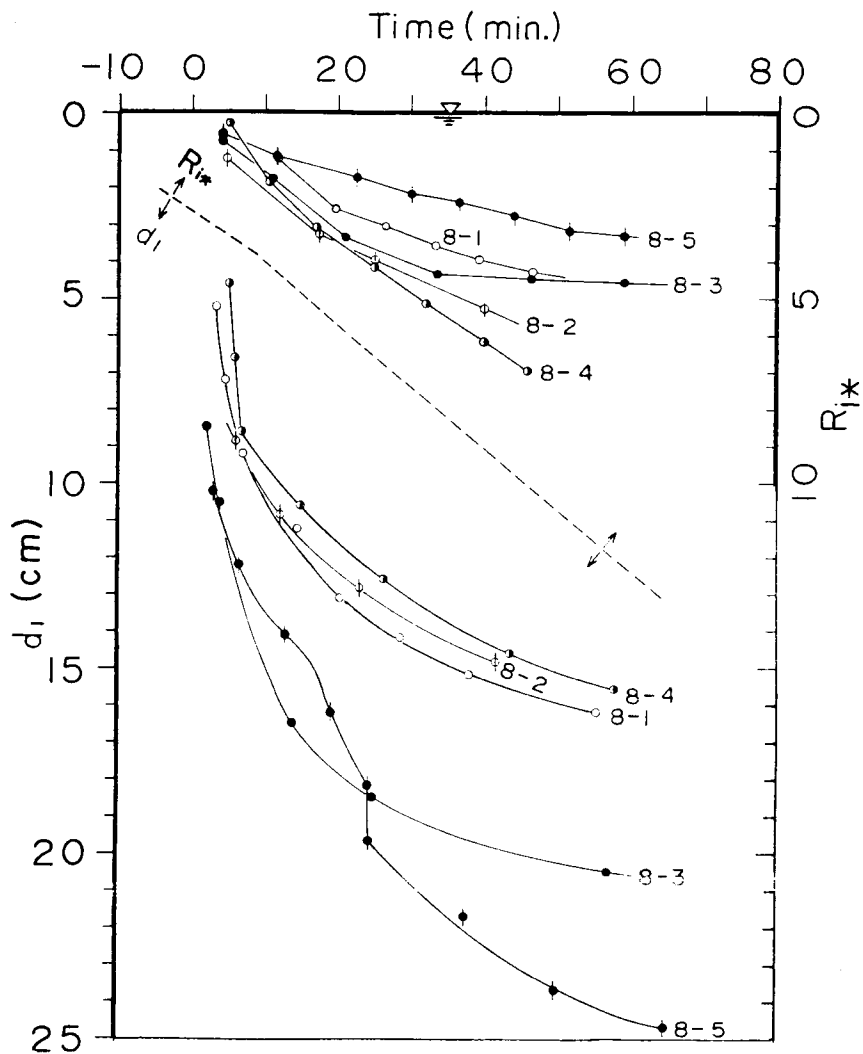


図-1.8 密度境界面の低下過程と overall Richardson 数の関係

した後、給配水系B-Bを用いて、上流の大容量貯水槽に貯えられた水道水を、水路の上流端から給水することによって行われている。

1.3.2 実験結果

前項で述べたように、流量が流下方向に変化しない条件で実験が行われているので、連行過程は、密度境界面（密度こう配が最大になる面）の侵食低下、すなわち(1.6)式左辺第1項で表される。図-1.7には、Exp. 8-3に関して、下流端から5.8 m上流断面で測定された水温の鉛直分布が示されているとともに、第3章で考察される流速分布も示されている。同図から、水温躍層が時間とともに低下しているのがよくわかる。図-1.8は、境界面の位置および overall Richardson 数 Ri_* の時間変化を示したもので、 Ri_* が小さいほど、境界面の低下速度は大きく、 Ri_* が増加するに伴い境界面の低

下速度が緩慢になる様子が知れる。なお、同図において Exp. 8-5 の境界面の低下の様子が他のケースのものと異なっているのは、実験中、流量を変化させているためである。

これらの図に示した実験結果の一例によって水温躍層あるいは境界面の低下の状況は示されたので、つぎに、連行率 E について検討しよう。Exp. 4, Exp. 6 および Exp. 8 のシリーズにおいて、境界面の低下速度を (1. 6) 式左辺第 1 項、すなわち、

$$W_e = \partial d_1 / \partial t$$

によって求め、上層流の平均流速を、

$$U_1 = q / d_1, \quad (q : \text{単位幅流量}) \dots\dots\dots (1. 12)$$

で定義し、連行率と overall Richardson 数の関係を求めたのが図-1.9 (付録・表-7, 8, 9 参照)

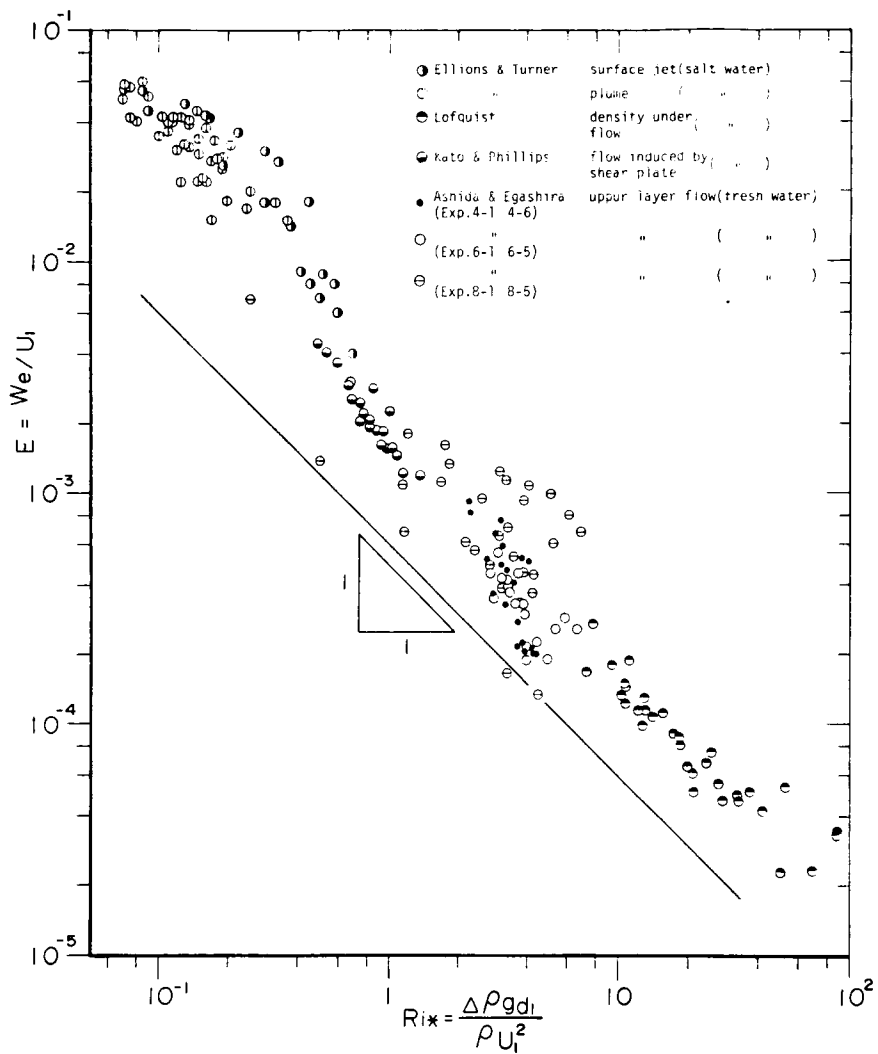


図-1.9 連行率 E と overall Richardson 数との関係

に示されている。また、同図には、表-1.1および表-1.2に掲げた研究のうち、代表流速が(1.12)式で定義されるもののデータも示されている。ただし、Kato・Phillipsの研究では、代表流速として水面のまさつ速度が使われているが、ここでは、スクリーンの周速度を用いて整理し直したものが図示されている。

同図において、Ellison・Turner(1959)のデータとExp.8のシリーズの一部のデータが、他のものに比べ若干大きな値を示すが、ほとんどのものが $E \propto R_{i*}^{-1}$ の関係にあることが明らかである。Ellison・Turnerのデータが、他のものより大きいのは、噴流幅(流速0の点)における断面平均流速が代表流速に選ばれていることに主因があると思われるので、これを除外し、次式

$$E = K/R_{i*} \dots\dots\dots (1.13a)$$

によって、これらの実験値をみると、ほとんどのデータが、

$$0.001 < K < 0.002$$

の範囲にある。したがって、平均的にみると連行率 E は次式によって評価されるようである。

$$E = 0.0015/R_{i*} \dots\dots\dots (1.13b)$$

二次元密度噴流に関するChu・Vanvari(1976)および小松(1978)の実験は、 $R_{i*} < 0.15$ の範囲のものであって、同図には示されていないが、(1.13b)式は、彼らのデータの上限值を与えるようである。

以上、著者の上層密度流、Lofquistの下層密度流、Kato・Phillipsのスクリーンによる回転流および表面密度噴流の実験に関して、連行率とoverall Richardson数との関係を調べた。その結果、実験の種類や流れの起動力の違いによる顕著な差異は見られず、エネルギー的考察から導かれる(1.11)式あるいは(1.13a)式の妥当性が示された。

1.4 水温躍層の低下機構

1.4.1 低下機構に関する理論的考察

これまでに乱流連行による水温躍層の低下について議論したが、実際、貯水池や実験水路などで形成される上層密度流では、界面混合による侵食以外に、取・放流に伴って分離流線が下層まで及び、下層水が直接流出することによっても躍層の低下が起る。このような状況を模式的に示すと図-1.10のようであって、同図を参考にして、躍層の低下を定式化すると、次式のように表わされる。

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} = \frac{Q_{ol}}{B_1 L_1} + W_e \dots\dots\dots (1.14)$$

ここに、 Q_{ol} ：放流に伴う下層水の流出量、 L_1 ：境界面の長さ、 B_1 ：境界面の幅である。いま、上式右辺第1項の評価を2成層状態からの限界取水に関する、Craya²⁰⁾(1949)およびGariel²¹⁾(1949)の研究を適用して行ってみよう。彼らが設定した条件は、無限水域からのスリットおよびオリフィス取水であるが、岩佐・井上・野口²²⁾(1973)および玉井・廣沢・管²³⁾(1977)らによって有限水域の問題へも適用できることが確かめられている。そこで、スリット取水に関する研究

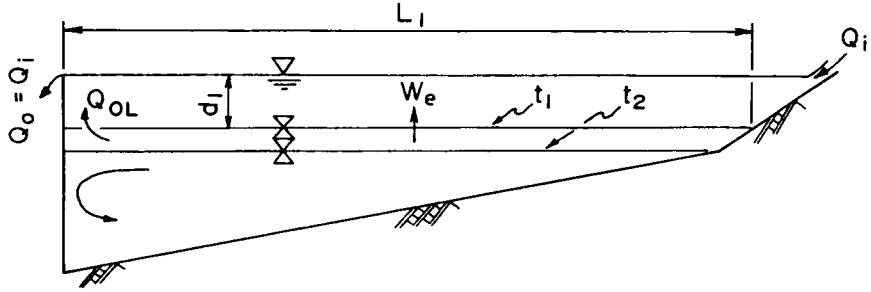


図-1.10 実験水路における水温躍層の低下過程

を、全幅越流放流時の問題に拡張すると、限界フルード数 F_c はつぎのように書ける。

$$F_c = U_1 / \left(\frac{4\rho}{\rho_1} g d_1 \right)^{\frac{1}{2}} = 1.52 \dots\dots\dots (1.15)$$

上式は、 $F_i < 1.52$ あるいは $0.43 < R_{i*}$ の放流条件においては下層水の流出がないことを意味する。一般の成層流に関する実験や越流放流時の貯水池において、overall Richardson 数が 0.43 より小さくなることはほとんどない。したがって、こうした条件下における躍層の低下は、連行による界面の侵食低下のみで表示され、(1.14)式は、つぎようになる。

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} = W_e = E U_1, \quad (0.43 < R_{i*}) \dots\dots\dots (1.16)$$

ここで、連行率 E に(1.13 a)式を用いて積分すると、境界面の低下過程が次のように求められる。

$$d_1(t) = \left(5K \int_0^t \frac{q^3}{g'} dt + d_{10}^5 \right)^{\frac{1}{5}} \dots\dots\dots (1.17)$$

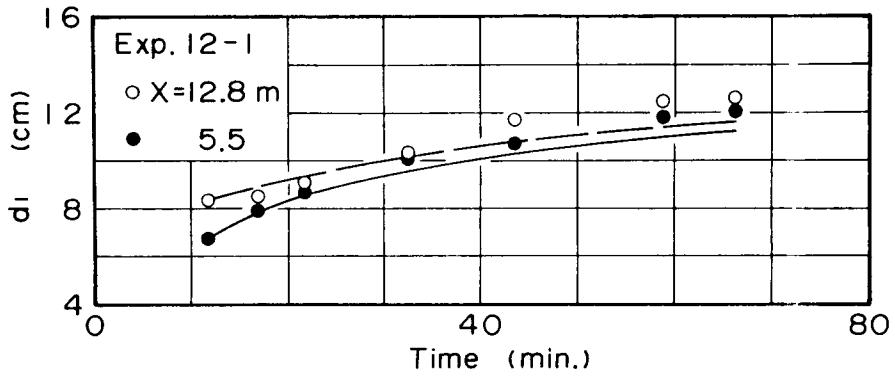
ここに、 q : 単位幅流量, $g' = 4\rho/\rho \cdot g$, d_{10} : 上層の初期水深である。

1.4.2 理論と実験および観測値との比較

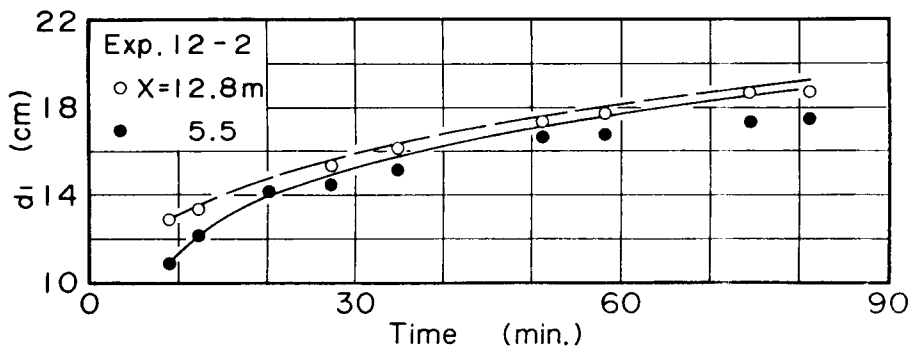
(1) 実験値との比較

(1.17)式に含まれる係数 K は連行率 E と R_{i*} との関係を与える係数であり、Exp. 4, 6, 8 のシリーズ, Lofquist (1960) および Kato・Phillips (1969) らのデータに基づいて $K = 0.0015$ と定められた。そこでこの関係を用いて、Exp. 12-1 ~ 12-4 の実験値と(1.17)式との比較を行う。なお、これらの実験は、給配水係 B-B を用いて行われたものであって、水理条件は付録・表-6、表-15 に示すとおりである。

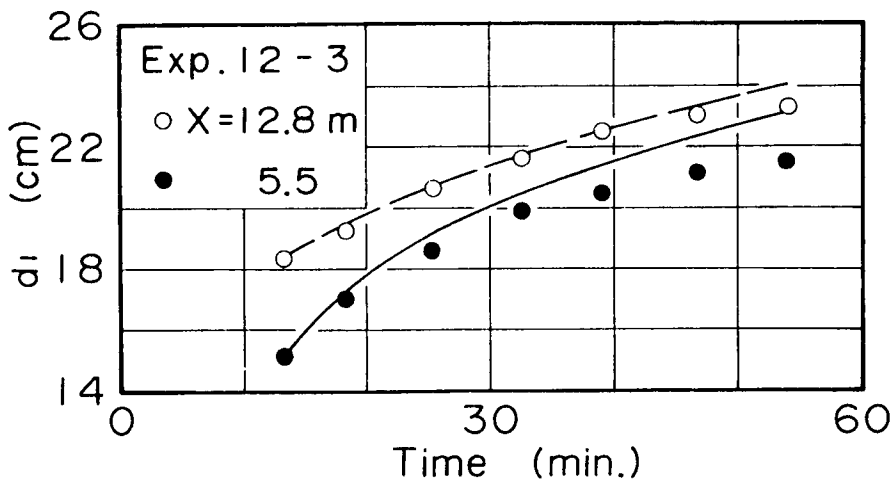
さて、図-1.11 (a), (b), (c), (d) には、条件の異なる4ケースについて、下流端より 12.8 m および 5.5 m の二つの断面において、計算値と実験値とを比較したものが示されている。ただし、同図の時間軸は、給水開始した時点を原点としているため、計算に用いられた原点とは異なる。同図から明らかなように、推定曲線と実験値とはかなりよく一致しており、(1.17)式の妥当性が認め



☒- 1. 11(a)



☒- 1. 11(b)



☒- 1. 11(c)

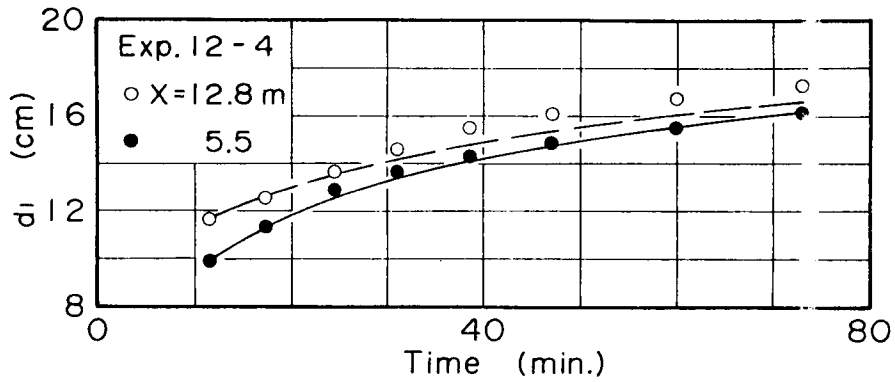


図-1.11(d)

図-1.11 水温躍層（密度境界面）の低下に関する実験と理論式（1.17式）の比較

られる。しかし、Kanta・Phillips・Azad（1977）の実験でも指摘されているように、 d_1 が大きくなると側壁の影響が現われ、推定値において低下速度が大きくなる傾向がある。この傾向は、とくに(c)図の結果に見られる。

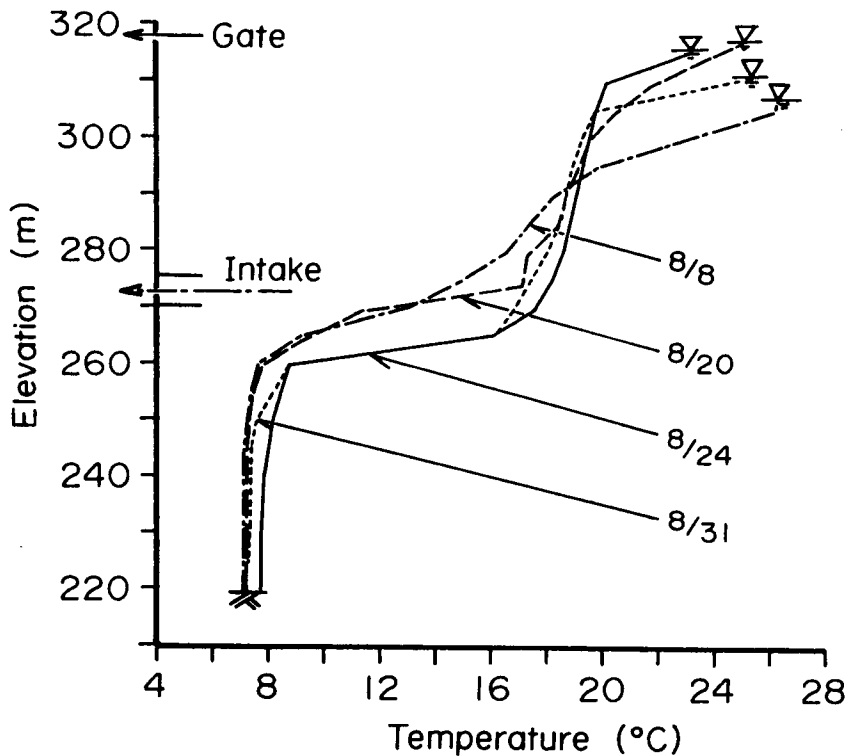


図-1.12 池原貯水池における台風5号，6号（1975年8月）出水前後の水温分布の変化

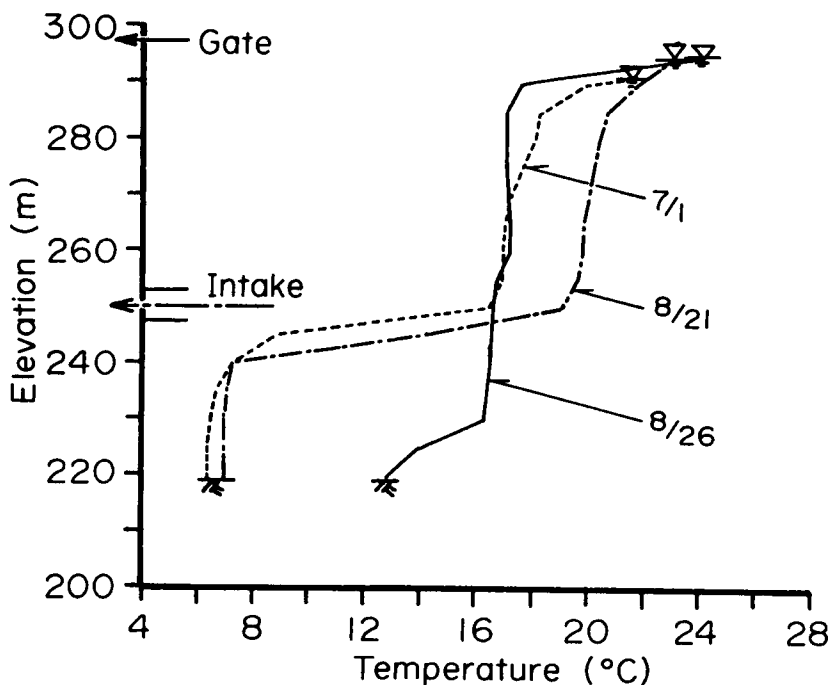


図-1.13 風屋貯水池における台風5号, 6号(1975年8月)出水前後の水温分布の変化

(2) 観測値との比較

図-1.12および図-1.13には, それぞれ池原および風屋貯水池において観測された, 1975年8月18日の台風5号と同23日の台風6号出水前後の水温分布の変化が示されている。出水規模は, 両貯水池とも, ほぼ同程度であって, 5号出水は年1~2回程度, 6号出水は数年に1回程度の出水である。容量の大きな池原貯水池では, 5号出水において水温躍層の低下は見られず, 6号出水で約8m程度しか低下しなかったのに対し, 容量の小さい風屋貯水池では, 5号出水で約3m, 6号出水で20m低下し, 水温躍層は消滅付前であった。

池原および風屋貯水池では, これらの出水や1974年の出水に対して, ほぼ水位一定の条件でクレスト放流が行われており, しかも洪水時には表面付近の水温躍層はほとんど消滅しているものと考えられるので, 主躍層の低下について(1.17)式がそのまま適用できるであろう。

図-1.14には, 台風5号および6号出水を対象にして, (1.17)式($K = 0.0015$)を適用した池原貯水池の計算例が示されている。図中の実線は, 水温躍層の低下量 $\Delta d_1 = d_1(t) - d_{10}$ に関する推定曲線, 破線は流入流量 Q , 点線は overall Richardson 数 R_{i*} の時間変化である。前述したように, 観測では5号出水において躍層の低下はなく, 6号出水で7.8m低下したのに対し, 計算値では, 前者で0.5m, 後方で6.2mであって, 計6.7m低下している。低下量の時間変化についてみると, 流量が通減し R_{i*} が大きくなると, 躍層の低下は緩慢になり, R_{i*} が100以上になると, ほとんど無視できるようである。このことは, 図-1.12において, 8月24日と31日の観測値において, 躍

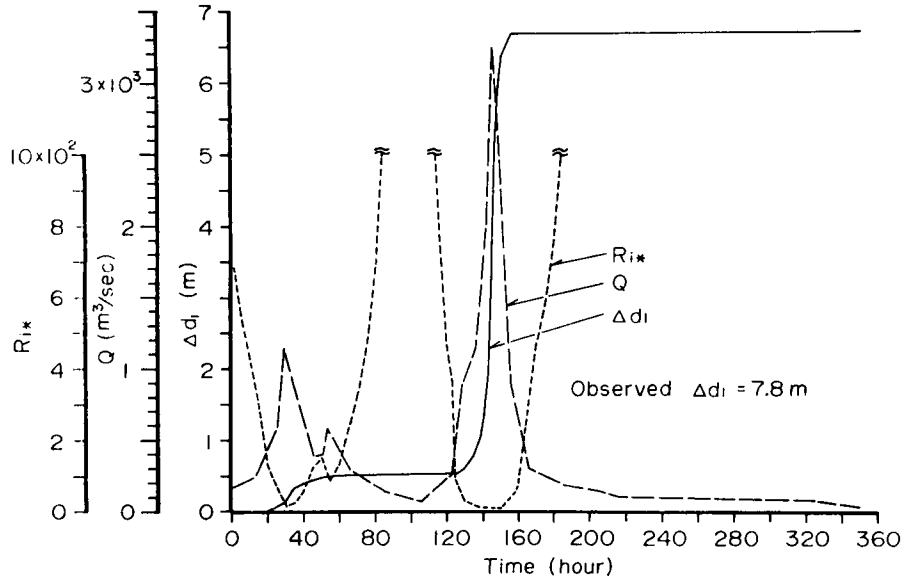


図-1.14 台風5号, 6号出水時の池原貯水池における(1.17)式の適用例

層の位置に変化がみられない事実とよく対応している。

図-1.15は, 上述の貯水池において, 1974年および1975年の出水に対して, 水温躍層の低下量に関する計算値と実測値とを比較したものである。計算値が若干小さく現われる傾向にあるが, この程度に推定できれば, 目的は十分達成されると考えてもよいであろう。

1.5 結 語

本章では, まず, 連行現象に関する従来の研究を概括し, 実験の種類や流れの起動力の違いによってこれらを分類した。ついで, 連行速度に関する, 二つの方法, つまり, 体積保存則と質量保存則による一般的な表示法について述べ, 従来の研究を, これに基づいて分類した。連行速度の概念が, ややもすると混同されがちであったが, (1.6)式および(1.8b)式によって明確にされるであろう。

連行速度の評価は, 一般に連行率 E を用いて行われるが, これがどのような水理量によって評価されるのか, 現在も確固たる研究は見当たらない。これに関しては, 簡単なエネルギー的考察に基づいて, overall Richardson数 R_{i*} のマイナス1乗に比例することが導かれた。この関係は, 上層密度流の実験値や Lofquist の実験値などによって検証されるとともに, 多くのデータが(1.13b)式, すなわち, $E = 0.0015/R_{i*}$ によって評価されることが明らかにされた。

連行率に関する成果などを適用して, 越流放流の場合の水温躍層の侵食低下過程を定式化し, 下層水が直接流出しないような条件では, 躍層の位置の時間変化が, (1.17)式のように簡単な式で表示さ

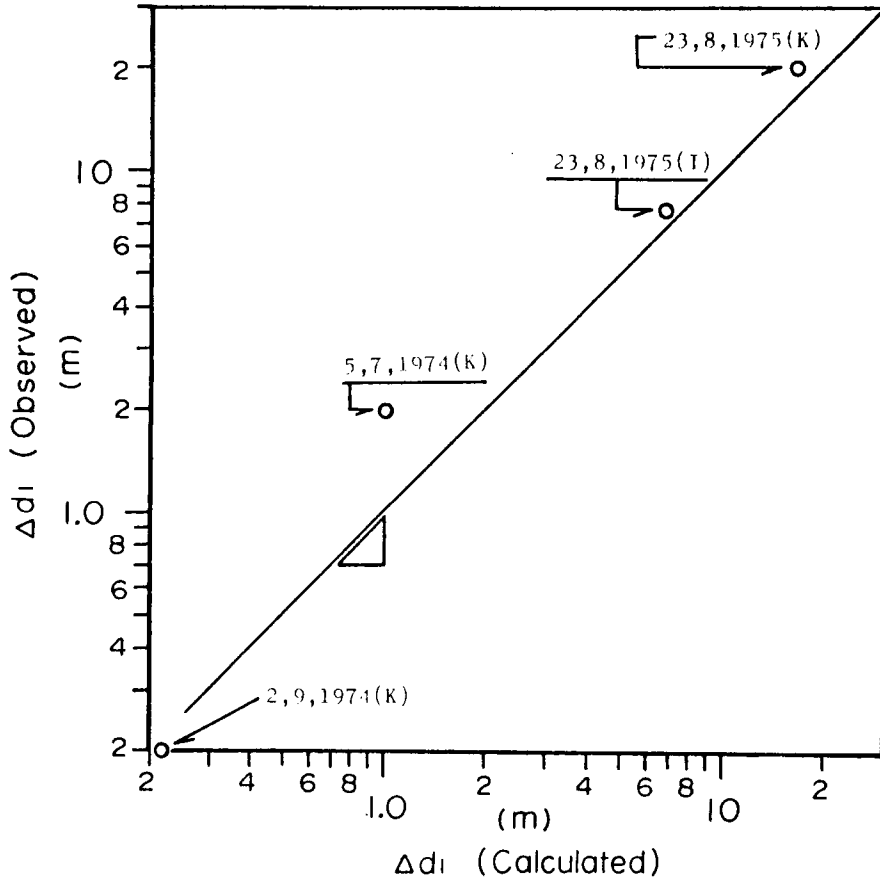


図- 1. 15 池原および風屋貯水池における躍層の低下量に関する計算値と実測値の比較
 ((I): 池原貯水池, (K): 風屋貯水池)

されることを導いた。さらに同式は、実験や現地における観測資料によって、その妥当性が検証された。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究 (1) — 躍層における拡散係数を中心として —, 京都大学防災研究所年報, 18号B, 1975, pp. 495 ~ 512.
- 2) Ashida, K. and S. Egashira : Hydraulic characteristics of thermocline in reservoirs, 17th Congress of IAHR, Vol. 2, 1977, pp. 33 ~ 40.
- 3) Rouse, H. and J. Dodu : Diffusion turbulente a travers une discontinuité de densité, La Houille Blanche, Vol. 4, 1955, pp. 522 ~ 532.
- 4) Turner, J. S. : The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainment across a density interface, Jour. Fluid Mech., Vol. 33, 1968, pp. 639 ~ 656.

- 5) Woransky, E.J. and L.M. Brush : Turbulent entrainment across stable density step structures, *Tellus* Vol. 27, 1975, pp. 259 ~ 268.
- 6) Linden, P. F. : The interaction of a vortex ring with a sharp density interface : a model for turbulent entrainment, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 60, 1973, pp. 467 ~ 480.
- 7) Crapper, P. F. and P.F. Linden : The structure of turbulent density interfaces, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 65, 1974, pp. 45 ~ 63.
- 8) Linden, P. F. : The deepening of a mixed layer in a stratified fluid, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 71, 1975, pp. 385 ~ 405.
- 9) 浅技隆・玉井信行：成層流界面における混合の特性について，第23回水理講演会論文集，1979，pp. 381 ~ 386.
- 10) Ellison, T. H. and J. S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flows, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 6, 1959, pp. 423 ~ 448.
- 11) 小松利光：成層密度噴流における乱れおよび流れ特性に関する研究，九州大学学位論文，1978，pp. 54 ~ 96.
- 12) Kato, H. and O. M. Phillips : On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, *Jour. Fluid Mech.* Vol. 37, 1969, pp. 643 ~ 655.
- 13) Kanta, L. H., Phillips, O.M. and R. S. Azad : On turbulent entrainment at a stable density interface, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 79, 1977, pp. 753 ~ 768.
- 14) Moore, M. T. and R. R. Long : An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 49, 1971, pp. 635 ~ 655.
- 15) Wu, J. : Wind - induced turbulent entrainment across a stable density interface, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 61, 1973, pp. 275 ~ 287.
- 16) 和田明・片野尚明：風波による水温成層の混合過程，第17回水理講演会講演集，1973，pp. 61 ~ 66.
- 17) Lofquist, K. : Flow and stress near an interface between stratified liquids, *The Physics of Fluids*, Vol. 3, 1960, pp. 158 ~ 175.
- 18) 玉井信行：水域における混合問題への水理学的アプローチ (1)，*水利科学*, No.106, 1975, pp. 16 ~ 18.
- 19) たとえば, Chu, V. H. and M. R. Vanvari : Experimental study of turbulent stratified shearing flow, *Proc. ASCE*, Vol. 102, HY6, 1976, pp. 691 ~ 706.
- 20) Craya, A. : Recherches théoriques sur l'écoulement de couches superposées de fluides de densités différentes, *La Houille Blanche*, 1949, pp. 44 ~ 55.
- 21) Gariel, P. : Recherches expérimentales sur l'écoulement de couches superposées de fluides de densités différentes, *La Houille Blanche*, 1949, pp. 56 ~ 64.

- 22) 岩佐義朗・井上和也・野口正人：ダム貯水池の成層化過程，京都大学防災研究所年報，16号B，1973，pp. 495 ~ 503.
- 23) 玉井信行・廣沢佑輔・菅和利：二層流からの取水に関する一考察，土木学会第32回年次講演会Ⅱ，1977，pp. 342 ~ 343.

第2章 界面の抵抗則に関する研究¹⁾

2.1 概説

密度成層流の輸送現象に関する解析において、流速、温度、密度および浮遊物や溶解物質濃度の分布形にまで立入った議論が必要な場合と、平均量だけを対象にすればよい場合とがある。いずれの解析においても、これらの特性量が顕著に変化する点、たとえば、流速こう配や密度こう配などが最大になる点の水理量に注目して解析が進められる。密度境界面の水理量を境界条件として、1次元、2次元あるいは3次元解析を行う場合、境界面において、運動量、質量および熱などの輸送が、どのような水理量によって規定されるかを把握することが必要である。こういった観点から、抵抗則や前章で述べた連行率に関する研究は、重要な意義をもっている。

境界面における抵抗則は、上述のように密度流現象の解析において非常に重要なものであり、密度流研究の中心課題の一つとして現在も活発に研究されている。ここで、抵抗則に関する従来の研究について触れておこう。さて、抵抗則に関する研究は、理論的あるいは経験的方法を問わず、界面抵抗の因を何に求めるかによって、次の二つのグループに分類できるようである(玉井・浅枝²⁾, 1978)。一つは、境界面に形成される内部波のエネルギー逸散に注目したもので、他は、流速分布形や界面混合などの流れの内部構造に注目して考察しようとするものである。

現時点においては、前者の方法が多数を占めているが、代表的なものを挙げるとつぎのようである。Keulegan³⁾ (1949)は、境界面における単位面積当りの波動によるエネルギー逸散率 dD/dt と抵抗係数 f_i との関係を次式のように表示した。

$$\tau U = 1/2 f_i \rho U^3 = dD/dt \dots\dots\dots (2.1)$$

ここに、 τ : 界面せん断応力、 U : 平均流速、 ρ : 密度である。ついで風波のエネルギー逸散率から dD/dt の関数形を求め、 f_i は、平均流速と波長から作られるレイノルズ数および波形こう配によって規定されることを導いた。岩崎⁴⁾ (1962)は、実験的考察に基づいて、 f_i は、レイノルズ数 R_e および内部フルード数 F_i から作られる変数 φ ($\varphi = R_e F_i^2$, $\varphi = \theta^{-3/2}$, θ : Keulegan 数) の関数であることを示した。椎貝⁵⁾ (1964)は、ポテンシャル理論を用いて内部波の運動を解析し、ついで流体粘性を導入して内部波の運動によるエネルギー逸散率を求め、(2.1)式に基づいて、 $f_i \propto \varphi^{-1}$ なる関係を導いた。浜田⁶⁾ (1966)は、椎貝と同様な観点から $f_i \propto \varphi^{-0.5}$ の関係を推測した。金子⁷⁾ (1966)は、実験室や現地観測資料を整理して次式を提案した。

$$f_i = 0.2 \varphi^{-0.5} \dots\dots\dots (2.2)$$

上式は、土木学会密度流研究小委員会の総括⁸⁾ (1975)にも見られるように、我国で最もよく採用されている経験式である。最近、玉井・浅枝²⁾ (1978)は、層流理論を用いて境界面近傍の流速分布を導き、これに基づいて内部波のエネルギー逸散を求め、種々のデータとの比較から次式を提案した。

$$f_i = 0.0896 (R_e F_i^5)^{-1/2} \dots\dots\dots (2.3)$$

以上の研究は、(2. 1)式に示されるように、内部波のエネルギー逸散が界面抵抗に対して支配的であるという観点から進められているものである。しかし、内部波のエネルギー逸散が、主流のなす仕事と等しくなるためには実際には存在し得ないほどの大きな波形こう配が必要である(椎貝, 1964)。したがって、(2. 1)式のように、主流のなす仕事は、内部波の運動によって消散するという考え方には大きな疑問がある。

もう一つのグループは、流速分布や界面混合などに基づいて界面抵抗を論じようとするものである。流れが層流の場合は、簡略化されたナビエ・ストークスの方程式を解くことにより、ほぼ完全に求められる。Ippen・Harleman⁹⁾(1952)は、上層静止の下層密度流に関して、下層流全体の抵抗を求めた。この結果から、せん断応力の直線性を仮定して壁面応力を分離すると、界面抵抗係数はつぎのように表示される。

$$f_i = 5.61 R_e^{-1} \dots\dots\dots (2. 4)$$

下層静止の上層流に対して、鳴・椎貝・玉井¹⁰⁾(1964)は、次式を導いた。

$$f_i = \frac{6}{1 + 3/4 (d_2/d_1)} R_e^{-1} \dots\dots\dots (2. 5)$$

ここに、 d_1, d_2 : それぞれ上層および下層水深である。流れが層流の場合は、上述のように理論的な扱いが可能であるが、乱流の場合は、流速分布などの議論が十分でなく、ほとんどが、経験的な方法に拠っている。Abraham・Eysink¹¹⁾(1971)は、次元解析的考察から、内部フルード数が増加すると界面混合が活発化し、 f_i が増加することを予想して次式を想定した。

$$f_i = f(F_i) \dots\dots\dots (2. 6)$$

ここに、 $f : F_i$ の増加関数。Pedersen¹²⁾(1972)は、連続式、質量保存則、運動量およびエネルギー保存則を用いて、 f_i と連行率 E が等価であることを導いた。すなわち、

$$f_i = E \dots\dots\dots (2. 7)$$

柏村¹³⁾(1974)は、連続式、質量および運動量保存則を用いて、上式と同じ結果を導いた。しかし、いずれの研究においても設定された条件に疑問がある。最近、日野¹⁴⁾(1979)は、下層が層流、上層が乱流の場合の流速分布形を導き、これに基づいて抵抗係数に関する理論式を提案した。それによると、 f_i は、主に ϕ および F_i によって定められる。しかし、この抵抗則は、流速分布形を導く際 conditions によって結果が大きく左右されるようであり、今後、流速分布形に関する詳細な検討が必要であろう。

以上、密度境界面の抵抗則に関する従来の研究について概括した。内部波のエネルギー逸散を議論して得られる結果には、内部波の波形こう配の点で非現実的な面があるばかりではなく、内部フルード数が増加し、界面混合が活発化するに伴い抵抗係数が減少するという不合理な面がある。一方、後者の方法では、界面混合が大きくなると抵抗係数も増加するという定性的には妥当な結果が得られるが、論理的に未だ不十分で、定量的に推定できるまでに至っていない。

界面抵抗則に関する研究は、現在、上述のような状況にあって、解明すべき多くの問題が残されている。このうちの一つに、界面における運動量輸送に対して界面混合現象が、どのような影響を与えるかといった問題があるが、ほとんどの研究において、この問題は無視されており、また的確な評価さえも

なされていない。そこで、本章においては、2成層流を対象として第1章で考察された連行率を用いて混合現象を評価し、これが成層密度流の界面抵抗に対してどのように寄与するかを考察するとともに新たな界面抵抗係数の表示式を提案する。

2.2 密度境界面の抵抗則に関する理論的考察

2.2.1 界面の混合現象と抵抗則

前章で考察した連行現象の構造から考えて、主流がせん断乱流であれば、必ず界面混合があるものと考えてよい。このような流れにおいて、密度境界面におけるせん断応力は、一般に、つぎのような現象によって評価されるものと思われる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{界面せん断応力} = & \text{粘性応力} + \text{造波抵抗による} + \text{界面混合による} \dots\dots\dots (2.1) \\ (\tau_i) & (\tau_\mu) \quad \text{付加応力} \quad \text{付加応力} \end{aligned}$$

のようである。 τ_μ および τ_{wa} については前節で述べたとおりである。 τ_{ma} は、レイノルズ応力や周囲水が主流へ混入されるための付加応力である。

主流がせん断乱流である場合の界面抵抗については、ほとんどの取り扱いにおいて、(2.1)式右辺第3項は省略され、第2項が支配的であると見なされてきた。しかし、前節でも述べたように、造波抵抗によって界面抵抗を説明するには、波形こう配が実際より10倍程度大きくなければならない(日野1979)。換言すると、このことは、界面抵抗に対して、第2項よりむしろ第3項が支配的な要因になる可能性を示唆するものと言えよう。

さて、界面混合が、界面抵抗の主因と考えられる一例として、Kanta・Phillips・Azad¹⁵⁾(1977)の実験がある。この実験は、前章で述べたように円形水路を用いて連行率と overall Richardson 数 R_{i*} との関係を探るために行われたものであるが、 R_{i*} と界面低下速度の時間的変化を別の観点から検討するとつぎのことがわかる。図-2.1は、 R_{i*} をパラメータとして、界面位置の時間変化を模式的に示したもので、 R_{i*} が小さい場合、つまり界面混合が大きい場合には、界面は直線的に低下する。逆に、 R_{i*} が大きくなり、界面混合が小さくなると、低下速度は徐々に小さくなっていく。このことは、次のように解釈できる。すなわち、スクリーンと水面とのまさつ力を τ_s 、界面応力 τ_i 、水路壁面応力 τ_w とすると、 $\tau_s = \tau_i + \tau_w$ であって、 R_{i*} が小さい場合は、 τ_w に比べて τ_i が支配的であり、 $\tau_s \approx \tau_i$ の関係が成立する。しかし、 R_{i*} が大きくなるに伴い τ_i が減少し、壁面応力 τ_w の影響が無視できないようになる。この事実、界面応力に対して、 R_{i*} つまり界面混合による付加

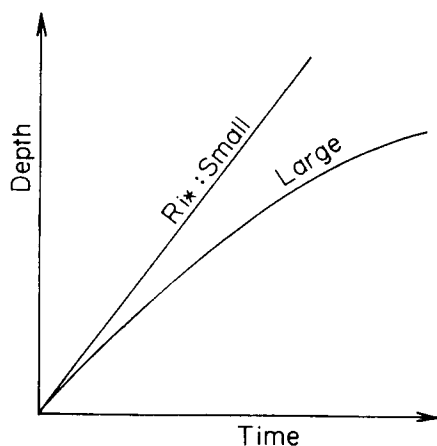


図 - 2.1 界面の位置の時間変化 (Kantaらの実験より)

力が非常に重要であることを示唆したものである。

2. 2. 2 抵抗則の誘導

図 - 2.2 には、座標系および上層密度流の模式図が示されている。上・下層の断面平均流速および密度は、それぞれ U_1, ρ_1 および U_2, ρ_2 であって、それぞれの層厚および全水深は d_1, d_2 および H 、密度境界面のせん断応力は τ_i である。また、水面に沿って主流の向きに x 軸、これより鉛直下向きに z 軸、水面および底面が水平面となす角をそれぞれ α および θ とする。以下、2次元流れ、静水圧分布およびブシネスク近似が成り立つものとして、微小項を省略すると運動方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) = \frac{\rho}{\rho_0} g \sin \alpha - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial z} \dots\dots\dots (2. 2)$$

ここに、 u, w : 流速の x, z 成分、 ρ : 密度、 ρ_0 : 基準密度であって、 ρ_1 あるいは ρ_2 のいずれでもよい。 p : 圧力、 τ : せん断応力である。また、非圧縮性流体の連続式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (2. 3)$$

(2. 2) および (2. 3) 式において、 u, w, ρ, p 、および τ は全て時間平均量である。さて、上層について、(2. 3) 式を積分すると、第1章で示した(1. 6)式が導かれるが、式番号を換えて再記しておく。

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_1 d_1) = W_e \dots\dots\dots (2. 4)$$

ここに、 W_e : 連行速度である。また、下層についても上層の場合と同様な方法で、次式が導かれる。

$$\frac{\partial d_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_2 d_2) = -W_e \dots\dots\dots (2. 5)$$

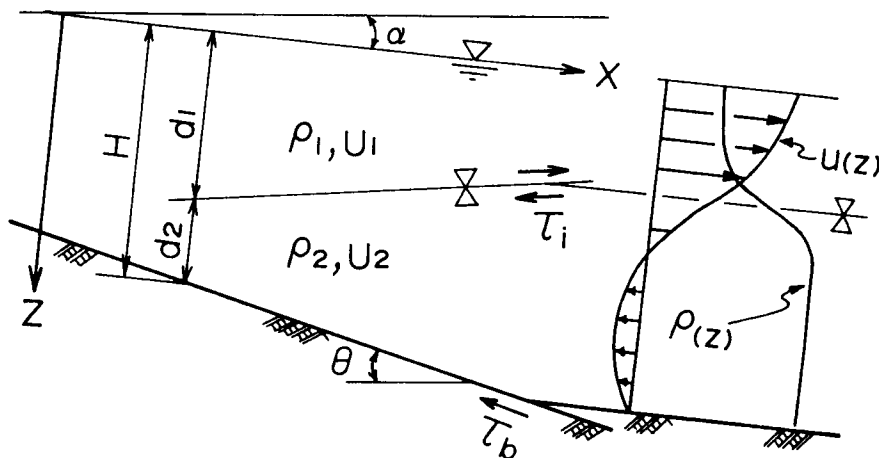


図 - 2.2 上層流の模式図および記号

また、上層に関する1次元質量保存則は、第1章の(1.8a)式のものであるが、これを再記すると、

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\Delta \rho}{d_1} W_e \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

である。下層については、上層への連行を考えるため、乱流連行による密度変化はない。したがって、次式が成り立つ。

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + U_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

上・下層に関する1次元体積保存則および質量保存則が以上のように示されるので、つぎに、1次元運動量保存則を導く。まず、上層すなわち $0 \leq z \leq d_1$ で(2.2)式を積分すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (U_1 d_1) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_1 U_1^2 d_1) + u(d_1) \left\{ w(d_1) - \frac{\partial d_1}{\partial t} - u(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial x} \right\} \\ & = \frac{\rho_1}{\rho_0} g d_1 \sin \alpha - \frac{1}{\rho_0} \int_0^{d_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} g z dz + \frac{1}{\rho_0} \{ \tau(d_1) - \tau(0) \} \quad \dots\dots\dots (2.8) \end{aligned}$$

ここに、 α_1 : 運動量補正係数。下層に関する1次元運動量保存則も上式と同様に導かれるが、その前に(2.2)式の圧力項について以下のように変形しておく。圧力は、

$$p = \rho_1 g z + (\rho_2 - \rho_1) g (z - d_1) \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

であるから、主流の向きの圧力こう配は次式のようなになる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\Delta \rho g \frac{\partial d_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1}{\partial x} g d_1 \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

ここに、 $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$ である。さて、(2.10)式の関係を用いて、(2.2)式を $z = d_1$ から $z = H$ ($H = d_1 + d_2$) まで積分すると、下層に対する運動量保存則が次のように導かれる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (U_2 d_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_2 U_2^2 d_2) + u(d_1) \left\{ \frac{\partial d_1}{\partial t} + u(d_1) \frac{\partial d_1}{\partial x} - w(d_1) \right\} \\ & = \frac{\rho_2}{\rho_0} g d_2 \sin \alpha - \frac{1}{\rho_0} \int_{d_1}^H \left\{ -\Delta \rho g \frac{\partial d_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1}{\partial x} g d_1 \right\} dz \\ & + \frac{1}{\rho_0} \{ \tau(H) - \tau(d_1) \} \quad \dots\dots\dots (2.11) \end{aligned}$$

ここに、 α_2 : 運動量補正係数である。(2.8)式および(2.11)式を用いて界面抵抗係数の算定式を得るにはこれらの式に含まれる積分項、つまり $\partial \rho_1 / \partial x$ を評価する必要がある。そこで、(2.6)式において、

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \ll U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x}$$

なる状態を考える。すると、密度こう配は、

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\Delta \rho}{d_1} \frac{W_e}{U_1} \dots\dots\dots (2. 12)$$

となる。また、せん断応力 $\tau(0)$ 、 $\tau(d_1)$ および $\tau(H)$ に関して、密度境界面および底面せん断応力の絶対値をそれぞれ τ_i および τ_b とすると、

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=d_1} < 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} > 0$$

であるので、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \tau(0) &= 0 \\ \tau(d_1) &= -\tau_i \\ \tau(H) &= \tau_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2. 13)$$

さて、時間的に流量が変化しない流れを対象にし、(2. 12)式、(2. 13)式 および界面流速の z 成分に関する(1. 5)式を用いて、(2. 8)式および(2. 11)式を書き直すと、それぞれ次式を得る。

$$2 U_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} - U_1^2 \frac{\partial d_1}{\partial x} - u_i W_e = \frac{\rho_1}{\rho_0} g d_1 \sin \alpha - \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g d_1 \frac{W_e}{U_1} - \frac{\tau_i}{\rho_0} \dots\dots\dots (2. 14)$$

$$2 U_2 \frac{\partial q_2}{\partial x} - U_2^2 \frac{\partial d_2}{\partial x} + u_i W_e = \frac{\rho_2}{\rho_0} g d_2 \sin \alpha + \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g d_2 \frac{\partial d_1}{\partial x} - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g d_2 \frac{W_e}{U_1} + \frac{1}{\rho_0} (\tau_i + \tau_b) \dots\dots\dots (2. 15)$$

ここに、 $q_1 = U_1 d_1$ 、 $q_2 = U_2 d_2$ 、 u_i は密度境界面における流速の x 成分で、 $u_i = u(d_1)$ である。(2. 14)式および(2. 15)式から右辺第1項の重力項を消去し、 $\rho_1 / \rho_2 = 1$ なる関係を用いて整理すると、界面せん断応力 τ_i に関して次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_i}{\rho_0} &= -U_1^2 \frac{1-F_i^2}{F_i^2} \frac{H-d_1}{H} \frac{\partial d_1}{\partial x} + u_i W_e + \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g d_1 \frac{W_e}{U_1} \frac{H-d_1}{H} \\ &\quad \text{(I)} \qquad \qquad \text{(II)} \qquad \qquad \text{(III)} \\ &- U_2^2 \frac{\partial d_2}{\partial x} \frac{d_1}{H} - 2 U_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} \frac{H-d_1}{H} + 2 U_2 \frac{\partial q_2}{\partial x} \frac{d_1}{H} - \frac{\tau_b}{\rho_0} \frac{d_1}{H} \dots\dots\dots (2. 16) \\ &\quad \text{(IV)} \qquad \qquad \text{(V)} \qquad \qquad \text{(VI)} \qquad \qquad \text{(VII)} \end{aligned}$$

上式において、(II)、(III)、(V)、および(VI)項が界面混合を考慮することによって現われる付加応力であって、界面応力に対する乱流連行現象の重要性が伺える。以下、連行速度の現われ方の異なる代表的な2例について上式の評価を行う。

(1) 連行速度 W_e が界面の侵食速度で表示される場合

図-2.3は、流入量と流出量が等しい場合の上層流を模式的に示したものである。この種の流れにおける連行速度および流量の変化は第1章で示したように、それぞれ次のようである。

$$W_e = \partial d_1 / \partial t \dots\dots\dots (2. 17)$$

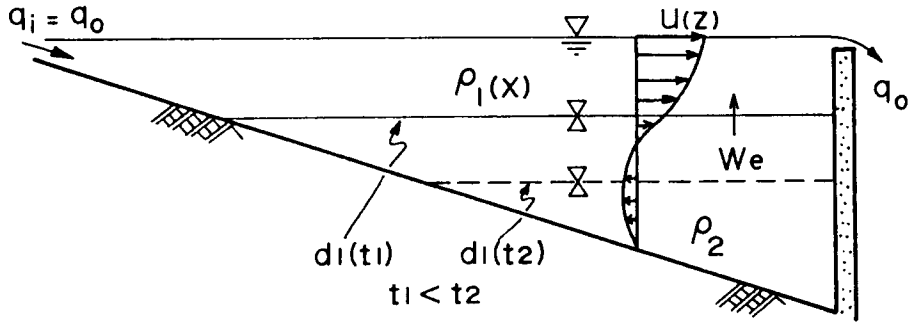


図 - 2.3 連行速度が界面の低下速度で表される上層流（貯水池上層流）

$$\frac{\partial q_1}{\partial x} = 0, \quad q_1 = q_i = q_0 = \text{const} \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

$$\partial q_2 / \partial x = 0, \quad q_2 = 0 \quad (U_2 = 0) \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

前章において、連行速度 W_e は、連行率 E を用いて表示され、しかも、 E は overall Richardson 数 R_{i*} のみによって評価されることがすでに明らかにされている。これらの関係を再記すると、

$$W_e = EU_1 \quad \dots\dots\dots (2.20)$$

$$E = K/R_{i*} = KF_i^2 \quad \dots\dots\dots (2.21)$$

である。

さて、図 - 2.3 に示すような流れにおいて、上層厚に較べて下層厚がそれほど小さくない場合、近似的に $\tau_b = 0$ と見なしてよい。そこで、(2.16) 式に対して、 $\tau_b = 0$ および (2.17) 式 ~ (2.21) 式の関係を用いると第Ⅳ、ⅤおよびⅥ項が省略され、ついで、 $\tau_i = 1/2 \cdot f_i \rho_0 U_1^2$ の関係を用い、抵抗係数 f_i について解くと次式が導かれる。

$$f_i = -2 \frac{1 - F_i^2}{F_i^2} \frac{\partial d_1}{\partial x} \frac{H - d_1}{H} + 2KF_i^2 \frac{u_i}{U_1} + K \frac{H - d_1}{H} \quad \dots\dots\dots (2.22)$$

(Ⅰ) (Ⅱ) (Ⅲ)

第ⅡおよびⅢ項を無視した場合、つまり界面混合を無視した場合、上式はこれまでに用いられてきた抵抗係数の算定式と同じものになる。上式より、主流がせん断乱流の場合、抵抗係数に対する界面混合の効果が、いかに重要かがわかる。

(2) 連行速度 W_e が流量の変化率で表示される場合

図 - 2.4 には、定常塩水楔の流れが模式的に示されている。このような流れにおいては、連行速度と流量の変化率との関係は、第 1 章で示したように次式で示される。

$$W_e = \partial q_1 / \partial x = -\partial q_2 / \partial x \quad \dots\dots\dots (2.23)$$

図 - 2.4 を参考にして、逆流量がほとんど無視できる断面 x_1 における上層の流量を $q_1(x_1)$ すると、 x

2.3 抵抗係数の表示式

2.3.1 界面応力および抵抗係数の分割

前述したように、界面には粘性応力、造波抵抗による付加応力および混合による付加応力が作用している。このうち、造波抵抗による付加応力を無視して、粘性応力および混合による付加応力をそれぞれ τ_i' および τ_i'' とし、さらに、線形的に分離できるものとする。すると界面応力および抵抗係数は、それぞれ次のように書ける。

$$\tau_i = \tau_i' + \tau_i'' \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

$$f_i = f_i' + f_i'' \quad \dots\dots\dots (2.29)$$

ここに、 $f_i' = 2\tau_i'/U_1^2/\rho_0$ 、 $f_i'' = 2\tau_i''/U_1^2/\rho_0$ である。

さて、(2.22)式において、混合がない場合の抵抗係数は右辺第Ⅰ項のみで評価され、せん断乱流に付随した現象として界面混合を考慮した場合、第ⅡおよびⅢ項が付加された。そこで、この第Ⅰ項を粘性応力に基づく抵抗係数であるものと考え、Keulegan¹⁶⁾(1966)の研究を参考にすると、(2.29)式と(2.22)式との対応から、次の関係が想定できる。

$$f_i' = -2 \frac{1 - F_i^2}{F_i^2} \frac{\partial d_1}{\partial x} \frac{H - d_1}{H} = \frac{A}{R_e} \quad \dots\dots\dots (2.30)$$

$$f_i'' = 2K F_i^2 \frac{u_i}{U_1} + K \frac{H - d_1}{H} \quad \dots\dots\dots (2.31)$$

ここに、 A ：流速分布形から定まる係数。

(1) f_i'' について

混合による付加応力を評価するための f_i'' は、(2.31)式から明らかなように、界面流速と平均流速との比 u_i/U_1 が推定されると定められる。 u_i/U_1 は、流れがせん断乱流の場合と層流型の場合では、若干異なることが予想されるが、ここでは、簡単のために層流型の流速分布からこれを求めることにする。

ナビエ・ストークスの運動方程式において非線形項を省略し、さらに主要項のみを残すと、運動方程式はつぎのようになる。

$$F_{x'} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x'} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z'^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.32)$$

ここに、 $F_{x'}$ ：体積力、 x' 、 z' ：それぞれ密度境界面に沿った座標および界面から直角上向きの座標である。上式で第1項および2項が z' に関して独立として、 $F_{x'} - 1/\rho_0 \cdot \partial p/\partial x' = -X$ とおき、境界面 ($z' = 0$) で流速 u_i および水面 ($z' = d_1$) で流速こう配0なる条件下で解くと、

$$u(z') = \frac{1}{2} \frac{X}{\nu} z'^2 - \frac{X}{\nu} d_1 z' + u_i \quad \dots\dots\dots (2.33)$$

を得る。また、平均流速と X の関係は、

$$U_1 = \frac{X}{3\nu} d_1^2 + u_i, \quad X = -(U_1 - u_i) \frac{3\nu}{d_1^2} \quad \dots\dots\dots (2.34)$$

で与えられ、水面における流速 u_{max} と平均流速との比はつぎのようになる。

$$\frac{U_1}{u_{max}} = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u_i}{u_{max}} \right) \quad \dots\dots\dots (2.35)$$

上式の u_i/u_{max} に関して、Keulegan¹⁷⁾ (1944) の 2 成層流における境界層解析より得られた界面流速と外部流速との比、 $u_i/u_\infty \doteq 0.6$ が適用できるものとする、

$$U_1/u_{max} = 0.87 \quad \dots\dots\dots (2.36)$$

となる。そこで、 $u_i/U_1 = (u_i/u_{max})(U_1/u_{max})^{-1}$ と変形できるから、界面流速と平均流速との比は、つぎのようになる。

$$u_i/U_1 = 0.69 \quad \dots\dots\dots (2.37)$$

(2.31) 式の u_i/U_1 に対して (2.37) 式を適用し、さらに進行率を定める係数 K に対して第 1 章の結果 $K = 0.0015$ を用いると、 f_i'' は次式のように定められる。

$$f_i'' = 0.00207 F_i^2 + 0.0015 \frac{H - d_1}{H} \quad \dots\dots\dots (2.38)$$

(2) f_i' について

(2.30) 式を用いて f_i' を推定するには、流速分布から定められる係数 A を求める必要がある。せん断乱流場の流速分布と層流場のそれとはかなり異なるが、 f_i' が重要になるのは、レイノルズ数 R_e が小さい領域である。したがって、(1) の場合と同様、層流型の流速分布を用いて十分目的は果たされるものと思われる。そこで、

$$\tau_i' = \mu \partial u / \partial z' \Big|_{z'=0}, \quad f_i' = 2 \tau_i' / \rho_0 / U_1^2 \quad \dots\dots\dots (2.39)$$

とにおいて、(2.33) 式および (2.34) 式を適用すると、次式が導かれる。

$$f_i' = \frac{6}{R_e} \left(1 - \frac{u_i}{U_1} \right) \quad \dots\dots\dots (2.40)$$

上式の u_i/U_1 に (2.37) 式を適用すると次式を得る。

$$f_i' = \frac{A}{R_e}, \quad (A = 1.86) \quad \dots\dots\dots (2.41)$$

2.3.2 全抵抗係数

界面に働くせん断応力を、粘性応力と混合による付加応力とに分離し、それぞれの応力に対応する抵抗係数を f_i' および f_i'' として、これらについて考察を加え、 f_i' については (2.41) 式、 f_i'' については (2.38) 式を得た。したがって、密度境界面における抵抗係数は、

$$f_i = f_i' + f_i'' = \frac{A}{Re} + 0.00207 F_i^2 + 0.0015 \frac{H - d_1}{H} \quad \dots\dots\dots (2.42)$$

によって評価される。上式において、層流理論から求められる放物線型流速分布の場合、 $A = 1.86$ である。

ここで、(2.42)式の定性的な性質について若干の考察を行う。相対層厚比 $(H - d_1)/H$ を一定にすると、レイノルズ数が小さい範囲の流れでは流水抵抗に対して右辺第1項の影響が支配的になるが、実際の密度流のようにレイノルズ数が大きい流れでは、第1項の影響は、ほとんど無視できて、第2、第3項が支配的になる。また、内部フルード数が増加して混合が活発になると抵抗係数も大きくなる。

2.4 抵抗則の実験的検討

(2.30)式から明らかなように、 f_i' は、混合が無視される場合の全抵抗係数として扱われてきたものであって、まず、(2.41)式の実験的に調べよう。図-2.5には、前章で述べた実験水路を用いて行われた上層密度流に関する f_i' と Re の関係が示されている。図中のデータは、付録・表-14のとおりである。レイノルズ数は、 $13^3 \sim 10^4$ 程度の範囲であるが、 $f_i' \propto Re^{-1}$ の関係が認められ、しかも内部フルード数による有意な差は認められない。これらのデータから、(2.41)式の A の値をみると、 $10 \sim 40$ 程度の範囲にあって、層流型の流速分布から得られる $A = 1.86$ よりかなり大きな値を示している。この相異については、流速分布、測定精度および側壁まきつの効果などの

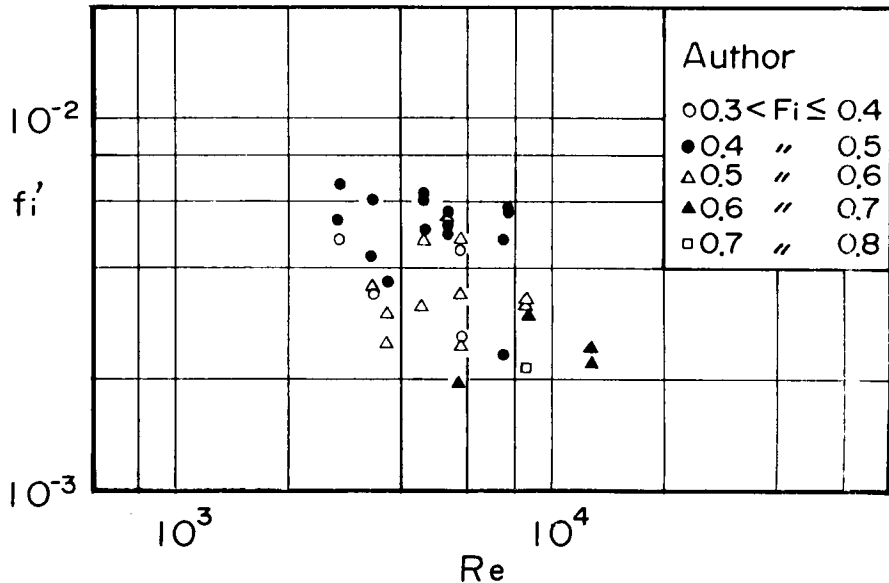


図-2.5 上層流における f_i' と Re の関係 (著者の実験値)

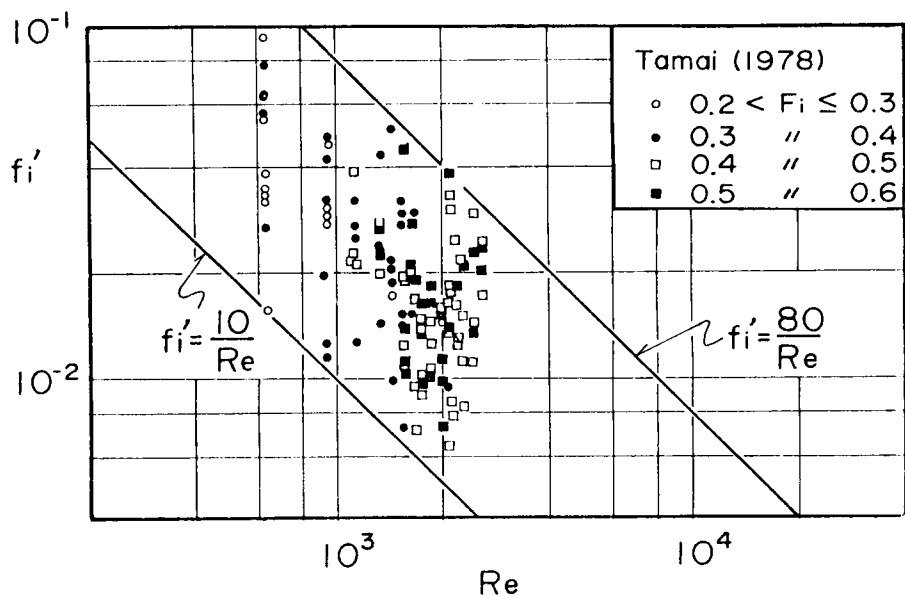


図-2.6 定常塩水楔上の流れに関する f_i' と Re の関係 (玉井の実験値)

問題が考えられる。まず、測定精度の問題についてみると、水温は、水深方向約2cm間隔で測られているため、界面の読み取り誤差が結果にかなり大きな影響を与える。側壁まさつの効果については、鳴・椎貝・玉井(1964)の報告に見られるように、同じレイノルズ数に対して上層厚 d_1 (付録表-2.1)が増加すると f_i' が大きくなる。流速分布の影響については、つぎのようである。すなわち、流れは乱流であるため、境界面の速度こう配は(2.41)式で与えられるものより大きいことが推察される。したがって、 f_i' に関する実験値は、 $A=1.86$ を用いて算定されるものより大きく現われる。

図-2.6は、玉井・浅枝(1978)が示した定常塩水楔に関するデータについて、内部フルード数の階級別に f_i' とレイノルズ数の関係を示したものである。データは、図-2.5のものよりかなり点在しているが、内部フルード数の違いによる系統的な差は認められず、巨視的には、 $f_i' \propto Re^{-1}$ なる関係が認められる。

図-2.7は、Keulegan(1966)の塩水楔に関する実験値を示したものである。ただし、この場合の f_i' は次式で定義されたものである。

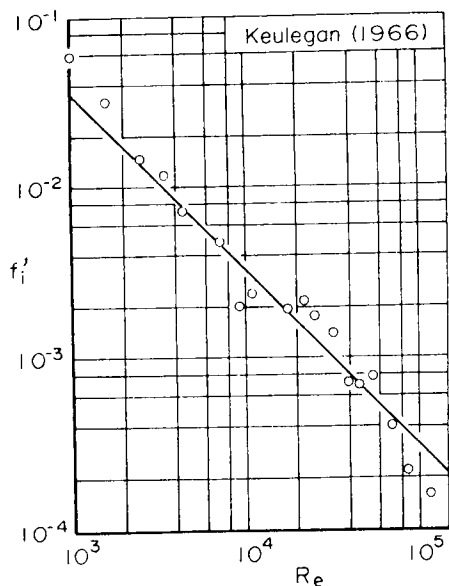


図-2.7 定常塩水楔上の流れに関する f_i' と Re の関係 (Keuleganの実験値)

$$f_i' = \tau_i' / U_0^2 / \rho_0 \quad \dots\dots\dots (2. 43)$$

ここに、 $U_0 = q_0 / H$ であって、 q_0 : 淡水流量、 H : 全水深である。さて、このデータは、上述の二つの例より、ばらつきは少く、しかもレイノルズ数の広い範囲で $f_i' \propto R_e^{-1}$ なる関係が認められる。同図において、 A の値は約 35 程度になっているが、上層厚として $d_1 \approx H/2$ 程度を考え、(2. 43) 式の U_0 の代わりに上層の平均流速 U_1 を用いると、 $A \approx 35/4$ 程度の値になる。

図-2.6 および図-2.7 に示した例においても A の値は 1.86 よりかなり大きな値を示すが、これは、図-2.5 の結果にみられるものと同じ要因によるものであろう。そこで、これらの要因のうち、側壁まさつの効果が A に対してどの程度影響を及ぼすか、簡単な方法によってオーダの推定を行ってみよう。そのため、まず、側壁まさつは、Blasius の抵抗則に従うものとする。さて、Blasius の抵抗係数を広幅長方形断面水路に適用すると、 $f = 0.0559 R_e^{-1/4}$ のように書き換えられる。ここで、実際、密度境界面に働くせん断応力を τ_{it}' とし、水路両側の壁面のそれを τ_w とすると、

$$\tau_i' = \tau_{it}' + \frac{2d_1}{B} \tau_w \quad \dots\dots\dots (2. 44)$$

であって、 τ_{it}' および τ_w にそれぞれ、放物線型流速分布 ($A = 1.86$) および Blasius の抵抗則を適用すると、次式が成り立つ。

$$f_i' = \frac{1.86}{R_e} + \frac{2d_1}{B} \frac{0.0559}{R_e^{1/4}} \cdot \left(= \frac{A}{R_e} \right) \quad \dots\dots\dots (2. 45)$$

ここに、 d_1 : 上層厚、 B : 水路幅である。さて、上式で $d_1/B = 0.5$ として、レイノルズ数が 10^3 および 10^4 程度のとき、側壁まさつがどの程度 A の値に影響を与えるか計算すると、それぞれ $A = 11.8$ および $A = 57.8$ を得る。このことから考えて、ここに示した実験値に対して、側壁の影響がかなり支配的であって、(2. 41) 式において $A = 1.86$ と置いて得られる f_i' よりかなり大きくなることがわかる。以上のことを総合すると、比例定数 A は、側壁まさつの程度によって変化し、一般には、1.86 より大きくなるが、 d_1/B が小さくなるに伴い側壁の影響が無視できるようになると、 A の値は 1.86 に近づくものと思われる。

f_i' に関する (2. 30) 式あるいは (2. 41) 式の妥当性が検証されたので、境界面の抵抗係数 f_i に関する (2. 42) 式の検討を行う。ただし、(2. 22) 式から明らかなように、同式の右辺 第 1 項を用いて算定された抵抗係数は、検証データとして使用できず、乱れ計測などによって得られたものか、運動方程式を直接積分して得られたものが用いられる。

図-2.8 には、上層密度流に関する実験値 (Exp. 8-1~8-5, Exp. 12-1~12-4) と、(2. 42) 式において $A = 15$ および層厚比 $(H - d_1)/H = 1$ として算定される推定曲線とが比較されている。実験値間の層厚比の違いや実験値の精度の面を考慮すると、両者はかなりよく適合しているものと思われる。

ここで、推定曲線の特性を詳しくみると、レイノルズ数の影響が顕著に現われるのは、 $R_e = 10^4$ 程度の範囲までであって、これが 10^5 を越えると、抵抗係数は内部フルード数と層厚比のみによって規定されることがわかる。一般の上層密度流では、内部フルード数が 0.2~0.8 程度であるから、レイノ

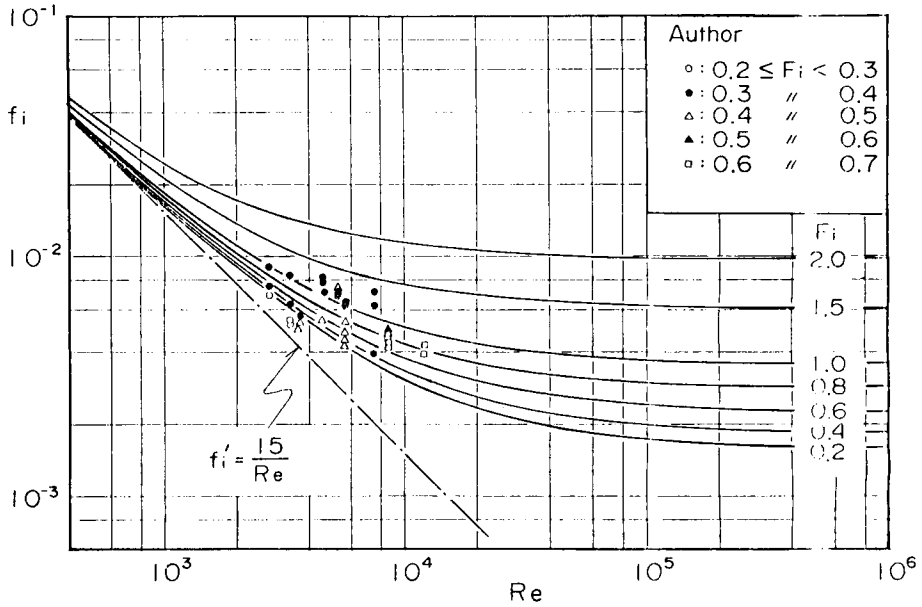


図 - 2.8 上層流における f_i と R_e の関係 (著者の実験値)

ルズ数の大きな流れにおいては、抵抗係数はある狭い範囲で変化する程度である。いま、かりに、層厚比 $(H - d_1) / H = 0.5$ と置いて、(2.42)式を用いて f_i を推定すると、つぎのようになる。

$$0.83 \times 10^{-3} < f_i < 2.1 \times 10^{-3}, \quad (0.2 < F_i < 0.8)$$

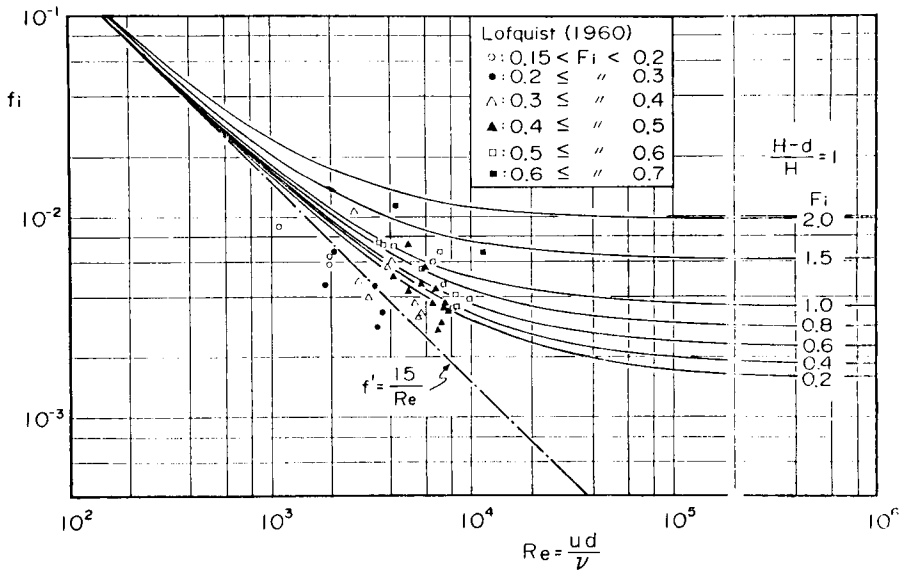


図 - 2.9 下層流における f_i と R_e の関係 (Lofquist の実験値)

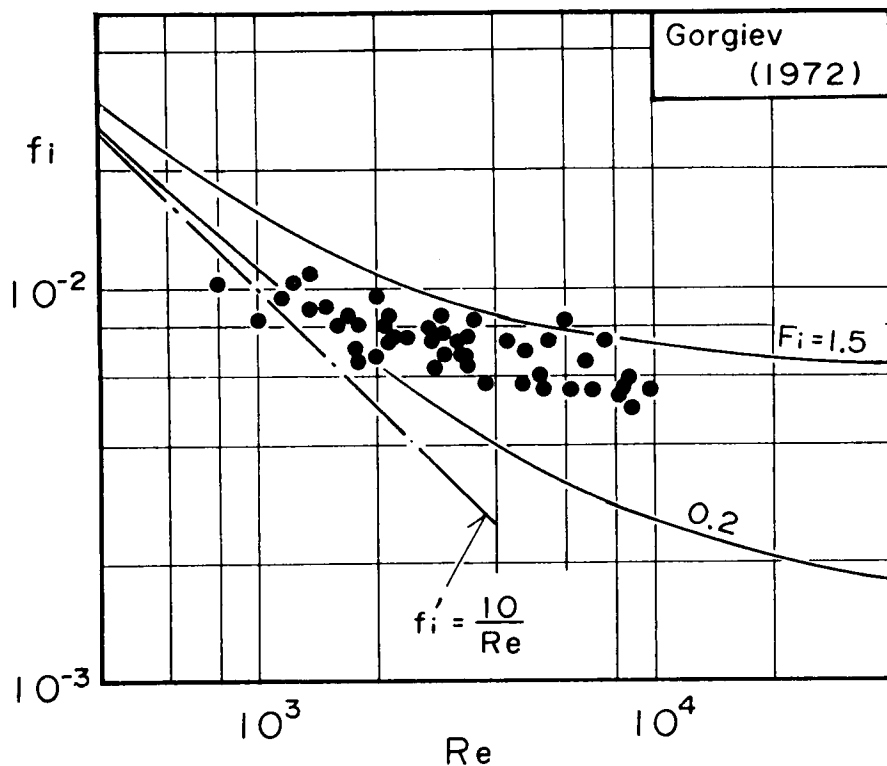


図 - 2.10 下層流における f_i と Re の関係 (Gorgiev の実験値)

この事実を裏付ける一例として、つぎのような興味深い報告がある。Karelse¹⁸⁾ (1974) は、ヨーロッパや USA で行われた実験のデータを収集して、ある範囲のばらつきを許せば、レイノルズ数が大きくなると、抵抗係数は一定値、

$$f_i \approx 0.8 \times 10^{-3}$$

に近づくことを示した。この値は、(2.42)式から算定されるものと一致すると見なしてもよい。

図 - 2.9 および図 - 2.10 は、下層密度流に関する実験値と (2.42) 式を比較したものであって、前者は Lofquist¹⁹⁾ (1960)、後者は Gorgiev²⁰⁾ (1972) のものである。なお、(2.42) 式を下層密度流へ適用するに際して、層厚比 $(H - d_1)/H$ の代わりに、 $(H - d_2)/H$ (d_2 : 下層流の層厚) が用いられ、これを 1 と置き、さらに前者に対しては、 $A = 15$ 、後者に対しては $A = 10$ が使われている。Gorgiev のデータは、内部フルード数が不明であるが、実験規模から考えて、 F_i は、0.2 ~ 1.5 程度の範囲にあることが推察される。さて、これらの図から明らかのように、下層流においても、両者の対応はよい。とくに、比較的精度がよいとみられる Lofquist のデータには、内部フルード数の増加に伴う f_i の増加傾向が顕著にみられ、(2.42) 式の妥当性が伺える。

上・下層が、ほぼ同じ程度の流速をもつ交換密度流 (Lock Exchange Flow) に対して、(2.42) 式が適用できるか否か興味ある問題である。図 - 2.11 は、Abraham・Eysink (1971) の交換密度

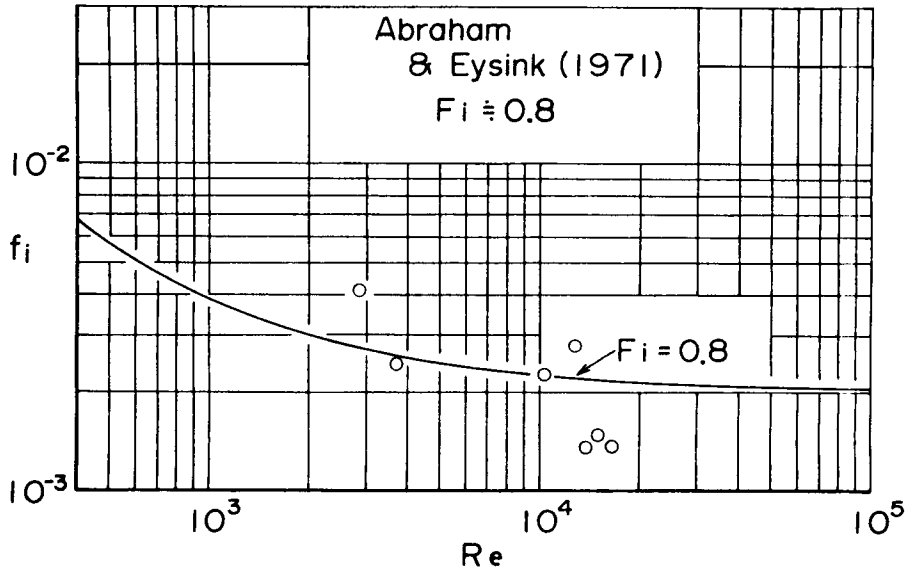


図 - 2.11 交換密度流における f_i と Re の関係 (Abraham・Eysink の実験)

流のデータと (2.42) 式を比較したものである。この実験において、内部フルード数は、ほぼ一定 $F_i \doteq 0.8$ に維持されており、抵抗係数は、側壁まさつの効果を除去して求められている。理論曲線は、層厚比 0.5 および $A = 1.86$ として得られるものである。両者を比較すると、交換密度流においても、(2.42) 式と実験値との対応はきわめてよい。

密度境界面の抵抗係数の推定式 (2.42) と実験値との比較は以上のものであって、同式の妥当性が検証されたものと思われる。

2.5 結 語

本章では、まず、密度境界面の抵抗則に関する従来の研究について概括し、それぞれの研究の不備な点を明らかにした。ついて、界面抵抗に対して、従来無視されていた界面混合の重要性について定性的な考察を加えた。こうした点と第 1 章で得られた成果を踏まえ、体積、質量および運動量保存則を用いて、界面混合が界面抵抗に及ぼす効果について詳細に議論し、界面混合を考慮した抵抗係数の推定式、すなわち (2.42) 式を提案した。同式によると、抵抗係数は、レイノルズ数、内部フルード数および層厚比によって規定される。レイノルズ数が 10^5 より大きくなると、抵抗係数は、内部フルード数および層厚比のみによって定められ、内部フルード数が大きくなり界面混合が大きくなると、抵抗係数も増加する。

同式は、上層および下層密度流に関する種々の実験値や交換密度流に関する実験値と比較され、その妥当性が示された。しかし、実験値には、一般に側壁まさつの影響が含まれているので、(2.42) 式右辺第 1 項の A の値を普遍的に定めることは困難であって、側壁効果の程度によって適当に推定する必要がある。ただし、Abraham・Eysink のデータとの比較にみられるように、この影響が無視できる場

合は、(2.41)式に示すところの値、 $A = 1.86$ によって普遍的に定められる可能性がある。

この抵抗則によると、2.1で述べたように、 $f_i \sim \varphi$ 型の抵抗則にみられる最大の疑問点が解明されるものと思われる。

参 考 文 献

- 1) 江頭進治・芦田和男：成層密度流の流れの構造に関する研究，京大防災研究所年報，22号B-2，1979，pp. 355 ~ 381.
- 2) 玉井信行・浅枝隆：淡塩2層流境界面における抵抗係数について，土木学会論文集，271号，1978，pp. 67 ~ 81.
- 3) Keulegan, G. H. : Interfacial instability and mixing in stratified flows, Jour. Res. National Bureau of Standards, Vol. 43, RP 2040, 1949, pp. 487 ~ 500.
- 4) 岩崎敏夫・岸田州生・富岡亮一：二成層流における密度混合について，第18回土木学会年次講演会，第II部，1962.
- 5) 椎貝博美：塩水楔に関する研究，1964，pp. 51 ~ 58.
- 6) 浜田徳一：密度流の諸問題(1)，第13回海岸工学講演集，1966，pp. 259 ~ 262.
- 7) 金子安雄：2層流界面抵抗係数の一例，第13回海岸工学講演集，1966，pp. 263 ~ 267.
- 8) 水理委員会密度流研究小委員会：成層密度流の界面現象(1)，土木学会論文集，242号，1975，pp. 73 ~ 90.
- 9) Ippen, A. T. and D. R. F. Harleman : Steady - state characteristics of subsurface flow, Gravity Waves Symposium, Circular No 521, National Bureau of Standards, 1952, pp. 79 ~ 93.
- 10) 嶋祐之・椎貝博美・玉井信行：河床こう配のある場合の塩水楔について，第19回土木学会年次講演会，第II部，1964.
- 11) Abraham, G. and W. D. Eysink : Magnitude of interfacial shear in exchange flow, Jour. Hydraulic Research, Vol. 19, No. 2, 1971, pp. 125 ~ 150.
- 12) Pedersen, F. B. : Gradually varying two - layer stratified flow, Jour. Hydraulic Div., Proc. ASCE, Vol. 98, 1972, pp. 257 ~ 268.
- 13) 柏村正和：河口流出における密度流効果，第18回水理講演会講演集，1974，pp. 221 ~ 236.
- 14) 日野幹雄：密度流の流速分布および界面抵抗について，第23回水理講演会論文集，1979，pp. 347 ~ 353.
- 15) Kanta, L. H., Phillips, O. M. and R. S. Azad : On turbulent entrainment at a stable density interface, Jour. Fluid Mech., Vol. 79, 1977, pp. 753 ~ 768.
- 16) Keulegan, G. H. : The mechanism of an arrested saline wedge estuary and coastline hydrodynamics, Ippen, Editor, McGRAW - HILL, 1966, p. 568.

- 17) Keulegan, G. H. : Laminar flow at the interface of two liquids, Jour. Res. National Bureau of Standards, Vol. 32, RP. 1591, 1944, pp. 303 ~ 327.
- 18) Karelse, M., Vreugdenhil, C. B. and G. A. L. Delvigne : Momentum and mass transfer in stratified flows, Delft Hydraulic Laboratory, report on literature study, R 880, 1974, pp. 2-6 ~ 2-13.
- 19) Lofquist, K. : Flow and Stress near an interface between stratified liquids, The Physics of Fluid, Vol. 3, No. 2, 1960, pp. 158 ~ 175.
- 20) Gergiev, B. V. : Some experimental investigation on turbulent characteristics of stratified flows, International Symposium on Stratified Flows, IAHR, 1972, pp. 507 ~ 515.

第3章 流速、水温および密度分布則に関する研究^{1) 2)}

3.1 概説

静力学的に安定な密度成層場においては、擾括に対して、浮力が安定な向きに作用するため、渦のスケールなどの乱れ特性量が著しく変化し、流速分布などの場の巨視構造も、一様場のそれとはかなり異なったものになる。こういった成層流は、緒論で述べたように、自然環境のいたるところで形成される。いま、水温成層化した貯水池でみられる密度流に注目すると、取・放流に伴う流れや流入水の流れは、一般に、ある層を選択的に流動する。たとえば、流入量が大きく越流放流が行われている場合や、放熱期において主躍層より上部の池水が循環している場合は、この躍層より上部の層が流動し、上層密度流が形成される。また、受熱期において中層取・放流が行われているときは、表面近傍の一次躍層と二次躍層とに挟まれた中間領域の池水が流動する。つまり中層密度流が形成される。

さて、密度成層せん断乱流における分布形の取り扱い、密度場と速度場とを同時に議論する必要があるため、密度一様場のものに比べてかなり難しい問題を伴う。平均場の分布形に関する研究は、固体壁面上の流れと、混合可能な密度境界を有する流れとを対象にしたものに大別できるが、前者に関しては、接地境界層の風速および気温などを問題にした Monin・Obukhov³⁾ (1954) の相似理論がある。これは、風速や気温分布が、運動量および熱量の輸送や安定度長によって規定されるというものであって、1960年代に多くの研究者、例えば McVehill⁴⁾ (1964)、Webb⁵⁾ (1970) らによって、適用領域に関する研究が進められ、log-linear 則として完成の域にある。しかし、本論が対象にする密度成層流は、境界面が密度界面であるため、界面を通して、運動量、質量および熱などの移動があり、上述の固体壁面上の流れとは非常に異なっており、つぎのような難しい問題がある。すなわち、界面近傍の水粒子が移動可能なため、速度場や密度場がどのような水理量によって規定されるのか、また、界面を境にして主流域とその外部の層との接続をどのようにすればよいかといった問題である。このような密度流に対して、日野⁶⁾ (1978) は、上層が乱流で、下層が層流の場合の流速分布をつぎの方法によって論じている。上層域を、遷移領域、これに接続する安定成層乱流域およびこの上部の中立成層領域に分割し、遷移層の速度場は流体粘性、まさつ速度および界面からの位置によって定められ、安定成層領域では Monin・Obukhov の相似則および上部の中立領域では流速一定として流速分布を導いた。一方、下層に対しては、芦田・江頭¹⁾ (1978) と同様簡略化されたナビエ・ストークスの方程式から導かれる放物線形の流速分布を導いた。しかしながら、この取り扱いにおいては、界面より上方に遷移層を考えると、せん断乱流場の特徴である界面混合現象をどのように評価するのか、といった問題が残されているとともに密度分布形の議論がなされていない。

密度せん断乱流場の分布形に関する研究は、以上のような状況にあって、界面混合が無視できない密度成層せん断乱流場の流速、水温および密度分布形については、ほとんど解明されてないと言っても過言ではない。そこで、本章においては、貯水池における密度成層流を念頭に置いて、水温差による安定

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに、座標軸は図-3.2のようである。静水圧分布を仮定し、さらに流速 $u = \text{const.}$ として、(3.1)式を図-3.2の control section で積分すると、次式を得る。

$$U_2^2 d - U_1^2 H_p = \frac{1}{2} \frac{\Delta\rho}{\rho} g (H_p^2 - d^2) \dots\dots\dots (3.2)$$

ここに、 U_1, U_2 : それぞれ潜入点上・下流の平均流速、 H_p : 潜入点水深、 d : 潜入後の下層流の層厚、 $\Delta\rho$: 流入水と周囲水との密度差である。上式において、潜入に伴う混入量を無視した、連続関係 $U_1 H_p = U_2 d$ を用いて H_p について解くと次式を得る。

$$H_p = \frac{1}{2} (\sqrt{8 F_i^2 + 1} - 1) d \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに、 $F_i^2 = U_2^2 / g'd$ ($g' = \Delta\rho / \rho \cdot g$) である。上式は、種々の水理条件に対して、下層流の層厚 d を求めると潜入点水深が求まることを示すものである。いま、実用的観点から、河床粗度 $k_s = 1 \text{ cm}$ として河床面の抵抗として対数型の抵抗則を、界面抵抗則に金子⁹⁾(1966)の式を用いて下層流の層厚を求め、潜入点水深と単位幅流量 q 、河床こう配 i および密度差との関係を調べると、つぎのような実用式が導かれる。

$$H_p = 0.362 q^{\frac{2}{3}} (g' i)^{-\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (3.4)$$

上式は、板倉・岸(1977)および岩崎・三王¹⁰⁾(1978)らが、実験や観測結果の考察から得た $H_p \propto q^{\frac{2}{3}}$ なる関係と対応している。図-3.3には、(3.4)式と岩崎・三王らおよび石橋・秋元¹¹⁾(1977)らの実測値を比較したものが示されている。(3.4)式は、観測値より若干大きな潜入点水深を与えるが、この程度に推定できれば十分であろう。なお、同式は、中川¹²⁾(1979)によって実験室規模の現象に対して適用され、ほぼ妥当な結果が得られている。これらのことを総合すると、(3.4)式は、かなり汎用性の高い実用式であると言えよう。

3.2.2 流速分布則の誘導

(1) 上層流

水路に一樣な水温の水を満し、上流端からこれより高温の水を給水し、下流端から自由に越流させると、図-3.4に示すような流速および水温分布をもつ上層密度流が形成される。実験を長時間継続しても水温躍層が低下するだけで、流速および水温分布形は変化しない。ただし、第1章で述べた実験水路のように水路こう配がある場合は、実験を長時間続けると躍層の低下にしたがって躍層面(境界面)と水路床とが交わる

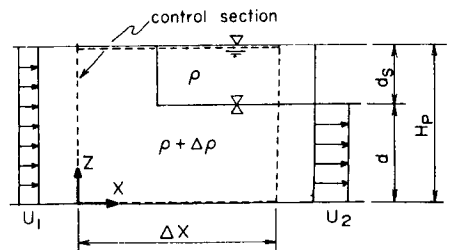


図-3.2 潜入点近傍の流れのモデル化

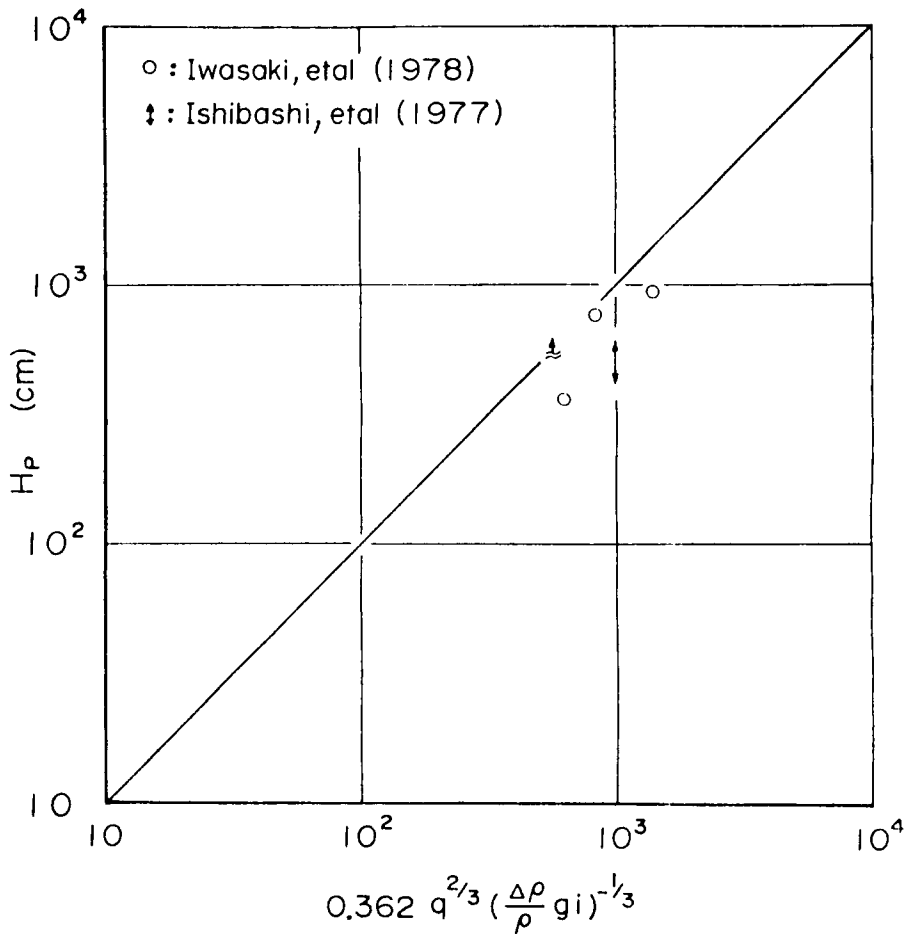


図 - 3.3 潜入点水深に関する実測値と実用式の比較

点が現われ、これより上流域では、固定床上の水温一様な流れが形成され、下流側で上層密度流となる。つまり、前述の type II の流れが形成される。

さて、このような状況下で形成される上層密度流の流速分布を、プラントルの運動量輸送理論に基づいて考察しよう。図 - 3.4 に示すように、境界面において運動量に関する混合距離 l_0 (芦田・江頭¹³⁾ 1975) を考え、混合距離の分布を次式のように想定する。

$$l = l_0 + \kappa z \dots\dots\dots (3.5)$$

ここに、 z : 界面より鉛直上向き座標で、 κ : カルマン定数であるが、安定な密度成層場においては乱れのスケールが減少するので普遍定数 0.4 より小さくなる。界面近傍では、せん断応力一定 (constant flux layer) と考えてよいから、速度こう配は次式のように書ける。

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{l_0 + \kappa z} \dots\dots\dots (3.6)$$

ここに、 u_* : 界面のまさつ速度である。上式は界面近傍で成り立つ関係であるが、不合理が生じない

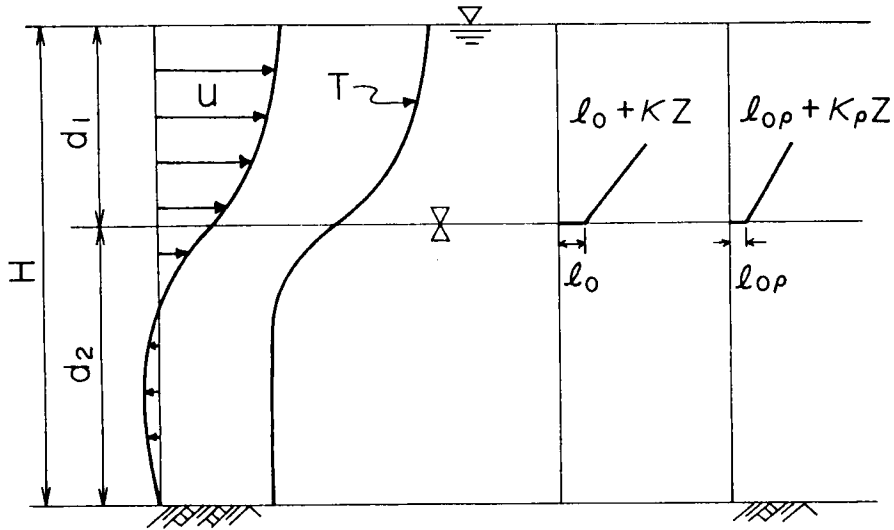


図 - 3.4 上層密度流の模式図および混合距離の分布

限り水表面まで適用できるものとする、次式のような流速分布形が得られる。

$$u(\zeta) = u_i + \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{\beta + \kappa \zeta}{\beta}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

ここに、 ζ : d_1 で無次元化された座標で、 $\zeta = z/d_1$ である。 β は、界面における無次元混合距離、 u_i は界面流速であって、これらは、それぞれ次式のように示される。

$$\beta = l_0/d_1 \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$u_i = \frac{q}{d_1} - u_* \left(\frac{\beta + \kappa}{\kappa^2} \ln \frac{\beta + \kappa}{\beta} - \frac{1}{\kappa} \right) \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

ここに、 q : 単位幅流量である。

以上のように上層の流速分布形が導かれたので、つぎに、下層の流れを層流として、下層の流速分布を導こう。下層が有限であれば、図 - 3.4 に示すように、界面近傍では主流の向きの、底面近傍では逆向きの流れ、すなわち弱い循環流が形成される。この種の流れの分布形を厳密に議論するのは困難であるので、第2章の(2.32)式および(2.33)式の考察のように、流速分布は次式のような2次曲線で近似できるものとする。すなわち、

$$u = a_1 \zeta'^2 + a_2 \zeta' + a_3 \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

ここに、 ζ' は、 $-z$ 軸を下層厚 d_2 無次元化したもので、 $\zeta' = -z/d_2$ である。上式の未定係数 a_1 、 a_2 、および a_3 を、(3.11)式 ~ (3.13)式の条件、すなわち、

$$\zeta' = 0, \quad u = u_i \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

$$\zeta' = 1, \quad u = 0 \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

$$\int_0^1 u d\zeta' = 0 \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

を用いて決定すると、流速分布形が次のように求まる。

$$u(\zeta') = (3\zeta'^2 - 4\zeta' + 1)u_i, \quad (0 \leq \zeta' \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

上式は、 $\zeta' = 1/3$ において $u = 0$ 、 $\zeta' = 2/3$ で逆流の最大値 $u = -u_i/3$ を与える。

以上、上層流に関する流速分布形が(3.7)式および(3.14)式のように得られた。

(2) 中層流

前述のtype Iの流れに関する中層密度流の領域における流速分布も、(1)の場合と同様な方法によって導かれる。図-3.5には、中層流の模式図と混合距離の分布が示されている。一次躍層の境界面から下向きにy軸、二次躍層の境界面から上向きにz軸として、混合距離の分布をそれぞれ次のように想定する。

$$l(y) = l_{0U} + \kappa_U y \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

$$l(z) = l_{0L} + \kappa_L z \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

ここに、 l_{0U} 、 l_{0L} ：それぞれ、一次および二次躍層の境界面における混合距離、 κ_U 、 κ_L ：カルマン定数である。混合距離を用いて速度こう配を表すと、それぞれ、つぎのようになる。

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_{*U}}{l_{0U} + \kappa_U y} \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_{*L}}{l_{0L} + \kappa_L z} \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

ここに、 u_{*U} 、 u_{*L} ：それぞれ、一次および二次躍層の境界面におけるまさつ速度である。ここで、

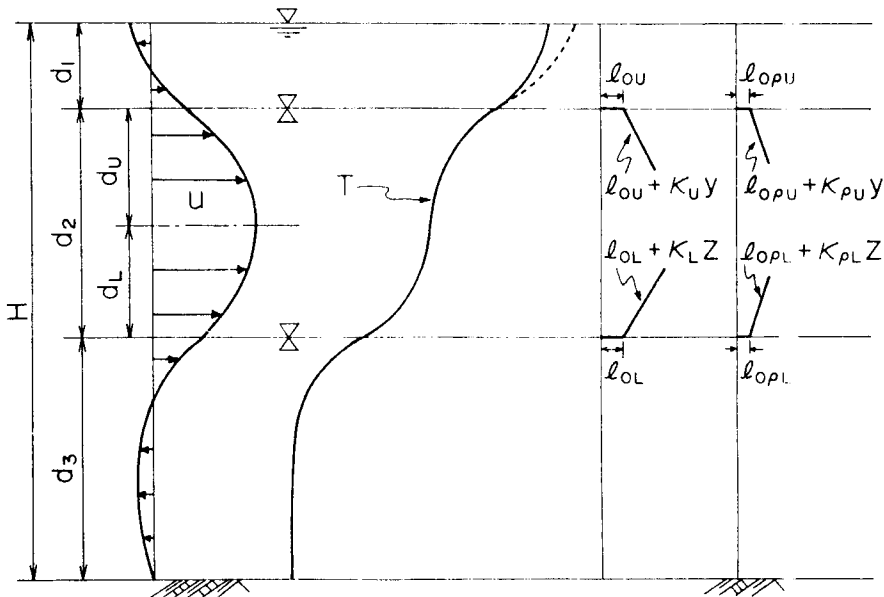


図 - 3.5 中層密度流の模式図および混合距離の分布

(1)の場合と同様、最大流速点まで、すなわち、 $y = d_U$ および $z = d_L$ までこれらの式が成り立つものとする、中層密度流の主流域における流速分布形が、次のように導かれる。

$$u(\eta) = u_{max} - \frac{u_{*U}}{\kappa_U} \ln \frac{\beta_U + \kappa_U}{\beta_U + \kappa_U \eta}, \quad (0 \leq \eta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

$$u(\zeta) = u_{max} - \frac{u_{*L}}{\kappa_L} \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L + \kappa_L \zeta}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

ここに、 η : y を d_U で無次元化した座標で、 $\eta = y/d_U$ 、 ζ : z を d_L で無次元化したもので、 $\zeta = z/d_L$ である。 β_U 、 β_L : それぞれ一次および二次躍層の境界面における無次元混合距離で、 $\beta_U = l_{0U}/d_U$ および $\beta_L = l_{0L}/d_L$ である。 u_{max} は、最大流速であって、流量の連続条件、

$$d_U \int_0^1 u(\eta) d\eta + d_L \int_0^1 u(\zeta) d\zeta = q \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

を用いて、つぎのように求められる。

$$u_{max} = \frac{q}{d_2} + \frac{u_{*U}}{\kappa_U^2} \left(\kappa_U - \beta_U \ln \frac{\beta_U + \kappa_U}{\beta_U} \right) \frac{d_U}{d_2} + \frac{u_{*L}}{\kappa_L^2} \left(\kappa_L - \beta_L \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L} \right) \frac{d_L}{d_2} \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

ここに、 d_2 : 主流域の厚さで、 $d_2 = d_U + d_L$ である。上式の層厚比 d_U/d_2 および d_L/d_2 は、一次および二次躍層の境界面における抵抗係数を、それぞれ f_{iU} 、 f_{iL} とし、せん断応力の直線性を仮定すると、次のようになる。

$$d_U/d_2 = f_{iU} / (f_{iU} + f_{iL}) \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

$$d_L/d_2 = f_{iL} / (f_{iU} + f_{iL}) \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

f_{iU} および f_{iL} は、第2章の(2.42)式を変形すると、それぞれつぎのように書ける。

$$f_{iU} = \frac{A}{R_e} + 0.00207 F_{iU}^2 + 0.0015 \frac{d_1}{d_1 + d_2} \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

$$f_{iL} = \frac{A}{R_e} + 0.00207 F_{iL}^2 + 0.0015 \frac{d_3}{d_2 + d_3} \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

ここに、 d_1 : 図-3.5に示すように、上層の厚さ、すなわち、一次躍層の界面から水面までの厚さ、 d_3 : 下層の厚さ、すなわち、二次躍層の界面から底面までの厚さである。 F_{iU} 、 F_{iL} : それぞれ中層と上層および中層と下層間の密度差で作られる内部フルード数である。

主流域の外側、つまり上層および下層領域の流速分布については(1)の場合と同様に層流状態を考え、しかも、(3.10)式すなわち2次曲線で近似できるものとし、つぎの条件で未定係数 a_1 、 a_2 および a_3 を定めることによって求められる。すなわち、上層については、i)水面で速度こう配0、ii)界面で流速 u_{iU} 、および iii)領域 $-d_1 \leq y \leq 0$ で流量が0なる条件を用い、下層については(1)の場合の条件、(3.11)式～(3.13)式を用いると、それぞれ次式を得る。

$$u(\eta') = \left(\frac{3}{2}\eta'^2 - 3\eta' + 1\right) u_{iU}, \quad (0 \leq \eta' \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.27)$$

$$u(\zeta') = (3\zeta'^2 - 4\zeta' + 1) u_{iL}, \quad (0 \leq \zeta' \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

ここに、 η' 、 ζ' ：それぞれ、 $\eta' = -y/d_1$ および $\zeta' = -z/d_3$ である。 u_{iU} および u_{iL} は、それぞれ界面流速であって、(3.19)式において $\eta = 0$ および (3.20)式において $\zeta = 0$ とおくと、つぎのように求められる。

$$u_{iU} = u_{max} - \frac{u_{*U}}{\kappa_U} \ln \frac{\beta_U + \kappa_U}{\beta_U} \quad \dots\dots\dots (3.29)$$

$$u_{iL} = u_{max} - \frac{u_{*L}}{\kappa_L} \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L} \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

以上のように、中層密度流の流速分布形が得られた。

(3) 下層流

下層流は、前述の type I の流れにおいて、潜入点から二次躍層までの領域と type III の場合に形成される。下層密度流の流速分布については、水路底面から最大流速点までの領域で壁法則が適用でき、最大流速より上方については、上述の (2) の場合と全く同じものになる。したがって、中層密度流における二次躍層の界面を水路底面に置き換えて、(2) の場合の座標系をそのまま用いて、その結果のみを示すとつぎのようである。

水路床が粗面の場合、水路床と最大流速点間の領域では、

$$\frac{u}{u_{*b}} = A_r \left(\frac{u_{*b} k}{\nu}\right) + \frac{1}{\kappa_b} \ln \frac{z}{k}, \quad (k \leq z \leq d_L) \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

で表示され、水路床が滑面の場合、

$$\frac{u}{u_{*b}} = A_s + \frac{1}{\kappa_b} \ln \frac{u_{*b} z}{\nu}, \quad (\delta \leq z \leq d_L) \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

である。ここに、 A_r 、 A_s ：経験定数であって、完全粗面乱流の場合は、 $A_r = 8.5$ 、滑面のときは、 $A_s = 5.5$ である。 ν ：動粘性係数、 u_{*b} ：底面まさつ速度、 δ ：粘性底層厚である。 κ_b はカルマン定数で、 $z \leq d_L$ の領域では密度こう配がほとんど無視できるので、 $\kappa_b = 0.4$ とみなしてよい。また、領域 $0 \leq y \leq d_U$ および $-d_1 \leq y \leq 0$ においては、(2) の場合の (3.19) 式および (3.27) 式がそれぞれ適用される。ただし、これらの式における最大流速 u_{max} は、(3.31) 式あるいは (3.32) 式において、 $z = d_L$ と置いて求められる。

以上、上層、中層および下層密度流の流速分布形状が得られたが、無次元混合距離およびカルマン定数に関する考察が必要である。

3. 2. 3 境界面における無次元混合距離

境界面近傍は、密度こう配も大きく、強い安定度を有する密度成層をなしている。このように安定度の大きい領域の流速分布について、Webb (1970) は、log-linear 則の極限として次式を得た。

$$\frac{du}{dz} = \frac{\alpha}{\kappa_N L} u_* \quad , \quad \left(L = \frac{C_p \rho T u_*^3}{\kappa_N g H} \right) \dots\dots\dots (3. 33)$$

ここに、 κ_N : 普遍定数 0.4, L : Monin · Obukhov Length, α : 定数, C_p : 定圧比熱, ρ : 密度, T : 気温, H : 熱量束あるいは浮力束である。上式は、速度場が運動量および熱量あるいは質量輸送のみによって規定されることを意味するものであって、このような状態を self - regulated state (Turner, 1973)¹⁴⁾ といふ。このような流速分布の直線性は、次元解析および乱れ運動に関する基礎方程式に基づいた考察から、Long¹⁵⁾ (1970) も導いており、Ellison Turner¹⁶⁾ (1959) の inclined plume, 芦田 · 江頭 (1975) の泥水密度流および小松¹⁷⁾ (1978) の表面密度噴流における界面近傍の流速分布形にも認められる。このことから考えて、密度境界面においては、self - regulated state の流れが形成されているものと推察される。そこで、(3. 33) 式を、質量輸送などを用いて書き直すと、次式のように書ける。

$$\frac{\partial u}{\partial z} = k_1 \frac{\overline{g \rho' w'}}{\rho u_*^2} \dots\dots\dots (3. 34)$$

ここに、 k_1 : 比例定数である。 $\overline{\rho' w'}$ は、乱れによる鉛直方向の質量輸送束であって、境界面における拡散係数 $\epsilon_{\rho i}$ を用いて表示すると、

$$\overline{\rho' w'} = - \epsilon_{\rho i} \frac{\partial \rho}{\partial z} \dots\dots\dots (3. 35)$$

ここで、上層流を対象にし、上式の $\epsilon_{\rho i}$ に対して、次章で得られる (4. 16) 式を適用すると、(3. 35) 式は、つぎのように変形される。

$$\overline{\rho' w'} = \frac{K}{2} \frac{\Delta \rho U_1}{R_{i*}} \dots\dots\dots (3. 36)$$

ここに、 K : 第 1 章で述べた連行率 E を定める定数で $K = 0.0015$, $\Delta \rho$: 上層と下層の密度差, U_1 : 上層の平均流速, R_{i*} : overall Richardson Number である。また、境界面における速度こう配は、(3. 6) 式より、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{l_0} \dots\dots\dots (3. 37)$$

ここで、(3. 34) 式、(3. 36) 式および (3. 37) 式を用いて $\partial u / \partial z$ および $\overline{\rho' w'}$ を消去すると、界面における無次元混合距離がつぎのように得られる。

$$\beta = l_0 / d_1 = r_1 (U_1 / u_*)^3 \dots\dots\dots (3. 38)$$

ここに、 r_1 は実験定数であって、 k_1 および K との関係は、つぎのようである。

$$r_1 = 2 (k_1 K)^{-1} \dots\dots\dots (3. 39)$$

図 - 3.6 は、無次元混合距離に関する (3. 38) 式¹⁸⁾ の関係を Lofquist (1960) および江頭 · 芦田

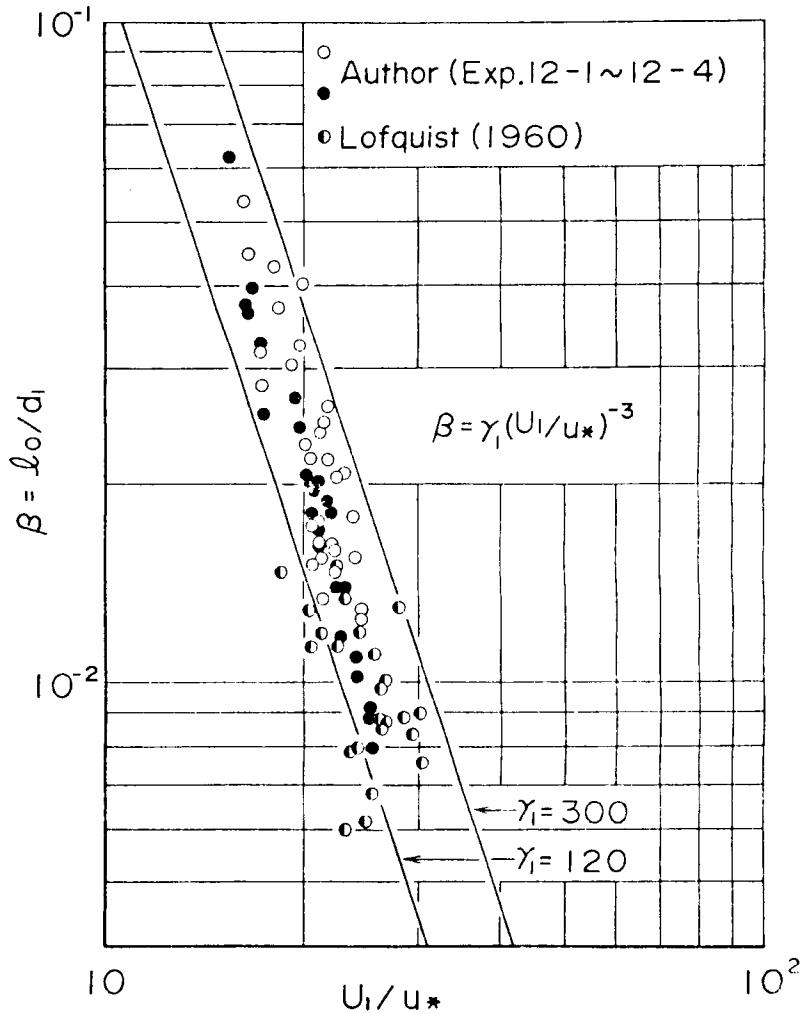


図 - 3.6 界面における無次元混合距離と流速係数の関係

(1979)の実験値(付録・表 - 15)によって検討したものである。図から明らかなように、無次元混合距離は、流速係数の -3 乗に比例しており、しかも、係数 γ_1 は、

$$120 \leq \gamma_1 < 300 \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

程度の狭い範囲にある。

以上は、上層密度流を対象として導かれた無次元混合距離と流速係数の関係であるが、中層および下層密度流に対する無次元混合距離もこれと同様であって、中層密度流に対しては、

$$\beta_U = \gamma_1 (U_2/u_{*U})^{-3} \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

$$\beta_L = \gamma_1 (U_2/u_{*L})^{-3} \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

のようである。また、下層密度流に対しては、(3.41)式が適用される。

3. 2. 4 カルマン定数

接地気層の風速分布に対する密度成層の影響は Monin・Obukhov 関数で表示されるのに対して、ここでは、カルマン定数の減少として評価しよう。すなわち、混合距離の分布を(3. 5)式、(3. 15)式および(3. 16)式のように想定したことから明らかなように、平均的に見て、せん断乱流域全体が密度成層の影響をどの程度受けるかを、Kao (1959)¹⁹⁾の加速度平衡式を用いて議論する。加速度平衡式を、いま対象にしている上層密度流の場合に書き直すと、次式ようになる。

$$l \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = l_N \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + B \frac{g}{\rho} l_\rho \frac{d\rho}{dz} \quad \dots\dots\dots (3. 43)$$

ここに、 l_N ：運動量に関する中立状態の混合距離、 l_ρ ：質量に関する混合距離、 B ：比例係数である。質量輸送率に関する(3. 36)式および後述の(3. 52)式を、上式の右辺第2項に用いると、加速度平衡式はつぎようになる。

$$l \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = l_N \left(\frac{du}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} BKg' \frac{1}{R_{i*}} \frac{U_1}{u_*} \quad \dots\dots\dots (3. 44)$$

ここに、 $g' = \Delta\rho/\rho \cdot g$ である。以下、固液混相流のカルマン定数の変化について日野(1963)²⁰⁾が行った方法に準じて議論する。ここで、速度こう配を、

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{l} = \frac{u_*}{l_N} \psi, \quad \left(\psi = \frac{l_N}{l} \right) \quad \dots\dots\dots (3. 45)$$

と置いて、これを(3. 44)式に代入すると、

$$\frac{u_*^2}{l_N} \psi^2 = \frac{u_*^2}{l_N} \psi^2 - \frac{1}{2} BKg' \frac{1}{R_{i*}} \frac{U_1}{u_*} \quad \dots\dots\dots (3. 46)$$

となる。いま、界面より少し離れた、 $l_0 + \kappa_z = \kappa_z (l_0/\kappa_z + 1) \doteq \kappa_z$ なる関係が成り立つ領域におけるカルマン定数を対象にすれば、 ψ は、つぎのように置ける。

$$\psi = \frac{l_{0N} + \kappa_N z}{l_0 + \kappa_z} \doteq \frac{\kappa_N}{\kappa} \quad \dots\dots\dots (3. 47)$$

ここに、添字 N は中立状態の意味である。密度成層流においては、実際、中立状態の流れは存在しないものと思われるが、ここでは、水温あるいは密度境界層が発達しない仮想的な流れを考えている。さて、 ψ は z に関して独立であり、(3. 47)式を(3. 46)式に代入して、境界面から水面まで積分すると、 ψ に関する2次式がつぎのように得られる。

$$\psi^2 - \psi - \frac{1}{2} \frac{B}{B'} \frac{K}{R_{i*}} \frac{U_1}{u_*} \frac{g' d_1}{u_*^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (3. 48)$$

ここに、

$$B' = \frac{1}{\kappa_N} \ln \frac{\beta_N + \kappa_N}{\beta_N} = \text{const.}, \quad \beta_N = \frac{l_{0N}}{d_1}$$

である。ここで、 $\kappa_N = 0.4$ として、 β_N が β と同じオーダーであるものとする、 B' は1程度の値になる。したがって、定数 B' を B に含めて、 $B/B' = B$ と書き直し、(3. 48)式を ψ について解くと、

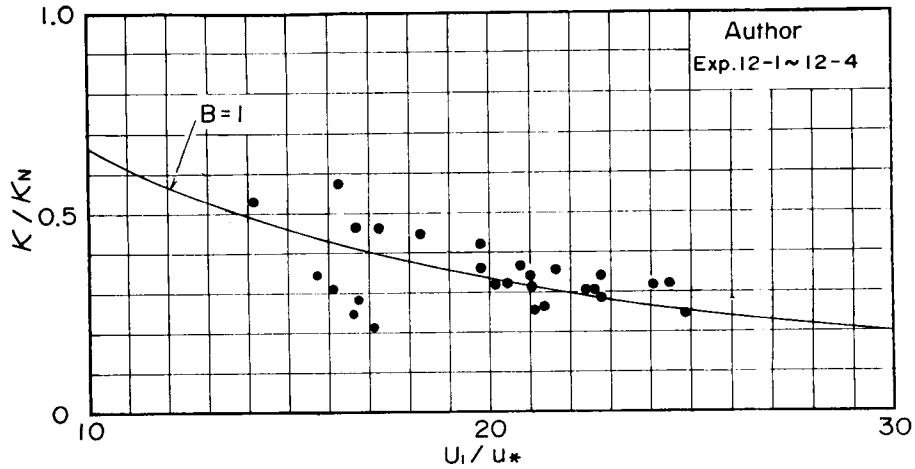


図 - 3.7 カルマン定数比と流速係数の関係

カルマン定数比が次のように求まる。

$$\frac{\kappa}{\kappa_N} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 2BK(U_1/u_*)^3}} \quad \dots\dots\dots (3.49)$$

第2章で得られた界面抵抗係数に関する(2.42)式を、上式の U_1/u_* に適用すると、つぎのことがわかる。すなわち、レイノルズ数の大きな流れにおいて、カルマン定数は、ほぼ、内部フルード数によって規定され、内部フルード数が大きくなり、浮力による安定度効果が減少するにつれて、 κ は κ_N に近づく。

図 - 3.7 は、(3.49)式において、 $K = 0.0015$ および $B = 1$ として求められる理論曲線と上層密度流に関する江頭・芦田(1979)の実験値を比較したものである。なお、実験条件および実験値は、付録・表 - 15 に示してある。さて、これらの比較から明らかなように理論値と実験値との対応はよく、(3.49)式によってカルマン定数の推定ができるものと思われる。

中層および下層密度流におけるカルマン定数に関しても、上層密度流と同様であって、たとえば、(3.49)式において、流速係数 U_1/u_* の代わりに、 U_2/u_{*U} および U_2/u_{*L} とすれば、中層密度流の κ_U/κ_N および κ_L/κ_N が求められる。ここに、 κ_N は 0.4 と考えてよい。

以上、本節においては、流速分布則が導かれ、分布則に含まれる無次元混合距離およびカルマン定数について考察された。

3.3 水温および密度分布則

3.3.1 水温および密度分布則の誘導

水温および密度分布に関しても流速分布の場合と同様、混合距離理論を用いて導くことができる。ま

ず、上層密度流について示そう。前述の図 - 3.4 には、運動量に関する混合距離とともに質量に関する混合距離の分布も示されている。同図に示されるように、界面においてそれぞれ混合距離を $l_{0\rho}$ および l_{0H} とし、混合距離の分布形をそれぞれ次式のように想定する。

$$l_{\rho} = l_{0\rho} + \kappa_{\rho} z \quad \dots\dots\dots (3.50)$$

$$l_H = l_{0H} + \kappa_H z \quad \dots\dots\dots (3.51)$$

ここに、 l_{ρ} 、 l_H ：質量および熱に関する混合距離で、 κ_{ρ} 、 κ_H ：質量および熱に関するカルマン定数である。ここで質量および熱量に関する鉛直輸送束をそれぞれ $-\overline{\rho'w'}$ および $-\overline{T'w'}$ とすると密度こう配および水温こう配は、それぞれ次のように示される。

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{-\overline{\rho'w'}}{(l_{0\rho} + \kappa_{\rho} z) u_*} \quad \dots\dots\dots (3.52)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{-\overline{T'w'}}{(l_{0H} + \kappa_H z) u_*} \quad \dots\dots\dots (3.53)$$

ここに、 ρ ：密度、 T ：水温である。constant flux layer の条件で、式中の $-\overline{\rho'w'}$ を、次章の (4.18) 式および (4.19) 式で示される界面の拡散係数を用いて表すと、それぞれつぎのようになる。

$$-\overline{\rho'w'} = -1/2 K \Delta\rho U_1 / R_{i*} \quad \dots\dots\dots (3.54)$$

$$-\overline{T'w'} = -1/2 K \Delta T U_1 / R_{t*} \quad \dots\dots\dots (3.55)$$

ここに、 $\Delta\rho$ 、 ΔT ：それぞれ上・下層の断面平均密度差および水温差である。これらの式を (3.52) 式および (3.53) 式に代入して積分すると、上層密度流に関する密度および水温分布則がつぎのよう
に得られる。

$$\rho(\zeta) = \rho_i - \frac{\Delta\rho}{2} \frac{K}{R_{i*}} \frac{U_1}{u_*} \frac{1}{\kappa_{\rho}} \ln \frac{\beta_{\rho} + \kappa_{\rho} \zeta}{\beta_{\rho}}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.56)$$

$$T(\zeta) = T_i + \frac{\Delta T}{2} \frac{K}{R_{t*}} \frac{U_1}{u_*} \frac{1}{\kappa_H} \ln \frac{\beta_H + \kappa_H \zeta}{\beta_H}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3.57)$$

ここに、 $\zeta = z/d_1$ 、 β_{ρ} および β_H は、密度および熱に関する界面の無次元混合距離で、それぞれつぎのようである。

$$\beta_{\rho} = l_{0\rho} / d_1 \quad \dots\dots\dots (3.58)$$

$$\beta_H = l_{0H} / d_1 \quad \dots\dots\dots (3.59)$$

ρ_i および T_i は、界面における密度および水温であって、下層の断面平均量を ρ_2 および T_2 とすると、それぞれ次式が成りたつ (芦田・江頭²¹⁾ 1977)。

$$\rho_i = (\rho_1 + \rho_2) / 2 \quad \dots\dots\dots (3.60)$$

$$T_i = (T_1 + T_2) / 2 \quad \dots\dots\dots (3.61)$$

中層密度流に関しても、質量および熱量に関する混合距離を図 - 3.5 のように設定することによって上層流の場合と同様に導くことができる。ここでは、その結果のみを示すとつぎのようである。

二次躍層の界面から最大流速点までの領域において、

$$\rho(\zeta) = \rho_{iL} - \frac{\Delta\rho_L}{2} \frac{K}{R_{i*L}} \frac{U_2}{u_{*L}} \frac{1}{\kappa_{\rho L}} \ln \frac{\beta_{\rho L} + \kappa_{\rho L} \zeta}{\beta_{\rho L}}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \dots\dots\dots (3.62)$$

$$T(\zeta) = T_{iL} + \frac{\Delta T_L}{2} \frac{K}{R_{i*L}} \frac{U_2}{u_{*L}} \frac{1}{\kappa_{HL}} \ln \frac{\beta_{HL} + \kappa_{HL} \zeta}{\beta_{HL}}, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \dots\dots\dots (3.63)$$

ここに、 $\zeta = z/d_L$, $\Delta\rho_L$, ΔT_L : それぞれ中層と下層との断面平均密度差および水温差, R_{i*L} : 中層厚 d_2 , 密度差 $\Delta\rho_L$ および中層の平均流速 U_2 によって作られる overall Richardson 数である。

ρ_{iL} および T_{iL} は, 二次躍層界面 ($\zeta = 0$) における密度および水温であって, 中層および下層の平均量を添字 2, 3 で表すと, それぞれ, 次式のようなのである。

$$\rho_{iL} = (\rho_2 + \rho_3) / 2 \dots\dots\dots (3.64)$$

$$T_{iL} = (T_2 + T_3) / 2 \dots\dots\dots (3.65)$$

$\beta_{\rho L}$ および β_{HL} は, 質量および熱量に関する二次躍層界面における無次元混合距離で, それぞれつぎのようである。

$$\beta_{\rho L} = l_{0\rho} / d_L \dots\dots\dots (3.66)$$

$$\beta_{HL} = l_{0H} / d_L \dots\dots\dots (3.67)$$

ここに, $l_{0\rho}$, l_{0H} : 質量および熱量に関する二次躍層界面の混合距離, d_L : 界面から最大流速点間の厚さである。また, $\kappa_{\rho L}$ および κ_{HL} は, 図 - 3.5 に示されるように質量および熱量に関する混合距離を規定するところのカルマン定数である。

また, 最大流速点から一次躍層界面間の分布則は, つぎのようである。

$$\rho(\eta) = \rho_{L1} - \frac{\Delta\rho_U}{2} \frac{K}{R_{i*U}} \frac{U_2}{u_{*U}} \frac{1}{\kappa_{\rho U}} \ln \frac{\beta_{\rho U} + \kappa_{\rho U} \eta}{\beta_{\rho U} + \kappa_{\rho U} \eta}, \quad (0 \leq \eta \leq 1) \dots\dots\dots (3.68)$$

$$T(\eta) = T_{L1} + \frac{\Delta T_U}{2} \frac{K}{R_{i*U}} \frac{U_2}{u_{*U}} \frac{1}{\kappa_{HU}} \ln \frac{\beta_{HU} + \kappa_{HU} \eta}{\beta_{HU} + \kappa_{HU} \eta}, \quad (0 \leq \eta \leq 1) \dots\dots\dots (3.69)$$

ここに, $\eta = y/d_U$, d_U : 最大流速点と一次躍層界面間の厚さ, $\Delta\rho_U$, ΔT_U : それぞれ中層と上層の断面平均密度差, R_{i*U} : d_2 , $\Delta\rho_U$ および U_2 で作られる overall Richardson 数, $\beta_{\rho U}$, β_{HU} : 無次元混合距離で, それぞれつぎのようである。

$$\beta_{\rho U} = l_{0\rho U} / d_U \dots\dots\dots (3.70)$$

$$\beta_{HU} = l_{0HU} / d_U \dots\dots\dots (3.71)$$

ρ_{L1} および T_{L1} は, 最大流速点における密度および水温であって, それぞれ (3.62) 式および (3.63) 式において $\zeta = 1$ として求められる。

以上, 運動量輸送の場合と同様, 質量および熱量輸送に関しても constant flux layer の条件を設定して, 密度分布および水温分布則が導かれたが, これらの分布則に含まれる無次元混合距離およびカルマン定数についての考察が必要である。以下, これらについて述べる。

3.3.2 質量および熱量輸送に関する界面の無次元混合距離

界面近傍は、強い安定度を有する密度成層をなしているため、3.2.3で述べた運動量に関する無次元混合距離の議論と同様に考えることができる。すなわち、気温分布に関する研究において、Webb(1970)は、Log-linear則の極限として、次式を得た。

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\alpha T_*}{\kappa_N L} \quad \dots\dots\dots (3.72)$$

ここに、 θ ：温位、 κ_N ：カルマン定数で0.4、 α ：定数、 L ：Monin・Obukhov長、 T_* ：温度の次元をもつ量で、熱量束 H 、定圧比熱 C_p とすると、 $T_* = H / (\rho C_p u_*)$ である。さて、上式は、温位あるいは密度場が、運動量および質量あるいは熱量輸送のみによって規定され、温位分布あるいは密度分布が直線分布になることを意味するものである。このことは、乱れのエネルギー方程式からも推測され、また、種々の水路実験においても認められている。

さて、上述のことを、Turner²²⁾(1973)の表示法に従って書き表すと、つぎのようになる。

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\rho}{g} k_2^2 \frac{(g \overline{\rho' w'} / \rho)^2}{u_*^4} \quad \dots\dots\dots (3.73)$$

ここに、 k_2 ：比例定数である。 $\overline{\rho' w'}$ に対して(3.54)式を用いると、上式は、つぎのようになる。

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\rho}{g} \left(\frac{k_2 K}{2}\right)^2 \left(\frac{U_1}{u_*}\right)^4 \left(\frac{U_1}{d_1}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (3.74)$$

また、(3.52)式および(3.54)式より、界面の密度こう配は、つぎのように表示できる。

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{4\rho}{2} \frac{K}{R_{i*}} \frac{U_1}{u_*} \frac{1}{l_{0\rho}} \quad \dots\dots\dots (3.75)$$

ここで、(3.74)式および(3.75)式を等置すると、界面における質量輸送に関する混合距離および無次元混合距離が、それぞれつぎのように得られる。

$$l_{0\rho} = r_2 (U_1 / u_*)^{-3} d_1 \quad \dots\dots\dots (3.76)$$

$$\beta_\rho = r_2 (U_1 / u_*)^{-3} \quad \dots\dots\dots (3.77)$$

ここに、 r_2 は実験的に定められるべき定数であり、 k_2 および K との関係は次式のようなものである。

$$r_2 = 2 / (k_2^2 K) \quad \dots\dots\dots (3.78)$$

(3.76)式および(3.77)式から明らかなように、 $l_{0\rho}$ および β_ρ の関数形は、運動量の場合と同じである。つぎに、Exp. 12-1 ~ Exp. 12-4 (付録・表-6)から得られた実験値(付録・表-15)を用いて、(3.77)式の間接関係を検討しよう。図-3.8は、同式と実験値との関係と比較したものであって、同図より実験値も流速係数の-3乗に比例することがわかる。また、係数 r_2 は、

$$10 \leq r_2 \leq 40 \quad \dots\dots\dots (3.79)$$

程度の範囲にあり、運動量に関する係数 r_1 の約1/10である。これは、質量輸送の方が密度こう配による浮力の影響を強く受けるためである。

なお、熱に関する混合距離についても、上と同様に議論でき、水の膨張係数が一定と見なせる領域では、質量の混合距離と同一である。つまり、

$$l_{0H} = l_{0\rho} \quad \dots\dots\dots (3.80)$$

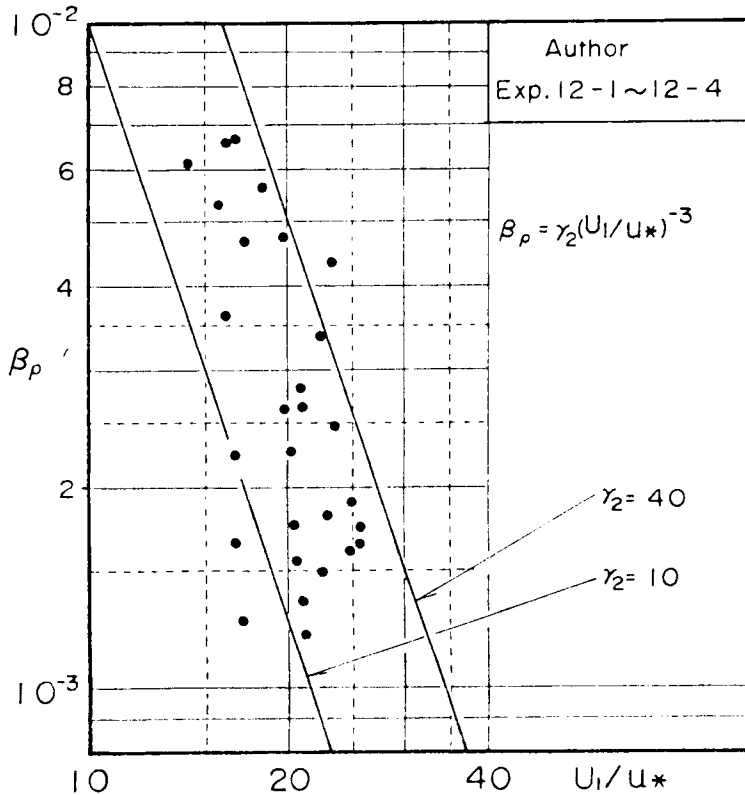


図 - 3.8 質量輸送に関する界面における無次元混合距離と流速係数の関係

$$\beta_H = \beta_\rho \quad \dots\dots\dots (3. 81)$$

である。

以上は、上層密度流に関する界面の無次元混合距離であるが、中層密度流の場合も同様であって、一次および二次躍層の界面における無次元混合距離は、それぞれつぎのようである。

$$\beta_{\rho U} = \beta_{HU} = \gamma_2 (U_2/u_{*U})^{-3} \quad \dots\dots\dots (3. 82)$$

$$\beta_{\rho L} = \beta_{HL} = \gamma_2 (U_2/u_{*L})^{-3} \quad \dots\dots\dots (3. 83)$$

3. 3. 3 質量および熱量に関するカルマン定数

上層密度流に関する密度および水温分布則が、それぞれ(3. 56)式および(3. 57)式のように与えられるので、これらの分布則を積分することにより断面平均値を求めると、自動的にカルマン定数が定まる。つまり、平均量を与えると、内部構造が規定される。

さて、これらの分布則を界面から水面まで積分して整頓すると、それぞれ次式を得る。

$$\kappa_\rho = K F_i^2 \frac{U_1}{u_*} \left(\frac{\beta_\rho + \kappa_\rho}{\kappa_\rho} \ln \frac{\beta_\rho + \kappa_\rho}{\beta_\rho} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (3. 84)$$

$$\kappa_H = K F_i^2 \frac{U_1}{u_*} \left(\frac{\beta_H + \kappa_H}{\kappa_H} \ln \frac{\beta_H + \kappa_H}{\beta_H} - 1 \right) \dots\dots\dots (3. 85)$$

$\beta_\rho = \beta_H$ であることから、上式を比較すると、 $\kappa_\rho = \kappa_H$ となり、質量と熱に関する混合距離は等しくなる。この事実は、熱、塩分、その他溶解物質の拡散係数が等しいことに相当するものであって、これまでに、多くの実験や観測結果においても認められている。

さて、(3. 84) 式あるいは (3. 85) 式を κ_ρ について解くとカルマン定数が求められる。図 - 3. 9 には、流速係数 U_1 / u_* に関して (2. 42) 式 ($A = 15, (H - d_1) / H = 0.5$) を適用し、 β_ρ に関して (3. 77) 式 ($r_2 = 10$) を適用して (3. 84) 式を解き、レイノルズ数をパラメータにしてカルマン定数比 $\kappa_\rho / \kappa_{\rho N}$ ($\kappa_{\rho N} = 0.4$) と内部フルード数との関係を調べたものが示されている。また、付録の表 - 15 に示す Exp. 12-1 ~ 12-4 の測定値も示されている。図から明らかなように、推定曲線および実験値とも、内部フルード数が増加すると $\kappa_\rho / \kappa_{\rho N}$ は増加する。これは、 F_i が増加すると浮力による安定度効果が減じ、混合が活発になるためである。カルマン定数比に対するレイノルズ数の影響は、 $Re < 10^4$ 程度の範囲において顕著にみられ、 Re が大きいほど、 $\kappa_\rho / \kappa_{\rho N}$ も大きくなり、 10^6 を越えるとレイノルズ数の影響はほとんどなくなる。レイノルズ数が 10^4 より大きな実験値はないが、推定値と実験値との対応はよく、(3. 84) 式あるいは (3. 85) 式によって、質量および熱量に

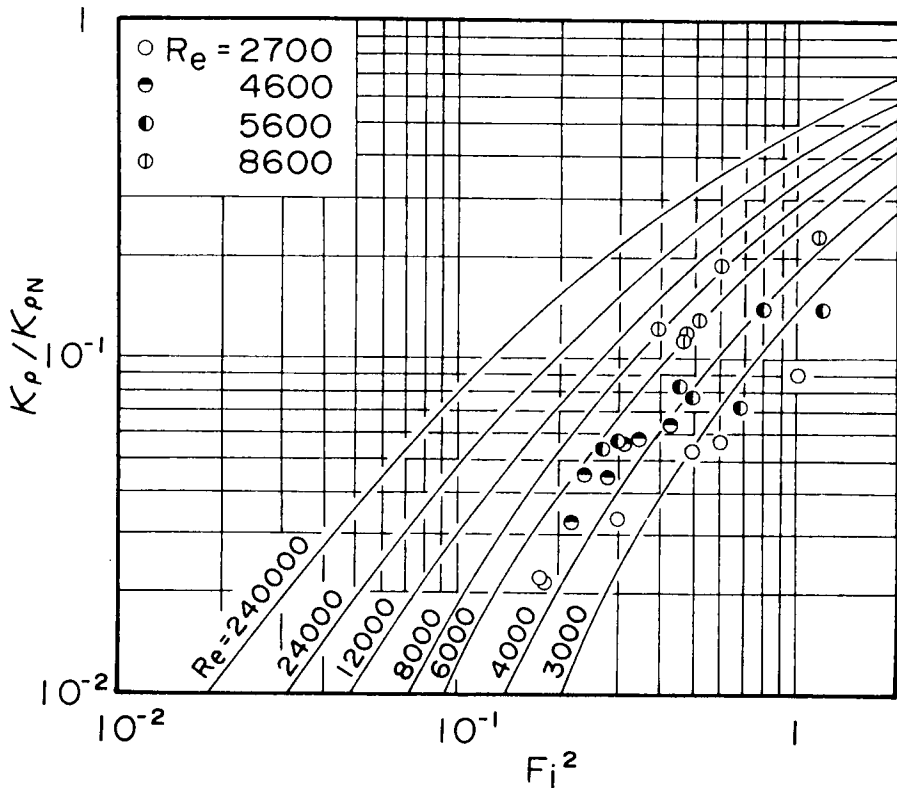


図 - 3.9 質量輸送に関するカルマン定数比と内部フルード数およびレイノルズ数の関係

関するカルマン定数が推定できるものと思われる。

なお、中層密度流に関しても、同様であって、 F_i^2 、 U_1/u_* および β_ρ の代わりに、 F_{iU}^2 、 U_2/u_*U および $\beta_{\rho U}$ などを用いると $K_{\rho U}$ が求められる。

以上、本節においては、上層および中層密度流に関する水温および密度分布則が導かれるとともに、質量および熱量輸送に関して界面の無次元混合距離やカルマン定数に対する考察がなされた。

3.4 流速および水温分布則の実験的検討

3.4.1 実験方法

実験装置、方法および手順については、大部分が 1.3.1 で述べたとおりであるので、ここでは、中層密度流に関する実験の手順と流速の測定法について述べる。

中層密度流の実験はつぎのようにして行われた。まず、水路に水道水を適量給水し、2時間程度放置して、日射光により昇温させる。この方法によって、日射量の多い7月～9月初旬にかけては、26℃～28℃の水道水を3～5℃程度昇温できる。つぎに、水路下流端の保温水槽に貯えられた地下水(16～18℃)を、下段の取水口を利用して、加熱された水道水との混合をなるべく小さくするように、十分時間をかけて給水する。すると、水路内には、明瞭な水温躍層をもつ2成層状態の水温分布が形成される。このようにして、実験の初期状態が設定された後、上流端の貯水槽に貯えられている水道水を、給配水系B(図-1.4参照)を用いてポンプ給水し、同時に、中段の取水口を用いて給水量と等しい量を放流すると、所定の中層密度流を得ることができる。

流速分布の測定は、水路下流端から $X = 4.3 \text{ m}$ 地点あるいは、 $X = 4.3 \text{ m}$ および 11.5 m 地点の二つの断面において、水素気泡法によって行われた。すなわち、水素気泡を0.5秒間隔に発生させ、これを35mmモータドライブカメラにより、1秒間隔で15～18コマ連続撮影した。流速分布は、このようにして得られた15～18枚の写真を重ね合わせて、これらの算術平均から求められている。

3.4.2 実験結果の一例および考察

図-3.10には、上層密度流に関する流速および水温分布の測定例が示されている。測定値は、単位幅流量 $q = 28.6 \text{ cm}^2/\text{s}$ の Exp. 8-4(付録・表-9)のものであって、下流端から $X = 4.3 \text{ m}$ 地点において、通水開始後17分、32分および46分に計測されたもので、境界面を原点にして示されている。まず、流速分布に注目すると、界面より離れるにしたがって、片対数紙上で直線分布になるが、界面近傍においては、固体壁面上の流れに比べて速度こう配が緩やかであることがわかる。これは、界面において混合があるためであって、3.2.2における流速分布則の誘導に際して、界面混合距離を導入したことの妥当性を示すものであろう。水温分布形についても、片対数紙上でほぼ直線分布であって、流速分布形と同様であるが、界面近傍においては、流速分布の場合のように、直線からそれほどずれない。これは、熱に関する界面混合距離が、運動量のものより小さいためであろう。

図-3.11は、中層密度流に関する Exp. 8-12(付録・表-3)の実験値の一例で、単位幅流量

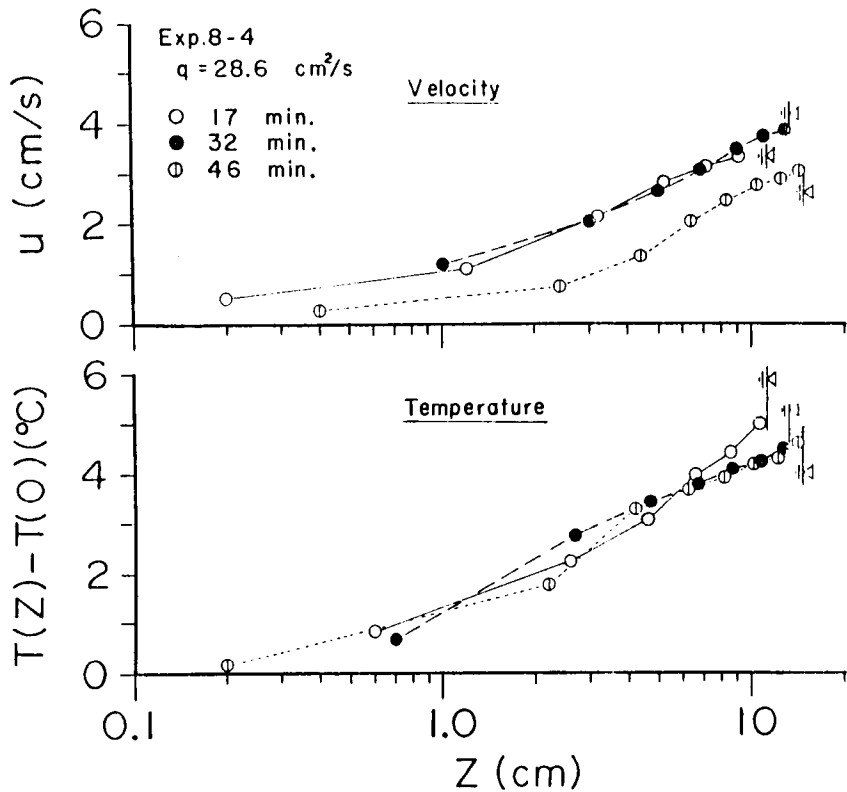


図 - 3.10 上層流における流速および水温分布の一例

41.0 cm^2/s , 通水開始後 15.5 分, 30, 44 および 50 分に $X = 4.3 \text{ m}$ 断面で測定されたものである。なお, 図の縦軸は, 水面から取水口軸間の深さで無次元化されており, 横軸の流速については, 取・放流口軸の延長線上の流速によって無次元化されている。 T_i は流入水温であって, 矢印の幅は流入水温の変動幅に対応している。さて, この図において注目すべき点は, 最大流速は取水口軸の延長線上に現われないで, 一次および二次躍層に挟まれた領域に生じていることである。これは, 取水の影響が, 取水口のごく近傍までしか及ばず, これよりも上流においては, 二つの躍層の界面抵抗によって, 最大流速点が定まることを意味するものである。もし, 初期の水温あるいは密度分布が直線分布であっても, 中層流がせん断乱流である場合, 主流域は流れ自体の混合によって一様に近い層になり, 主流域と周囲との間には躍層が形成される。こういった状況においては, もはや Koh (1966)²³⁾ や Pao・Kao (1974)²⁴⁾ などが行った摂動解に基づいた取水理論は適用できなくなり, 前述したように, 界面の位置に注目した解析法がより有効になってくる。

3.4.3 理論と実験との比較

(1) 上層流

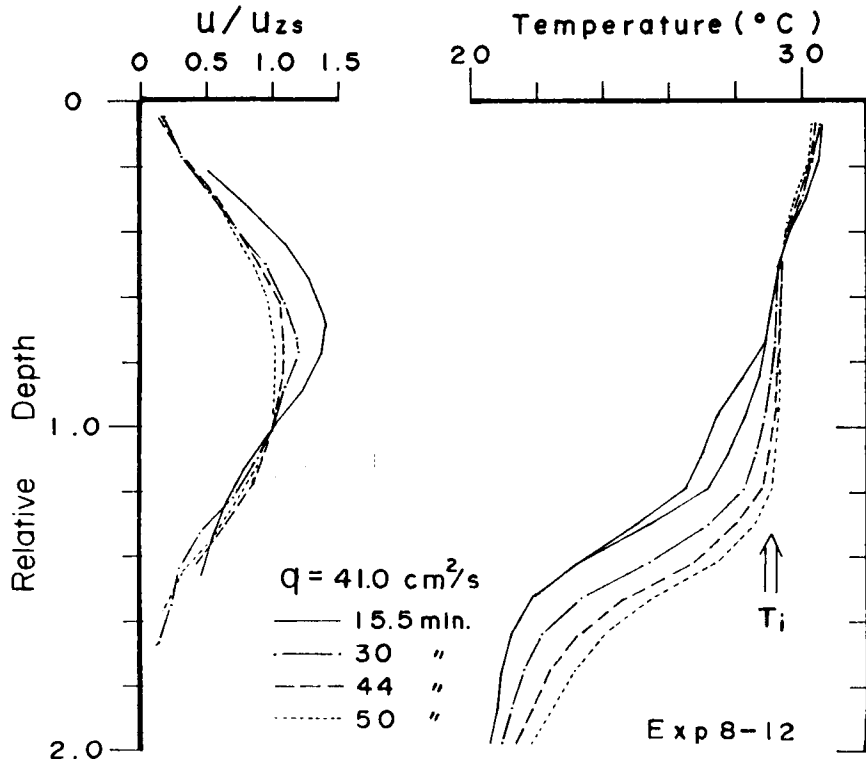
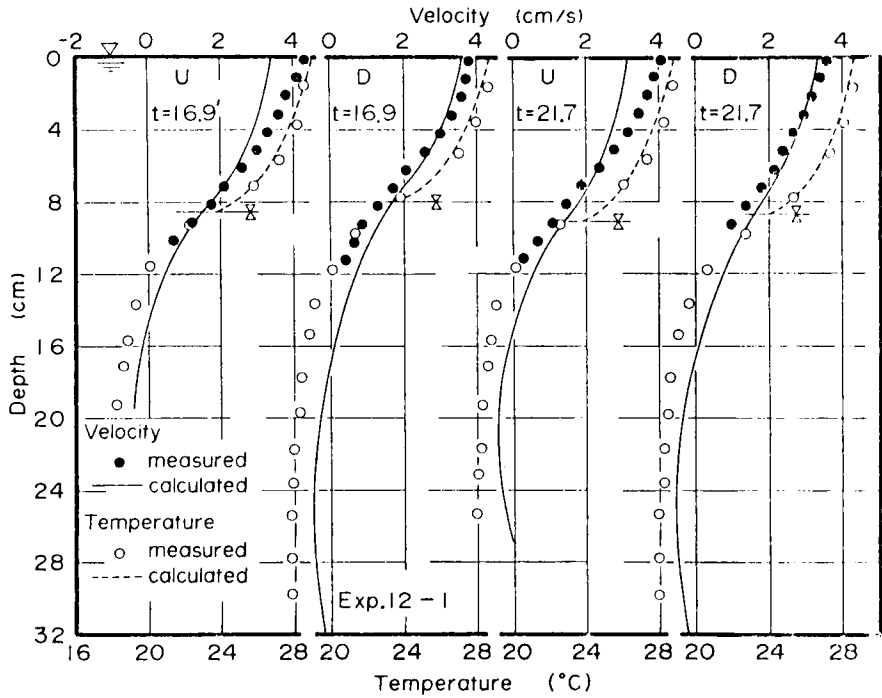


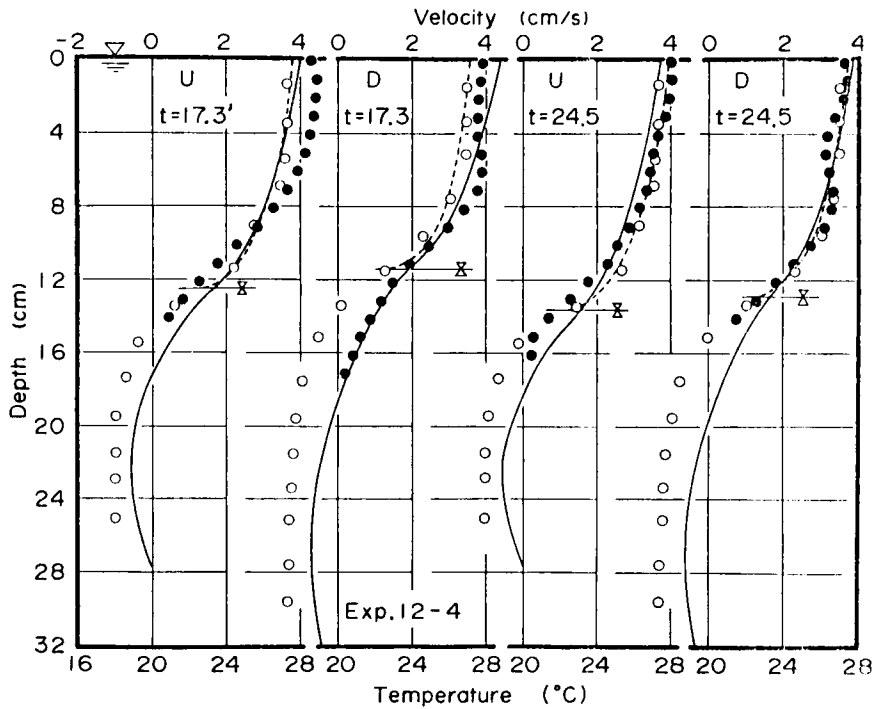
図 - 3.11 中層流における流速および水温分布の一例

図 - 3.12 (a), (b), (c), (d) は、流量がそれぞれ、22.86, 39.74, 49.09 および 76.62 cm^2/s の実験 (付録・表 - 13) について、流速および水温分布に関する理論値と実験値を比較したものである。図中の記号 U は、上流断面のものであって、流速については下流端から $X = 11.5 \text{ m}$ 、水温については $X = 12.8 \text{ m}$ 断面におけるもので、記号 D は、流速について $X = 4.3 \text{ m}$ 、水温については $X = 5.5 \text{ m}$ 断面におけるものを意味する。 t は実験開始後の時間経過 (分) である。流速分布の理論値は (3.7) 式および (3.14) 式、水温分布は (3.57) 式によって求められるが、この際、まきつ速度、無次元混合距離およびカルマン定数の算定には、(3.7) 式に対して、(2.42) 式 ($A = 15$)、(3.38) 式 ($r_1 = 120$) および (3.49) 式 ($B = 1, K = 0.0015$) が使われ、(3.57) 式 に対して、(3.77) 式 ($r_2 = 10$) および (3.85) 式 ($K = 0.0015$) が適用されている。

さて、これらの図の比較から明らかなように、constant flux layer の条件下で導かれた分布則であるにもかかわらず、流速および水温とも、実験値とかなりよく適合している。実験値に対し側壁の影響と思われるものがあるため、理論値と実験値とを詳細に比較することは困難であるが、つぎの点で若干の問題があるように思われる。流速分布については、流量の小さい (a) 図において、計算値の方が若干緩やかな速度こう配を与えている。この傾向は、とくに、上流側断面において強く現われている。この原因として、レイノルズ数が 2700 程度の実験であるため、せん断乱流場としての扱いが可能かどうかといった問題や、上・下流断面の測定値を比較すると、二断面において流量が異なっているため測定値に



☒ - 3. 12 (a)



☒ - 3. 12 (b)

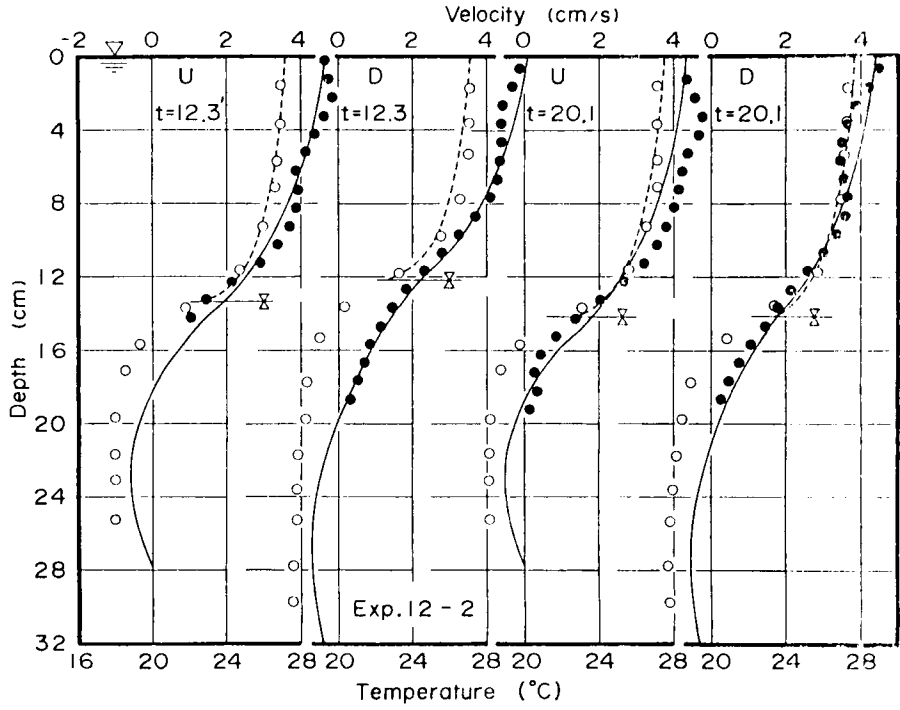


図 - 3.12 (c)

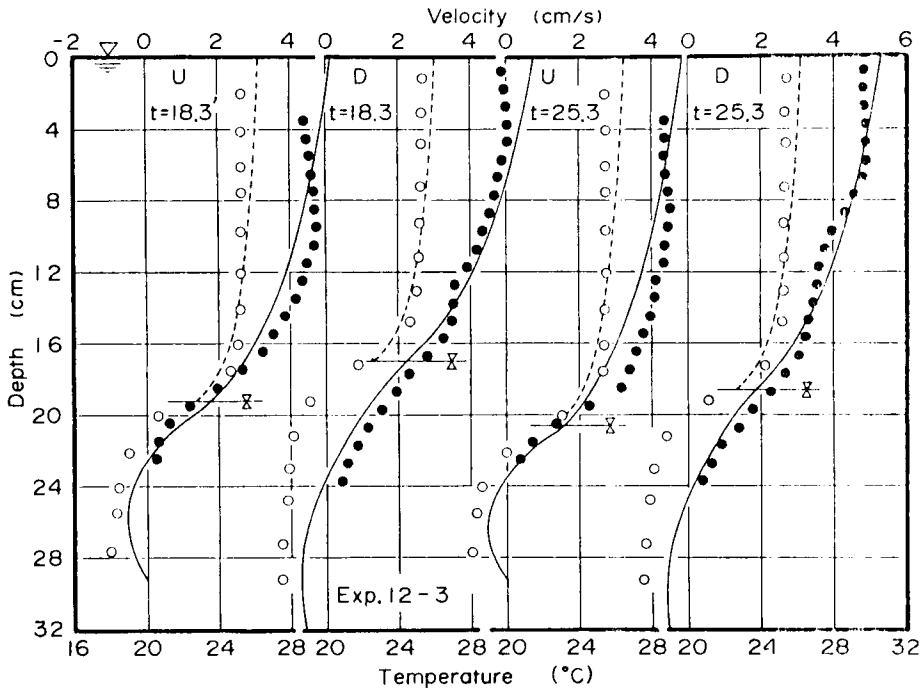


図 - 3.12 (d)

図 - 3.12 上層流における流速および水温分布則と実験値の比較

も若干の誤差が含まれていることなどが考えられよう。水温分布については、分布則が水温境界層内のものであるのに対し、実験において、水温境界層が水面まで十分発達しているかどうかといった問題がある。水温境界層は、乱流プラントル数が大きければ大きいほど、また、レイノルズ数が大きいほど、発達しにくい。また、aspect ratio (B/d_1) が小さいため、側壁の効果による2次流(芦田・江頭,1977)によって水温境界層の発達は、さらに抑制される。このような点を考慮して流量の大きい(d)図をみると、上流断面に比べて水温境界層がより発達していると思われる下流断面において、水温分布則はよく適合している。

以上のように、上層流に対する分布則は、適用領域の下限および水温境界層の発達の問題など、今後究明すべき点は残されるが、実験値をかなりよく説明することが明らかである。

(2) 中層流

図 - 3.13 (a), (b), (c) は、流量がそれぞれ 40.0 , 51.94 および $67.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ の実験(付録・表 - 12)について、流速および水温分布に関する理論値と実験値を比較したものである。図中の記号 U および D は(1)の場合と同様である。さて、中層流に関する流速分布の理論値は、主流域に対して(3.19)式および(3.20)式、二つの界面の外側に対して(3.27)式および(3.28)式を用

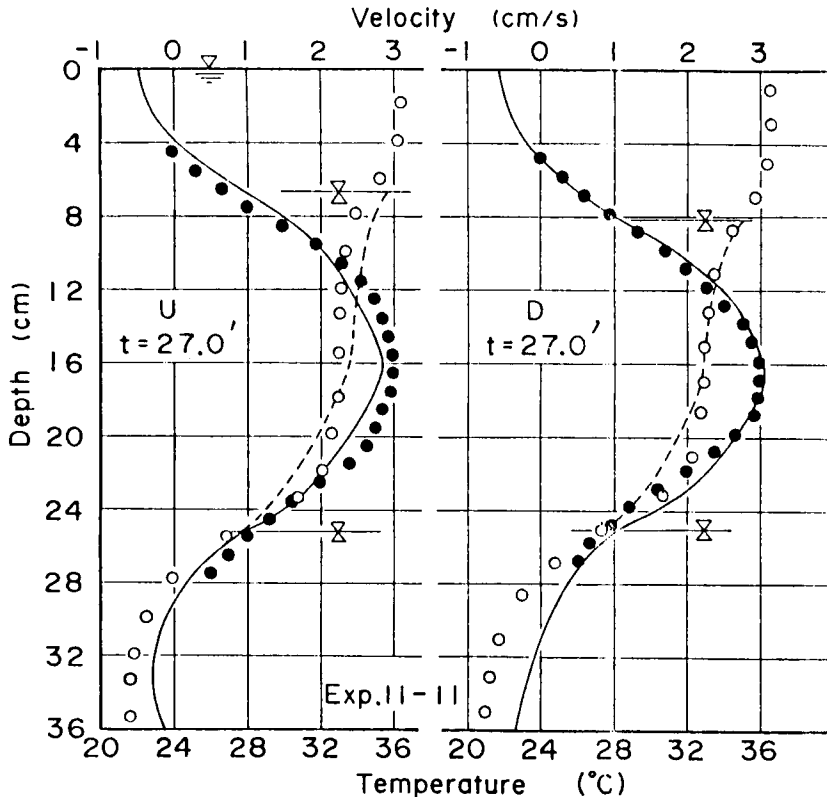


図 - 3.13 (a)

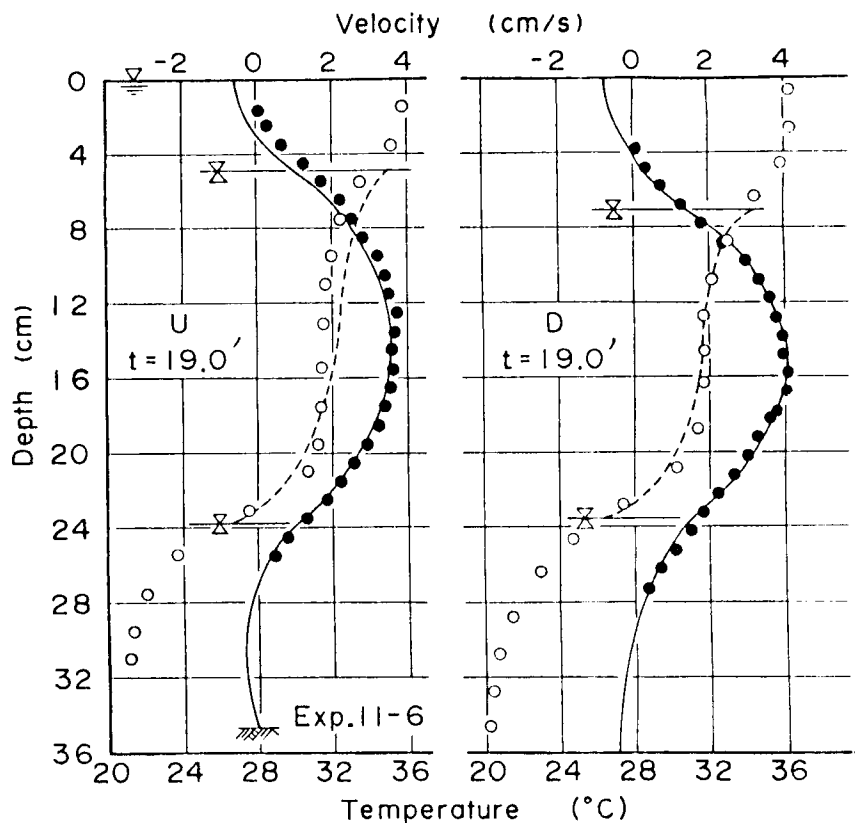


図 - 3.13 (b)

いて求められ、水温分布は(3.63)式および(3.69)式によって求められる。ただし、これらの式に含まれる未知量は、前述したような種々の補助方程式を用いて算定されるが、これらの式に含まれる実験定数、 A 、 r_1 、 r_2 および K は、上層流の理論計算に用いたものと同じ値が使われている。

さて、これらの図において、実験値と理論値を比較すると、流速分布については、上流および下断面ともよく一致している。水温分布についても、十分とは言えないが、下断面においては、かなりよく一致しているものと思われる。上流断面において、下断面より適合性がよくないのは、(1)の場合に考察したように、上流側では、下断面に比べて水温境界層が発達しにくいからであろう。

このように、若干の問題点は残されるが、中層流においても、流速および水温分布は、実験値とかなりよく一致することが明らかにされた。

3.5 結語

本章においては、まず、水温成層化した貯水池を念頭に置いて、流れの形態変化がどのような条件で起るかを明らかにした。すなわち、潜入点水深および躍層の位置を推定することによって、流れの形態変化がほぼ把握できることを示し、躍層の位置の推定法については第1章で明らかにしたので、ここで

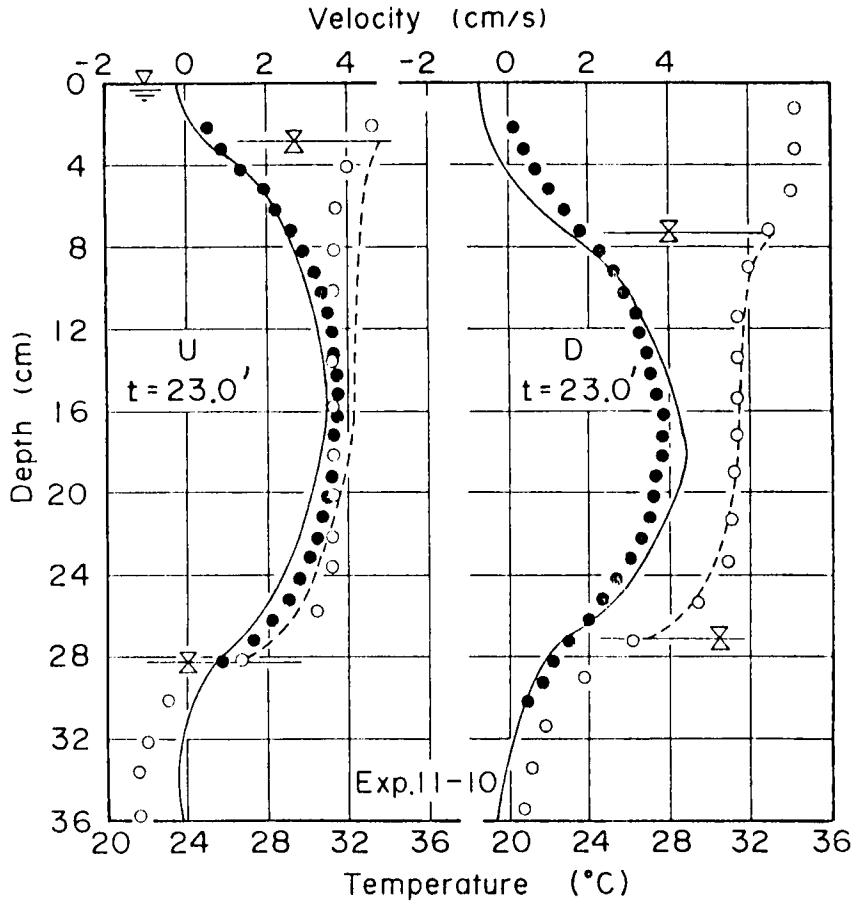


図 - 3.13 (c)

図 - 3.13 中層流における流速および水温分布則と実験値の比較

は、潜入点の推定法について述べた。このようにして、上層密度流、中層密度流および下層密度流の形成領域が明らかにされた。ついで、これらの成層流に関する流速、密度および水温分布則について考察した。流速分布則に関しては、密度境界面において混合距離 l_0 を仮定するとともに、混合距離の線形分布を仮定し、constant flux layerの条件下で議論した。このようにして、密度成層せん断乱流場の流速分布則が導かれた。水温および密度分布則についても、熱および質量輸送の混合距離を、運動量の場合と同様に仮定することによって考察され、上層および中層密度流の主流域に関する分布則が導かれた。これらの分布則は、密度成層場の影響を受けて変化するが、この影響は、界面の無次元混合距離およびカルマン定数によって評価される。まず、界面の無次元混合距離は、次章で述べられる界面における拡散係数の推定式と self-regulated state の条件を用いて考察され、その推定法が明らかにされた。運動量輸送の混合距離を規定するカルマン定数については、加速度平衡式を用いて考察され、熱および質量輸送に関するカルマン定数については、積分法によって考察され、それぞれに関する推定式が提案

された。

以上のようにして導かれた流速および水温分布則や諸水理変数の推定式は、実験値と比較検討され、その妥当性が示された。

なお、密度および水温分布則の誘導に際して評価された質量および熱に関する混合距離は、次章で考察される拡散係数の議論に対して直接適用される。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治：成層密度流の流速分布則に関する研究，京大防災研究所年報，21号B-2，1978，pp. 455～465.
- 2) 江頭進治・芦田和男：成層密度流の流れの構造に関する研究，京大防災研究所年報，22号B-2，1979，pp. 355～381.
- 3) Lumley, J. L. and H. A. Panofsky : The structure of atmospheric turbulence, John Wiley & Sons, 1964, pp. 99～118.
- 4) McVehill, G. E. : Wind and temperature profiles near the ground in stable stratification, Quar. Jour. Roy. Met. Vol. 90, 1964, pp. 136～146.
- 5) Webb, E. K. : Profile relationships : The log-linear range, and extension to strong stability, Quar. Jour. Roy. Met. Soc. Vol. 96, 1970, pp. 67～90.
- 6) 日野幹雄：密度流の流速分布および界面抵抗について，第23回水理講演会論文集，1979，pp. 347～353.
- 7) 江頭進治・芦田和男：貯水池密度流の潜入点水深の推定，第15回自然災害科学シンポジウム，1978，pp. 481～482.
- 8) 板倉忠興・岸力：貯水池密度流に関する研究，第14回自然災害科学総合シンポジウム，1977，pp. 89～93.
- 9) 金子安雄：2層流界面抵抗係数の一例，第13回海岸工学講演会，1966，pp. 263～267.
- 10) 三王英寿・岩崎敏夫・大杉勉・阿部至雄：貯水池における凝集性懸濁物質の挙動について，第22回水理講演会論文集，1978，pp. 113～118.
- 11) 石橋毅・秋元保・白砂孝夫・石川晴雄・斉藤茂・宮永洋一：成層型貯水池内の流れと熱収支の現地観測，第21回水理講演会論文集，1977，pp. 1～8.
- 12) 中川一：下層密度流に関する基礎的研究，京都大学卒業論文，1979，pp. 7～13.
- 13) 芦田和男・江頭進治：泥水密度流に関する基礎的研究，土木学会論文集，237号，1975，pp. 37～50.
- 14) Turner, J. S. : Buoyancy effects in fluids, Combridge Univ. Press, 1973, pp. 116～118.
- 15) Long, R. R. : A theory of turbulence in stratified fluids, Jour. Fluid Mech. Vol.

- 42, 1970, pp. 349 ~ 365.
- 16) Ellison, T. H. and J. S. Turner : Turbulence in stratified fluids, Jour. Fluid Mech., Vol. 6, 1959, PP. 423 ~ 448.
 - 17) 小松利光 : 成層密度噴流における乱れおよび流れ特性に関する研究, 九州大学学位論文, 1978, pp. 54 ~ 96.
 - 18) Lofquist, K. : Flow and stress near an interface between stratified liquids, The Physics of Fluid, Vol. 3, 1960, pp. 158 ~ 157.
 - 19) Kao, S. K. : Turbulent transfer in the boundary layer of a stratified fluid, Jour. Meteorology, Vol. 16, 1959, pp. 497 ~ 503.
 - 20) Kao, S. K. : Turbulent transfer in the boundary layer of a stratified fluid, Jour. Met. Vol. 16, 1959, pp. 497 ~ 503.
 - 21) 日野幹雄 : 固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集, 92号, 1963, pp. 11 ~ 20.
 - 22) Turner, J. S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge Univ. Press, 1973, p.137.
 - 23) Koh, R. C. Y. : Viscous stratified flow towards a sink, Jour. Fluid Mech., Vol. 24, 1966, pp. 555 ~ 575.
 - 24) Pao, H. P. and T. W. Kao : Dynamics of establishment of selective withdrawal of a stratified fluid from a line sink, Jour. Fluid Mech. Vol. 65, 1974, pp. 657 ~ 688.

第 4 章 密度成層場における渦動拡散係数に関する研究^{1), 2)}

4.1 概説

貯水池や河口部における水質現象において、水温成層期の貯水池濁度や塩水楔上の流水の塩分分布を問題にする場合、流速分布の推定と同時に、渦動拡散係数の鉛直分布の把握が必須の条件である。

密度成層場の渦動粘性係数や拡散係数は、海洋の水温や塩分分布、大気中の気温や水蒸気分布などの問題に関連して、古くから海洋および気象学者によって研究され、また、流体力学者も興味を示してきた。それぞれの分野によって、興味の対象も異なっており、また、研究手法も、平均場のみ特性量によって議論しようとするものや乱れ特性量など流れの微細構造にまで立入って議論するものなど多様である。しかし、いずれにおいても、渦動粘性係数や拡散係数に対する密度こう配の効果が評価の対象となっている。

これらの研究の代表的なものを挙げると、つぎのようである。

Rossby・Montgomery³⁾ (1935) は、プラントルの混合距離を用いたエネルギーのつり合い条件から、渦動粘性係数 ϵ_z を次のように表した。

$$\epsilon_z = \epsilon_{zN} (1 + a R_i)^{-\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ここに、 ϵ_{zN} : 中立安定場の渦動粘性係数、 a : 経験定数、 R_i は gradient Richardson 数で、次式で定義される。

$$R_i = -\frac{g}{\rho} \frac{d\rho/dz}{(du/dz)^2} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

ここに、 z : 重力と逆向きの座標、 ρ : 密度、 u : 流速、 g : 重力の加速度である。Munk・Anderson⁴⁾ (1948) は、Sverdrup⁵⁾ (1936) の観測データから、(4.1) 式の定数を $a = 10$ と定めるとともに、拡散係数 $\epsilon_{\rho z}$ について、

$$\epsilon_{\rho z} = \epsilon_{\rho zN} (1 + a' R_i)^b$$

なる関数形を仮定し、Jacobsen⁶⁾ (1913) の条件 $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z \leq 1$ および Taylor⁷⁾ (1931) の条件 $R_i \leq 1$ を用いて、つぎのような経験則を得た。

$$\epsilon_{\rho z} = \epsilon_{\rho zN} (1 + 3.33 R_i)^{-\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここに、 $\epsilon_{\rho zN}$: 中立安定場の拡散係数である。したがって、(4.1) 式および (4.3) 式より aus-tatunsch coefficient ($1/P_r$) は、次のようになる。

$$\frac{\epsilon_{\rho z}}{\epsilon_z} = \frac{1}{P_r} = \frac{(1 + 3.33 R_i)^{-\frac{3}{2}}}{(1 + 10 R_i)^{-\frac{1}{2}}}, \quad (\because \epsilon_{\rho zN} = \epsilon_{zN}) \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

*) 以下拡散係数と呼ぶ。

ここに、 P_r : 乱流プラント数、 $P_r = R_i / R_f$ (R_f : flux - form Richardson 数) である。

(4. 3)式および(4. 4)式で示される Munk・Anderson の研究は、現在でも汎用性の高い経験則として使用されている。

Monin・Obukhov の相似理論 (Lumley・Panofsky, 1964)⁸⁾ を抛りどころとした研究も、Webb⁹⁾ (1970)、Oke¹⁰⁾ (1970) および McVehill¹¹⁾ (1964) らによって進められている。これらの研究をまとめると、渦動粘性係数、拡散係数およびこれらの係数比は、つぎのように示される。

$$\epsilon_z = \epsilon_{zN} / \phi_M = \kappa_N z u_* / \phi_M = \epsilon_{zN} / (1 + \alpha R_i) \dots\dots\dots (4. 5)$$

$$\epsilon_{\rho z} = \epsilon_{\rho zN} / \phi_\rho = \kappa_N z u_* / \phi_\rho = \epsilon_{\rho zN} / (1 + \alpha' R_i) \dots\dots\dots (4. 6)$$

$$\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z = \phi_M / \phi_\rho = \text{const.}, (\because \alpha = \alpha') \dots\dots\dots (4. 7)$$

ここに、 κ_N : 安定中立場のカルマン定数で、 $\kappa_N = 0.4$ 、 α 、 α' : Monin・Obukhov 係数で、 $\alpha = \alpha' = 5.2$ (Webb, 1970)、 ϕ_M および ϕ_ρ は Monin・Obukhov 関数と呼ばれるもので、 z/L の関数であって、 $z/L \ll 1$ の条件下で、つぎのように示される。

$$\phi_M (z/L) = 1 + \alpha \frac{z}{L} = 1 + \alpha R_i \dots\dots\dots (4. 8)$$

ここに、 L : Monin・Obukhov の安定度長で、熱量および浮力束をそれぞれ H および B とすると、

$$L = \frac{\kappa_N g H}{\rho C_p u_*^3} = - \frac{\kappa_N B}{u_*^3} \dots\dots\dots (4. 9)$$

によって定義される。ここに、 C_p : 定圧比熱である。なお、 H および B は、慣用的に下向きが正にとられる。さて、安定成層場の ϵ_z 、 $\epsilon_{\rho z}$ および $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z$ に関する (4. 5) ~ (4. 7) 式に関して、Webb (1970) は、 $R_i \leq 0.2$ の範囲でこれらの関係を認め、Oke (1970) は、Webb と同様、観測資料に基づいた考察より、 $R_i \leq 0.1$ の条件下で成立することを認めた。しかし、McVehill (1964) は、地上 4 m 地点における R_i の測定値に基づいた考察から、もはや (4. 7) 式は成立せず、 R_i の増加につれて $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z$ が減少することを報告している。

乱れ特性量の定式化をはかり、これに基づいて考察しようとしたものに、Ellison¹²⁾ (1957)、Ellison・Turner¹³⁾ (1960) および Launder¹⁴⁾ (1975) らの研究がある。Ellison および Ellison・Turner は、新たに密度変動方程式を導入し、この式と乱れのエネルギー方程式および質量の輸送方程式に基づいて考察し、実験値などを参考にして次式を提案した。

$$\epsilon_{\rho z} = \epsilon_{\rho zN} (1 - R_f)^2 = \epsilon_{\rho zN} (1 - \epsilon_{\rho z} / \epsilon_z \cdot R_i)^2 \dots\dots\dots (4. 10)$$

$$\frac{\epsilon_{\rho z}}{\epsilon_z} = \frac{b (1 - R_f / R_{fc})}{(1 + R_f)^2} \dots\dots\dots (4. 11)$$

ここに、 R_f : flux - form Richardson 数、すなわち $R_f = \epsilon_{\rho z} / \epsilon_z \cdot R_i$ であり、 R_{fc} : R_f の限界値である。 b は、中立安定場における輸送係数比であって、 $b = \epsilon_{\rho zN} / \epsilon_{zN}$ である。Launder は、Ellison (1957) や Townsend¹⁵⁾ (1957) が省略した圧力変動量と他の乱れ変動量間の相関関係を実験的に調べ、これを基礎方程式に加えて、次式を提案した。

$$\frac{\epsilon_{\rho z}}{\epsilon_z} = \frac{\epsilon_{\rho z N}}{\epsilon_{z N}} \frac{1 + \phi \phi_T B'}{1 + \phi_T (0.8 - 0.5 \phi_T) B'} \dots\dots\dots (4.12)$$

ここに、 B' : 無次元浮力パラメータで、

$$B' = \alpha' g k^2 \partial T / \partial z / (D^2 T) \dots\dots\dots (4.13)$$

と表される。ここに、 α' : 空気熱膨張係数、 k : 乱れの運動エネルギー、 D : 乱れの粘性逸散率
 T : 気温である。なお、(4.12)式における ϕ および ϕ_T は実験定数であって、Webster¹⁶⁾ (1963)
 およびChampage¹⁷⁾ (1970)らの実験値から、 $\phi = 0.2$ および $\phi_T = 0.31$ と定められている。

つぎに、渦動粘性係数 ϵ_z および拡散係数 $\epsilon_{\rho z}$ に関するこれらの研究において、密度成層の影響がどのように現われているか調べよう。まず、Monin・Obukhovの相似理論に基づいた(4.5)~(4.7)式についてみると、 ϵ_z および $\epsilon_{\rho z}$ とも R_i の増加につれて同様に減少する。係数比 $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z$ は、Monin・Obukhov係数 α がほぼ α' に等しいため、密度成層の影響を顕著に受けない。そもそも相似理論は、 R_i と R_f が近似的に等しい条件下の議論であって、 $\epsilon_z \doteq \epsilon_{\rho z}$ なる関係が成立するのは当然のことである。この点が他の研究と異なっているので、適用に際しては注意が必要である。Munk・Andersonの(4.4)式と、Ellisonの(4.11)式において $b = 1.4$ および $R_{fc} = 0.1$ と置いたものを比較すると、 $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z$ が、 R_i の増加につれて減少する傾向は、ほぼ同様であって、とくに、 R_i が1より大きくなると、これに逆比例して減少する。しかし、 $1 < R_i$ において、(4.11)式の推定値は、(4.4)式の $1/3$ 程度の値になる。(4.4)式および(4.11)式において R_i が大きくなり浮力の影響が顕著になると、 $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z$ が限りなく小さくなるのに対して、Launder(1974)の(4.12)式において、浮力パラメータ B' を、 $B' \rightarrow \infty$ とすると、 $\epsilon_{\rho z} / \epsilon_z \rightarrow 0.31 \epsilon_{\rho z N} / \epsilon_{z N}$ となり、前の二つの式より密度成層の影響が顕著に現われないことがわかる。このように、それぞれの推定式において、密度成層の影響の現れ方は異なっているが、Munk・Andersonの式は、Merrit・Rudinger¹⁸⁾ (1973)の上層密度流の実験値をよく説明しており、Ellisonの式は、Ellison・Turner(1960)の塩水を用いた閉管路実験を、Launderの式は、Webster(1964)の風洞実験の結果とよく対応している。

以上、安定な密度成層場における渦動粘性や拡散係数について概括した。これらの研究によって、 ϵ_z および $\epsilon_{\rho z}$ とも密度成層の影響を受けて中立安定場のそれより減少し、しかも、拡散係数の方がより影響を受けることが明らかである。しかし、上述したように、定量的な評価に際して、これらの式による推定値には、かなりの違いがある。これは、主に、流れの場の相違によるものと思われるが、いずれの研究においても、流速分布や密度分布といった平均場の巨視構造については、言及されていない。

安定な密度成層場における渦動粘性や拡散係数に関する研究は、このような状況にあって、定性的には、かなり明らかにされているが、適用に際して重要である量的な推定については不十分である。前章において、安定な成層場における上層密度流および中層密度流に関する流速、水温および密度分布について、混合距離理論を用いて考察したが、この成果を適用すると、拡散係数を直接導くことができる。

本章においては、まず、前章における平均場の分布則の議論において重要な意義をもつた密度境界面における拡散係数の鉛直成分について、連続成層場および二成層場における質量保存則を用いて考察す

る。つぎに、前章で明らかにされた熱および質量に関する混合距離を用いて拡散係数の分布式を求め、水理量と拡散係数との関係について考察するとともに、実験により検討する。

4.2 境界面における渦動拡散係数の推定理論

4.2.1 理論式の誘導¹⁾

図-4.1には、下層静止の上層密度流に関して、層モデルおよび連続成層モデルにおける流速分布および密度分布が模式的に示されているが、それぞれのモデルにおける質量保存則の表示法を比較することにより、密度境界面における拡散係数と連行速度との間には密接な関係があることがわかる。以下この関係について述べる。さて、層モデルにおける質量保存則は、第1章で考察されたように、次式で示された。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\Delta \rho}{d_1} W_e \quad \dots\dots\dots (1.8a)$$

ここに、 $\Delta \rho$ は上・下層の断面平均密度差であって、 $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$ 、 W_e は連行速度で、他は図-4.1のとおりである。一方、連続成層モデルにおける質量保存則は、移流拡散方程式を用いてつぎのように表示される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_{\rho z} \frac{\partial \rho}{\partial z}) \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

ここに、 ρ ：密度、 u 、 w ：流速の x および z 成分、 $\epsilon_{\rho x}$ 、 $\epsilon_{\rho z}$ ：拡散係数の x および z 成分である。上式において、微小項と思われる右辺第1項を省略し、左辺第1項および第2項の ρ 、 u に関して、これらを断面平均値と変動成分、すなわち、

$$\rho = \rho_1 + \rho'' \quad \text{および} \quad u = U_1 + u''$$

のように表示し、これを(4.14)式に代入して水面($z=0$)から境界面($z=d_1$)まで積分すると次式が導かれる。

$$\rho_1 \left\{ \frac{\partial d_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_1 d_1) \right\} + d_1 \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \right) - \rho(d_1, t) \left\{ \frac{\partial d_1}{\partial t} + u(d_1, t) \frac{\partial d_1}{\partial x} - w(d_1, t) \right\} = \epsilon_{\rho z}(d_1, t) \frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_{z=d_1} - \epsilon_{\rho z}(0, t) \frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad \dots\dots\dots (4.15)$$

ここに、 (d_1, t) ：界面における諸量である。第1章で示したように、界面流速の z 成分 $w(d_1, t)$ は(1.5)'式で与えられ、左辺の $\partial d_1 / \partial t + \partial(U_1 d_1) / \partial x$ は連行速度であって、これは(1.6)式で示される。すなわち、

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} + u(d_1, t) \frac{\partial d_1}{\partial x} - W_e = w(d_1, t) \quad \dots\dots\dots (1.5)'$$

$$\frac{\partial d_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(U_1 d_1) = W_e \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

であった。また、境界面の密度 $\rho(d_1, t)$ は、
(3.60)式、すなわち、

$$\rho(d_1, t) = \rho_i = (\rho_1 + \rho_2) / 2 \quad \dots\dots\dots (3.60)$$

であった。さて、 $\epsilon_{\rho z} \partial \rho / \partial z |_{z=0} = 0$ とし、
(1.8a)、(1.5)'、(1.6)および(3.60)式を(4.15)式に用いると、界面における拡散係数が次式のように表示される。

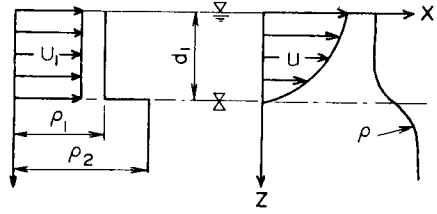


図 - 4.1 2層流および連続成層流の模式図と記号

$$\epsilon_{\rho z}(d_1, t) = \epsilon_{\rho i} = \frac{\Delta \rho}{2(\partial \rho / \partial z)_i} W_e \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

ここに、 $\epsilon_{\rho i}$: 界面における拡散係数の z 成分で、 $(\partial \rho / \partial z)_i$: 界面の密度こう配である。なお、
前章では z 軸が界面より上向きにとられていたが、この場合は、

$$\epsilon_{\rho i} = - \frac{\Delta \rho}{2(\partial \rho / \partial z)_i} W_e \quad \dots\dots\dots (4.17)$$

と表示される。

以上のように、拡散係数と連行速度との関係が導かれた。

4.2.2 渦動拡散係数と水理量との関係²⁾

界面における拡散係数が(4.16)式のように導かれたが、連行速度や界面の密度こう配に関してこれまで得られた成果を適用し、 $\epsilon_{\rho i}$ と他の水理量との関係について考察しよう。さて、連行速度に関する第1章の(1.9)式および(1.13a)式を(4.16)式に適用すると次式を得る。

$$\epsilon_{\rho i} = \frac{\Delta \rho}{2(\partial \rho / \partial z)_i} E U_1 = \frac{\Delta \rho}{2(\partial \rho / \partial z)_i} \frac{K U_1}{R_{i*}} \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

ここに、 K : 実験定数で、 $K \doteq 0.0015$ 、 R_{i*} : overall Richardson 数である。界面の密度こう配 $(\partial \rho / \partial z)_i$ に関して、第3章の(3.75)式および(3.76)式を適用すると、密度こう配は、次式のように示される。

$$(\partial \rho / \partial z)_i = \frac{1}{2 r_2} \frac{\Delta \rho}{d_1} \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^4 \frac{K}{R_{i*}} \quad \dots\dots\dots (4.19)$$

上式を(4.18)式に適用すると、次式を得る。

$$\epsilon_{\rho i} = r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-4} U_1 d_1 = r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-4} q \quad \dots\dots\dots (4.20)$$

ここに、 q : 単位幅流量、 U_1 / u_* : 流速係数、 r_2 : 質量の混合距離に関する実験定数であって、(3.79)式のようなものである。上式は、界面の拡散係数が流速係数の -4 乗および単位幅流量に比例することを示すものであるが、さらに、 $\epsilon_{\rho i}$ と他の水理変数との関係を詳細に検討するため、(4.20)式の U_1 / u_* に対して第2章の(2.42)式を適用し、両辺を q で割って無次元化すると次式を得る。

$$\frac{\varepsilon_{\rho i}}{q} = r_2 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{A}{R_e} + 0.00207 F_i^2 + 0.0015 \frac{H-d_1}{H} \right) \right\}^2 \dots\dots\dots (4. 21)$$

ここに、 R_e : レイノルズ数, F_i : 内部フルード数, H : 全水深, $H = d_1 + d_2$, A : 係数である。

図-4.2には、(4.21)式において、 $r_2 = 10$, $(H - d_1)/H = 0.5$ および $A = 1.86$ および 15として得られる関係が示されるとともに、水温20℃のときの分子拡散係数も示されている。図から明らかなように、層厚比が一定の場合、レイノルズ数が大きくなると、 $\varepsilon_{\rho i}/q$ は、内部フルード数のみによって定められ、内部フルード数が大きいほど大きくなる。一方、レイノルズ数が小さくなるに伴って、 $\varepsilon_{\rho i}/q$ は増加しつつ分子拡散係数に近づく。しかし、第3章の議論から明らかなように、水温および密度分布則の取り扱いが、分子拡散の影響を受けない範囲のものであるため、レイノルズ数の小さい領域の特性については十分な考察はできない。

なお、3.3.3において、質量および熱量に関する界面混合距離がすでに考察されているので、ここで導かれたそれぞれの式は、

$$\varepsilon_{\rho i} = l_{0\rho} u_* \dots\dots\dots (4. 22)$$

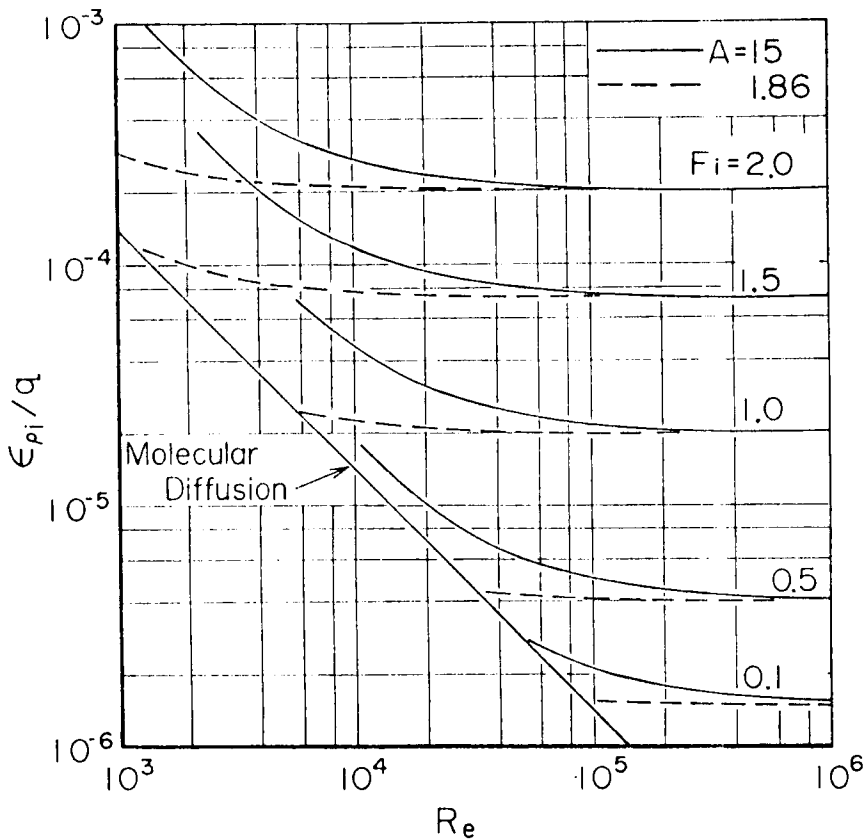


図 - 4.2 境界面における渦動拡散係数

として、上式に(3.76)式を適用しても同じ結果が得られる。

4.3 渦動拡散係数の分布則²⁾

4.3.1 上層流における分布則

z軸を第3章の図-3.4のように、界面から上向きにとると、質量あるいは熱量に関する混合距離を用いて、拡散係数の分布はつぎのように表示される。

$$\epsilon_{\rho z} = l_{\rho} u_* = (l_{0\rho} + \kappa_{\rho} z) u_* \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

ここに、 l_{ρ} : 質量輸送の混合距離であって熱量のそれと等しい。 κ_{ρ} : 質量輸送に関するカルマン定数である。上式の $l_{0\rho}$ に対して、第3章の(3.76)式を適用して、若干の変形を行うと、上式は次のようになる。

$$\epsilon_{\rho z} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-3} + \kappa_{\rho} \zeta \right\} \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-1} q \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

ここに、 ζ : 無次元座標、 z/d_1 、 q : 単位幅流量、 r_2 は(3.79)式で与えられるような10~40程度の実験定数である。 κ_{ρ} は、(3.84)式あるいは図-3.9で与えられる。

さて、上式は、 $\zeta = 0$ すなわち界面において(4.20)式で与えられる値をとり、拡散係数が水面に向って直線的に増加することを示している。 U_1/u_* に対して(2.42)式および κ_{ρ} に対して 図-3.9の結果を考慮すると、その増加率は内部フルード数などによって規定され、これが大きいほど増加率も大きくなる。これは、内部フルード数が大きくなると混合が活発化することと対応するものである。

上層流における拡散係数の断面平均値は、(4.24)式から簡単に求められて、つぎのようになる。

$$\epsilon_{\rho zm} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_{\rho} \right\} \frac{U_1}{u_*} q \quad \dots\dots\dots (4.25)$$

ここに、 $\epsilon_{\rho zm}$: 拡散係数の断面平均値である。

以上は、水温境界層が水面まで発達している場合の拡散係数の分布則である。しかし、第3章で述べたように、乱流プラントル数が大きいため、水温境界層は運動量のそれに比べて発達が著しく抑制される。したがって、流下区間が短い場合は、水温境界層は水面まで発達しない。水温境界層外においては、熱および質量に関する混合距離、 l_B および l_{ρ} は、運動量の混合距離 l にはほぼ等しく、拡散係数の分布は、(4.24)式の κ_{ρ} の代わりに運動量に関するカルマン定数 κ を用いて推定され、断面平均値は、(4.25)式において κ_{ρ} の代わりに κ を用いて推定できるものと考えられる。すなわち、

$$\epsilon_{\rho z} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-3} + \kappa \zeta \right\} \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-1} q \quad \dots\dots\dots (4.26)$$

$$\epsilon_{\rho zm} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa \right\} \left(\frac{U_1}{u_*} \right)^{-1} q \quad \dots\dots\dots (4.27)$$

ここに、 κ は(3.49)式または図-3.7によって与えられる。

4. 3. 2 中層流における分布則

前章の図 - 3.5 に示す座標を用いると、4. 2. 2 の場合と同様、拡散係数は、つぎのように表示される。

$$\varepsilon_{\rho z} = (l_{0\rho L} + \kappa_{\rho L} z) u_{*L}, \quad (0 \leq z \leq d_L) \quad \dots\dots\dots (4. 28)$$

$$\varepsilon_{\rho y} = (l_{0\rho U} + \kappa_{\rho U} y) u_{*U}, \quad (0 \leq y \leq d_U) \quad \dots\dots\dots (4. 29)$$

ここに、 z : 二次躍層の界面から上向きにとった座標、 y : 一次躍層の界面から下向きにとった座標であって、 $y = d_U$ および $z = d_L$ は最大流速点に対応する。 u_{*L} 、 u_{*U} 、 $l_{0\rho L}$ 、 $l_{0\rho U}$: それぞれ二次および一次躍層の界面におけるまさつ速度および混合距離である。 $\kappa_{\rho L}$ 、 $\kappa_{\rho U}$: それぞれ最大流速点を挟んで下方および上方の質量輸送の混合距離に関するカルマン定数である。

(4. 28) 式および (4. 29) 式の $l_{0\rho L}$ および $l_{0\rho U}$ に関して上層流に対する (3. 76) を適用すると、それぞれ次式を得る。

$$l_{0\rho L} = r_2 (U_2 / u_{*L})^{-3} d_L \quad \dots\dots\dots (4. 30)$$

$$l_{0\rho U} = r_2 (U_2 / u_{*U})^{-3} d_U \quad \dots\dots\dots (4. 31)$$

ここに、 U_2 : 中層流の平均流速であって、 $U_2 = q / d_2$ 、 d_2 : 中層流の層厚である。ここで、(3. 76) 式の適用に際して、領域 $0 \leq z \leq d_L$ および $0 \leq y \leq d_U$ における断面平均流速は近似的に等しいという条件がつけられている。(4. 30) 式および (4. 31) 式をそれぞれ (4. 28) 式および (4. 29) 式に代入して、若干の変形を行うと、拡散係数の分布がつぎのように得られる。

すなわち、二次躍層界面から最大流速点間の領域において、

$$\varepsilon_{\rho \zeta} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-3} + \kappa_{\rho L} \zeta \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-1} \frac{d_L}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (4. 32)$$

一次躍層界面から最大流速点までの領域において、

$$\varepsilon_{\rho \eta} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-3} + \kappa_{\rho U} \eta \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-1} \frac{d_U}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (4. 33)$$

となる。ここに、 $\zeta = z / d_L$ 、 $\eta = y / d_U$ である。また、それぞれの領域の断面平均値は、

$$\varepsilon_{\rho \zeta m} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_{\rho L} \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-1} \frac{d_L}{d_2} q, \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (4. 34)$$

$$\varepsilon_{\rho \eta m} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_{\rho U} \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-1} \frac{d_U}{d_2} q, \quad (0 \leq \eta \leq 1) \quad \dots\dots\dots (4. 35)$$

で与えられる。以上の式において、 $\kappa_{\rho L}$ および $\kappa_{\rho U}$ は前章でも述べたように、(3. 84) 式において、 U_1 / u_{*} および β_{ρ} の代わりに U_2 / u_{*L} と $\beta_{\rho L}$ および U_2 / u_{*U} と $\beta_{\rho U}$ を代入して求められ、 d_L / d_2 および d_U / d_2 に対しては (3. 23) 式および (3. 24) 式が適用される。

なお、水温境界層外の拡散係数については、上層流の場合と同様の理由から、 $\kappa_{\rho L}$ および $\kappa_{\rho U}$ の代わりに、運動量の混合距離に関するカルマン定数 κ_L および κ_U を用いた、次式、

$$\varepsilon_{\rho \zeta} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-3} + \kappa_L \zeta \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-1} \frac{d_L}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (4. 36)$$

$$\varepsilon_{\rho\eta} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-3} + \kappa_U \eta \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-1} \frac{d_L}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (4. 37)$$

によって推定される。

4.4 分布則の実験的検討

4.4.1 実験方法およびデータ処理

実験水路は、第1章の図-1.4に示されるものであって、実験は、全て水路下流側の観測窓を利用して、次の方法で行われた。すなわち、ピトー管の動圧部を利用して過マンガン酸カリ溶液を所定の位置から連続注入し、35mmモータ・ドライブカメラを用いて、1測点につき2秒間隔で計15～18コマの連続撮影が行われた。また、トレーサーの撮影中、流速分布を得るため、水素気泡を1秒間隔で発生させた。さらに、トレーサーの注入口より20cm上流断面において、サーミスタ温度計によって水温の鉛直分布が測定されている。

このような方法によって、上層流に関して3ケース、(Exp. 10-3～10-5)および中層流に関して2ケース(Exp. 10-1～10-2)の実験が行われた。水理条件は付録の表-4および

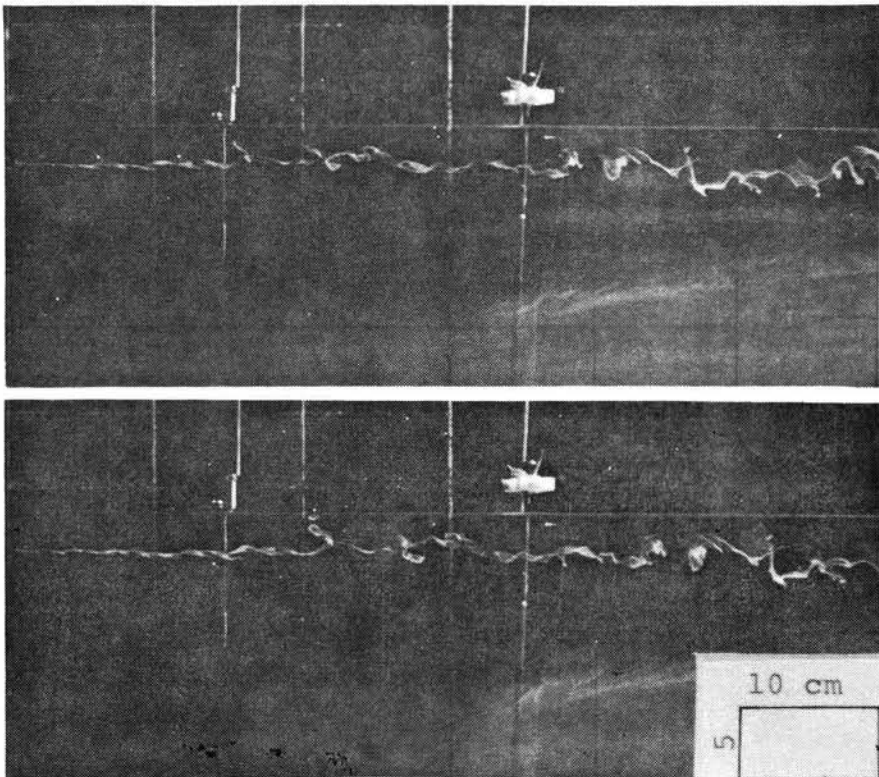


写真 - 4.1 上層流におけるトレーサーの拡散状況

表 - 11 のとおりである。

トレーサーの拡散状況の一例を示すと写真 - 4.1 のようであるが、拡散係数は、トレーサーの包絡線の拡散幅 $\sqrt{\bar{Y}^2}$ を評価すると、次式、

$$\epsilon_{ztr} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \bar{Y}^2 \quad \dots\dots\dots (4.38)$$

によって求められる (椿¹⁹⁾, 1974)。ここに、 ϵ_{ztr} : トレーサーの拡散係数の鉛直成分である。なお、トレーサーの包絡線は、上述の方法で得られた 15 ~ 18 枚の写真を重ね合わせることで得られている。

4.4.2 理論と実験値との比較

(4.38) 式は、一様等方乱流場における拡散係数の推定式であり、一方、ここで対象とした流れはせん断乱流であるため上述の方法から得られる値が、実際の拡散係数をどの程度評価し得るかという問題が残される。しかし、オーダ的には(4.38)式によって十分推定しうるものと思われる。したがって、以下の実験値と理論値との比較においては、この点を考慮しつつ検討する必要がある。

さて、図 - 4.3 (a), (b), (c) には、上層流に関する拡散係数の実験値と理論式が比較されるとともに、水温および流速分布についても比較されている。(a) 図 (Exp. 10-3) は、拡散係数の測定点が水温境界層内 (thermal boundary layer) にあると思われるものの一例で、推定値は(4.24)式で示され、(b) 図 (Exp. 10-4) は、測定点が全て水温境界層の外側 (homogeneous layer) にあるものの例で、推定値は、(4.27)式で示されている。(c) 図 (Exp. 10-5) は、測定点の一つ

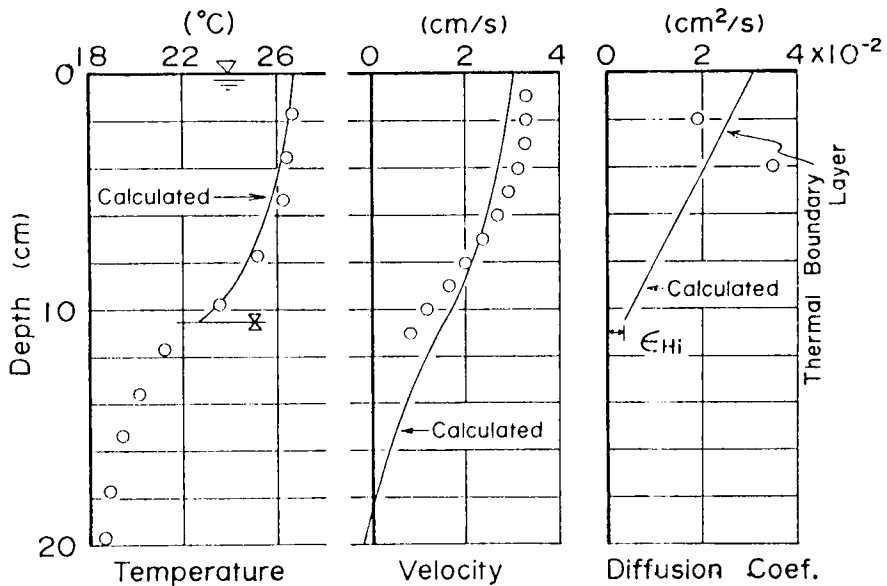


図 - 4.3 (a) (Exp. 10-3)

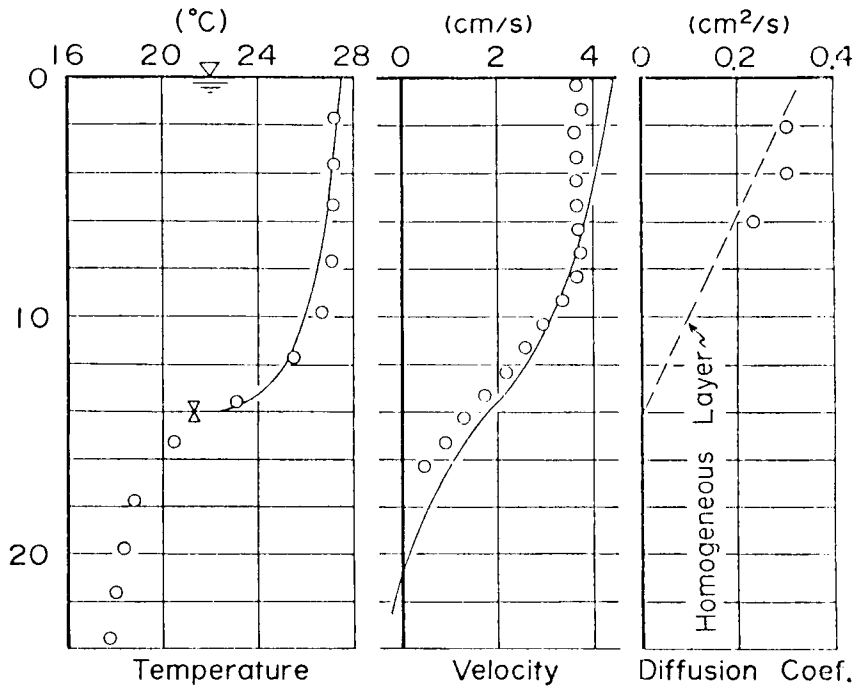


図 - 4.3 (b) (Exp. 10 - 4)

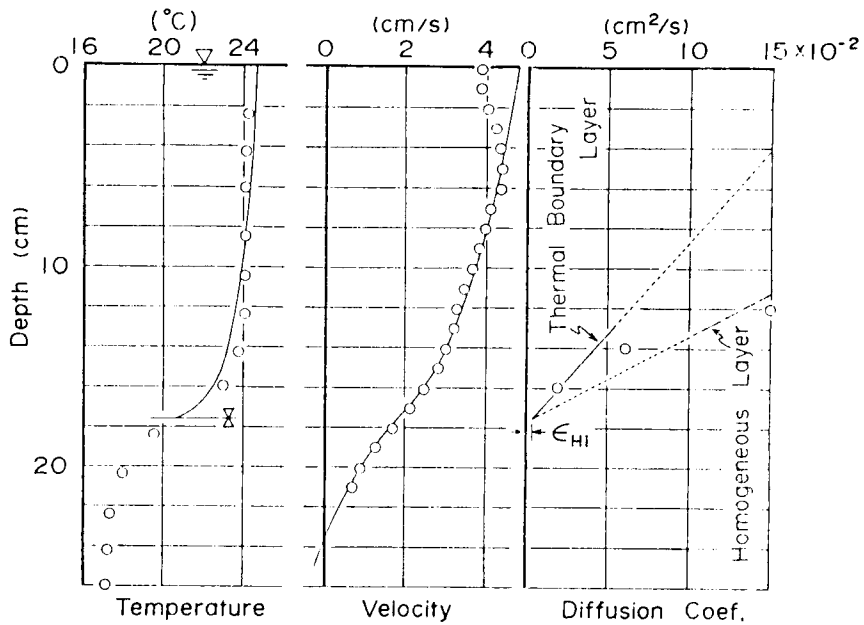


図 - 4.3 (c) (Exp. 10 - 5)

図 - 4.3 上層流における渦動拡散係数に関する実験値と理論値の比較

が水温境界層内、他が境界層の外側にあるもの一例であり、推定値は(4.24)式(実線)および(4.27)式(破線)のものである。

これらの図の左側に示す水温分布に関する実験値と理論値を参考にしながら拡散係数に関する結果を見ると、測定点が明らかに水温境界層内にあると思われるものについては、(4.24)式と測定値との対応はよい。しかし、水温こう配がほとんどなく、浮力による安定効果が無視できるとされる場所の測定値は、(4.24)式から推定されるものよりかなり大きな値を示し、 $\kappa_\rho (= \kappa_H)$ の代わりに κ と置いて得られる(4.27)式との対応がよい。

図-4.4(Exp. 10-2)には、中層流に関する一例が示されている。測定値の一つは水温境界層のもので、他の一つは、水温境界層がまだ発達していない領域のものであって、推定値は、(4.33)式(thermal boundary layer: 実線)および(4.37)式(homogeneous layer: 破線)によって求められている。同図においても、図-4.3の結果に見られるように、水温こう配が無視できるところの測定値は、(4.33)式の代わりに(4.37)式によって推定されることがわかる。

以上の例において、推定理論の妥当性がほぼ示されたが、つぎに、実験によって得られた全てのデータについて実験値と推定値との関係を調べよう。

図-4.5(a),(b)は、上層流に関する実験値と推定値との関係を示したもので、(a)図は、水温境界層内の実験値と(4.24)式との関係で、(b)図は、水温一様層の実験値と(4.27)式との関係を示したものである。これらの図から明らかなように、両者の対応はよい。

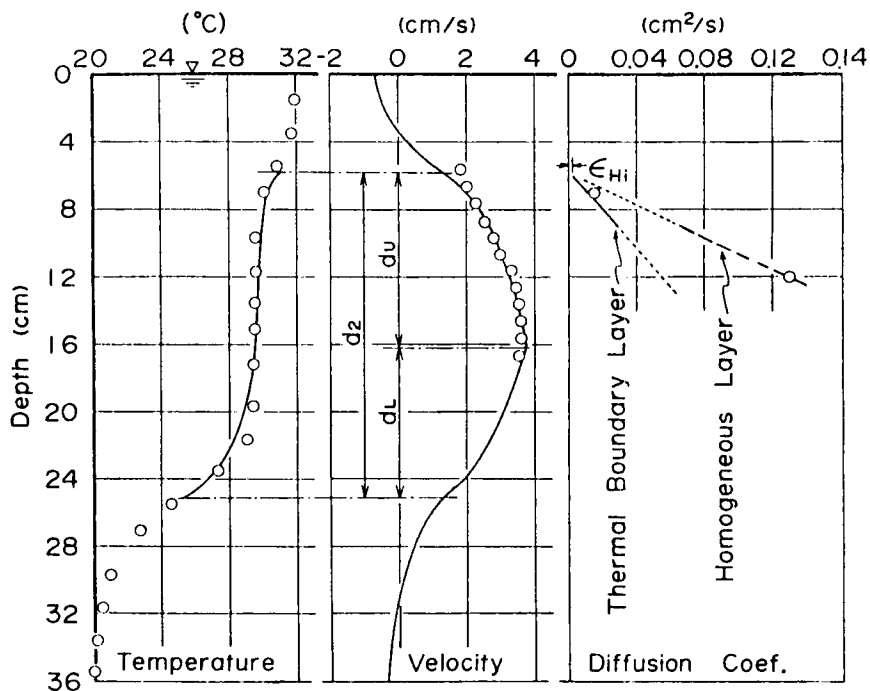


図-4.4 中層流における渦動拡散係数に関する理論値と実験値の比較(Exp. 10-2)

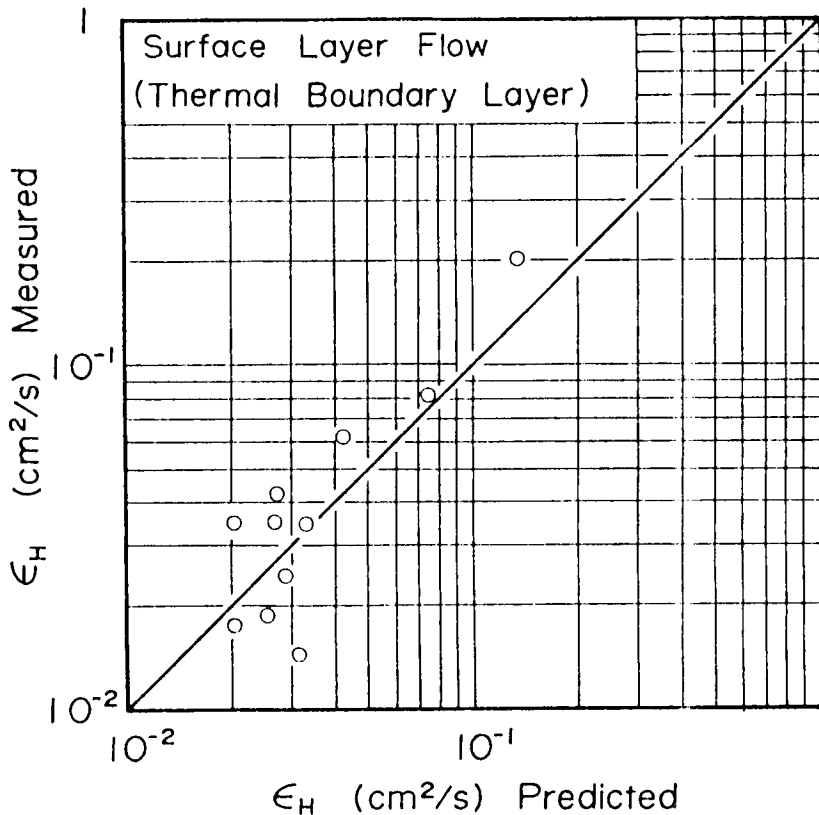


図 - 4.5 (a) 水温境界層における渦動拡散係数に関する実験値と理論値の関係(上層流: Exp. 10-3 ~ 10-5)

図 - 4.6 (a), (b) は、中層流に関するもので、(a) 図は、水温境界層内の実験値と (4. 34) 式および (4. 35) 式とを比較したものであって、(b) 図は、水温一様層の実験値と (4. 36) 式および (4. 37) 式との関係を調べたものである。中層流においても両者の対応はよく、推定理論の妥当性が示されたものと思われる。

4.5 結語

本章においては、まず、密度成層場の拡散係数に関する従来の研究を概括し、これらの研究成果の比較を行った。いずれの研究においても、安定な密度成層場においては、拡散係数が、中立安定場のものより減少し、さらに、渦動粘性係数より小さくなることが示されるが、浮力効果の現れ方が異なっていることが明らかにされた。このような特性の違いは、対象とされている流れの場の相異に主因があるものと推察される。したがって、ここで対象とする密度成層流の拡散現象を解析するには、拡散係数の新たな推定手法が必要であることが確認された。

ついで、密度境界面における拡散係数の推定理論が展開された。すなわち、連行速度を用いた一次元

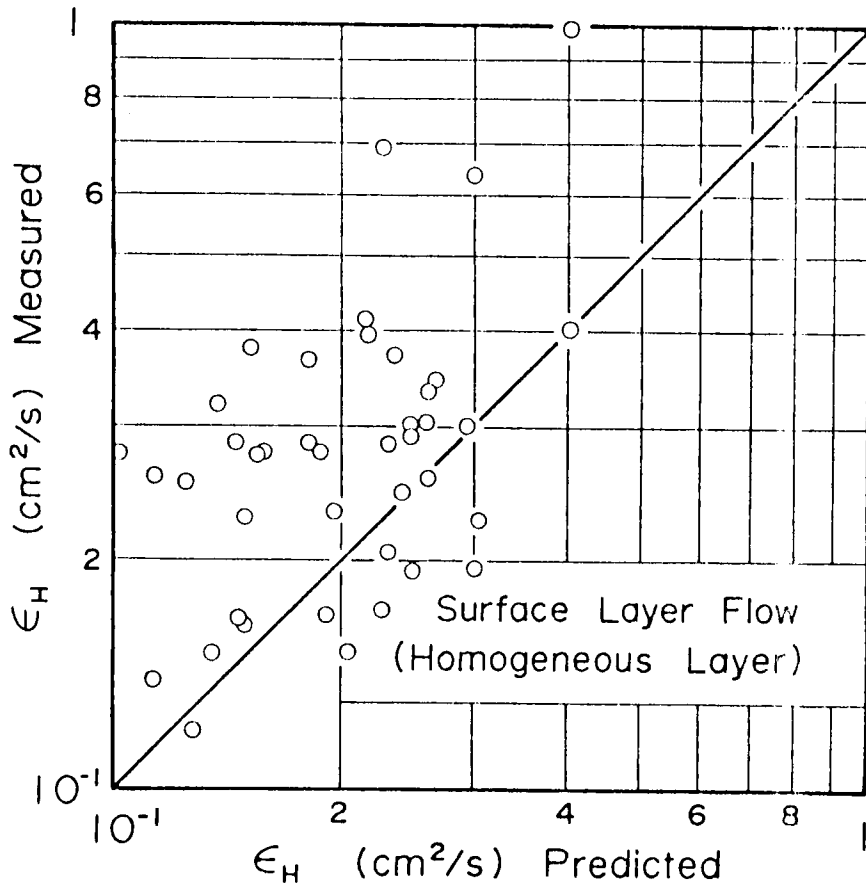


図 - 4.5 (b) 水温一様層における渦動拡散係数に関する実験値と理論値の関係(上層流 : Exp. $10^{-3} \sim 10^{-5}$)

質量保存則と、二次元移流拡散方程式から断面平均操作によって得られる一次元方程式とを用いて議論されている。得られた結果は、 $\Delta\rho/\partial\rho/\partial z$ および連行速度に比例するものであって、この事実は、第3章において議論された界面における無次元混合距離の推定式の誘導に際して重要な役割を演じた。さらに、密度こう配に関する3章の結果を適用して界面の拡散係数と水量との関係が考察され、レイノルズ数の大きな領域において、拡散係数は単位幅流量に比例し、内部フルード数が大きいほど大きくなることが明らかにされた。

上層流および中層流に関する拡散係数の鉛直分布については、3章の水温および密度分布則の誘導の際に設定された熱および質量に関する混合距離の分布を用いて考察され、それぞれの分布則が提案された。このような分布則は、主に界面からの相対的な位置、熱および質量の混合距離に関するカルマン定数 κ_ρ 、流速係数および単位幅流量によって定められる。しかし、主流全域に水温境界層が発達していない場合、境界層外の拡散係数の推定に際して、上述の分布則は実際より小さな値を与える。そこで、この場合については、分布則における κ_ρ の代わりに運動量の混合距離に関するカルマン定数 κ を用いた分布則を提案した。

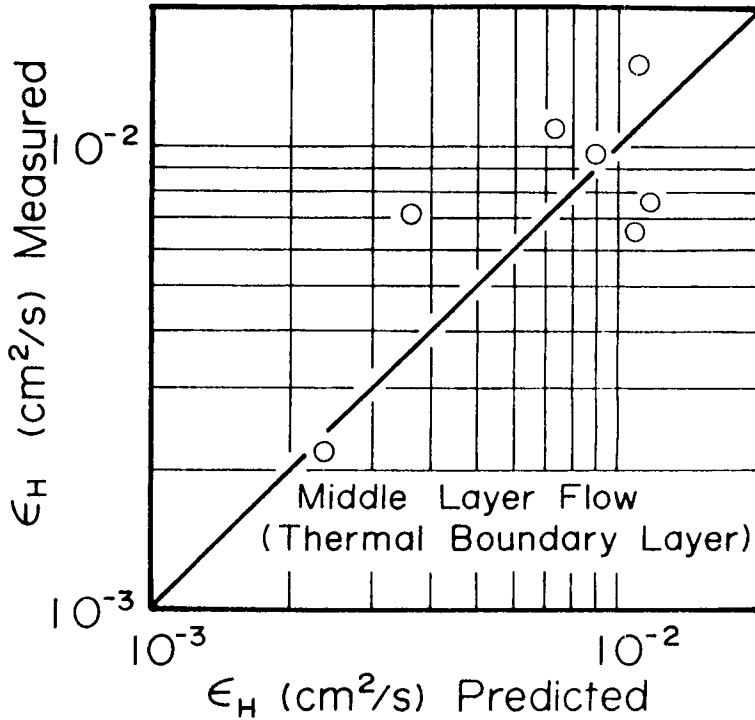


図 - 4.6 (a) 水温境界層における渦動拡散係数に関する実験値と理論値の関係 (中層流 : Exp. 10 - 1., 10 - 2)

従来、密度成層場の拡散現象の議論に際し、大半のものが、拡散係数は次式、すなわち、

$$\epsilon_{\rho z m} = k' q \quad (k' : \text{比例定数}) \dots\dots\dots (4.39)$$

のように設定されている (Norman・Koh²⁰, 1969) が、本章の議論によって、(4.39)式は、妥当な設定であることが明らかにされるとともに、比例定数 k' の意味が明確になった。

以上、ここで得られた拡散係数の分布則は、実験的に検討され、その妥当性が示された。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治：密度成層のある場における濁水の挙動に関する研究 (1) 一躍層における拡散係数を中心として —, 京大防災研究所年報, 18号B, 1975, pp. 495 ~ 512.
- 2) 江頭進治・芦田和男：密度成層流の流れの構造に関する研究, 京大防災研究所年報, 22号B - 2, 1979. pp. 355 ~ 381.
- 3) Rossby, C. G. and R. B. Montgomery : The layer of frictional influence in wind and ocean currents, Pap. Phys. Oceanogr. Meteorl., Vol. 3, 1935, pp. 1 ~ 101.
- 4) Munk, W. H. and E. R. Anderson : Note on a theory of the thermocline, Jour. Marine Research, Vol. 7, 1948, pp. 276 ~ 295.

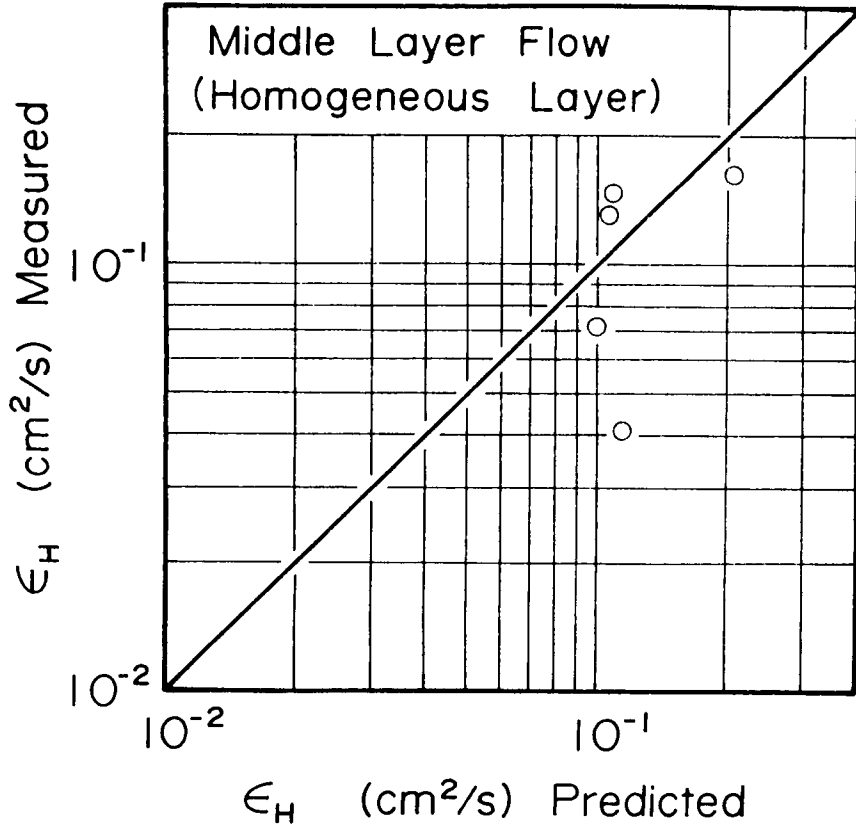


図 - 4.6 (b) 水温一様層における渦動拡散係数に関する実験値と理論値の関係(中層流 : Exp. 10 - 1, 10 - 2)

- 5) 文献 4)より引用
- 6) 文献 4)より引用
- 7) Taylor, G. I. : Effect of variation in density on the stability of superposed stream, Proc. Roy. A, Vol. 132, 1931, pp. 499 ~ 523.
- 8) Lumley, J. L. and H.A. Panofsky : The structure of atmospheric turbulence, John-Wiley & Sons, 1964, pp. 99 ~ 188.
- 9) Webb, E. K. : Profile relationships : The log - linear range, and extension to strong stability, Quar. Jour. Roy. Met. Soc., Vol. 96. 1970, pp. 67 ~ 90.
- 10) Oke, T. R. : Turbulence transport near the ground in stable conditions, Jour. Applied Met., Vol. 9, 1970, pp. 778 ~ 786.
- 11) McVehill, G. E. : Wind and temperature profiles near the ground in stable stratification, Quar. Jour. Roy. Met. Soc. Vol. 90, 1964, pp. 136 ~ 146.
- 12) Ellison, T. H. : Turbulent transport of heat and momentum from an infinite

- rough plane, Jour. Fluid Mech., Vol. 2, 1957, pp. 456 ~ 466.
- 13) Ellison, T. H. and J. S. Turner : Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow Part 2., Dependence of transfer coefficients on local stability, Jour. Fluid Mech. Vol. 8, 1960, pp. 529 ~ 544.
- 14) Launder, B. E. : On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum, Jour. Fluid Mech. Vol. 67, 1975, pp. 569 ~ 581.
- 15) Townsend, A. A. : Turbulent flow in a stably stratified atmosphere, Jour. Fluid Mech. Vol. 3, 1958, pp. 361 ~ 372.
- 16) Webster, C. A. G. : An experimental study of turbulence in a density - stratified shear flow, Jour. Fluid Mech., Vol. 19, 1963, pp. 221 ~ 245.
- 17) 文献 14)より引用
- 18) Merrit, G. and G. Rudinger : Thermal and momentum diffusivity measurements in a turbulent stratified flow, AIAA Jour., Vol. 11, 1973, pp. 1465 ~ 1470.
- 19) 椿東一郎 : 水理学Ⅱ, 森北出版, pp. 173 ~ 178.
- 20) たとえば, Norman, H. B. and R. C. Y. Koh : Selective withdrawal from density - stratified reservoirs, Proc. ASCE, Vol. 95, No. HY 4, 1969, pp. 1369 ~ 1401.

第5章 水温成層化したダム貯水池における濁水の挙動に関する研究^{1), 2)}

5.1 概説

貯水池による濁水長期化現象は、出水に伴って上流域から輸送される沈降速度の非常に小さい濁度物質が、長期にわたって池内に滞留し、これが取・放流によって下流域へ流出するために引き起こされる。このような濁水現象は、貯水池内における単体および複合体の微細な土粒子の輸送現象として把握できる。したがって、流入端の条件としての濁質の輸送量および粒径などの物理的特性量を別にすれば、貯水池濁水現象は、大局的に、

- (1) 貯水池の規模およびその幾何形状
- (2) 貯水池の運用条件
- (3) 気象・水文条件

によって支配される。すなわち、池内の流れおよび輸送特性は、流れの場の大きさと形状、熱エネルギーや運動エネルギーの流入条件を支配する気象・水文および貯水池の運用条件によって規定される。

さて、ダム貯水池による濁水長期化現象が水工学の問題として取り上げられて約10年が経過したが、その間、観測調査研究、濁水機構の実験・理論的研究および実際の貯水池を対象とした濁度の解析が活発に進められてきた。ここで、濁度解析法に関するこれまでの研究成果について概括しよう。

村本・道上・藤田³⁾ (1974) および岸⁴⁾ (1974) は、混合の活発な貯水池を対象とし、連続式に基づいて貯水池濁度を black box 的に論じた。この場合、貯水池水と流入水とがよく混合し、貯水池全体にわたって、濁度が近似的に一樣であることが要求される。

安芸・白砂⁵⁾ (1975) は、Huber・Harleman・Ryan⁶⁾ (1972) が提案した水温などに関する鉛直一次元解析法を濁度解析に適用した。その後、足立・中村^{7) 8)} (1977, 1978) は、流入支川や濁質の粒径分布の問題について検討し、この手法を発展させた。しかし、この解析法は、池水が水平方向へ瞬間的に混合し、水平面内の分布が一樣となることが要求されるため、流下方向の濁度分布が問題になる貯水池においては、適合性に乏しいように思われる。

岩佐・松尾・井上⁹⁾ (1978) は、貯水池を鉛直平面内で微小要素に分割し、一つの要素を control volume として、ここに、連続式、運動量保存則、熱量保存則および濁質保存則を適用し、水温解析¹⁰⁾ (1977) に引き続いて、濁度の二次元解析を行った。宮永・白砂¹¹⁾ (1977) は、岩佐らが用いた4つの保存則のうち、運動量保存則を除いた3つの式を用いて濁度の二次元解析を行った。こういった貯水池濁度の二次元解析法は、数値計算の難かしさや演算時間等の問題を別にすれば、前述の box モデルや鉛直一次元モデルの適用性に較べて、かなり汎用性の高い方法であると言える。

以上、貯水池の濁度解析法について概括したが、いずれも実際の貯水池を対象として開発されたものであって、貯水池固有の特性が反映されている。また、貯水池水温構造に着目して、混合型や成層型貯

水池といった分類が、安芸・白砂¹²⁾ (1974) および岩佐・野口・児島¹³⁾ (1975) らによってなされている。したがって、貯水池の規模、水文・気象条件および運用条件などに応じてこれらの解析法を適当に選択すれば、現在、ある程度までは貯水池濁度を論ずることができる。

しかし、濁水問題に対して、選択取水などによる対策を講じる場合、池内の濁度分布や流出濁度を的確に予測する必要がある。そのためには、貯水池における輸送現象を規定する流れの形態や流れの構造に関する研究成果を解析法へ導入していく必要がある。

本章においては、このような観点から、第1章～第4章の研究成果を導入して、水温成層化したダム貯水池を対象とした濁度解析法およびその適用について主に考察する。まず、水温成層化した実際の貯水池で観測された濁度分布および濁度物質の粒度分布などを提示するとともに貯水池の輸送特性について考察する。ついで、上層流における水路実験について述べる。ここでは、とくに界面近傍の濁度分布特性および水温躍層およびその下方における輸送形態について考察する。さらに、観測および実験から得られた結果や第1章～第4章の成果を導入した貯水池濁度の解析法について述べる。最後に、本解析法を風屋ダム貯水池へ適用した結果について述べる。

5.2 水温成層化したダム貯水池における濁水挙動の実態

5.2.1 濁度分布と流れの形態

風屋ダム貯水池における観測結果の一例を示しながら以下考察する。風屋ダムは十津川流域にあって、流域面積 660 km^2 、貯水容量 $1 \text{ 億 } 3 \text{ 千万 } \text{ m}^3$ 、ダム高 101 m のコンクリート製重力ダムである。ダム頂部には余水放流のためのクレストゲートが、中段には発電取水のための取水口が設けられている。また、ダム竣工後の1960年から1975年の流量資料を用い、安芸・白砂(1974)の指標 $\beta' = (\text{一 出水総流入量} / \text{総貯水量})$ によってこの貯水池を分類すれば、 $\beta' \geq 1$ なる出水は、過去16年間に5回程¹⁴⁾ であって、典型的な成層型貯水池に属する。

図-5.1(a), (b), (c)¹⁵⁾ には、1974年7月台風7号出水後の貯水池濁度分布が示されている。この出水の時間最大流量は、 $1,323 \text{ m}^3/\text{s}$ 、総流入量は約 $1 \text{ 億 } \text{ m}^3$ ($\beta' = 0.77$) であって、洪水中はゲート放流が行われたが、以後、 $40 \sim 60 \text{ m}^3/\text{s}$ の発電取水が継続して行われている。

さて、(a)図は、洪水ピーク2日後の濁度分布であって、高濁度領域の濁水が発電取水(図中の矢印の位置)に伴ってまさに流出しつつある。この時点では、洪水はほぼ逓減しており、上流域の濁度は 50 ppm に減少しているのに対し、流出濁度は後述の図-5.10(a)に示すように最高値約 400 ppm を示している。濁度の鉛直分布に注目すると、混合の活発な上流域を除いて、表層および取水口軸の下方に濁度こう配の大きい領域が形成されている。これは、図-5.2に示す水温分布を参考にすると、表層および取水口軸下方に形成されている一次および二次の水温躍層の位置に相当し、これらの領域において拡散係数が急変することを意味するものである。

(b)図は、洪水ピーク後6日経過した時点の濁度分布である。(a)図に見られた 400 ppm の高濁度領域の濁水はすでに流出し、さらに広範に分布していた 300 ppm の領域のほとんどの濁水が流出しており、

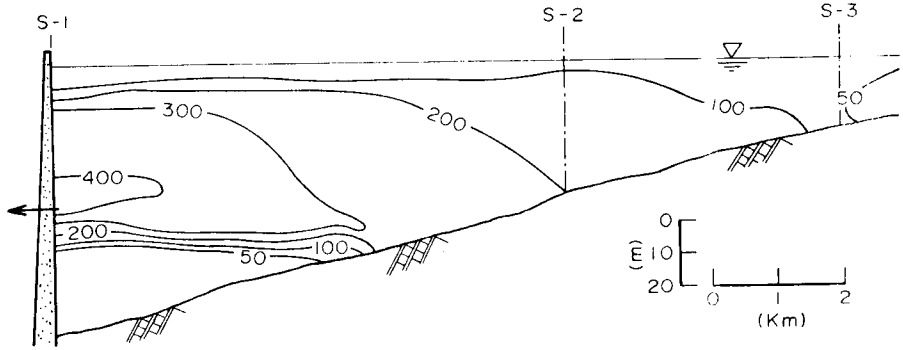


図 - 5.1 (a) (出水ピーク 2日後)

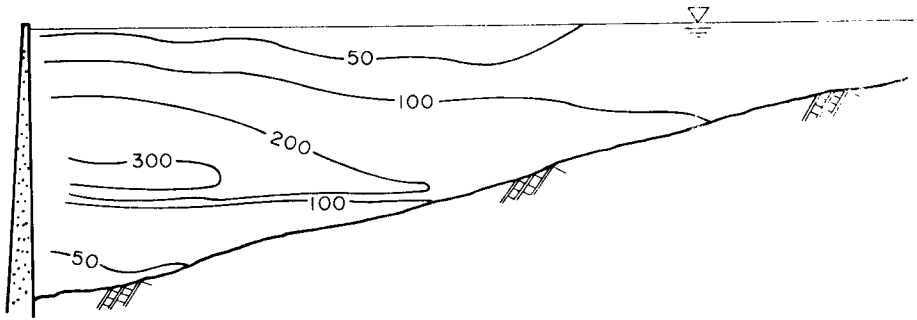


図 - 5.1 (b) (出水ピーク 6日後)

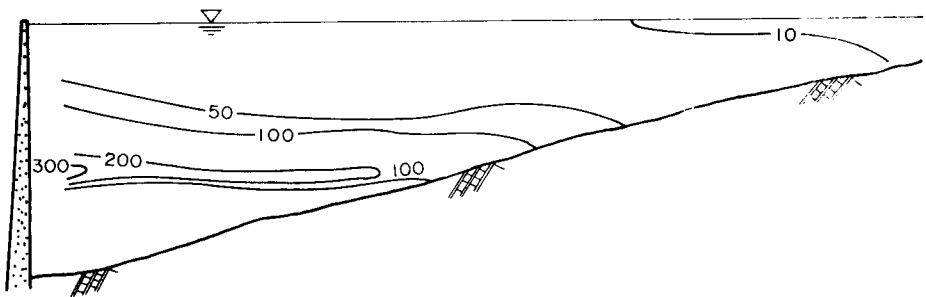


図 - 5.1 (c) (出水ピーク 12日後)

図 - 5.1 1974年7月, 台風7号出水後の風屋貯水池における濁度分布

二次躍層近傍の移流速度の小さい領域にその一部が残っている程度である。表層近傍は、中間層の濁度が逡減するにつれて拡散と沈降とによって徐々に清浄化されつつある。二次躍層より下方においては、濁度物質の沈降が進み、50ppmの等濁度線が、かなり下方へ移動し、高濁度化しつつある。なお、この時点において、流出濁度は270ppmである。

(c)図は、洪水ピーク12日後の濁度分布である。(b)図にみられた300および200ppmの領域の濁水は、ほとんど流出し、流速の小さい二次躍層の領域に若干残っている程度である。表層領域は、(b)図のものよりさらに清水化されたのに対し、二次躍層より下方は、水温躍層近傍に停滞している高濁度領域から沈降によって濁度物質が供給されるため、さらに高濁度化している。この時点において、流出濁度は130ppmに逡減し、上流域には清浄な水が流入している。

つぎに、濁度の鉛直分布と流れの形態との関連性について調べよう。図-5.2には、図-5.1(a)のS-1、S-2およびS-3断面における水温と濁度の鉛直分布が示されている。S-3断面における水温および濁度は、ほぼ様な分布形を呈している。これは、流水断面積が小さく、池水と流入水が活発に混合するためであって、第3章で述べた拡散型の流れの領域の分布形であることが推察される。S-2断面においては、表層の水温躍層近傍で濁度が急変し、河床と水温躍層との間では、様な分布をなしている。これは、躍層とその下方領域における拡散係数が異なっていることを示すものであって、躍層の領域において、拡散係数が非常に小さいためである。したがって、この断面における池水の流動は、固体壁面上の下層密度流的な流れになっているものと思われる。S-1断面においては、一次および二次躍層の領域で濁度が急減し、二つの躍層に挟まれた領域ではほぼ様な分布形になっている。すなわち、二つの躍層の間を流下する中層密度流の輸送特性に対応した分布形が形成されている。

以上、図-5.1(a)、(b)、(c)および図-5.2の結果を総合すると、この貯水池においては、第3章で述べたtype Iの流れが形成されていたことが推察される。

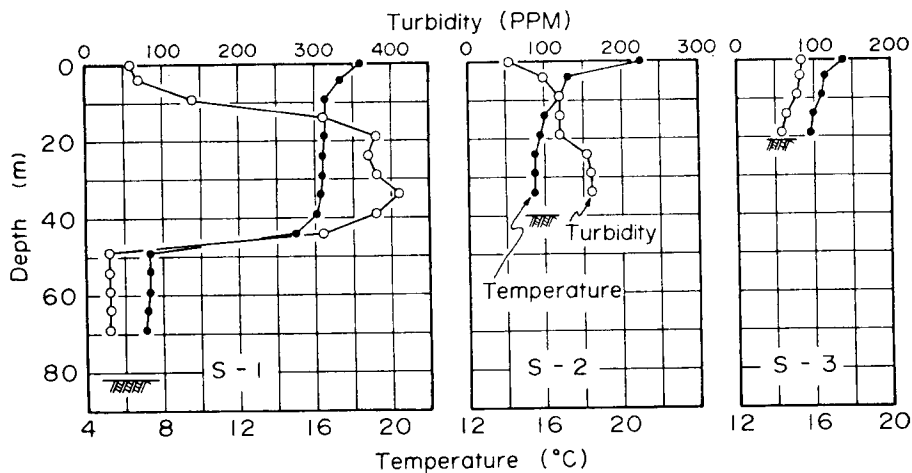


図-5.2 S-1、S-2およびS-3断面(図-5.1)における濁度の鉛直分布

5. 2. 2 濁度物質の粒径分布

出水中の流入水に含まれる浮遊砂の粒度構成は、大小さまざまなものからなっており、貯水池へ流入すると、ただちに沈降してしまうものから、長期間滞留して濁水長期化現象の原因となる粘土やコロイド粒子からなっている。そこで、濁水長期化の因となっている濁質粒径は、どの程度の範囲のものか、その実態を調べてみよう。

図 - 5.3 (a), (b)¹⁶⁾には、それぞれ、5. 2. 1 で述べた台風7号出水の調査から得られた貯水池流入水および貯水池水に含まれる浮遊砂の粒径加積曲線が示されている。

(a)図は、貯水池流入部のデータであって、洪水ピークが7月7日の10時頃であるので洪水上昇期と下降期とで粒度分布に有意な差は認められない。粒径は、 $1\mu \sim 70\mu$ 程度の範囲に分布しており、 d_{50} (50%粒径)で 8μ 程度である。(b)図は、7月8日の流出水、9日および10日のダムサイト表面 ($z = 0$)、14日のダムサイト水面下 $34m$ および $46m$ の採水資料から得られた粒径加積曲線である。8日の流出水のものを除くと、これらの分布間には顕著な違いはみられない。最大粒径および d_{50} は(a)図のものに較べて小さくなっており、それぞれ $30 \sim 50\mu$ および $3.5 \sim 4.2\mu$ 程度の粒径になっている。

つぎに、 10μ 程度の粒径に注目すると、(a)図では、これより大きいものが40%程度あったのに対し、(b)図に示す貯水池水のものには10%程度に減少しており、これより大きい粒子は、ほとん

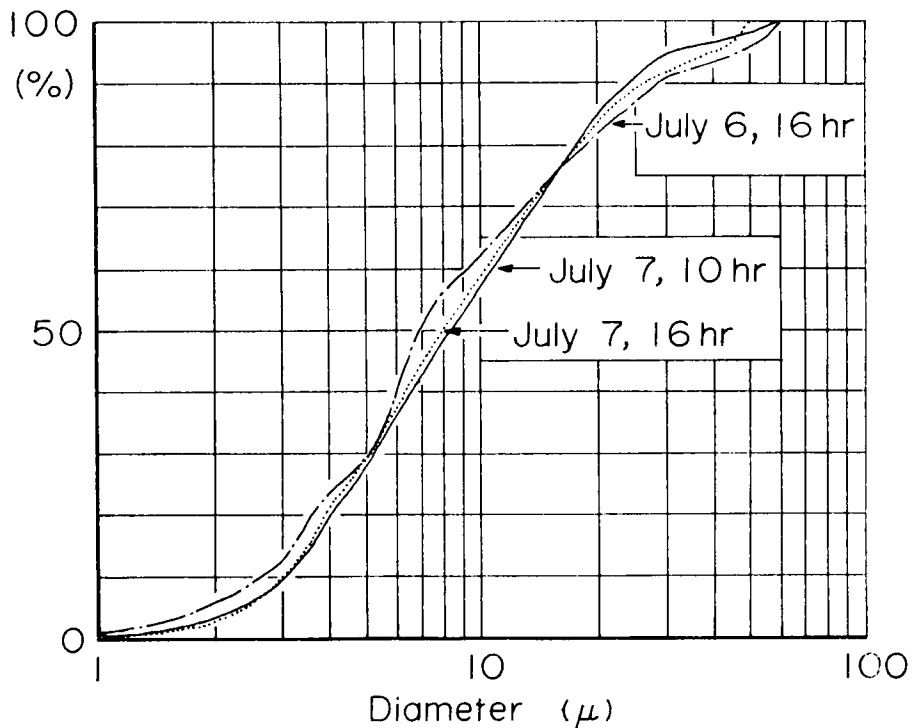


図 - 5.3 (a) 台風7号出水における貯水池流入濁水に含まれる浮遊砂の粒度分布 (風屋貯水池)

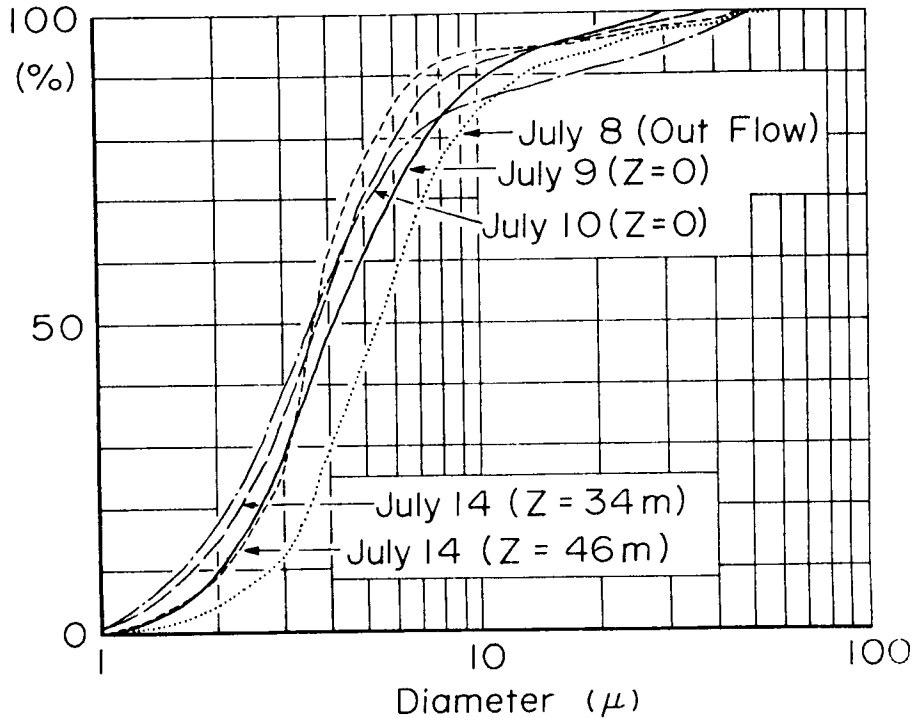


図 - 5.3 (b) 台風7号出水後の貯水池水に含まれる
浮遊砂の粒度分布 (風屋貯水池)

ど貯水池内に沈降堆積していることがわかる。

こうした貯水池による篩い分け効果は、貯水池の規模、洪水の特性および貯水池の運用条件によって異なることが考えられる。しかし、風屋貯水池における2～3の調査結果¹⁷⁾を参考にすると、洪水の特性や運用条件などによる相違は見い出せず、この貯水池において濁水長期化現象に関与する濁質粒径は、 10μ より小さいものであることが明らかである。

このような篩い分け効果を他の貯水池について調べると、つぎのようである。北山川水系池原ダム貯水池¹⁸⁾(総貯水容量 $33.84 \times 10^7 m^3$)においては、流入濁水には粒径 10μ 以上の成分が20～70%含まれているのに対し、ダム地点の池水には10%程度しか存在しない。那賀川水系長安口貯水池¹⁹⁾($5.428 \times 10^7 m^3$)のダム地点において測定されたデータによると、 10μ より大きい濁質は10%以下である。また、沈降速度(粒径)をパラメータにして、次元分散方程式を用いて計算された大戸川ダム²⁰⁾($2.7 \times 10^7 m^3$ 計画中)における流出濁度の結果によると、 10μ より大きい濁質はほとんど流出しないことがわかる。

以上のことを総合すると、流入水に含まれる浮遊砂が広い範囲の粒径から構成されていても、濁水長期化現象に関与するものは、このうちの一部であって、しかも、 10μ より小さいものを考えれば十分であることがわかる。

5.3 水温成層場における濁水の挙動に関する水路実験

5.3.1 実験の目的, 方法および条件

実験は、水温躍層が形成されている場における濁度物質の拡散・貯留機構を把握するために行われた。すなわち、前節で述べたダム貯水池の濁度分布に対する解釈が一般的なものかどうかを確認するために行われたものであって、とくに、図 - 5.2 の S - 1 断面の中層から下層の領域にみられる濁度分布特性を上層流の実験によって詳細に検討し、躍層を通して濁度物質が下層へどのように輸送されるかを調べる事が主要な目的である。

実験方法および測定項目はつぎのようである。第1章の図 - 1.4 に示す水路を用い、非循環系 B - B によって予め上層流を形成させる。ついで、水路上流端に設置された濁水混合槽から、流入水の密度および流量変化が無視できる程度の濁水を一定時間給水し、濁水の給水開始を実験開始時として、任意の時間間隔で水温および濁度の鉛直分布と流出濁度が測定された。水温は図 - 1.6 に示す Probe A のサーミスタ温度計により、濁度は、サイフォンによって採水した後、卓上濁度計によって測定された。ただし、濁度は、実験に使用した濁質材料によって検定され、SS濃度に変換されている。使用した濁質は、珪砂系の人工粘土（パールクレイ）であって、その沈降速度の分布は図 - 5.4 のとおりである。

実験条件は、付録の表 - 5.1 のとおりで、Exp. 6 - 1 ~ 6 - 3 は濁度の鉛直分布、Exp. 6 - 4 および Exp. 6 - 5 は水温躍層の境界面より下方への濁質の侵入機構に着目した実験である。

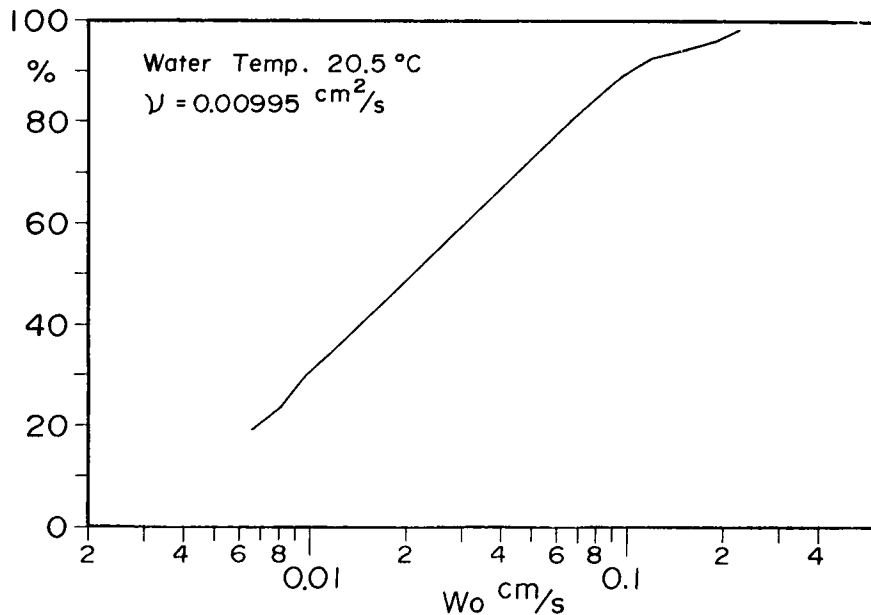


図 - 5.4 実験用濁質（パールクレイ）の沈降速度の分布

5.3.2 濁度の鉛直分布に関する実験的考察

図-5.5 (a), (b)には、濃度の鉛直分布の時間変化について、それぞれ水路下流から8 m上流で測定されたExp. 6-1の結果、および下流端から3 m地点で測定されたExp. 6-3の結果が示されている(付録・表-2, 表-8)。(a)図のものは、74 ppm(SS濃度)の濁水を35.5分間、(b)図の結果は、51 ppmの濁水を32分間供給している。ただし、これらの供給濃度は、供給された濁水とB-B系統の給水とが混合した後のものである。

さて、これらの図から、つぎのことが推察できよう。まず、上層に流入した濁水は、拡散係数の小さい水躍層のため、この領域において濃度を急激に減少させる。水温こう配のない上層においては、濁質の沈降速度が小さいため、この影響はほとんど現われず、ほぼ一様な分布が形成されている。こういった分布形の構造は、図-5.2のS-1断面において、中層から下層へかけて見られるものと同じである。さらに時間が経過すると、下方への濁質の沈降や拡散が進むため、また、躍層の侵食低下に伴って、濁度の急変領域が下方へ移動する。躍層の下方においては、界面を通して、上方から徐々に濁質が輸送されるため、時間経過につれて濃度が上昇する。このことについては、5.3.3で詳述するが、これは躍層領域に貯留された濁質が、沈降によって輸送されるためである。

上流端において、濁水の供給が停止され、この影響が現われ始めると、上層の流速の大きい領域は速やかに浄化されるのに対し、躍層領域の流速の小さい領域では浄化が遅れる。この様子は、(a)図の50分および(b)図の41分の分布形に見られる。このような分布形の形成過程は、貯水池流出濁度がかなり遅減した時点の池内濁度分布において見られる二次躍層近傍の高濁度領域の形成過程と同じものであろう。さらに時間が経過すると、上層は清浄な流入水

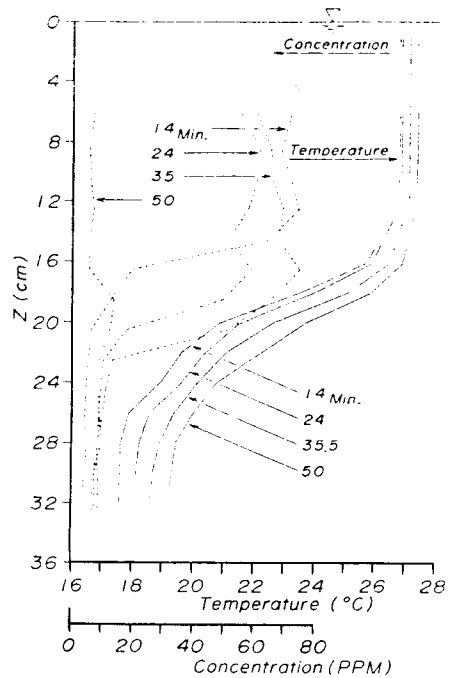


図-5.5 (a) (Exp. 6-1)

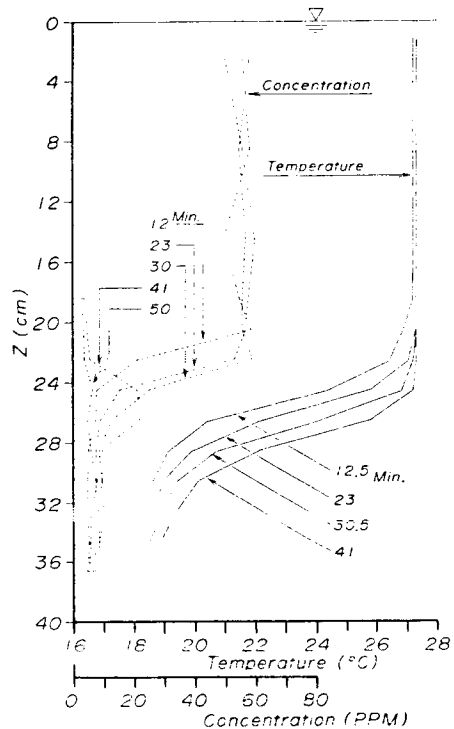


図-5.5 (b) (Exp. 6-3)

図-5.5 濃度の鉛直分布の時間変化

に置き換わり、上・下層の濃度が逆転する。

以上、上層流の実験結果に基づいて、濁度の鉛直分布の形成過程について考察した。その結果、水温躍層領域で濁度が急変するのは、拡散係数が小さく鉛直輸送が抑制されるためであり、また、流出濁度がかかり逓減しているにもかかわらず、躍層近傍に高濁度領域が形成されるのは、この領域の移流速度が小さいためであることが明らかにされた。

5.3.3 水温躍層および下層領域における濁度物質の貯留機構に関する実験的考察

図-5.6は、Exp. 6-4 (付録・表-2, 表-8)の実験結果で、240ppmの濁水を32分間給水し(図中の c_i)、下流端から8mおよび3m上流断面における躍層およびその下方領域の貯留過程を調べたものである。同図には下流端における流出濁度も示されている。8m断面における測定は、水面下22.2cmおよび28.2cmの位置で、3m断面では30.6cmおよび36.6cmの位置で行われた。なお、図の縦軸は、流入水濁度で基準化されている。実験中、躍層の侵食低下が起るため、躍層界面と測定点の位置が相対的に変化することが考えられるが、下流端から5.5m上流断面における躍層界面の時間的変化は、実験開始後、38分、48、58および68分において、それぞれ、19.2cm、19.7、20.0および20.2cmの位置にあり、overall Richardson数が大きいため、実験初期を除いて、躍層の低下は小さく、界面と測定点との相対的な位置関係の変化は問題にしくなくてもよく、8m断面における22.2cmの測定点が界面直下の躍層の領域内にあって、他のものは躍層下方の下層領域にあるものと見なしてよい。

さて、同図から明らかなように、界面を通して下方領域への濁度物質の輸送があるため、時間的に濁度物質の貯留が進み、しだいに濃度が増加する。当然のごとく、濁水が早い段階に到達する上流側断面において、濃度の上昇開始およびそのピークは早い段階に現われる。また、水深方向の測点においては、界面に近い方が早くピーク値に達する。四つの測定点におけるピーク濃度を比較すると、つぎのような興味深い事実が見い出せる。もし、水面下30.6cmにおける63.5分の測定値を除外できるとすれば、測定点が躍層領域にあると思われる22.2cmにおけるピーク値が一番大きく、他の三点のピーク値には顕著な差は認められない。このような相違は、躍層領域とその下方領域との輸送形態の違いによるものと

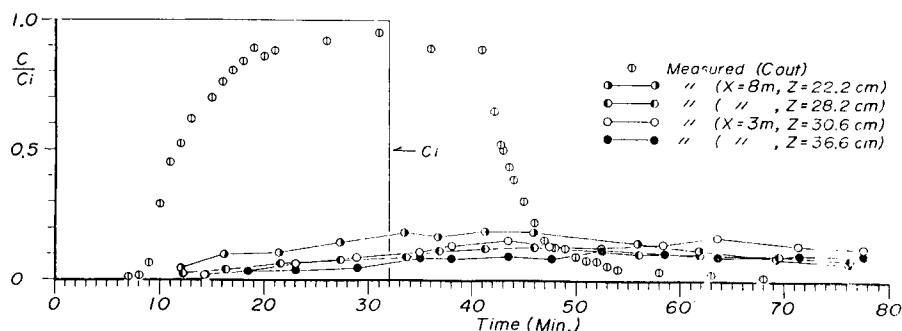


図-5.6 躍層および躍層下方領域の濁度物質の貯留過程 (Exp. 6-4)

思われる。すなわち、前者における主要な輸送形態は、拡散と沈降であって、後者のそれは沈降であることが推察される。

上述のことをさらに詳しく検討してみよう。いま、上層厚(上層水深) d_1 を 20 cm 、流量を 1.85 l/s とすると、上層の平均流速 U_1 は 2.34 cm/s であって、水路の上流端から下流端までの移流時間は約 10 分、 8 m 断面から 3 m 断面間の移流時間 t_c は、 $t_c \approx 3.5$ 分である。また、図 - 5.4 を参考にして濁質の沈降速度 $\omega_0 = 0.02\text{ cm/s}$ とすれば、水面下 22.2 cm の位置から 28.2 cm 、 30.6 cm および 36.6 cm のところまで濁質が沈降するのに要する時間は、それぞれ、 5 分、 7 分および 12 分となる。移流時間の 3.5 分を考慮すると、水面下 28.2 cm 、 30.6 cm および 36.6 cm の測定点においては、 22.2 cm の測定点がピーク値を示してから、それぞれ 5 分、 10.5 分および 15.5 分 遅れてピークが現われることが予想される。このことを念頭に置き、測定精度上の問題を考慮しつつ、再び図 - 5.6 に注目すると、各点の測定値の間には上述の位相差が認められる。

以上、躍層およびその下方領域における濁度物質の貯留機構について実験的検討を加え、躍層領域においては、上方領域からの拡散と沈降とによって輸送され、その下方領域においては、沈降のみの輸送形態を考えればよいことが明らかにされた。このことは、躍層領域の下面の境界条件として、自由沈降の条件が設定でき、しかもこれより下方における濁度物質の輸送は自由沈降によって表示されることをとを意味するものである。

5.4 貯水池濁度の解析モデル

5.4.1 濁度物質の輸送特性と貯水池の領域区分

貯水池水の密度が一樣でない場合や、一樣であっても流入水の密度と異なる場合、池内においては、流下方向に流れの形態が変化する。流れの形態変化については、3.2.1 で述べ、流れの形態と濁度の鉛分布特性については、5.2.1 および 5.3 で考察したので、これらの結果を適用すると、貯水池内における濁度物質の輸送特性の違いを指標にした貯水池の領域分割が可能である。

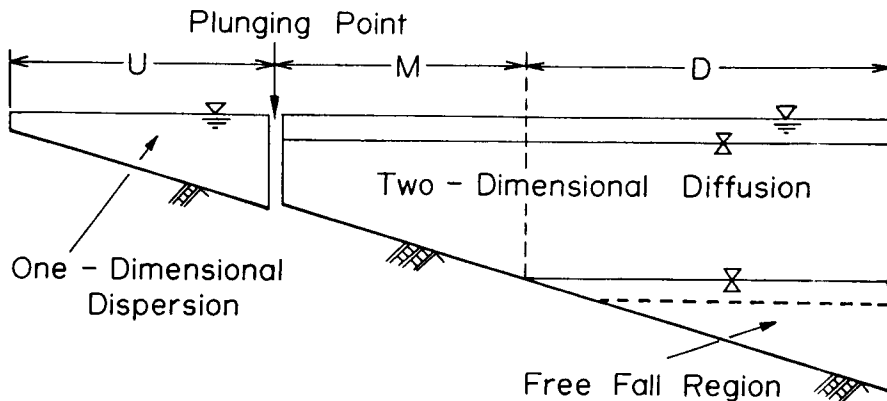


図 - 5.7 濁度物質の輸送特性の違いに着目した貯水池領域分割

図 - 5.7 は、取水口がダム中段にあって、水表面近傍および取水口敷下方に水温躍層が形成されている貯水池を対象にして領域分割を行ったものである。ここで、領域 U は、潜入点より上流域の拡散型の流れが形成される場所である。この領域においては、拡散・混合が活発なため、濁質は断面内にはほぼ一様に分布する。したがって、この領域における濁度物質の輸送方程式として一次元移流分散方程式が適用される。この下流の領域 M は、一次躍層と河床とに挟まれた領域であって、下層密度流が形成される場所である。第 4 章でも示したように、躍層近傍において拡散係数が非常に小さくなるため、濁度分布は二次元的特性が強くなる。領域 D は、中層密度流が形成される領域で、一次および二次躍層において拡散係数が減少し、濁度は、二次元性の強い分布になる。したがって、領域 M および領域 D においては、濁度物質の輸送方程式として、二次元移流拡散方程式が適用される。なお、領域 D の二次躍層下方には、5.3.3 で考察したように、自由沈降によって濁質が輸送される領域がある。

以上は、一次および二次躍層が形成されている貯水池の領域区分であるが、この方法を種々の水温構造をもつ貯水池へ拡張する場合はつぎのように考える。まず、秋期の半循環期においては、表層の水温躍層が消滅し、二次躍層より上方は、よく混合する。したがって、図 - 5.7 において、一次躍層を除き、さらに領域 U を領域 M まで延長すればよい。この場合の流れの形態は、3.2.1 で示した type II、すなわち、領域 U で拡散型の流れ、領域 D で上層密度流である。冬季の大循環期においては、貯水池の水温分布がほぼ一様になるので、貯水池全領域を領域 U で置き換えることができる。また、水面付近が温められ始める季節になると、貯水池表層付近に水温躍層が形成されるが、この場合、貯水池は、領域 U および領域 M に分割される。

このように、図 - 5.7 に示した貯水池領域区分は、かなり一般性を有することが明らかになったので、以下、この領域区分を対象として議論する。

5.4.2 基礎方程式および境界条件

(1) 基礎方程式

原点を領域 U の上流端に選び、水面に沿って x 軸、鉛直下向きに z 軸、時間を t とする。上述したように、濁度物質の輸送方程式として、領域 U においては移流分散方程式、領域 M および領域 D において二次元移流拡散方程式、自由沈降領域においては鉛直一次元移流方程式が適用される。これらは、それぞれ次のようである。

領域 U :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(A D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (5.1)$$

領域 M および領域 D :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + (w + \omega_0) \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_{\rho x} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_{\rho z} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (5.2)$$

自由沈降領域 :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

ここに、 c ：濁度、 Q ：流量、 A ：流水断面積、 D_x ：分散係数である。 u, w ：それぞれ流速の x および z 成分、 $\varepsilon_{\rho x}, \varepsilon_{\rho z}$ ：それぞれ拡散係数の x および z 成分、 ω_0 ：濁質の沈降速度である。

(2) 境界条件

各領域の長さをそれぞれ L_U, L_M および L_D とし、図 - 5.8 を参照しつつ境界条件について検討しよう。まず、領域 U の輸送方程式を解くには、初期条件と 2 つの境界条件が必要である。上流端においては、流入濁度の条件が適用され、便宜的に流量の関数として次式のように与えられるものとする。

$$x = 0 : c = c_i = f(Q) \quad \dots\dots\dots (5.4a)$$

ここに、 c_i ：流入濁度、 Q ：流量である。ところが、5.2.2 で述べたように、(5.4a) 式で推定される流入濁度には、流入後、ただちに沈降して濁水長期化現象に寄与しないような、かなり大きい濁質粒子が含まれている。したがって、(5.4a) 式は、次のように修正される必要がある。

$$x = 0 : c = c_i = F(D_c) f(Q) \quad \dots\dots\dots (5.4b)$$

ここに、 $F(D_c)$ ：流入濁質のうち濁水長期化に関与する限界粒径以下の成分の占める割合であって、限界粒径 D_c としては、前述したように $D_c \approx 10 \mu$ 程度を考えればよい。つぎに、領域 U の下流端においては、領域 U から領域 M への輸送が、主に移流によって行われると考えてよいから、次の移流方程式で与える。

$$x = L : \frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

ここに、 U ： $x = L$ における断面平均流速である。

領域 M および領域 U に関する (5.2) 式に対しては、初期条件とこれらの領域の境界における 4 つの条件が必要である。まず、領域 M の上流端においては、領域 U との濁度の連続条件から、つぎのように設定される。

$$x = L_U : c = c_u(L_U, z, t), (0 \leq z \leq H_p) \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

ここに、 c_u ：領域 U の下流端 ($x = L_U$) の濁度、 H_p ：潜入点水深である。領域 D の下流端においては、水面 ($z = 0$) から一次躍層の界面 ($z = d_1$) までは反射の条件、 $z = d_1$ から二次躍層界面 ($z = d_1 + d_2$) までは、(5.5) 式と同様の考え方に従って、移流方程式を適用し、 $z = d_1 + d_2$ から二次躍層領域の下面 ($z = d_1 + d_2 + \Delta d_2$) までは反射の条件を用いることにする。これらの式は、それぞれつぎのようである。

$$x = L_U + L_M + L_D :$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0, (0 \leq z \leq d_1) \quad \dots\dots\dots (5.7a)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = 0, (d_1 < z \leq d_1 + d_2) \quad \dots\dots\dots (5.7b)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad (d_1 + d_2 < z \leq d_1 + d_2 + 4d_2) \quad \dots\dots\dots (5.7c)$$

ここに、 d_1 ：表面と一次躍層界面間の厚さ、 d_2 ：一次および二次躍層の界面間の厚さ、 $4d_2$ ：二次躍層領域の半厚であって、 $2 \cdot 4d_2$ ：二次躍層の厚さで、これについては後述する。つぎに、領域 M および領域 D における水面の条件については、開水路流れの取り扱いにおいて一般的に使用されている平衡条件の式を適用する。

$$z = 0 : \quad \epsilon_{\rho z} \frac{\partial c}{\partial z} - \omega_0 c = 0, \quad (L_U \leq x \leq L_U + L_M + L_D) \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

上式で $\omega_0 c$ の符号が負になっているのは、前述したように、 z 軸が下向きに選ばれているためである。領域 M の河床面および領域 D の二次躍層領域の下面における条件は、つぎのようである。すなわち、河床面においては、沈降と堆積とが釣り合った状態、すなわち平衡状態を考え、二次躍層の下面においては、5.3.3 における実験的考察を参考にして、自由沈降の条件を設定する。これらはそれぞれ次式のようにである。

$$z = H(x), \quad (H_p \leq H(x) \leq d_1 + d_2) :$$

$$\epsilon_{\rho z} \frac{\partial c}{\partial z} - \omega_0 c = 0, \quad (L_U \leq x \leq L_U + L_M) \quad \dots\dots\dots (5.9a)$$

$$z = d_1 + d_2 + 4d_2 :$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial c}{\partial z} = 0, \quad (L_U + L_M < x \leq L_U + L_M + L_D) \quad \dots\dots\dots (5.9b)$$

ここに、 $H(x)$ ：貯水池水深である。

自由沈降領域の輸送方程式、すなわち (5.3) 式を解くには、初期条件と一つの境界条件が必要であり、境界条件は、領域 D の二次躍層下面における濁度の連続条件から与えられる。

$$z = d_1 + d_2 + 4d_2 : \quad c = c_D(x, z, t), \quad (L_U + L_M \leq x \leq L_U + L_M + L_D) \quad \dots\dots (5.10)$$

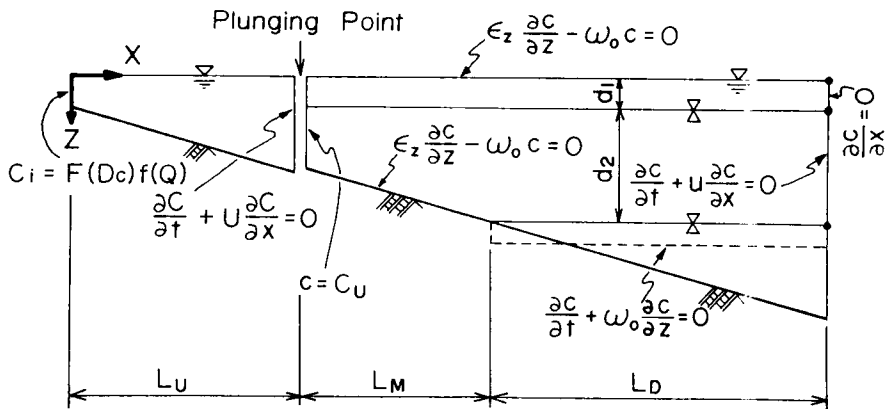


図-5.8 境界条件

ここに、 c_D ：領域 D の二次躍層下面における濁度である。

以上、境界条件の設定について述べた。これらをまとめて、図 - 5.8 に示す。

5.4.3 流速分布の設定

(1) 領域 M における流速分布

この領域においては、一次躍層の界面と河床面間を流下する下層密度流の流速分布が適用される。すなわち、3.2.2 に示すとおりであるが、図 - 5.8 の記号で書き直すとなつぎのようである。

$0 \leq z < d_1$:

$$u(z) = \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{d_1 - z}{d_1} \right)^2 - 3 \left(\frac{d_1 - z}{d_1} \right) + 1 \right\} u_{iU} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

$d_1 \leq z < d_m$:

$$u(z) = u_{max} - \frac{u_{*U}}{\kappa_U} \ln \frac{\beta_U + \kappa_U}{\beta_U + \kappa_U (z - d_1) / (d_m - d_1)} \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

$d_m \leq z \leq H(x)$:

$$u(z) = \left\{ A_r + \frac{1}{\kappa_b} \ln \frac{H(x) - z}{k_s} \right\} u_{*b} \quad \dots\dots\dots (5.13)$$

ここに、 u_{iU} ：一次躍層の界面 $z = d_1$ における流速、 u_{*U} ： $z = d_1$ のまさつ速度、 β_U ： $z = d_1$ の無次元混合距離、 κ_U ：領域 $d_1 \leq z \leq d_m$ のカルマン定数、 u_{max} ：最大流速、 d_m ：最大流速点の位置、 A_r ：定数で $A_r = 8.5$ 、 κ_b ：カルマン定数で $\kappa_b = 0.4$ 、 k_s ：河床面 $z = H(x)$ の相当粗度、 u_{*b} ：河床面のまさつ速度である。

一次躍層の界面流速および最大流速は、(5.12) 式において $z = d_1$ 、(5.13) 式において $z = d_m$ とすると、それぞれ次のように求まる。

$$u_{iU} = u_{max} - \frac{u_{*U}}{\kappa_U} \ln \frac{\beta_U + \kappa_U}{\beta_U} \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

$$u_{max} = \left\{ A_r + \frac{1}{\kappa_b} \ln \frac{H(x) - d_m}{k_s} \right\} u_{*b} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

また、最大流速点の位置は、せん断応力の直線性を仮定すると、

$$d_m = \{ f_{iU} H(x) + f_b d_1 \} / (f_{iU} + f_b) \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

ここに、 f_{iU} ： $z = d_1$ の抵抗係数、 f_b ：河床面の抵抗係数である。その他の諸量は、第3章で示した各々の式を適用することによって求められる。

(2) 領域 D における流速分布

この領域においては、中層密度流の流速分布が適用される。3.2.2 に示した分布則を、図 - 5.8 の記号を用いて書き直すと、つぎのようである。

$0 \leq z < d_1$:

$$u(z) = \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{d_1 - z}{d_1} \right)^2 - 3 \left(\frac{d_1 - z}{d_1} \right) + 1 \right\} u_{iU} \dots\dots\dots (5. 17)$$

$d_1 \leq z < d_m$:

$$u(z) = u_{max} + \frac{u_{*U}}{\kappa_U} \ln \frac{\beta_U + \kappa_U (z - d_1) / (d_m - d_1)}{\beta_U + \kappa_U} \dots\dots\dots (5. 18)$$

$d_m \leq z \leq d_1 + d_2$:

$$u(z) = u_{max} + \frac{u_{*L}}{\kappa_L} \ln \frac{\beta_L + \kappa_L (d_1 + d_2 - z) / (d_1 + d_2 - d_m)}{\beta_L + \kappa_L} \dots\dots (5. 19)$$

$d_1 + d_2 < z \leq d_1 + d_2 + \Delta d_2$:

$$u(z) = \left\{ 3 \left(\frac{z - d_1 - d_2}{d_3} \right)^2 - 4 \frac{z - d_1 - d_2}{d_3} + 1 \right\} u_{iL} \dots\dots\dots (5. 20)$$

$d_1 + d_2 + \Delta d_2 < z \leq H(x)$, ($H(x) = d_1 + d_2 + d_3$) :

$$u(z) = 0 \dots\dots\dots 5. 21)$$

ここに、 u_{iU} : $z = d_1$ における流速、 u_{*U} : $z = d_1$ のまさつ速度、 β_U : $z = d_1$ の無次元混合距離、 κ_U : $d_1 \leq z \leq d_m$ におけるカルマン定数、 u_{max} : 最大流速、 u_{*L} : 二次躍層界面 $z = d_1 + d_2$ のまさつ速度、 β_L : $z = d_1 + d_2$ の無次元混合距離、 κ_L : 領域 $d_m \leq z \leq d_1 + d_2$ のカルマン定数、 u_{iL} : $z = d_1 + d_2$ の流速、 d_3 : 下層の厚さであって、 $d_1 + d_2 + d_3$ は貯水池水深 $H(x)$ 、 Δd_2 : 二次躍層領域の半厚である。

最大流速点 d_m は、せん断応力の直線性を仮定し、一次および二次躍層面の抵抗係数をそれぞれ f_{iU} および f_{iL} とすれば、次式のように表示される。

$$d_m = \frac{(d_1 + d_2) f_{iU} + d_1 f_{iL}}{f_{iU} + f_{iL}} \dots\dots\dots (5. 22)$$

u_{iU} および u_{iL} は、(5. 18)式において $z = d_1$ 、(5. 19)式において $z = d_1 + d_2$ と置くことにより求められ、他の水理変数は、第3章の各々の式から算定される。

5. 4. 4 拡散係数の設定

(1) 領域 U における分散係数

分散係数は、流れの場の平面形状や断面形状および水理量によって変化するため、実際の貯水池を対象にする場合、これを一般的に与えることは、かなり困難である。しかし、この領域の流下区間はそれほど大きくなく、分散係数の推定精度が濁水解析の結果を大きく左右することはないので、ここでは、次式を用いて推定する。

$$D_x = \alpha u_* R \doteq \alpha u_* H(x) \dots\dots\dots (5. 23)$$

ここに、 u_* : まさつ速度、 R : 径深、 $H(x)$: 貯水池水深、 α : 係数である。(5. 23)式を適用するに際して、まさつ速度の推定が必要であって、ここでは対数型の抵抗則を用いてこれを推定する。なお、 α には100程度の値を採用する。

(2) 領域 M における拡散係数

水温躍層の領域においては、拡散係数が非常に小さくなることを、第4章で示すとともに、本章5.2や5.3における貯水池濁度の実態および実験を通して確かめた。したがって、前章で示した推定法がそのまま適用できるものと考えられる。そこで、躍層領域 ($0 \leq z \leq d_1 + \Delta d_1$) の拡散係数として界面における拡散係数を用い、その他の領域の拡散係数は断面平均値で与えることにすれば、4.3.2で示した中層密度流の分布則が容易に下層密度流の分布に拡張できて、これらは、それぞれつぎのように表示される。

$$0 \leq z \leq d_1 + \Delta d_1 : \\ \epsilon_{\rho z} = r_2 \left(\frac{U_M}{u_* U} \right)^{-4} \frac{d_m - d_1}{H(x) d_1} q \quad \dots\dots\dots (5.24)$$

$$d_1 + \Delta d_1 < z \leq d_m : \\ \epsilon_{\rho z} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_M}{u_* U} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_U \right\} \frac{d_m - d_1}{H(x) - d_1} q \quad \dots\dots\dots (5.25)$$

$$d_m < z \leq H(x) : \\ \epsilon_{\rho z} = \frac{1}{2} \kappa_b \left(\frac{U_M}{u_* U} \right)^{-1} \frac{H(x) - d_m}{H(x) - d_1} q \quad \dots\dots\dots (5.26)$$

ここに、 U_M : 断面平均流速、 $U_M = q / (H(x) - d_1)$ 、 q : 単位幅流量、 Δd_1 : 一次躍層領域の厚さの半値、 r_2 : 実験定数で $r_2 = 10$ 、 κ_b : カルマン定数、 $\kappa_b = 0.4$ であって、他の記号は、5.4.3の(1)と同じである。

なお、拡散係数の x 成分は、一般に、 z 成分に較べて大きいのが、濁度物質の輸送に関しては、移流による分散効果が卓越するため、 $\epsilon_{\rho x}$ の影響は重要でない。したがって、ここでは水深方向の各領域において、

$$\epsilon_{\rho x} = \epsilon_{\rho z} \quad \dots\dots\dots (5.27)$$

として推定する。

(3) 領域 D における拡散係数

この領域においても、躍層領域においては水温躍層界面の値を用い、他の領域においては、断面平均値を用いることにすれば、4.3.2の中層密度流の分布則から、それぞれつぎのように設定される。

$$0 \leq z \leq d_1 + \Delta d_1 : \\ \epsilon_{\rho z} = r_2 \left(\frac{U_2}{u_* U} \right)^{-4} \frac{d_m - d_1}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (5.28)$$

$$d_1 + \Delta d_1 < z \leq d_m : \\ \epsilon_{\rho z} = \left\{ r_2 \left(\frac{U_2}{u_* U} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_U \right\} \left(\frac{U_2}{u_* U} \right)^{-1} \frac{d_m - d_1}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (5.29)$$

$$d_m < z \leq d_1 + d_2 - \Delta d_2 :$$

$$\varepsilon_{\rho z} = \left\{ \tau_2 \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-3} + \frac{1}{2} \kappa_L \right\} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-1} \frac{d_1 + d_2 - d_m}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (5.30)$$

$d_1 + d_2 - \Delta d_2 < z \leq d_1 + d_2 + \Delta d_2$:

$$\varepsilon_{\rho z} = \tau_2 \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-4} \frac{d_1 + d_2 - d_m}{d_2} q \quad \dots\dots\dots (5.31)$$

ここに、 U_2 : 平均流速で $U_2 = q/d_2$, Δd_1 , Δd_2 : それぞれ一次および二次躍層領域の半厚である。他の記号は、5.4.3の(2)と同じである。

拡散係数の x 成分 $\varepsilon_{\rho x}$ については、(2)で述べたような理由から次式で推定する。

$$\varepsilon_{\rho x} = \varepsilon_{\rho z} \quad \dots\dots\dots (5.32)$$

以上が貯水池濁度解析のために設定された拡散係数であるが、領域 M における(5.25)式、領域 D における(5.29)式および(5.30)式において、運動量の混合距離に関するカルマン定数 κ_U および κ_L が用いられている。これは、第4章で述べたように水温境界層の問題とも関連する今後の問題点であって、濁度解析において不都合が生じない限り、ここでは、推定がより簡単な κ_U および κ_L を用いることにする。

5.4.5 水温躍層領域の設定

躍層領域という言葉がこれまでに度々用いられてきたが、明確な水理学的な判断基準に基づいて使われているものでなく、水温が急激に変化するため、拡散係数がその周囲に較べて非常に小さくなる領域に対して使われてきた。そもそも、躍層領域の明確な判定基準なるものは存在しなく、濁度解析を容易に行うために導入されたものであって、ここでは、(3.63)式および(3.69)式を微分して得られる界面の水温こう配を用いた実用的な推定法を示しておく。

さて、(3.69)式を η で微分して、 $\eta = 0$ とおくと、一次躍層界面における水温こう配が、(3.63)式を ζ で微分して $\zeta = 0$ とおくと、二次躍層界面の水温こう配が、それぞれ次式のように求められる。

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=d_1} = \frac{1}{2\tau_2} \frac{\Delta T_U}{d_m - d_1} \left(\frac{U_2}{u_{*U}} \right)^{-4} \frac{K}{R_{i*U}} \quad \dots\dots\dots (5.33)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=d_1+d_2} = \frac{1}{2\tau_2} \frac{\Delta T_L}{d_1 + d_2 - d_m} \left(\frac{U_2}{u_{*L}} \right)^{-4} \frac{K}{R_{i*L}} \quad \dots\dots\dots (5.34)$$

ここに、 ΔT_U , ΔT_L : それぞれ、中層と上層および中層と下層の断面平均水温差、 R_{i*U} , R_{i*L} : それぞれ中層と上層および中層と下層との断面平均密度差から作られる overall Richardson 数、 τ_2 : 実験定数 $\tau_2 = 10$, K : 連行率を規定する実験定数 $K = 0.0015$ である。

流入水温を T_i , 貯水池表面の水温を T_s , 貯水池底面の水温を T_b とすると、一次躍層および二次躍層の界面における水温は、それぞれ次式で近似できる。

$$T(d_1) \doteq (T_s + T_i) / 2 \quad \dots\dots\dots (5.35)$$

$$T(d_1 + d_2) \doteq (T_i + T_b) / 2 \quad \dots\dots\dots (5.36)$$

ここに、 $T(d_1), T(d_1 + d_2)$: それぞれ一次および二次躍層界面の水温である。いま、中層と上層および中層と下層の断面平均水温差、 ΔT_U および ΔT_L 、断面平均密度差、 $\Delta \rho_U$ および $\Delta \rho_L$ を、それぞれ次のように近似できるものとする。

$$\Delta T_U \doteq T_s - T_i \quad \dots\dots\dots (5.37)$$

$$\Delta T_L \doteq T_i - T_b \quad \dots\dots\dots (5.38)$$

$$\Delta \rho_U \doteq \rho_s(T_i) - \rho_s(T_s) \quad \dots\dots\dots (5.39)$$

$$\Delta \rho_L \doteq \rho_i(T_b) - \rho_i(T_i) \quad \dots\dots\dots (5.40)$$

ここに、 $\rho_i(T_i), \rho_s(T_s), \rho_b(T_b)$: それぞれ、流入水、表面水および貯水池底の密度である。上述のような $\Delta \rho_U$ および $\Delta \rho_L$ から R_{i*U} および R_{i*L} が求められ、躍層界面における水温こう配も推定される。したがって、このような水温こう配を用いると一次および二次躍層の半厚がそれぞれ次のように表示できる。

$$\Delta d_1 = n_1 \Delta T_U / \partial T / \partial z |_{z=d_1} \quad \dots\dots\dots (5.41)$$

$$\Delta d_2 = n_2 \Delta T_L / \partial T / \partial z |_{z=d_1+d_2} \quad \dots\dots\dots (5.42)$$

ここに、 n_1, n_2 : 経験的に定められるべき定数である。

出水後の貯水池の水温分布は、表層近傍を除いて出水中に形成されたものが、その後長期間維持される。したがって、 Δd_2 は、日平均最大流量を用いて推定し、洪水後においてもその値を用いて躍層領域を定めればよい。しかし、 Δd_1 は、後述のように、表層近傍の水温分布の変化を推定して定めねばならない。この際、上式の n_1 および n_2 は、経験的に、 $1 \leq n_1 (= n_2) \leq 2$ 程度の範囲で適当に選ばばよい。

5.4.6 領域 U、領域 M および領域 D の設定

前述したように、領域 U と領域 M は潜入点を境に分割され、領域 M および領域 D は二次躍層界面と河床とが交わる点を境に分割される。

領域 U と領域 M の境界は、3.2.1 で示した潜入点水深 H_p (3.4式) を用いることによって定められる。すなわち、

$$H(x) = H_p \quad \dots\dots\dots (5.43)$$

となる、 $x = x_p (= L_U)$ を境にして分割される。また、領域 M および領域 D の境界は、1.4.1 で示した水温躍層の位置の推定式 (1.17式) を適用して、

$$H(x) = d_1 + d_2 \quad \dots\dots\dots (5.44)$$

となる、 $x = x_{MD} (= L_U + L_M)$ を境にして分割される。

さて、(3.4)式から明らかなように、流量が大きいほど、また、 $\Delta \rho_U$ が小さいほど 潜入点水深は大きくなり、さらに出水期間中 H_p はかなり変動することがわかる。しかし、こうした H_p の時間的な変動は数値計算上好ましくない。また、貯水池表層を除いて、貯水池の水温分布や濁度分布などの混合特性には、出水中の影響が長期間残ることが経験的に知れている。このようなことを考慮すると、 H_p を時間的に変化させるより、むしろある期間は一定にした方がよいことが推察される。そこで、 H_p は濁度解析期間、これを一定に保持し、流量として、日平均流量の最大値を用いて推定することにする。

二次躍層界面の位置は、1.4.2における(1.17)式の適用例にもみられるように、出水期間中においてのみ低下し、その後は、ほとんど変動しないことが知られている。したがって、(1.17)式が適用されるのは、出水中であって、洪水が逡減すると、領域 M と領域 D の境界は変化しない。

(3.4)式および(1.17)式を、上述の方法で適用しておのおの領域を分割し、さらに水深方向の各領域を定めるためには、出水前の貯水池水温分布を知る必要があるとともに、出水中およびその後の貯水池表層近傍の水温分布が与えられなければならない。これに関しては、我国で M. I. T. モデルとしてよく知られている Huber · Harleman · Ryan (1972) の水温解析法を適用する。まず、出水直前の領域分割は、つぎのようである。水温解析によって、貯水池水温分布が知れる。(5.35)式および(5.36)式によって一次および二次躍層の界面水温を求め、出水前の d_1 および $d_1 + d_2$ を設定する。出水中およびその後も水温解析を続け、出水中の T_s を知り、(5.39)式より $\Delta\rho_V$ を求め、上述の方法によって H_p を推定する。貯水池表層近傍の水温分布は時間的に変化するので計算される水温分布から(5.35)式および(5.41)式に基づいて d_1 および Δd_1 は逐次設定されなければならない。一方、二次躍層近傍の水温分布は、洪水後、顕著な変化を示さないで、水温解析から求められた初期の $d_1 + d_2$ および貯水池底の水温 T_b を用い、(1.17)式を適用して出水中の二次躍層界面の位置は知れる。さらに、前述の方法によって Δd_2 は算定される。

5.4.7 数値解析法および流れ図

以上、水温成層化したダム貯水池における濁度解析法が示された。貯水池のそれぞれの領域において、与えられた初期および境界条件下で、基礎方程式を数値的に解析すると、貯水池濁度分布および流出濁度が求められる。

さて、数値計算には種々の方法があるが、ここでは、基礎方程式および境界条件式を、それぞれ差分近似式に置き換えて計算を行う。基礎方程式は、準線型であるので、差分は、陽なスキームを選ぶ方が、計算を容易に進めることができる。陽なスキームにも種々のものがあるが、ここでは、安定条件を簡単に設定できる方法、すなわち、時間変化の項には前進型、移流項に関しては後退差分および拡散項については中央差分を用いる。一例を示すと、

$$\frac{\partial c}{\partial t} \doteq \frac{c_{i,j}^{n+1} - c_{i,j}^n}{\Delta t} \dots\dots\dots (5.45)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} \doteq u_{i,j}^n \frac{c_{i,j}^n - c_{i-1,j}^n}{\Delta x} \dots\dots\dots (5.46)$$

$$\varepsilon_{\rho x} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \doteq \varepsilon_{\rho x i,j}^n \frac{c_{i+1,j}^n - 2c_{i,j}^n + c_{i-1,j}^n}{(\Delta x)^2} \dots\dots\dots (5.47)$$

のようである。ここに、 Δt 、 Δx ：時間および x の分割幅、 n 、 i 、 j ：それぞれ、 t 、 x 、 z の格子点を示す。

このような差分近似式を用いて以下に示す数値計算が行われるが、貯水池濁度計算の流れを示すと、図 - 5.9 のようである。

5.5 解析モデルの適用例

5.5.1 貯水池流出濁度

風屋貯水池における 1974 年 7 月 台風 7 号および 9 月 台風 9 号の二出水例について濁度解析を行い、計算結果と観測値との比較を行う。

図 - 5.10 (a), (b) には、それぞれ台風 7 号および 9 号出水に対する流出濁度の計算値 c_{out} と実測値とが示されている。図中の Q は流入量で、 c_i は流入濁度である。なお、流入濁度は、図 - 5.3 (a), (b) および濁水調査資料²¹⁾ (1976) を参考にして、

$$c_i = 0.092F(D_c)Q^{1.35} = 0.061Q^{1.35} \dots\dots\dots (5.4b)'$$

$$(Q < 100, c_i = 0 ;$$

$$F(D_c) = 0.667)$$

によって算定され、濁度物質の代表粒径は 4μ ($\omega_0 = 0.00143 \text{ cm/s}$, $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$) が使われている。

これらの図から明らかなように、二つの出水例とも、流出濁度が最大値を示した後の逓減部において、計算値と実測値とはよく一致している。しかし、立上りの段階をみると、両者にはかなりの相違が見られる。これは、ダム近くへ流入する小支川や残流域からの流入水が、早い段階にダム地点に到達することや、貯水池濁度の初期条件の設定法に原因があるように思われる。後者の原因についてみると、台風 7 号出水直前の貯水池濁度は、二次躍層領域に最高 50 ppm 程度の雲状濁水塊があり、二つの躍層に挟まれた領域の濁度は 10 ~ 20 ppm 程度であった。一方、台風 9 号出水前の観測値においては、二次躍層領域に 100 ppm 程度の濁水塊があり、二つの躍層に

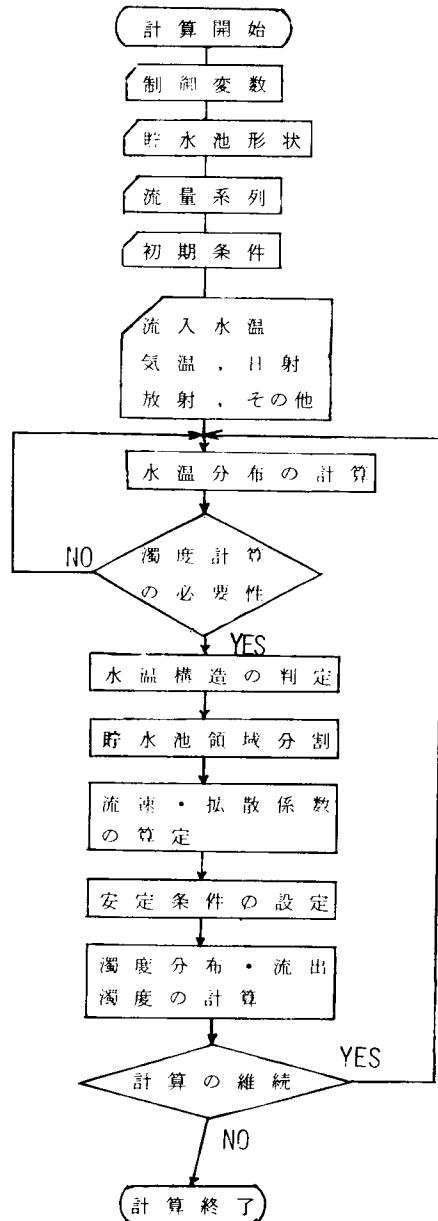


図 - 5.9 貯水池濁度計算のフローチャート

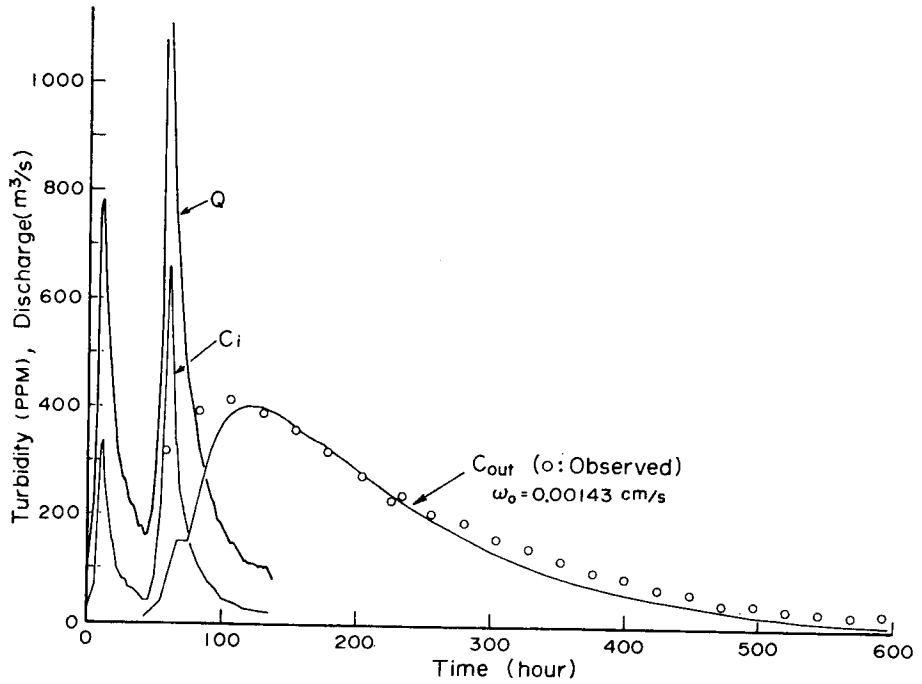


図 - 5.10 (a) 台風7号出水に対する貯水池流出濁度の計算値と観測値との比較

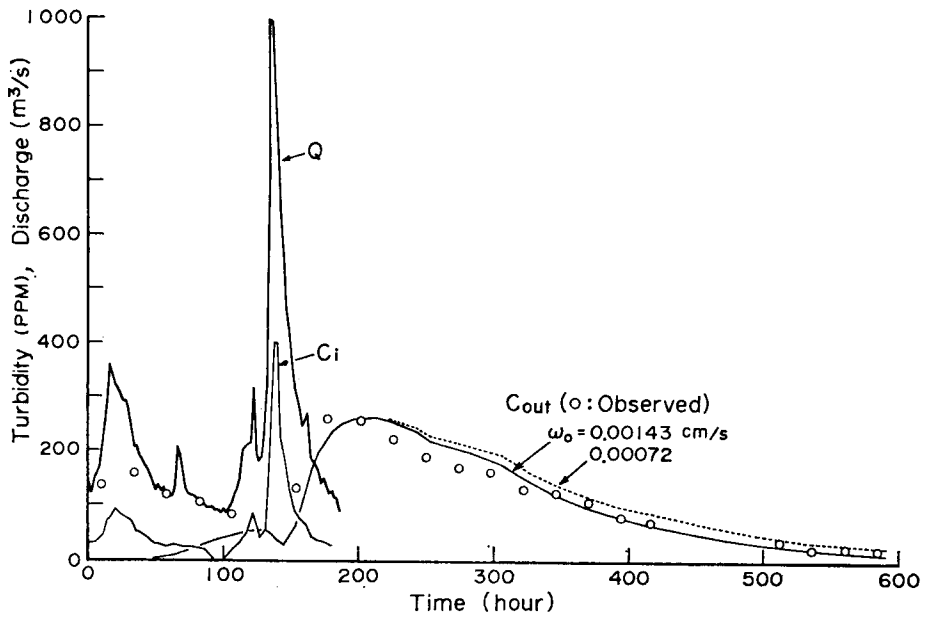


図 - 5.10 (b) 台風9号出水に対する貯水池流出濁度の計算値と観測値との比較

挾まれた領域の濁度は 10 ~ 20 ppm であった。出水が始まるやいなや、これらの濁水が流出するものと思われるが、解析においてはピーク後の流出濁度の算定に着目したので、初期条件は二出水例とも 0 に設定されている。

小支川や残流域からの流入条件を、いかに解析モデルへ組み込むかといった問題は残るが、初期条件の設定を正しく行えば、流出濁度の立上り部もかなりの確に推定できるものと思われる。しかし、濁水長期化現象の解析においては、ピーク後の遅減領域における濁度を予測することが重要であって、遅減部の流出濁度を推定できれば十分であるように思われる。

つぎに、流出濁度の変化特性に及ぼす濁質の代表粒径の影響について検討しよう。濁度物質は、図 - 5.3 (b) に示すように、かなり広範な粒径からなっており、これを単一粒径として扱う場合、何%粒径を代表径に選ぶか重要である。図 - 10 (b) には、 4μ の計算値に加えて、 2.8μ ($\omega_0 = 0.00072 \text{ cm} / \text{s}$, $\nu = 0.01 \text{ cm}^2 / \text{s}$) を用いて算定される流出濁度の結果が示されている。これによると、流出濁度のピーク値およびその出現時間は、 4μ の場合と同様であるが、濁度の遅減部が若干ゆるやかになっている。例えば、流出濁度が 50 ppm 以下になるのが、 4μ の場合より 3 日程度遅れる。このように、代表粒径によって遅減特性が変化するのは、粒径の違いによって、自由沈降領域へ輸送される量が異なるためである。

図 - 5.11 は、貯水池における濁度物質の収支を調べたものである。すなわち、累積流入濁質量 V_s (ton) の時間的変化に対応して、流出濁質量が時間的にどのように変化するかを調べたものであって、図中の計算例は上述の図 - 5.10 (a), (b) に示した出水例のものである。7 月の 7 号出水および 9 月の 9 号出水における 10μ 以下の濁質の総流入量は、それぞれ 3.704×10^4 および $1.69 \times 10^4 \text{ ton}$ である。一方、出水の立上りから 640 時間目までに流出した総量に関する計算値は、7 号出水において、 $3.579 \times 10^4 \text{ ton}$ 、9 号出水において $1.531 \times 10^4 \text{ ton}$ (4μ) および $1.626 \times 10^4 \text{ ton}$ (2.8μ) であって、7 号出水に関して流入濁質量の 96.6%、9 号出水については、90.6% (4μ) および

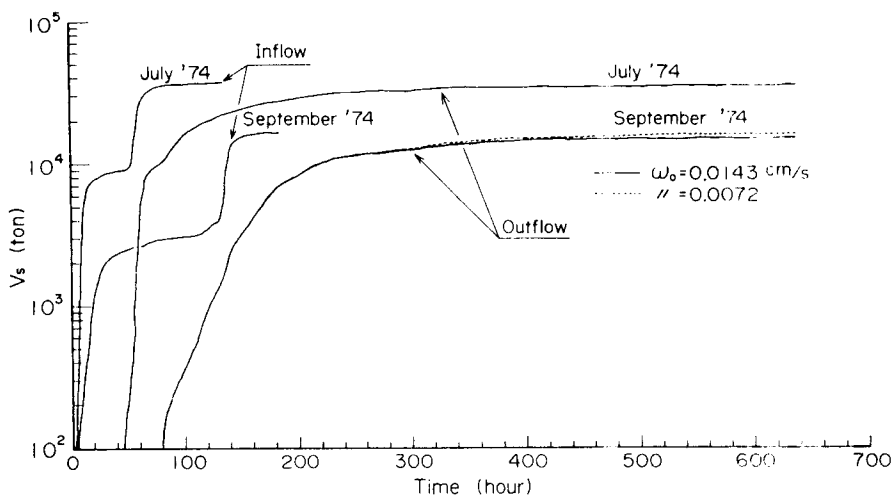


図 - 5.11 流入 — 流出 濁度物質量の収支 (台風 7 号および 9 号)

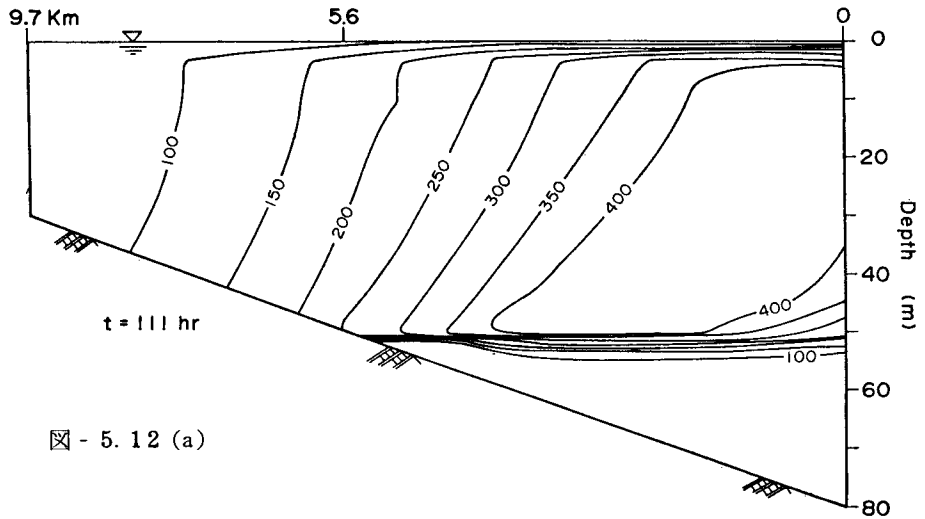


図 - 5.12 (a)

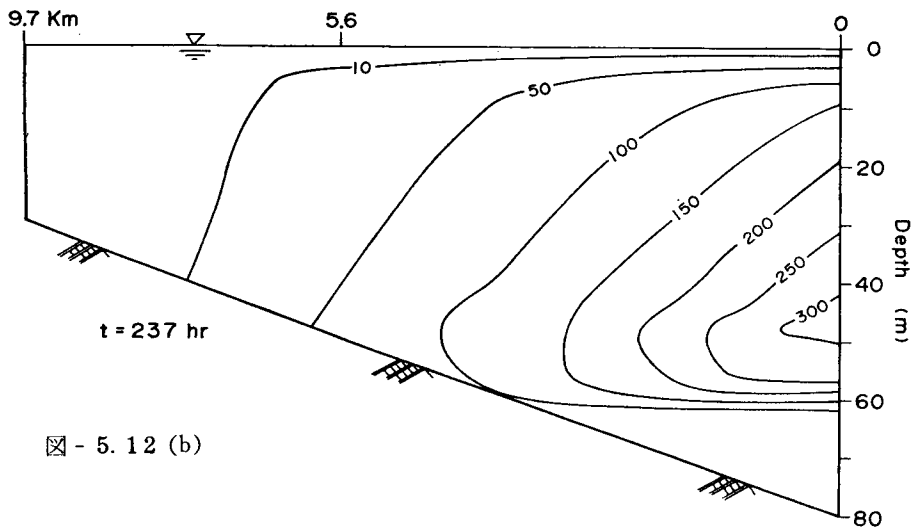


図 - 5.12 (b)

図 - 5.12 台風7号出水後の貯水池濁度分布の計算値

96.2% (2.8 μ) が流出したことを示している。これらの計算結果から、出水規模および計算に用いられる代表粒径の違いによって、流入濁質に対する流出濁質量の比率が変化し、出水規模が大きいほどまた、代表粒径が小さいほど、その比率が大きくなることがわかる。こうした事実は、出水中および出水後の貯水池の水位変動が無視できるような貯水池においては、一般的に認められる結果と言えよう。

同図の結果にみられるもう一つの興味深い点は、総流出濁質量のほとんどが、流出濁度の逡減初期の段階までに流出していることである。つまり、全量のうち、比較的僅かなものが、長期間にわたって流出し、濁水長期化現象に関係していることがわかる。

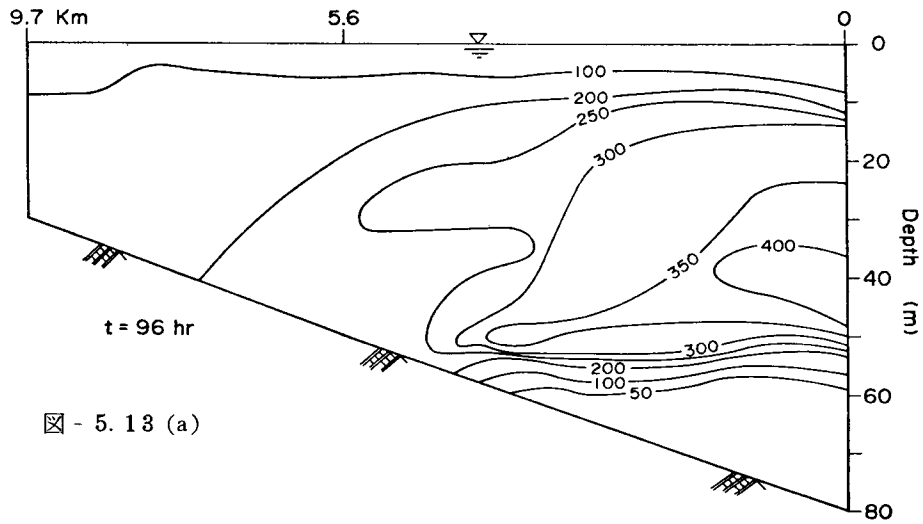


図 - 5.13 (a)

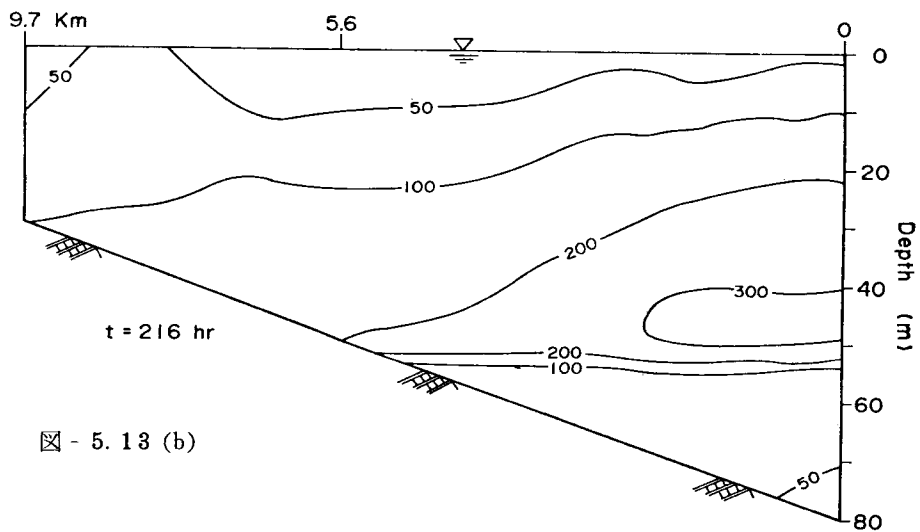


図 - 5.13 (b)

図 - 5.13 台風7号出水後の貯水池濁度分布の観測値

以上、風屋貯水池における流出濁度の計算値と実測値とを比較したが、流出濁度のピーク以後、両者はかなりよく一致することが明らかにされた。なお、台風7号および9号出水とも、洪水ピーク時にはダム頂部からゲート放流が行われた。したがって、ゲート放流時の流速分布は、発電取水による中層密度流の流速分布とゲート放流による上層密度流の流速分布とを線形的に合成して推定されている。

5.5.2 貯水池内の濁度分布

撰択取水などの濁水対策を講ずる場合、貯水池内の濁度分布をどの程度の確に推定できるか大きな問

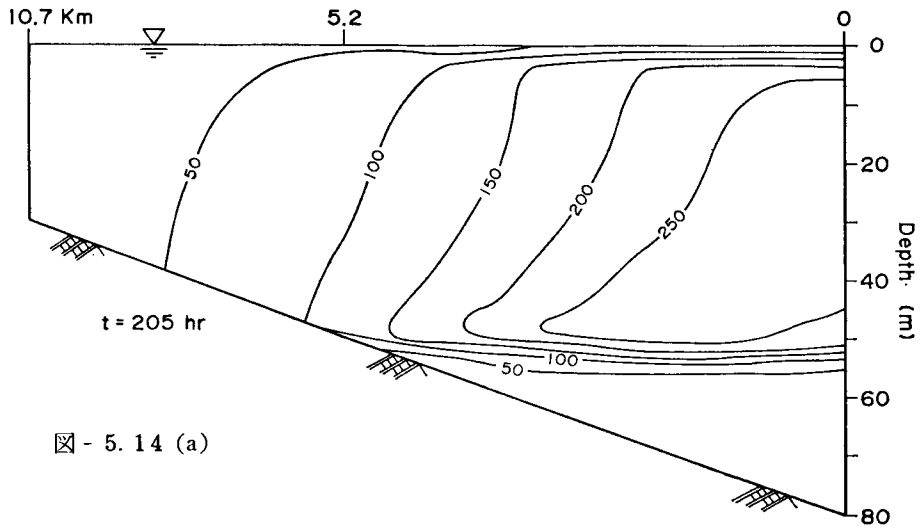


図 - 5.14 (a)

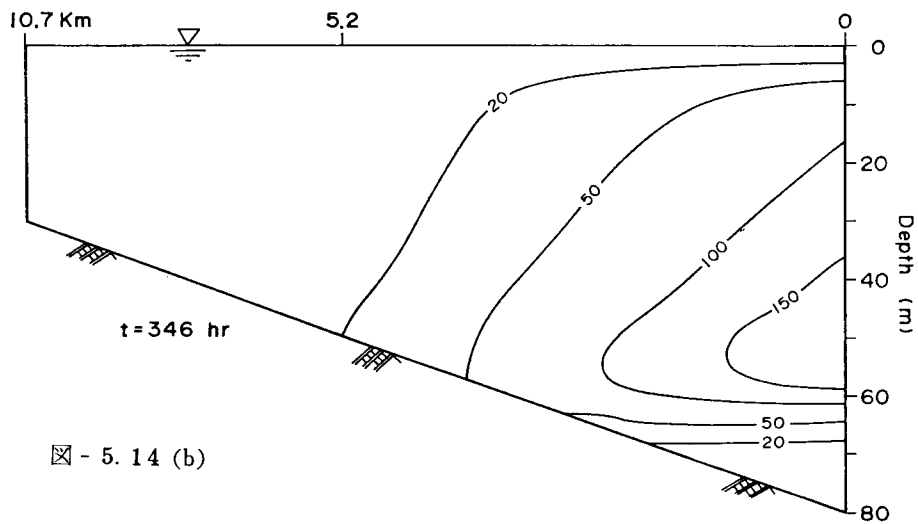


図 - 5.14 (b)

図 - 5.14 台風9号出水後の貯水池濁度分布の計算値

題である。ここでは、前述の二つの出水例に関して、計算値と観測値の比較を行う。なお、以下に示すものは、領域 M および D に関するものである。

図 - 5.12(a), (b)には、1974年7月7号出水に関する貯水池濁度の計算値が示されており、これらの計算値とほぼ同時点の観測値が図 - 5.13(a), (b)に示されている。これらの図において(a)図は、流出濁度が最大値を示すときの濁度分布であって、計算値と観測値を比較すると、400 ppmの高濁度領域は、計算値の方がかなり広い範囲に形成されていることがわかる。しかし、200 および 300 ppmの等濁度線は、ほぼ一致しており、さらに、等濁度線の全体的な形状は、計算によってほぼ再

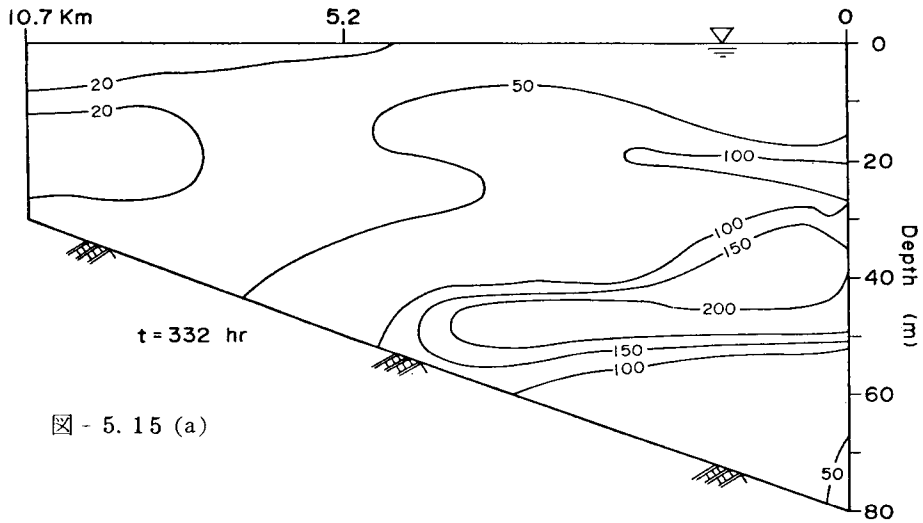


図 - 5.15 (a)

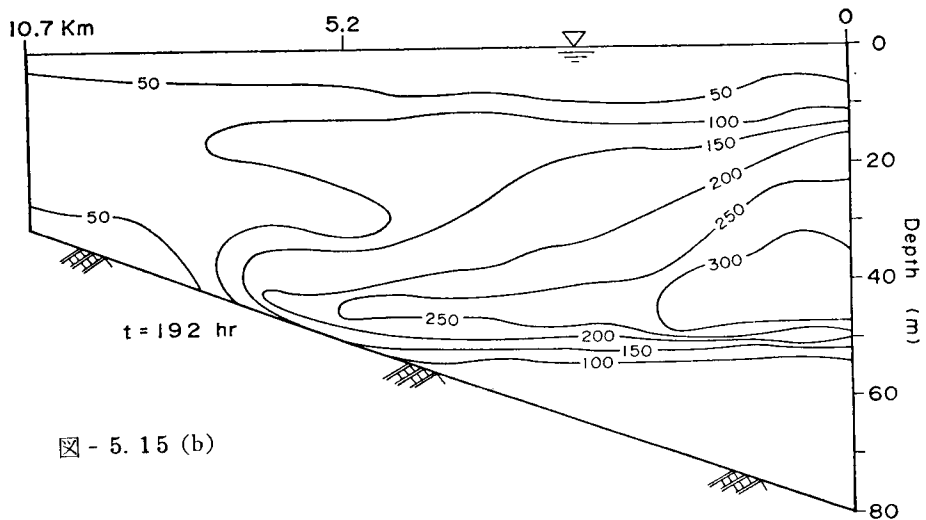


図 - 5.15 (b)

図 - 5.15 台風9号出水後の貯水池濁度分布の観測値

現されているように思われる。(b)図は、流出濁度が減少し、約200ppm程度になったときの分布形状である。流下方向の濁度こう配は、観測値に較べて計算値の方が若干大きく現われている。しかし、池内濁度分布は、かなりよく再現されているものと思われる。

図 - 5.14 (a), (b)には、1974年9月9号出水に関する貯水池濁度の計算値が、図 - 5.15 (a), (b)には、計算値とほぼ同時点の観測値が示されている。なお、図 - 5.14の結果は、図 - 5.12のものと同様、 $D = 4 \mu$ として算定されたものである。さて、図 - 5.14および図 - 5.15の(a)図は、流出濁度が最大値を示す時点のもので、(b)図は、逓減部のものである。これらの図を比較すると、等濁

度線の全体的な形状は、かなりよく対応しているものと思われるが、7号出水の場合の比較にも見られるように、流下方向の濁度こう配が計算値において若干大きく算定されている。この原因として、前述の(5.4b)′式に示すように、流入量が $100\text{ m}^3/\text{s}$ 以下になった時点で流入濁度を0としたことや、(5.6)式で示されるように、領域Mの上流端($x=L_U$)において濁度の鉛直分布を一定としたことなどが考えられる。つぎに、自由沈降領域における 100 ppm の等濁度線に注目して計算値と実測値を比較すると、(a)図においてはほぼ同じ位置に形成されていたものが、(b)図においては、計算値の方が深い位置へ移動していることがわかる。これは、濁質粒径として若干大きいものを採用しているためであろう。

以上、貯水池濁度分布に関して、計算値と観測値とを比較した。代表粒径や境界条件などの問題点は残されたが、本解析法によって、貯水池濁度分布もほぼ推定できることが明らかである。

5.6 結語

本章においては、第1章～第4章において得られた研究成果を総合した、いわゆる応用研究の一例について述べた。すなわち、近年、我国の全国各地で問題化しているダム貯水池による濁水長期化現象の機構および一解析法に関する考察を行った。

まず、風屋貯水池の水温成層期における濁水現象の実態を示すとともに、貯水池濁度分布構造に関して、これまでに得られた知見に基づいて考察し、以下のことが明らかになった。濁度の鉛直分布は、貯水池上流側から下流に向かって、拡散型、下層密度流および中層密度流の拡散特性に応じた分布形を示すことを明らかにした。すなわち、拡散係数の小さい水温躍層領域において濁度分布が急変するとともに、一旦、濁度物質がここに貯留されると、水平方向の移流速度および拡散係数の鉛直成分が小さいため、主流域が清浄化された後も濁度物質が長期間滞留することが明らかにされた。さらに、長期間池内に滞留して濁水長期化現象の主要な原因となり得る濁度物質の粒径範囲についても考察し、 10μ 以下の粒径を対象にすればよいことが明らかにされた。

水路実験においては、水温躍層の形成が見られる場における濁度物質の挙動と躍層領域およびその下方領域における濁度物質の輸送形態が検討された。すなわち、現地観測結果から得られた情報を補うことを主要な目的として考察を行い、水温一様層および躍層近傍においては、実際の貯水池で観測されるものと同様の濁度分布が形成されることが明らかにされた。さらに、水温躍層および躍層下方の底層領域における濁度物質の輸送形態について検討し、躍層領域における鉛直方向の輸送形態は、拡散と濁質の沈降とであって、底層における主要な輸送形態は濁質の沈降であることが明らかにされた。

水温成層場における濁度物質の挙動の定性的な特性が把握されたので、これらの成果および第1章～第4章の研究成果を導入した貯水池濁度解析法が提案された。この解析法の特徴は、貯水池の領域分割、流速分布および拡散係数の設定法にある。貯水池の領域分割は、成層化した貯水池の流下方向の流れの形態変化およびそれに伴う輸送特性の変化に着目して行われている。すなわち、第3章で得られた潜入点水深に関する知見に基づいて、領域Uと領域Mとが分割され、第1章で得られた水温躍層の位置の

推定式に基づいて領域 M と領域 D の境界が定められた。領域 U は混合の活発な分散域であって、領域 M および領域 D は二次元移流拡散領域である。流速分布および拡散係数は、第 3 章および第 4 章の成果がそのまま用いられている。すなわち、領域 M に対しては下層密度の分布則、領域 D には中層密度流の分布則が適用される。

このようにして考案された貯水池濁度の解析法は、風屋ダム貯水池における二つの出水例に対して適用され、流出濁度をかなりの確に推定することが明らかにされた。また、貯水池濁度分布に関してもほぼ満足すべき結果が得られたが、さらに精度を向上させるには、濁度物質の代表粒径の問題および境界条件についての再検討が必要である。しかし、こうした問題は、濁度解析法の本質的な欠点ではなく、流出濁度および貯水池濁度分布の解析結果から考えて、この解析法の妥当性が検証されたものと思われる。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(2) — 濁度物質の拡散と流出機構 —, 京大防災研究年報, 19号B-2, 1976, pp. 311 ~ 327.
- 2) 芦田和男・江頭進治・古谷健：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(4) — 貯水池濁度の解析法 —, 京大防災研究所年報, 22号B-2, 1979, pp. 383 ~ 398.
- 3) 村本嘉雄・道上正規・藤田裕一郎：天ヶ瀬貯水池の濁水に関する調査研究, 京大防災研究所年報, 17号B, 1974, pp. 585 ~ 596.
- 4) 岸力：小貯水池の濁りについて(幌別貯水池の例), 利水評論, No.11, 1974, pp. 10 ~ 19.
- 5) 安芸周一・白砂孝夫：貯水池の流動形態のシミュレーション解析, 発電水力, No.134, 1975, pp. 37 ~ 50.
- 6) Huber, W. C., D. R. F. Harleman and P. J. Ryan: Temperature prediction in stratified Reservoirs, Proc. ASCE, Vol. 98, HY 4, 1972, pp. 645 ~ 666.
- 7) 足立昭平・中村俊六：横山ダム貯水池における洪水時の濁水調査, 第21回水理講演会論文集, 1977, pp. 15 ~ 20.
- 8) 中村俊六・足立昭平：濁水化貯水池における濁質粒度の変動, 土木学会論文集, 279号, 1978, pp. 61 ~ 68.
- 9) 岩佐義朗・松尾直規・井上素行：貯水池における濁度解析について, 京大防災研究所年報, 21号B-2, 1978, pp. 319 ~ 329.
- 10) 岩佐義朗・松尾直規・遠藤正昭：洪水時における貯水池の成層破壊について, 京大防災研究所年報, 20号B-2, 1977, pp. 259 ~ 270.
- 11) 宮永洋一・白砂孝夫：貯水池内の濁度の二次元解析, 土木学会第32回年次講演会, II, pp. 336 ~ 337.

- 12) 安芸周一・白砂孝夫：貯水池の流動形態と水質，第18回水理講演会講演集，1974，pp. 187～192.
- 13) 岩佐義朗・野口正人・児島彰：貯水池内の水温予測法について，京大防災研究所年報，18号B，1975，pp. 565～574.
- 14) 新宮川水系濁水調査委員会：新宮川水系濁水調査報告書，1976，p. 50.
- 15) 新宮川水系濁水調査委員会：新宮川水系濁水調査資料，1975，pp. 143～145.
- 16) 新宮川水系濁水調査委員会：新宮川水系濁水調査報告書，1976，p. 60.
- 17) 前出 16)
- 18) 新宮川水系濁水調査委員会：新宮川水系濁水調査報告書，1976，p. 61.
- 19) 日本水産資源保護協会：徳島県那賀川河口養殖ヒトエゲサ等被害原因調査報告書，1977，p. 150.
- 20) 建設省近畿地方建設局大戸川ダム調査事務所・防災研究協会：大戸川ダムによる河川の土砂環境変化予測(1)，1979，pp. 95～96.
- 21) 新宮川水系濁水調査委員会：新宮川水系濁水調査報告書，1976，p. 59.

結 論

密度成層せん断乱流場における輸送現象を解明するには、対象となる場の境界における物質や運動量の輸送状態を規定する界面混合や抵抗則の問題、ならびに系の内部の輸送を規定する流速および拡散係数の分布を明らかにしなければならない。本論文においては、こういった密度成層流の基礎的な諸問題に対して、流れの微細構造にまで立入った議論ではなく、巨視的な観点から研究を進めるとともに、このような基礎研究の応用例として貯水池濁水現象を取り上げ、濁水機構および貯水池濁度の解析法について考察を行った。本研究において得られた主要な結果を要約すると以下のものである。

第1章においては、平均流が存在する場における連行現象および水温躍層の低下機構について考察した。まず、質量保存則に基づいて連行速度の概念を明確にして、多くの研究者の研究成果を分類し、固々の研究の相異点を明らかにした。連行現象の量的な評価は、連行率 E を用いて行われるが、従来から認められている関係、すなわち $E = K / R_{i*}$ (R_{i*} : overall Richardson 数)を、エネルギー的考察に基づいて示すとともに、上層流の実験によってこれを確認した。ついで、著者、Kato・Phillips および Lofquist の実験を整理し、広い範囲の R_{i*} ($0.4 \leq R_{i*} \leq 100$)に対して、実験定数が $K \approx 0.0015$ になることを示した。さらに、連行率に関する研究成果などを用いて、水温躍層の低下過程の定式化を行うとともに、種々の水路実験や実際の貯水池にこれを適用し、その妥当性を示した。

第2章においては、界面の抵抗則に関して考察した。抵抗則の研究において、従来、ほとんどの場合界面混合現象が考慮されてなかったが、本論において、抵抗に及ぼす界面混合の重要性を指摘するとともに、抵抗係数に対して、この効果を考慮する必要があることを指摘した。ついで、混合を考慮した一次元運動量保存則を提示し、この式と連行速度や質量保存則などに関する方程式を用いて抵抗係数の表示式を提案した。同式は、レイノルズ数 R_e 、内部フルード数 F_i および層厚比 $(H - d_1)/H$ の関数であって、 R_e が 10^5 程度になると、抵抗係数 f_i は、 F_i および $(H - d_1)/H$ のみによって規定され、 F_i および $(H - d_1)/H$ が大きくなるに伴ってこれが増加することを示すものである。さらにこの抵抗係数の推定式は、著者ならびに多くの研究者の実験値と比較され、その妥当性が示されている。なお、従来からよく用いられてきた $f_i = a \varphi^{-b}$ ($\varphi = R_e F_i^2$)型の抵抗則には、内部フルード数が大きくなると f_i が減少するという不合理な面があったが、ここで提案した抵抗則によると、こういった点が大いに改良されるとともに、密度成層場の拡散・混合現象における浮力の効果に対する一般的な見解を矛盾なく説明できるものと思われる。

第3章においては、密度成層せん断乱流場の流速分布、水温分布および密度分布について考察した。境界面が混合可能な流体で構成されている場合、境界面を通して運動量、溶解物質および熱などが輸送されるため、固体壁面上の流体運動のように、運動学的に定められる明確な界面条件が存在しない。そこで、密度境界面におけるこういった輸送条件に対して、運動量、質量および熱量に関して、界面混合距離 l_0 、 $l_{0\rho}$ および l_{0H} を考え、さらに混合距離の線形分布を仮定し、constant flux layer の条件

下において、流速、密度および水温分布則を導いた。

これらの分布則によって示される分布形状は、密度成層場の影響を受けて変化するが、この影響は、界面の無次元混合距離 β 、 β_ρ および β_H とカルマン定数 κ 、 κ_ρ および κ_H によって評価される。 β 、 β_ρ および β_H に関しては、界面の拡散係数の推定式と self-regulated state の条件を用いて考察され、これらの推定式が提案された。運動量に関する混合距離の分布を規定する κ に対しては、加速度平衡式を用い、質量および熱量に関する κ_ρ および κ_H に対しては積分法によって考察され、それぞれの推定式が示された。これらの推定式によると、レイノルズ数の大きい範囲、たとえば $10^5 < R_e$ において、内部フルード数が小さくなるに伴い、 β 、 β_ρ ($= \beta_H$)、 κ および κ_ρ ($= \kappa_H$) は、それぞれ減少するが、こういった安定度効果は、運動量の混合距離よりも質量あるいは熱量に関する混合距離において顕著に現われる。こういった特徴をもつ流速、密度および水温分布則は、上層流および中層流の実験値と比較され、その妥当性が示された。

第4章においては、主に第3章の結果に基づいて、渦動拡散係数の鉛直分布について考察した。まず、第3章の理論展開において重要な役割を演じた境界面の拡散係数については、二次元移流拡散方程式の平均操作によって得られる一次元質量保存則などを用いて考察され、界面の拡散係数 $\varepsilon_{\rho i}$ は、界面の密度こう配、密度差および連行速度によって表示されることが導かれた。さらに、密度こう配に関する前章の結果を用いて、 $\varepsilon_{\rho i}$ に関する推定式が導かれた。同式は、単位幅流量に比例し、流速係数の一4乗に比例することを示している。拡散係数の鉛直分布については、前章で明らかにされた混合距離の鉛直分布と界面まきつ速度を用いて考察され、水温境界層および水温の一定な領域における分布則が提示された。さらに、このようにして得られた拡散係数の分布則は、上層流および中層流におけるトレーサー実験によって、その妥当性が示されている。

第5章においては、密度成層場における輸送現象の典型的な例として、水温成層化したダム貯水池における濁水現象を取り上げ、これについて考察した。

まず、風屋ダム貯水池における濁水現象の実態について検討を加えるとともに、濁度分布構造および濁度物質の物理的特性について考察し、つぎのことが明らかにされた。水温成層化した貯水池においては、流下方向に流れの形態が変化し、それに応じて濁度物質の分布特性も変化する。つまり、潜入点水深より上流の拡散型の流れの領域における濁度の鉛直分布は、ほぼ一様であって、これより下流域の下層および中層密度流域においては、流速および拡散係数の鉛直分布に応じた濁度分布が形成される。また、貯水池へ流入する浮遊砂の粒度構成は広範な粒径からなっているが、このうち、濁水長期化現象に関与する濁質粒径として 10μ 以下のものを考えればよいことが明らかにされた。

上述の成果ならびに第1章～第4章の研究成果に基づいて、水温成層化した貯水池を対象とした貯水池濁度の解析法を提示した。本解析法の特徴は、貯水池の領域分割と流速および拡散係数の設定法にある。すなわち、貯水池の領域は、第3章および第5章で明らかにされた流れの形態変化に基づいて分割されたものであって、流速および拡散係数は、第3章および第4章において導かれた分布則が適用されている。このようにして考察された濁度解析法は、風屋貯水池における2出水例に対して適用され、その妥当性が示された。

以上、本研究において得られた主要な成果について述べた。この研究が、密度成層せん断乱流場の輸送現象の解明ならびに河川および海域における水質問題を扱う上で一助となれば幸いである。

最後に、本研究を遂行するにあたり、終始懇切な御指導を賜った、京都大学防災研究所教授、芦田和男先生に深甚の謝意を表します。また、水路実験のほとんどが京都大学防災研究所、宇治川水理実験所（施設長、今本博健教授）において行われたものであって、今本教授をはじめ所員の皆様には種々の面で御協力いただいた。実験ならびに資料整理においては、京都大学防災研究所技官、吉田義則氏に常に御協力いただいた。ここに記して、感謝の意を表します。

本研究の大半の部分が、自然災害特別研究の一課題（代表、足立昭平名古屋大学教授）として取り上げられ、一部研究費の補助を受けた。ここに記して、関係各位に感謝の意を表します。

付 録

1. 著者が行った水路実験について

本論文においては、Exp. 4 以後の実験について述べられたが、Exp. 1-1 ~ 1-13, Exp. 2-1 ~ 2-6 および Exp. 3-1 ~ 3-10 は、沈降性浮遊物質を多量含むことによって形成される泥水密度流に関する実験である。昭和47年(1972年)頃から密度流関係の研究が始められたので、著者自身の混乱を避けるため、実験目的別というより、むしろ、先に行われたものから順次、実験番号がつけられている。泥水密度流に関する研究成果について述べなかった主な理由は、記号などの面で混乱を避けたいがためであって、本論文の考え方が泥水密度流には適用できないということではない。

さて、本論文が扱った実験およびその目的について概要を示すと、つぎのようである。

Exp. 4-1 ~ 4-6 :

この実験は、第1章の図-1.4に示す実験水路の給配水系A-Aを用い、上層水をポンプによって循環させ、水温躍層の低下過程(Exp. 4-1 ~ 4-3)や、上層に濁水を混入して濁度の鉛直分布(Exp. 4-4 ~ 4-6)を調べるために行われたものである。水温の鉛直分布は、図-1.6のProbe Aを用いて、流速分布はプロペラ流速計を用いて測定されている。

この実験では、連行現象については、overall Richardson数 R_{i*} が比較的小さい範囲のデータが得られたが、濃度の鉛直分布については、水温躍層の低下速度が大きかったため、躍層近傍の分布特性を検討するには、十分なデータが得られなかった。

Exp. 5-1 ~ 5-9 :

実験は給配水系B-Bを用いて行われた。秋季の半循環期のダム貯水池の濁水現象を、一次元分散方程式を用いて議論しようとする観点から、上層流における主流域の分散係数を測定しようとして行った実験である。ただし、測定上の問題が大きく結果を左右し、信頼できるデータを得ることはできなかった。

最近、貯水池濁水構造の理解が深まってきているので、今後、この種の実験は、おそらく不要であろう。

Exp. 6-1 ~ 6-5 :

Exp. 4-1 ~ 4-6の段階では、給配水系B-Bは設けられてなく、濁度の鉛直分布特性や流出特性(移流特性)を検討するための実験が困難であった。そこで、本実験は新たに設置した給配水系B-Bを用い、濁度の鉛直分布特性、水温躍層やその下方領域における濁度物質の輸送特性を検討するために行われた。

Exp. 7-1 ~ 7-6 :

Exp. 6のシリーズの実験で得られた実験値を検討するため、すなわち、濁質の濃度分布の形成に対して流れがどのような役割を果しているかを把握するために行ったものである。流速分布は、水素気泡法によって得られている。

Exp. 8-1 ~ 8-14 :

上層流 (Exp. 8-1 ~ 8-8) および中層流 (Exp. 8-9 ~ 8-14) における流速分布を検討するために行われたものである。上層流の実験は、給配水系 B-B を用いて、中層流のそれは、流入量に見合った流量を中段の取水口を用いて放流する方法で行われている。流速分布は、下流端より 4.3 m 断面において水素気泡法によって測定されるとともに、水路上流側においては、標流板を用いて流況が観察されている。水温分布は、図-1.6 に示す Probe A を用い、下流端より 5.8 m および 14 m 地点で測定されている。

上層流の実験データを用いて、とくに、log-linear 則の適合性、第3章で導かれた流速分布則の適合性、および水温境界層の形成過程などについて考察されている。また、給配水系 A-A (Exp. 4-1 ~ 4-6) の実験から得られた連行率と給配水系 B-B によって得られるそれとを比較するために、連行率に関する多くの資料も得られている。

中層流の実験データを用いて、とくに、最大流速点の位置が、どこに生じるか検討されている。

Exp. 9-1 ~ 9-4 :

実験は循環系 B-B を用いて行われた。この実験は、水温成層場における渦動拡散係数の鉛直分布を検討するために行ったものである。しかしながら、得られたデータの大部分が水温一様層のものであったため、安定な密度成層場の影響を十分検討できなかった。

Exp. 10-1 ~ 10-5 :

Exp. 9 のシリーズにおいて、成層流における拡散係数に関する十分なデータが得られなかったため、このシリーズの実験が追加された。Exp. 10-1 および Exp. 10-2 は中段の取水口を用いて行われる中層流の実験で、Exp. 10-3 ~ 10-5 は、給配水系 B-B による上層流の実験である。

下流端より 4.65 m 断面において、ピトー管の動圧部を用いて、過マンガン酸カリ溶液を流水中に注入し、カメラ撮影によって、トレーサーの拡散状況が調べられた。同時に、4.3 m 断面において流速分布が測定されるとともに、Probe A と新たに設けられた図-1.6 の Probe B を用いて、5.5 m および 12.8 m 断面において水温の鉛直分布が測定された。

Exp. 11-1 ~ 11-11 :

Exp. 8-9 ~ 8-14 において、中層流の流速分布がかなり把握され、また、サーミスタ温度計 (Probe B) が購入されて水温測定装置が強化された。そこで、中層流に関して、精度のよい、また、一般性のあるデータを得るために行ったものであって、流速分布は、4.3 m および 11.5 m 断面、水温分布は、5.5 m および 12.8 m 断面において測定された。

中層流の実験は、温水 (上層水) を作る段階で天候に左右されやすく、また、実験中、水位を完全に一定に保つのが難しい。そのため、数多くの実験にもかかわらず、実験データとして使えるものは、半数程度に限られ、とくに、Exp. 11-1 ~ 11-4 は、実験データとしては、なんの価値もないものである。

Exp. 12-1 ~ 12-4 :

上層流に関する実験であって、実験の目的は Exp. 11 と同様である。流速および水温分布が、それぞ

れ2断面で測定されている。

2. 実験条件および実験結果

1. で述べた実験について、実験条件と実験結果の一部を示すと、以下のようである。

表 - 1. Exp. 4 - 1 ~ 4 - 6 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)	X_c (m)
4 - 1	8.5	53.0	9.5	10.1	
4 - 2	4.23	36.2	5.8	6.4	
4 - 3	5.26	36.5	5.8	6.4	
4 - 4	4.33	36.3	7.0	6.4	6.2
4 - 5	4.10	37.1	5.2	6.2	6.0
4 - 6	4.10	37.5	5.2	6.2	6.0

ここに、 Q ：流量， H ：水温の測定断面における全水深， X_t ， X_u ， X_c ：それぞれ，水温，流速および濃度の測定断面の位置で，水路下流端からの距離である。

表 - 2. Exp. 6 - 1 ~ 6 - 5 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)	X_c (m)
6 - 1	1.85	35.6	5.5		8.0 3.0
6 - 2	3.15	37.2	"		" "
6 - 3	4.20	38.2	"		" "
6 - 4	1.85	35.8	"		" "
6 - 5	4.10	38.2	5.5		8.0 3.0

表 - 3. Exp. 8 - 1 ~ 8 - 13 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)	T_i ($^{\circ}C$)	T_B ($^{\circ}C$)	T_s ($^{\circ}C$)	Z_s (cm)
8 - 1	1.68	35.60	5.8 14.0	4.3	29 ~ 30	17.9		
8 - 2	1.19	35.24	" "	"	28.5 ~ 29	17.7		
8 - 3	2.39	36.90	" "	"	29.5 ~ 29.8	17.3		
8 - 4	1.10	35.03	" "	"	29.2 ~ 29.5	17.6		
8 - 5	2.95	36.59	" "	"	29.8 ~ 30	17.3		
"	3.85	37.42	5.8 14.0	4.3	"	"		
8 - 10	0.585	43.47	5.8 14.0	4.3	28.7 ~ 28.8	19.4	28.7 ~ 28.8	15.68
8 - 12	1.58	45.55	" "	"	28.9 ~ 29.2	20.2	28.9 ~ 29.2	17.76
8 - 13	1.20	44.08	5.8 14.0	4.3	26.6 ~ 26.8	18.7	26.6 ~ 26.8	16.29

ここに、 H : 下流端から 4.9 m 地点の全水深、 T_i : 流入水温、 T_B, T_s : 実験開始後 10 分経過した時点の水路床および表面水温、 Z_s : 水面から測った取水口軸の位置、他は、表 - 1 に同じである。

表 - 4. Exp. 10 - 1 ~ 10 - 5 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)	X_{tr} (m)	Z_s (cm)
10 - 1	1.06	40.09	5.5 12.8	4.3 11.5	4.65	15.40
10 - 2	2.15	40.35	" "	" "	"	15.70
10 - 3	0.99	31.78	" "	" 11.5	"	
10 - 4	1.89	32.78	" "	"	"	
10 - 5	2.53	33.60	5.5 12.8	4.3	4.65	

ここに、 H : 下流端より 8 m 地点の全水深、 X_{tr} : トレーサーの注入断面の位置で、水路下流端からの距離である。

表 - 5. Exp. 11 - 1 ~ 11 - 11 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)	Z_s (cm)
11 - 5	0.63	38.04	5.5 12.8	4.3 11.5	13.35
11 - 6	2.00	39.45	" "	" "	14.76
11 - 7	1.14	41.52	" "	" "	16.83
11 - 8	1.03	42.17	" "	" "	17.48
11 - 9	1.07	42.42	" "	" "	17.73
11 - 10	2.58	42.10	" "	" "	17.41
11 - 11	1.54	41.80	5.5 12.8	4.3 11.5	17.11

ここに, H : 下流端より 8 m 地点の全水深である。

表 - 6. Exp. 12 - 1 ~ 12 - 4 の実験条件

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	X_t (m)	X_u (m)
12 - 1	0.88	31.60	5.5 12.8	4.3 11.5
12 - 2	1.89	32.60	" "	" "
12 - 3	2.95	34.08	" "	" "
12 - 4	1.53	32.38	5.5 12.8	4.3 11.5

ここに, H : 下流端より 8 m 地点の全水深である。

表 - 7. Exp. 4 - 1 ~ 4 - 6 における連行率 E (図 - 1.9)

Exp. No.	Q (l/s)	d_1 (cm)	U_1 (cm/s)	$10^5 \Delta\rho$ (g/cm^3)	R_e	F_i	R_{i*}	$10^6 W_e$ (cm/s)	$10^6 E$	Time (min)
4 - 1	8.5	38.8	5.69	193	22100	0.664	2.27	4880	902	16
		42.9	5.15	168	22100	0.613	2.66	2560	510	30
		45.2	4.88	170	22000	0.562	3.16	2830	591	45
		46.9	4.71	156	22100	0.556	3.23	2170	473	55
		49.5	4.46	128	22100	0.566	3.12	3330	762	75
		51.5	4.29	141	22100	0.508	3.87			85
4 - 2	4.23	26.1	4.21	299	11000	0.481	4.31	833	199	10
		26.6	4.13	289	11000	0.476	4.42	833	203	20
		27.1	4.05	246	11000	0.501	3.98	833	207	30
		27.6	3.98	247	11000	0.487	4.22	833	211	40
		28.1	3.91	204	11000	0.522	3.67	833	215	50
		28.6	3.84	204	11000	0.508	3.88	833	218	60
		29.1	3.78	194	11000	0.508	3.88			70
4 - 3	5.26	28.4	4.81	241	13700	0.589	2.89	1670	351	13
		29.1	4.69	223	13600	0.588	2.89	1670	362	20
		30.1	4.54	226	13600	0.556	3.23	1500	335	30
		31.0	4.41	220	13700	0.539	3.44	1670	383	40
		31.7	4.31	219	13700	0.523	3.66	1170	273	50
		32.4	4.22	199	13700	0.531	3.55	1670	408	60
		34.4	3.97	186	13600	0.501	3.98			70
4 - 5	4.1	28.6	3.72	156	10600	0.563	3.15	1750	488	14
		30.6	3.48	157	10600	0.507	3.89	1750	520	33
		32.6	3.27	139	10700	0.491	4.15	1759	516	52
		36.6	2.91	139	10600	0.412	5.89			94
4 - 6	4.1	31.0	3.44	88	10700	0.665	2.26	2780	835	12
		33.0	3.22	96	10600	0.578	2.99	2080	665	24
		35.0	3.04	104	10600	0.509	3.86			40

ここに, d_1 : 上層厚, U_1 : 上層の平均流速, $\Delta\rho$: 上・下層の断面平均密度差, R_e : レイノル

ズ数, F_i : 内部フルード数, R_{i*} : overall Richardson 数, W_e : 連行速度, E : 連行率, Time : 実験開始からの経過時間である。

なお, 連行速度 W_e および連行率 E は, それぞれ, 次のように求められている。

$$W_e = \{ d_1(t_{i+1}) - d_1(t_i) \} / (t_{i+1} - t_i)$$

$$E = W_e / \{ U_1(t_{i+1}) + U_1(t_i) \} / 2$$

ここに, $d_1(t_{i+1}), U_1(t_{i+1})$: それぞれ, 実験開始から t_{i+1} 時間経過した時点の上層厚および平均流速である。

表 - 8. Exp. 6 - 1 ~ 6 - 5 における連行率 E (図 - 1.9)

Exp. No.	Q	U_1	R_{i*}	$10^6 W_e$	$10^6 E$	Time (min)
6 - 1	1.85	2.48	5.00	470	190	35 ~ 70
	"	2.33	5.90	667	286	70 ~ 90
6 - 2	3.15	3.39	4.00	725	214	27 ~ 50
	"	3.29	4.00	617	188	50 ~ 77
6 - 3	4.20	4.18	2.75	1850	443	17 ~ 26
	"	4.07	2.85	1390	342	26 ~ 38
	"	3.93	3.10	1670	425	38 ~ 48
	"	3.77	3.40	1390	369	48 ~ 60
	"	3.63	3.60	1190	328	60 ~ 74
	"	3.54	3.70	1190	336	74 ~ 88
6 - 4	1.85	2.40	5.40	606	253	30 ~ 85
	"	2.18	6.70	556	255	85 ~ 145
6 - 5	4.10	4.10	3.00	2220	541	11.5 ~ 18
	"	4.00	3.25	1670	418	18 ~ 28
	"	3.88	3.35	1520	392	28 ~ 39
	"	3.75	3.70	1670	445	39 ~ 49
	"	3.62	3.95	1190	329	49 ~ 63
	"	3.52	3.95	1040	295	63 ~ 79

ここに, U_1, R_{i*}, W_e および E は, 表 - 7 のものと同じものであるが, Time の欄に示す時間内の平均値である。

表-9. Exp. 8-1 ~ 8-5における連行率 E (図-1.9)

Exp. No.	Q	d_1	U_1	$10^5 \Delta \rho$	R_e	F_i	R_{i*}	φ	$10^6 W_e$	$10^6 E$	Time
8-1	1.68	9.9	4.41	229	5240	0.936	1.14	4590	486	1100	11.5
		13.1	3.33	222	5270	0.624	2.57	2050	319	958	19.5
		14.0	3.12	215	5280	0.574	3.03	1740	203	651	26.5
		14.8	2.95	215	5280	0.528	3.58	1470	158	534	33.0
		15.3	2.85	212	5300	0.505	3.91	1360	131	458	39.0
		15.8	2.76	210	5300	0.484	4.27	1240	99	365	46.5
8-2	1.19	8.8	3.51	171	3570	0.914	1.20	2980	639	1820	4.5
		10.7	2.89						471	1630	11.0
		12.3	2.51	172	3620	0.551	3.29	1100	287	1140	17.5
		13.1	2.36	172	3650	0.502	3.96	922	219	930	25.0
		14.7	2.10	162	3670	0.435	5.29	693	128	608	40.0
8-3	2.39	10.7	5.80	239	7480	1.160	0.75	10000	1440	2490	4.0
		14.8	4.19	213	7400	0.754	1.76	4210	673	1610	11.0
		17.9	3.47	230	7530	0.546	3.35	2250	245	707	21.0
		19.7	3.15	223	7560	0.480	4.34	1740	142	449	33.5
		20.0	3.10	218	7580	0.474	4.45	1710	69	223	46.5
		20.6	3.01	204	7590	0.469	4.55	1670	40	132	59.0
8-4	1.10	4.6	6.21	218	3410	1.980	0.26	13400	4330	6980	5.0
		9.3	3.07	188	3330	0.741	1.82	1830	411	1340	10.5
		11.2	2.55	182	3330	0.571	3.07	1090	314	1230	17.0
		12.4	2.30	181	3350	0.490	4.16	806	252	1090	25.0
		13.3	2.15	182	3370	0.441	5.13	656	214	995	32.0
		14.2	2.01	179	3380	0.403	6.17	548	163	808	40.0
		14.8	1.93	179	3400	0.379	6.97	487	131	676	46.0
8-5	2.95	10.7	7.16	249	9250	1.400	0.51	18200	975	1360	4.0
		14.0	5.47	252	9310	0.930	1.16	8060	371	679	12.5
	3.85	19.1	5.24	249	12200	0.768	1.70	7180	586	1120	22.5
		20.6	4.85	252	12300	0.680	2.16	5680	295	609	30.0
		21.4	4.67	247	12300	0.649	2.38	5170	262	561	36.5
		22.7	4.41	241	12300	0.602	2.76	4460	217	491	44.0
		23.9	4.18	235	12300	0.563	3.15	3910	162	387	51.5
		24.4	4.10	231	12300	0.552	3.29	3740	68	165	59.0

ここに、 $\varphi = R_e F_i^2$ である。なお、連行速度 W_e は、上層厚 d_1 の時間変化を図上にプロットして、その接線こう配 $W_e = \partial d_1 / \partial t$ から求められている。

表 - 10 Exp. 10 - 1 および Exp. 10 - 2 の水理条件 (図 - 4.4, 図 - 4.6 (a), (b))

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)	d_3 (cm)	T_1 ($^{\circ}C$)	T_2 ($^{\circ}C$)	T_3 ($^{\circ}C$)	U_2 (cm/s)	R_e	F_{iU}	F_{iL}	Time (min)	
10-1	1.06	42.59	9.00	12.26	21.33	33.38	30.27	22.18	2.25	3440	0.652	0.443	20.7	
			"	8.15	13.95	20.49	33.33	30.20	22.33	1.97	3440	536	370	27.3
			"	7.99	14.49	20.11	33.25	30.20	22.46	1.90	3440	513	352	32.4
			"	7.71	15.11	19.77	33.19	30.22	22.58	1.82	3440	489	332	36.8
			"	7.54	15.79	19.26	33.03	30.22	22.79	1.74	3440	471	315	45.9
			"	7.35	16.44	18.80	33.02	30.21	23.00	1.68	3440	443	300	51.9
			"	7.22	16.86	18.51	32.87	30.22	23.35	1.63	3440	440	295	57.6
			"	6.77	17.90	17.92	32.29	30.11	23.65	1.54	3430	446	278	76.3
			6.76	18.16	17.67	32.18	30.05	23.69	1.52	3430	0.442	0.274	80.1	
10-2	2.15	42.85	8.99	14.32	19.54	31.85	28.95	20.80	3.90	6790	1.110	0.728	10.7	
			"	7.91	15.99	18.95	31.81	28.94	20.87	3.49	6790	0.945	619	13.8
			"	7.42	17.00	18.43	31.66	28.96	21.01	3.29	6790	890	568	17.3
			"	6.70	18.04	18.11	31.73	29.07	21.09	3.10	6810	819	518	20.7
			"	5.94	19.20	17.71	31.49	29.18	21.26	2.91	6830	801	472	25.7
			"	5.34	20.10	17.41	31.32	29.25	21.48	2.78	6840	791	444	29.1
			"	4.72	21.07	17.06	31.34	29.25	21.60	2.65	6840	0.734	0.416	32.7

ここに, d_1, d_2, d_3 : それぞれ, 上層, 中層および下層厚で, $d_1 + d_2 + d_3 = H$ となる。 T_1, T_2, T_3 : それぞれ, 上層, 中層および下層の平均水温, U_2 : 中層の平均流速であって, $U_2 = Q / B / d_2$ (B : 水路幅, $B = 38.5$ cm), R_e : 中層のレイノルズ数, F_{iU}, F_{iL} : それぞれ中層と上層および中層と下層の密度差に基づいて算定される内部フルード数である。

表 - 11. Exp. 10 - 3 ~ 10 - 5 の水理条件 (図 - 4.3 (a), (b), (c), 図 - 4.5 (a), (b))

Exp. No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)	T_1 ($^{\circ}C$)	T_2 ($^{\circ}C$)	U_1 (cm/s)	R_e	F_i	Time (min)	
10 - 3	0.99	34.28	10.46	23.82	25.59	19.70	2.46	2910	0.435	20.5	
			"	11.63	22.65	25.90	19.83	2.21	2930	304	37.8
			"	12.29	21.99	26.16	20.16	2.09	2940	258	52.5
			"	12.77	21.51	26.45	20.41	2.01	2960	0.226	66.6
10 - 4	1.89	35.28	13.00	22.28	26.14	18.44	3.78	5620	0.641	16.0	
			"	14.04	21.24	26.42	18.51	3.50	5650	492	21.3
			"	14.45	20.83	26.51	18.48	3.40	5660	444	26.6
			"	15.20	20.08	26.72	18.54	3.23	5690	372	34.0
			"	16.01	19.27	26.81	18.52	3.07	5700	314	39.3
			"	16.52	18.76	26.78	18.57	2.97	5700	288	46.3
			"	16.89	18.39	26.90	18.85	2.91	5710	273	57.3
			"	17.42	17.86	26.88	19.15	2.82	5710	0.258	72.0
10 - 5	2.53	36.10	13.12	22.98	23.26	17.75	5.01	7040	1.69	10.0	
			"	14.88	21.22	23.52	17.57	4.42	7080	1.07	14.5
			"	16.40	19.70	23.50	17.49	4.01	7080	0.792	19.0
			"	17.62	18.48	23.75	17.41	3.73	7120	604	23.5
			"	18.39	17.71	23.84	17.44	3.57	7140	525	28.5
			"	19.00	17.10	23.79	17.46	3.46	7130	481	33.5
			"	19.85	16.25	23.89	17.59	3.31	7140	422	41.0
			"	20.49	15.61	23.93	17.72	3.21	7150	388	49.5
			"	21.11	14.99	23.92	17.80	3.11	7150	359	57.5
			"	21.52	14.58	23.90	18.07	3.05	7150	354	67.0

ここに, d_1, d_2 : それぞれ上層および下層厚, $d_1 + d_2 = H$, T_1, T_2 : それぞれ上層および下層の平均水温, U_1 : 上層の平均流速で, $U_1 = Q/B/d_1$ である。

表 - 12. Exp. 11 - 6, 11 - 10 および Exp. 11 - 11 の水理条件 (図 - 3.13 (a), (b), (c))

Exp. No.	Q	H	d_1	d_2	d_3	T_1	T_2	T_3	U_2	R_e	F_{iU}	F_{iL}	Time	
11 - 6	2.00	34.65	4.92	18.86	10.87	35.59	31.41	21.70	2.75	6650	0.543	0.398	19.0	5.5 m 断面
11 - 10	2.58	37.30	2.82	25.49	8.99	33.25	31.06	22.00	2.63	8521	0.628	0.338	23.0	
11 - 11	1.54	37.00	6.68	18.59	11.78	36.11	32.79	22.54	2.15	5270	0.473	0.299	27.0	
11 - 6	2.00	41.95	7.06	16.42	18.47	35.79	31.28	21.48	3.16	6640	0.643	0.489	19.0	12.8 m 断面
11 - 10	2.58	44.60	7.37	19.74	17.49	34.02	31.06	21.89	3.40	8520	0.788	0.494	23.0	
11 - 11	1.54	44.30	8.11	16.92	19.27	36.24	32.51	22.21	2.36	5240	0.514	0.345	27.0	

ここに、記号は、表 - 10 に同じ。

表 - 13. Exp. 12 - 1 ~ 12 - 4 の水理条件 (図 - 3.12 (a), (b), (c), (d))

Exp. No.	Q	H	d_1	d_2	T_1	T_2	U_1	R_e	F_i	Time	
12 - 1	0.88	26.80	8.50	18.30	27.47	20.18	2.69	2690	0.702	16.9	5.5 m 断面
	"	"	9.10	17.70	27.63	20.19	2.51	2700	627	21.7	
12 - 2	1.89	27.80	13.35	14.45	26.24	18.80	3.68	5630	779	12.3	
	"	"	14.15	13.65	26.40	18.55	3.47	5648	696	20.1	
12 - 3	2.95	29.28	19.22	10.06	25.20	18.47	3.99	8580	751	18.3	
	"	"	20.62	8.66	25.22	18.33	3.72	8590	669	25.3	
12 - 4	1.53	27.58	12.48	15.10	26.44	18.88	3.18	4576	690	17.3	
	"	"	13.64	13.94	26.48	18.48	2.91	4580	0.589	24.5	
12 - 1	0.88	34.10	7.98	26.12	27.31	20.05	2.86	2680	0.776	16.9	12.8 m 断面
	"	"	8.65	25.45	27.46	20.66	2.64	2690	705	21.7	
12 - 2	1.89	35.10	12.15	22.95	26.24	18.70	4.04	5630	892	12.3	
	"	"	14.15	20.95	26.76	19.46	3.47	5690	712	20.1	
12 - 3	2.95	36.58	17.00	19.58	25.14	18.25	4.51	8570	895	18.3	
	"	"	18.60	19.98	25.21	18.16	4.12	8580	773	25.3	
12 - 4	1.53	34.88	11.38	23.50	26.25	19.39	3.49	4560	829	17.3	
	"	"	12.90	21.90	26.40	18.95	3.08	4570	0.661	24.5	

ここに、記号は、表 - 11 に同じ。

表-14. 流体粘性による抵抗係数 f_i' (図-2.5)

Exp. No.	q	H	d_1	$-10^3 \frac{\partial d_1}{\partial x}$	$10^3 \frac{\Delta \rho}{\rho}$	F_i^2	R_e	$10^3 f_i'$
8 - 1	46.34	30.60	15.23	1.866	2.15	0.256	5283	5.44
	"	"	15.65	1.573	2.12	239	5303	4.89
	"	"	16.24	1.524	2.10	216	5303	5.19
	"	"	16.60	1.561	2.08	204	5315	5.56
8 - 2	30.91	30.24	12.15	0.963	1.72	0.316	3619	2.49
	"	"	12.91	0.927	1.72	263	3654	2.97
	"	"	14.77	0.829	1.62	187	3667	3.69
8 - 3	82.06	31.90	19.97	0.890	2.23	0.222	7562	2.34
	"	"	20.43	1.756	2.20	210	7562	4.76
	"	"	20.73	2.037	2.18	203	7580	5.61
	"	"	20.98	2.098	2.11	202	7589	5.68
8 - 4	28.57	30.03	12.50	1.598	1.81	0.236	3353	6.04
	"	"	13.28	0.927	1.82	195	3369	4.26
	"	"	14.18	0.646	1.79	163	3377	3.50
	"	"	14.79	0.561	1.79	144	3397	3.39
8 - 5	100.0	32.42	21.47	2.476	2.52	0.409	12290	2.41
	"	"	22.17	2.098	2.47	379	12290	2.17
12 - 1	22.86	30.45	11.20	1.370	1.85	0.205	2715	6.71
	"	"	12.13	0.863	1.84	163	2724	5.35
	"	"	12.33	0.753	1.80	153	2741	4.77
12 - 2	49.09	31.45	14.92	1.274	1.81	0.409	5682	1.93
	"	"	15.68	1.370	1.84	347	5675	2.59
	"	"	16.99	1.000	1.84	273	5702	2.45
	"	"	17.27	1.329	1.81	264	5708	3.34
	"	"	18.02	1.740	1.77	238	5728	4.76
12 - 3	76.62	32.93	19.61	2.767	1.55	0.512	8580	2.13
	"	"	20.76	2.356	1.48	452	8609	2.11
	"	"	21.47	2.795	1.57	386	8600	3.10
	"	"	22.09	2.562	1.61	345	8658	3.20
	"	"	22.44	2.356	1.58	336	8678	2.97
12 - 4	39.74	31.23	14.13	1.301	1.82	0.314	4584	3.11
	"	"	14.90	1.644	1.83	266	4594	4.73
	"	"	15.48	1.575	1.81	240	4605	5.03
	"	"	16.15	1.644	1.83	209	4621	6.01
	"	"	16.71	1.616	1.81	191	4637	6.37

ここに, H , d_1 : それぞれ全水深および上層水深であって, 二つの水温測定断面の中間断面における値である。 $\partial d_1 / \partial x$ は, 上層厚の変化率で, $\partial d_1 / \partial x = \{d_1(x_2) - d_1(x_1)\} / (x_2 - x_1)$ として求められている。他の諸量は, 二つの測定断面における値を単純平均したものである。

表 - 15. 無次元混合距離 β および β_ρ , カルマン定数 κ/κ_N および κ_ρ/κ_N
 (図 - 3.6 および 図 - 3.8, 図 - 3.7 および 図 - 3.9)

Exp.No.	Q (ℓ/s)	H (cm)	d_1 (cm)	$\frac{U_1}{u_*}$	R_e	F_i^2	$10^2\beta$	$10^3\beta_\rho$	$\frac{\kappa}{\kappa_N}$	$\frac{\kappa_\rho}{\kappa_N}$	Time (min)
12-1	0.88	34.10	6.78	14.12	2704	1.01	6.27	6.10	0.530	0.0903	11.7
			7.98	15.72	2680	0.603	5.35	5.31	343	568	16.9
			8.65	16.11	2690	499	4.48	3.60	310	539	21.7
			10.12	16.61	2720	297	3.17	2.23	247	334	32.5
			10.70	16.76	2710	253	2.82	1.65	281	—	43.6
			11.81	17.15	2710	184	—	0.968	215	216	58.8
			12.05	17.09	2720	0.176	—	1.26	0.210	0.0220	66.3
12-2	1.89	35.10	10.85	16.62	5610	1.20	3.71	6.68	0.465	0.139	9.0
			12.15	19.75	5630	0.797	3.25	4.75	423	0.139	12.2
			14.15	21.00	5690	507	2.40	2.81	344	0.0773	20.1
			14.45	21.03	5670	455	2.49	2.61	315	825	27.1
			15.18	21.63	5670	384	2.19	—	360	—	34.5
			16.62	22.52	5700	298	1.62	1.49	308	565	51.1
			16.78	22.36	5700	294	1.59	—	307	—	58.1
			17.38	22.75	5700	277	1.47	—	341	—	74.3
17.52	22.73	7710	0.267	2.05	1.81	0.289	0.0540	81.1			
12-3	2.95	36.58	15.12	18.30	8470	1.195	4.02	5.64	0.449	0.228	13.2
			17.00	24.48	8570	0.802	2.63	4.37	326	—	18.3
			18.60	23.55	8580	597	2.08	2.46	—	0.190	25.3
			19.90	24.98	8590	481	1.78	1.89	—	118	36.6
			20.45	24.87	8590	455	1.55	1.60	—	118	39.0
			21.15	25.86	8650	391	1.28	1.73	0.249	130	46.8
			21.58	25.67	8650	0.390	1.24	1.65	0.321	0.122	54.0
12-4	1.53	34.88	9.83	16.26	4540	1.016	4.29	0.653	0.573	0.136	11.5
			11.38	17.24	4560	0.688	3.05	468	463	0.0720	17.3
			12.90	19.78	4570	437	2.30	261	366	633	24.5
			13.65	20.12	4570	354	2.19	227	321	575	31.0
			14.30	20.45	4590	308	1.73	175	326	560	38.5
			14.90	20.74	4600	277	1.52	156	270	443	47.0
			15.55	21.10	4610	237	1.76	134	253	458	60.0
16.12	21.31	4620	0.217	1.63	0.120	0.262	0.0323	73.0			

ここに, β, β_ρ : それぞれ, 運動量および質量輸送に関する界面の無次元混合距離, κ, κ_ρ : それぞれ, 運動量および質量の混合距離分布を規定するカルマン定数, κ_N : 中立安定状態のカルマン定数で, $\kappa_N = 0.4$ が使われている。なお, U_1/u_* は, 第2章の抵抗則を用いて算定されている。

以上, 実験条件および一部の実験値を示した。