ウェーブレットのリモートセンシングへの応用

Application of wavelet to time series of remote sensing imagery data analysis

新井康平

Kohei Arai 佐賀大学 知能情報システム学科、佐賀市本庄1番地 Department of Information Science, Saga University, 1 Honjo, Saga 840-8502 Japan

1. まえがき

本小文は時間周波数解析を可能にするウェーブレットのリモートセンシングデータ解析への応用の一端を紹介 するものである。取り分け、ウェーブレットの時空間解析の特徴を応用するリモートセンシングデータ解析とし て、降雨データ(三次元降雨強度分布の時系列データ)および時空間データアシミレーションによる三次元気温お よび可降水量分布の時系列アシミレーションデータを取り上げ、その解析方法を紹介する。

地球環境観測衛星は、宇宙から地球を、すなわち、広域を瞬時に反復して長期間にわたって観測することがで き[1]、上述の地球的規模で起こる環境破壊現象等をモニタリングし、その原因を究明するための唯一の手段であ る。ウェーブレット解析[2]は、地球環境観測衛星データを用いて環境モニタリングおよび環境破壊メカニズムの 解明のために必要となる時空間(時間・周波数)解析を可能にするものであり[3]、特に、離散ウェーブレット変換 による所望の時空間要素の抽出に威力を発揮するため[4]、地球環境観測衛星データの解析に多用されている[5]。 地球観測衛星画像データを時系列データとして扱い、時空間解析を行うことが行われている。たとえば、農作物 の成育状況の推定等の研究がなされている[6]。このような場合、基底関数およびサポート長の選択により作付け 体系や成育ステージの把握に適したマザーウェーブレットを決定する必要がある。また、空間特徴抽出の利点を 活かし、合成開ロレーダ画像に多重解像度解析を施し、油汚染域の抽出を試みた例も紹介されている[7]。さらに、 ウェーブレット解析の時空間解析の特徴を活かし、衛星画像から空間情報であるテクスチャを抽出する方法も提 案されている。これを発展させ、ウェーブレット解析により抽出した画像特徴を画像検索に用いる方法もある[8]。 衛星画像修復にウェーブレット解析を適用した例もある[9]。また、地震波動場の解析にウェーブレット解析を適 用する方法[10]、地震波のスペクトル解析に適用した例[11]、雨滴のレーダ反射波画像に連続ウェーブレットを適 用し、雑音を除去する方法[11]も提案されている。さらに、衛星画像のデータ圧縮、領域分割および特徴抽出の ためにウェーブレット解析を適用する多くの試みがなされている[12]。

本小文は、ウェーブレット解析の特徴を活かした地球環境観測衛星データ解析例として降雨強度の空間分布の時間変化の四次元データ解析および時空間四次元同化(データアシミレーション)を取り上げ、これらに関心をお持ちの大方の参考に供するものである。なお、ここで用いるウェーブレット基底関数は双直交性を有するものであり、変換・逆変換により完全に復元が可能なものである。ウェーブレット展開係数の独立性が保証され、対称性の保たれている双直交ウェーブレットは三次元観測データ解析、四次元同化データ解析に適している[13]。本小文は、まず、双直交基底関数に基づく離散ウェーブレット変換を紹介し、その基底関数の係数の推定方法を述べる。次に、n次元離散ウェーブレット変換および逆変換を導出し、これによる降雨強度分布の時系列データ解析に適用する例を示す。また、時空間データアシミレーションによる三次元気温および可降水量分布の時系列アシミレーションデータ解析への応用を紹介し、最後に、結論を述べる。

2. 双直交ウェーブレット基底に基づく離散ウェーブレット変換を伴う時空間解析方法

2.1 双直交ウェーブレット基底関数に基づく多次元ウェーブレット変換とその係数の求め方

与えられたスカラー時系列 η_i に対する離散ウェーブレット変換は、低周波成分係数 p_i および高周波成分係数 q_i により構成される正方行列 C_n を用いて、式(1)によって表される。

 η_{j}

(1)

与えられたスカラー時系列は、双直交ウェーブレット変換により低周波成分および高周波成分に2分割される。 このとき、たとえば、サポート長が2の8つの要素に対する離散ウェーブレット変換は、式(2)となり、また、サ ポート長が4の場合は式(3)となる。



(3)

(2)

また、例えば、基底関数が Daubechies の場合にサポート長を2とすると、式(4)の連立方程式を解くことにより係数が求められ、サポート長が4の場合は式(5)を満足するように係数を求められる。さらに、任意のサポート長(Sup)の場合は、式(6)を連立して解けば基底関数の係数が求められる。

これを二次元ウェーブレット変換と呼ぶ。三次元ウェーブレット変換は、二次元ウェーブレット変換と同様に、 各次元にフィルタ処理を行うことにより実現される。さらに、多変量の多次元ウェーブレット変換は、各変量の 次元にフィルタ処理を施すことによりなされる。ここでは一例として Daubechies 基底関数を紹介したが、他の双 直交ウェーブレット関数であれば変換後逆変換することにより、完全に復元が可能である。

 $(C_n^{[2]})^T C_n^{[2]} = I_n$ $p_0 + p_1 = \sqrt{2}$ $q_0 = p_1$ $q_1 = -p_0$ $0^0 q_0 + 1^0 q_1 = 0$

(4)

$$(C_n^{(4)})^{\sigma} C_n^{(4)} = I_n$$

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = \sqrt{2}$$

$$q_0 = p_3$$

$$q_1 = -p_2$$

$$q_2 = p_1$$

$$q_3 = -p_0$$

$$0^0 q_0 + 1^0 q_1 + 2^0 q_2 + 3^0 q_3 = 0$$

$$0^1 q_0 + 1^1 q_1 + 2^1 q_2 + 3^1 q_3 = 0$$

 $\left(C_n^{[\sup]}\right)^T C_n^{[\sup]} = I_n$

$$\sum_{j=0}^{\sup -1} p_j = \sqrt{2}$$

$$q_j = (-1)^j p_{((\sup -1) - j)} \quad (j = 0, 1, 2, ..., (\sup - 1))$$

$$\sum_{j=0}^{\sup -1} j^r q_j = 0 \quad (r = 0, 1, 2, ..., (\frac{\sup -1}{2} - 1))$$

(5)

(6)

2.2 双直交ウェーブレットに基づく多次元ウェーブレット変換による移動特性解析

上述の方法により求めたウェーブレット基底関数を二次元画像データに施すことにより、当該画像に含まれる 任意の周波数成分を求めることができる。また、動画像の時系列画像データの場合は三次元ウェーブレット変換 を施すことによって任意の時刻の任意の周波数成分を調べることができる。

動画像データに含まれる移動物体の検出、並びに、追跡および移動特性の解析は以下の手順によって行う。

(1) 動画像の各フレーム番号の二次元画像に対し、まず、対象の二次元画像の横方向にフィルタ処理を行い、 低周波成分(L成分)と高周波成分(H成分)の2つの領域に分割する。次に、これら2領域の縦方向にそれぞ れフィルタ処理を行う。以上の処理により、当該二次元離散信号は4分割(LL成分・LH成分・HL成分・ HH成分)される。これをウェーブレット変換という。ここでfを対象とする一次元スカラー時系列データ、 Fをウェーブレット変換後のスペクトルデータとすると、ウェーブレット変換は式(7)で表される。

 $F=C_n f$

(7)

双直交ウェーブレット基底関数に基づく離散ウェーブレット変換であるため、

 $C_n C_n^T = I$

(8)

となり、分割後に再構成(変換後逆変換)することにより、完全にもとの時系列データが復元できる。 また、3次元データf_{se}に対する三次元ウェーブレット変換は、

 $F = [C_n [C_n [C_l f_{xyz}]^T]^T]^T$

(9)

で表される。

- (2) ウェーブレット変換後の高周波成分のみに対して逆ウェーブレット変換を施すことにより変化が抽出できる。たとえば、二次元画像に対し、ウェーブレット変換を施し、LL およびLH、または、LL およびHL 成分を 0 フィルして逆ウェーブレット変換すると、二次元再構成画像は縦、または、横の変化(移動)成分を抽出したことになる。
- (3) 時間軸方向の変化成分も三次元動画像データに対してFigure 1の三次元ウェーブレット変換を適用し、LLL およびLHL、または、LLLおよびHLL成分を0フィルして逆ウェーブレット変換すると、三次元再構成 画像は縦、または、横の変化(移動)成分の時間変化を抽出したことになる。





(4) 移動方向、移動速度が以上のプロセスを経て求められる。

このとき、双直交ウェーブレット基底関数に基づくウェーブレット変換であれば移動物体の時空間的変化を正確 に抽出することが可能である。また、その際用いる基底関数およびそのサポート長を適切に選ぶ必要がある。基 底関数は双直交ウェーブレットであればよいが、サポート長は抽出したい移動特性および動画像取得におけるフ レームレートに依存するため、最良な選択が望まれる。

3. 降雨リモートセンシングデータへの応用

降雨の三次元構造を観測し、降雨強度の推定を行って降雨メカニズム解明および降雨分布の把握を目的とした 熱帯降雨観測衛星(TRMM)に搭載された降雨レーダ(PR)データにウェーブレット解析を適用し、降雨の三次元 構造を明かにする。

3.1 エッジ抽出

離散ウェーブレット逆変換は、

$$h(x) \sim \sum_{j} \sum_{k} d_{k}^{(j)} \psi\left(2^{j} x - k\right)$$

になる。この式の右辺に現れる2 重和の一方を、

$$g_j(x) = \sum_k d_k^{(j)} \psi\left(2^j x - k\right)$$

と表し、また、

$$h_j(x) = g_{j-1}(x) + g_{j-2}(x) + \cdots$$

と表すことにする。ここで、整数, はレベルと呼ばれる。これは信号、または、観測パターンh(x)をウェーブレット成分 $g_{j-1}(x), g_{j-2}(x), \cdot \cdot \cdot$ に分解したことと対応する。このとき、分解は一意的でなければならず、また、正しく合成できなければならない。そのためには、マザーウェーブレット ψ が基底関数となる必要がある。この基底関数となるようなマザーウェーブレットは、多重解像度解析とよばれる関数空間の階層構造を利用して作られる。

スケーリング関数() は次のツースケール関係を満たす。

(10)

(12)

$$\phi(x) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} p_k \phi(2x - k)$$

また、 マザーウェーブレットψ は次のツースケール関係で決まる。

$$\psi(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q_k \phi(2x - k)$$

スケーリング関数 ϕ が与えられると、それぞれのレベル $j \in \mathbb{Z}$ について $\{\phi(2jx-k)\}$ の張る空間 V_j が決まる。任意の関数 $h_j \in V_j$ は次のように表すことができる。

$$h_j(x) = \sum_k c_k^{(j)} \phi(2^j x - k)$$
(15)

ツースケール関係から $V_j \subset V_j+1$ である。 また、 φ に対応するマザーウェーブレット ψ が与えられると $\psi(2jx-k)$ の張る空間 W_j が決まる。 任意の関数 $g_j \in W_j$ は次の形に表すことができる。

$$g_j(x) = \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j x - k)$$
(16)

また、

$$V_j = V_{j-1} + W_{j-1} \tag{17}$$

が成り立つ。 すなわち、hy は次のように一意的に分解できる。

$$h_j(x) = h_{j-1} + g_{j-1}(x) \tag{18}$$

レベルj の展開係数をs(j)m、n とすると、

$$w_{LL}^{(j+1)} = \sum_{l} \sum_{k} \overline{p_{k-2m}p_{l-2n}} s_{LL}^{(n)}$$

$$w_{LH}^{(j+1)} = \sum_{l} \sum_{k} \overline{p_{k-2m}q_{l-2n}} s_{LL}^{(n)}$$

$$w_{HL}^{(j+1)} = \sum_{l} \sum_{k} \overline{q_{k-2m}p_{l-2n}} s_{LL}^{(n)}$$

$$w_{HH}^{(j+1)} = \sum_{l} \sum_{k} \overline{q_{k-2m}q_{l-2n}} s_{LL}^{(n)}$$

となる。ただし、pk はスケーリング関数のツースケール系列、qk はマザーウェーブレットのツースケール系列である。レベルj の展開係数から元のhj を再構成する方法を一次元の場合のみについて示す。

(14)

(19)

(13)

$$c_{2k}^{(j)} = c_k^{(j-1)} + d_k^{(j-1)}$$

$$c_{2k+1}^{(j)} = c_k^{(j-1)} - d_k^{(j-1)}$$
(20)

となる。これをスケーリング関数φ によって生成される多重解像度解析という。観測データf に対して離散ウェ ーブレット変換を施すと(F=Wf)、低周波成分(L) と高周波成分(H) に分割される。ウェーブレット変換後の低周 波成分のみを保存することによりデータ圧縮が実現され、ウェーブレット変換後の高周波成分のみに対して逆ウ ェーブレット変換を施すことによりエッジ抽出が実現される。Figure 2は、あるスカラー時系列データに対して一 次元離散ウェーブレット変換を施すことによりエッジ抽出を行った例である。



(a) Time series of back scattered echo data (b) Differentiation of the time series data: Edge of rainfall rate Figure 2 Examples of TRMM/PR: Tropical Rainfall Measuring Mission/Precipitation Radar data (Back scattered echo from raindrops measured with precipitation radar: Closely related to rainfall rate)

Figure 3は、同様にTRMM/PRデータを二次元(スキャン方向と鉛直方向)の画像データとして捉え、画像サイズ 48×140 画素の画像に対して二次元ウェーブレット変換を施すことによりエッジ抽出を行った例である。



(a) TRMM/PR echo signal in the nadir direction (b) Edges which corresponds to rainfall boundary Figure 3 TRMM/PR measured back scattered echo from raindrops in the nadir direction and its edges which corresponds to the rainfall boundary

観測データに二次元ウェーブレット変換を適用する。多重解像度解析により生成された、LL、LH、HL、HH の4 種類の画像は、LH、HL には縦および横のエッジ成分が、また、HH には縦横、両方のエッジ成分が含まれてい る。降雨強度の三次元分布を示す画像から降雨強度が急峻に変化する境界を抽出するため、二次元ウェーブレッ ト変換後の画像の低周波成分を0 にして、逆ウェーブレット変換を施して再構成することにした。また、観測デ ータにはノイズが混入しているため、ノイズ除去を施した画像に対してエッジ抽出を適用することも試行した。

3.2 実験結果

Figure 4(a)に降雨強度(雨滴による散乱強度)の三次元分布のある時刻における二次元断面を示す。これにHaar およびDaubechiesの基底関数に基づく二次元ウェーブレット変換を施した画像をFigure 4(b),(c)にそれぞれ示す。 これらに逆ウェーブレット変換を施し、再構成した画像をFigure 5(a),(b)に示す。Haar 基底関数に基づくウェーブ レット変換によるエッジ強調を行った画像と、ノイズ除去をあらかじめ行った後にエッジを強調した画像を Figure 6(a),(b)にそれぞれ示す。また、Daubechies 基底関数に基づくウェーブレット変換によるエッジ強調を行っ た画像とノイズ除去をあらかじめ施した後にエッジを強調した画像をFigure 7(a),(b)にそれぞれ示す。



(a) 2D cross section of 3D radar echo (b) 2DDWT with Haar wavelet (c) 2DDWT with Daubechies wavelet Figure 4 Original TRMM/PR data and transformed images with 2D Discrete Wavelet Transformation: DWT based on Haar and Daubechies mother wavelet.(LL, LH, HL and HH images are situated at the right top, left top, right bottom and left bottom, respectively)



(a) Haar wavelet



(b) Daubechies wavelet

Figure 5 Reconstructed images with Inverse Discrete Wavelet Transformation: IDWT using LL component only based on Haar and Daubechies mother wavelet.



(a) Haar wavelet

(b) Daubechies wavelet

Figure 6 Reconstructed images with Inverse Discrete Wavelet Transformation: IDWT using HH, HL and LH components based on Haar and Daubechies mother wavelet (Edges extracted images).



(a) Haar wavelet

(b) Daubechies wavelet

Figure 7 Reconstructed images with Inverse Discrete Wavelet Transformation: IDWT using HH, HL and LH components based on Haar and Daubechies mother wavelet (Edges extracted images with noise removal).

3.3 考察

Haar とDaubechies 基底関数に基づくウェーブレット変換によるエッジ抽出の結果はさほど差異が見られない。 一方、ノイズ除去の効果は明白である。原画像におけるエッジがあまり急峻でない場合は、サポート長が2以上 のウェーブレット変換が有効である。抽出すべきエッジスロープに応じたサポート長の設定が重要である。すな わち、エッジの有する周波数成分に適合したサポート長の基底関数に基づくウェーブレット解析が有効である。

4. アシミレーションデータへの応用

4.1 三次元ウェーブレット変換

三次元空間における物理量が時刻とともに変化するデータを四次元同化データと呼ぶ。ウェーブレット変換は、 フーリエ変換と同様に任意の次元に拡張できる。ここでは、四次元同化データを解析対象としているため、三次 元ウェーブレット変換が必要になる。まず、一次元ウェーブレット変換を、

F = Wf

(21)

と表す。ここで、f はk 次の列ベクトル、F はウェーレット変換後のスペクトル、W は $k \times k$ のウェーブレット変換行列である。三次元の行列の転置を、

```
[Gijk]<sup>T</sup>=Gkji
```

(22)

とすると、三次元のウェーブレット変換は、

と表すことができる。ここで、Fは三次元ウェーブレット変換後のスペクトル、Gは $i \times j \times k$ の直方行列、Wi、Wj、Wkはそれぞれ、 $i \times i$ 、 $j \times j$ 、 $k \times k$ のウェーブレット変換行列である。

四次元同化データ(三次元空間+時間のデータ) にウェーブレット解析を適用する。四次元同化データの例として、Figure 8(a)に1992 年2 月の各層(8 層) での平均湿度を示し、Figure 8(b)に1992 年8 月の各層(8 層) での平均湿度を示す。Figure 9のような三次元空間データの時系列解析を試みる。また、Figure 9に四次元同化データの概念図を示す。なお、1回のウェーブレット変換において、四次元同化データは16 分割される。ところで、三次元空間データにおいて各点で多変量である場合がある。例えば、風ベクトルデータの三次元空間データ等の場合である。風データの場合、風ベクトルデータを南北方向・東西方向・鉛直方向の三成分に表現し、三成分毎にウェーブレット変換を行えばよい。 南北方向・東西方向・鉛直方向の三成分は、互いに直交している。したがって、ここでは、各点で1 変量である平均湿度のデータにおける結果を紹介する。さて、動的な空間情報は、静的な空間情報に比べ豊富な情報量を有するが、計算機処理における負担は極めて大きい。したがって、この処理負担を軽減するための圧縮手法が必要となる。ここでは、圧縮率と復元データとの関係を検討する。また、Haar 基底を採用する。





(23)

(a) Winter time (in February 1992) (b) Summer time (in August in 1992) Figure 8 Relative humidity distributions at the 8 layers in the atmosphere



Figure 9 Time series of 3D assimilation data: 4D assimilation analysis.

120

4.2 実験例

(1) 使用データ

使用するデータは、1992年の8層に分かれた月平均の湿度のデータである。Figure 10の白色で示した領域が対象 領域である。すなわち、Figure 10の白色で示した領域の四次元同化データを用いて実験を行う。なお、月平均湿 度は、0.005~20 [g/Kg]の値をとる。



Figure 10 Intensive study area (white colored area where is relatively calm changes of relative humidity)

(2) 実験結果

四次元同化データに対するデータ圧縮として、LLLL成分以外の各展開係数の値をある閾値により零にするという手法を採用した。特別な場合として、LLLL成分以外の展開係数を全て零にする手法がある。データ復元を行う際、復元データの復元度を良好にする閾値を決定する必要がある。ここでは、LLLL成分以外の各展開係数の小さい方から(100-a) [%]を零にすることにした。このとき、αを圧縮率と呼ぶ。Figure 11に式(24)に示す評価関数を図示する。

$$J1(\alpha) = \sqrt{\frac{\sum_{t} \sum_{z} \sum_{y} \sum_{x} \left(d^{*}_{\alpha}(x, y, z, t) - d(x, y, z, t) \right)^{2}}{X \times Y \times Z \times TIME}}$$

(24)

ここで、d(x, y, z, t)は原観測データ、 $d \star a(x, y, z, t)$ は圧縮率aにおける復元データ、X, Y, Z, TIMEは各軸方向でのデータ数である。なお、X=32, Y=32, Z=8, TIME=12とした。



Figure 11 Relation between α and $J1(\alpha)$

(3) 考察

月平均湿度の四次元同化データに対するデータ圧縮を検討した。圧縮率αが大きくなれば復元精度Λ(α)(平均二 乗誤差)も良くなることを確認した。

5. あとがき

ウェーブレット解析の応用を取り扱った良書は基本原理や数学的扱い方に重点をおいて書かれたものが多く、 応用を中心に据え、応用のために必要となる理論を紹介する良書が無い。 最近になって理論と応用と題する本 が出版されている。しかし、応用編は10数ページ程度であり、応用を中心に据えたものではなかった。今後、 以下のような系統的項目毎のウェーブレット解析の応用に特化した手法論の確立を目指したいと考えている。 (1)海洋分野への応用(水圏)

- ・ 海洋ダイナミクス
- •海洋構造解析
- (2) 地球変動予測への応用(地圏・水圏・気圏・雪氷圏・生物圏)
- ・データ同化(アシミレーション)
- 氷河分布
- ・野性生物種の空間分布と移動解析
- 地殼変動解析
- (3) 地球放射伝達の解明への応用(気圏)
- ・数値解析(積分方程式の解法)
- (4) 震源地探査への応用(地圏)
- (5) 地圈·水圈·気圈·雪氷圈·生物圈間相互作用
- (6) 画像解析(手法) への応用
- 時空間特徵解析
- 特異点抽出
- 空間特徵抽出
- ・データ圧縮
- ・テクスチャ解析

参考文献

- [1] 新井康平、 リモートセンシングの基礎理論、 学術図書出版、2001.
- [2] 新井康平、 独習リモートセンシング、 森北出版、2004.
- [3] 新井康平、Leland Jameson、 ウェーブレット解析による地球観測衛星データの利用方法、 森北出版、2001.
- [4] 新井康平、Java による地球観測衛星画像処理法、 森北出版、2001.
- [5] 新井康平、 ウェーブレット解析の基礎理論、森北出版、2000.

[6] 坂本利弘、 リモートセンシングによる水稲育成ステージの評価法、 平成18 年度革新的農業技術習得研修資料、2007.

- [7] 原政直、 衛星画像による油膜検出へのウェーブレット解析法の適用、PAJ Oil Spill Symposium 2008.
- [8] 小早川倫広、 星守、 ウェーブレット変換を用いた対話的類似画像検索システム、 bit 31、 12、 37、 1999. [9] 細川貴史、 戸田光明、 幡司明、2 次元ウェーブレットを用いた画像修復、 電子情報通信学会総合全国大会 講演論文集、161、1995.
- [10] 松島潤、 六川修一、 加藤淑史、 横田俊之、 宮崎光旗、 市江康高、 ウェーブレット変換による不均質媒体の波動場解析、日本地震学会講演会予稿集、2、50、1996.
- [11] 山田道夫、 ウェーブレットによる地球科学データ解析例、数理解析研究所講究録、1385、 31-38、2004. [12] 新島耕一、 高野茂、 大久保彰人、 リモートセンシング画像からの構造発見、 第41 回人工知能基礎論研 究会資料、1-6、2000.
- [13] 新井康平、 独習ウェーブレット解析、 近代科学社出版、2006.