

定常乱流における階層的エネルギースペクトルの抽出

東京工業大学 堀内 潔(Kiyosi Horiuti)、
藤沢竹春(Takeharu Fujisawa)、
小澤徹也(Tetsuya Ozawa)

乱流場のエネルギースペクトルは、Kolomogorov の $-5/3$ 乗則がよく知られており、このスペクトルに基づいて、多くの理論が形成されてきた。 $-5/3$ スペクトルはKolmogorovの相似仮説により導出されるが、この仮説においてはカスケードを担う乱流構造が具体的に定義されている訳ではない。Lundgren(1982)は、軸方向の伸張を受けた渦管に渦層が巻きつく stretched spiral vortex modelを提案し、このモデルが $-5/3$ スペクトルを誘導する事を示した。しかしながら、この spiral vortexには、Lundgren(1982)で考えられた渦層と渦管における渦度ベクトルの配向(以下、Mode 1)とは異なる配向を有するモデルも存在する(Horiuti & Fujisawa 2008)。Pullin & Lundgren(2001)は軸方向速度を有するモード (Mode 3) の spiral vortexの解析を行い、 $-7/3$ スペクトルを誘起することを示した。Gilbert(1993)、Ohkitani(2004)は、差動回転と軸方向の伸張を引き起こす速度場を考え、軸方向渦度の伸長(Mode 1)と、周方向渦度の伸長(Mode 3)が、各々 $-5/3$ スペクトルと $-7/3$ スペクトルを誘導する事を示した。しかしながら、これらのモデルでは、スペクトルの係数は完全に決定されていない。

Yoshizawa(1994)およびWoodruff & Rubinstein(2006)は上述のような力学的モデルを想定せず、 $-5/3$ 乗則を基本解とした摂動展開により、式(1)

$$E(k) \approx C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} + C_I \dot{\varepsilon} \varepsilon^{-2/3} k^{-7/3} \quad (1)$$

で表わされるエネルギースペクトルを導出した。したがって、スペクトルは定常な $-5/3$ 乗則に加え、散逸率の非平衡性による高次の乗幂のスペクトルを含む階層的な構造を有していることが明らかにされた。

本研究は、この $-7/3$ スペクトルをDNSデータから抽出し、このスペクトルと乱流場中に存在する渦構造との相関を解明することを目的とする。

解析に用いた流れ場は一様等方乱流であり、計算領域は $2\pi \times 2\pi \times 2\pi$ 、格子点数は $512 \times 512 \times 512$ とした。境界条件は周期境界条件、空間の離散化にはスペクトル法を、時間前進には低容量型3次精度Runge-Kutta法を用い、時間刻みは0.0005とした。低波数領域に外力を印加することで統計的に定常な状態を維持している。

式(1)の第2項は長時間平均を取ると消え、定常スペクトルには顕在化しない。そこで散逸率の時間微分に対する条件付きの抽出、すなわち、正值を取るPhase 1と負値を取るPhase 2の2つのphaseにおける条件付きのスペクトルの抽出を試みる。

エネルギースペクトルの長時間平均からの時間変動を図1に示す。赤と青は各々正值と負値の変動成分を示す。右に示したのは乱流エネルギー K と散逸率 ε の時間変動である。散逸率の変動の時間発展から、Phase 1では低波数成分は正值を取り高波数成分は負値を取るのに対し、Phase 2への推移に伴ってその符号が反転し低波数成分は負値を高波数成分は正值を取る事が見てとれ、エネルギーの高波数へのカスケードが起こっていることが判る。次に、エネルギースペクトルのPhase 1とPhase 2における長時間にわたる条件付き平均を取った結果を図2に示す。両スペクトルの総和からは慣性領域において $-5/3$ のスケージングに従

うスペクトルが得られるが、両スペクトルの差は $-7/3$ のスケーリングとなっており、上式に従う階層的なスペクトルが実際に抽出される事が示された。

次に階層的エネルギースペクトルと多重モード spiral vortex との相関を可視化により解析した。その結果、Phase 1 から Phase 2 へ変換する際、Mode 3 から Mode 1 へのモード遷移 (Horiuti & Fujisawa 2008)、および渦層の巻き上がりによる小スケールの Mode 1 の形成の発生により Phase 1 では Mode 3 の spiral vortex が支配的であるのに対して Phase 2 では Mode 1 の spiral vortex が支配的になる事を明らかにし (図 3、図 4)、モード間遷移とエネルギースペクトルの時間発展に整合性があることを示した。

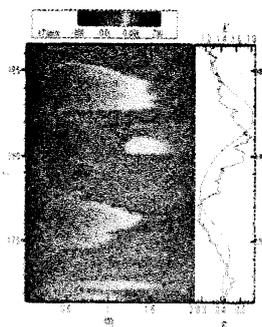


図 1. エネルギースペクトルの時間変動

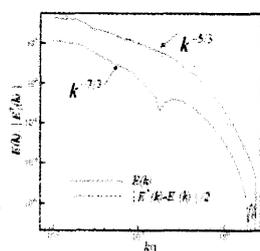


図 2. 階層的エネルギースペクトルの抽出



図 3. Phase 1 における Mode 3 vortex



図 4. Phase 2 における Mode 1 vortex

引用文献

- Gilbert, A.D. (1993) "A cascade interpretation of Lundgren's stretched spiral vortex model for turbulent fine structure," *Phys. Fluids A* 5, 2831-2834.
- Horiuti, K. & Fujisawa, T. (2008) "The multi mode stretched spiral vortex in homogeneous isotropic turbulence," *J. Fluid Mech.* 595, 341--366.
- Lundgren, T.S. (1982) "Strained spiral vortex model for turbulent structures," *Phys. Fluids* 25, 2193-2203.
- Ohkitani, K. (2004) "A survey on a class of exact solutions of the Navier-Stokes equations and a model for turbulence," *Pub. Research Institute for Mathematical Sciences* 40, 1267-1290.
- Pullin, D.I. & Lundgren, T.S. (2001) "Axial motion and scalar transport in stretched spiral vortices," *Phys. Fluids* 13, 2553-2563.
- Woodruff, S.L. & Rubinstein, R. (2006) "Multiple-scale perturbation analysis of slowly evolving turbulence," *J. Fluid Mech.* 565, 95-103.
- Yoshizawa, A. (1994) "Nonequilibrium effect of the turbulent-energy-production process on the inertial-range energy spectrum," *Phys. Rev. E* 49, 4065-4071.