

---

## ひろば

---

### 高温超伝導の研究がもたらした物性物理の革命的進歩

基礎物理学研究所協力研究員 山田 耕作

kosakuyamada@yahoo.co.jp

(2008年6月20日受理)

#### 第1章 はじめに

私は子供のころから、文学評論家や美術評論家というような自らは創作活動を行わず、批評のみをする人を低く評価してきた。そんなに批判するなら自分でやって見せればよいというわけである。漱石の評論をするより、それよりよい小説を書けばよいではないかと思ってきた。

ところが現在、長い教員生活の後、科学に対して正しい批評の必要性を強く感じるようになった。研究では特に優れていなくても学生の仕事を正しく評価したり、問題の重要性を正しく指摘できる指導者が大学や社会にとって必要なのである。むしろ、これの欠如が若い研究者の成長の大きな妨げになっているのではないかと思うようになった。一般に社会においても、評論家と称して、自らは実行できなくても研究者や作者が気づかない優れた点や問題点を指摘する人が必要であり、重要な役割であると思うようになった。人にはそれぞれ異なった才能、性格、好みがあり、自分はできないが批評はできるということがあり、時にはそれが大変重要な場合があるのである。特に、経済や政治において場当たり的でなく正しい方針を出すには長期的な広い視野が必要である。特に革命期には広い展望にたった革命的な理論が必要なのである。

今、考えると私は物理ではそのような人に恵まれ、陰口を言うより人前で批判するのが批判される人に対する親切であるというように教育されてきたように思う。なかでも芳田先生はずばりと欠点を指摘されるのであるが、傷つけないようやんわり冗談をかぶせられるので、批判される人も一緒に笑ってしまうのである。フォーク・ボールで空振りの三振を取るようなものである。私は残念ながら未熟で直球しか投げられない。しかもコントロールが怪しい。

ところが、特に現在のように科学研究にお金が必要になり、当事者達の間で誇大宣伝が横行する時代になると、批判はともすれば自己宣伝やグループの宣伝に対する妨害と受け取られ、それがまた報復を呼んで、こちらがつぶされかねないことになる。それゆえ、お互いに褒めあうのが無難であり、欠点には目をつぶるのが現在のスマートで良識ある人の

態度となったようである。しかし、時には「王様は裸だ」「王様の耳はロバの耳」という人が必要なのである。それは本来純粋な子供の役目である。昔は学生達はその役割を果たしてきた。現在では不幸にも子供は塾に追われ、学生も将来の就職や研究費の獲得で動きが取れないようである。しかし、自由に物理に関して意見を言うことは若い人を育てる上で不可欠であり、その分野の生命力である。私は偉い先生から賞をもらうより、偉い先生を批判的に乗り越えて自信をつけることの方が若い人を成長させると思う。自分を乗り越える世代を育てるのがその分野の先立ちの使命であり、喜びである。

さて、今春、とある会合で「高温超伝導は終わっているんですよ」というと、「そのような説はコンセンサスを得ていますか」という質問があった。これはいつもある質問であるが、最近では気が短くなり、「コンセンサスを得るかどうかは著者の努力にもよりますが、理解する人の能力にも依るでしょう。素粒子論の川合さんはすぐわかったようでした。」と答えてしまった。これが実は正直な感想で、最も近い物性の理論家が最も理解せず、他分野の人や若い学生が判っているように見える。コンセンサスを問う前に、まず自分がどう理解しているかを表明すべきであると思う。本来物性物理の分野の指導的地位にある人は高温超伝導研究の現状について絶えず説明ができなければならない。そうでなければ学生を指導したり、科研費等の審査をできないはずである。本当に解決していないとすれば物性理論の重要課題なのだから専門を離れても取り組まなければならないと思う。それほど重要な問題であり、この時代に、若い人に取り組ませないことは指導者の責任を問われるほどのことであると思う。革命的な問題に取り組んでこそ人は成長するのである。面白い問題は革命期にしか存在しない。芳田先生は、BCS理論の出る前に永宮先生が超伝導の研究を薦められなかったことを繰り返し残念がっておられた。自分達はその時代にいたのに、別の方向を向いていたからである。バットも振らず見送ったとの思いからである。

私は「高温超伝導は未だに理解されていない」という言葉を聞いたり、見たりすると「物性の理論家は無能力だ。20年もかけて何をやっているのだ」といわれているようでいつも恥ずかしくなる。しかも、それを雑誌の特集で「語りえないことについては人は沈黙せねばならない」といって、物性の第一線の研究者がいっせいに白旗を自慢げに掲げるのである。それほど困難な問題に取り組んでいる勇士であるというわけである。そのような現状であるから、「高温超伝導は終わっているんですよ」というと、自信過剰の異常人物と思われるらしい。それに比べ世の物性の理論家は知っていても知らないとして語らないほど慎重で謙虚で奥ゆかしいのである。例えば、ある理論家はただ、「最終解を知らない」というだけで沈黙するほど謙虚である。

私は大阪育ちだから、ざっくばらんに「僕はわかっているから、わからないことは何でも質問してください。」ということにしているが、どうもこれという質問がない。最近、そのわからないことが幸いなことに白旗グループから提出された。私も不注意であったが、論理的に一貫した考え抜かれた本質的な疑問だったのである。これほどわからないことを抱きながら、研究を続けるということは大変な忍耐力であり、執念である。私のように少

しの進歩も「わかった。わかった」といって、楽しくて仕様がないうのとは全く違う研究生活であろう。徹夜で実験や計算をする若い学生も含めると大変な苦勞であり、損失である。私が終わったと思っていたことで、これだけ多くの研究者が今も真剣に悩み苦闘しているという認識がなかった。予算を獲得するために、知っているのにわからないフリをしているだけと思っていたのである。利害のない素粒子の人や若い学生はすぐ納得したからである。ところがこれはとんでもない誤解だったのである。

高温超伝導には、専門家として詳しく調べれば調べるほど深刻な矛盾にはまり込むメカニズムがあるのである。それは高温超伝導が物性物理の基本概念を揺るがす事件であったからであり、出発点を誤ると出口がなく、野垂れ死となるアリ地獄なのである。不覚にも尾根しか歩くことのなかった私は谷底に気が付かなかったのである。

そこで、この小文で、高温超伝導の研究でわかったことを説明し、どこが理解を妨げる要因であったか、逆に言うと、どこが正しい理解のための鍵であり、革命的な進歩であったかを説明しよう。この革命は私が高温超伝導を理解する上で遭遇した基本的な疑問に対する解答であり、解決の鍵であったと思う基本的な内容である。ただし、私がやっと理解した、個人的なものであり、コンセンサスは不明であることをお許しいただきたい。以下は私が解明したのではなく、私が若い人から教えられ理解してきたことである。研究者としてではなく、評論家として学習したことである。

更に、最近の文献に記されたまじめな疑問を読んでもみると、一概に不勉強とは言えないかもしれないと思うようになった。高温超伝導以前のぬるま湯に浸かったような時代から、厳しく理論の当否が実験と比較され、一方、多体問題であるがゆえに理論は困難であり、物性の理論家は厳しい試練に立たされてきたのも事実である。既成の出来合いの理論だけでは手に負えなかったからである。その厳しい苦勞の末の進歩の全体が物性理論家の間にさえ、充分広まらなかったことは残念であるが、それだけ進歩が革命的であったということである。そのため、実験家が古い理論に縛られ、解決不可能な迷路で悩む様子を見ながら、理論家は自分の課題で手一杯で充分助けられなかった。以前は正しい理論を勉強し、選ぶのは実験家自身の責任であり、理論家に頼るとろくなことがないというのが私の持論であった。しかし、高温超伝導は、理論家にとっても体系的な理解を必要とする困難な問題であるから、実験家が実験の合間に全体を理解するのは困難なことであったかもしれない。

昔、1970年ごろ、物性研の実験家が磁性不純物の芳田理論の基底状態の理論を信用せず、アンダーソンの間違っただ変分計算にデータを合わせたことがあった。戦後の時代、日本の実験家は外国の理論に弱く盲従する傾向があった。本来、理論と実験は互いに独立であり、しかもお互いに必要な車の両輪のようなものである。人の言うことを鵜呑みにせず、自分の頭で納得するまで考えることが教育の原点であり、独創性を育てるものであると思う。

## 第2章 高温超伝導研究の混乱の要因と革命的解決

以下、重要と思われる革命的進歩について述べ、その応用練習のためにパリテイなどの科学雑誌から文章を引用し、批評の例題とした。この例題の発言も著作権があるかもしれないが、同様の内容は一般に広く世界中で言われていることが多いので、引用を省略させていただくことをお断りする。発言者個人には関心がなく、内容の妥当性だけに興味があるからである。例解をつけたが、それが正しいという保証もないということは前提である。何度も間違ってきた私が言うのだからこれだけは間違いがない。重要性を強調するため、同じことを繰り返し説明した。お許し願いたい。

### 1. モット絶縁体と超伝導状態は無関係—強相関でもフェルミ液体—

P. W. Andersonは高温超伝導が発見される直前の1984年に出版されたBasic Notions of Condensed Matter Physics のなかで物性物理における重要な概念について説明している。そのなかで「連続」と「不連続」を区別することの重要性を『連続性の原理』として強調している。相転移は不連続であり、連続的に接続できない。一方、フェルミ液体は連続の最も美しい例であり、相互作用のないフェルミ液体は相互作用のあるフェルミ液体に断熱的に接続できる。この時、相互作用の結合定数に関して物理量は解析的であり、摂動展開が可能である。これは1不純物のまさにアンダーソン模型でクーロン相互作用Uに関する連続性が厳密解を用いて証明された成果を受けたものである。そもそもアンダーソンが平均場近似や変分計算で1不純物のアンダーソンモデルを解いたために解析的でない解が得られた。厳密解も $U=0$ に真正特異点を持つように見えたが、Zlatic と Holvatic によって解析的であることが証明されたのである。このような連続性の原理はあらゆる物性研究において認識されるべきものである。つまり、超伝導がフェルミ面のある金属で起こるなら、その超伝導はフェルミ液体から起こると考えるべきであり、絶縁体から起こると考えるのは誤りである。金属・絶縁体であるモット転移は相転移であり、不連続である。

フェルミ液体であることの判定条件は準粒子が定義できることである。つまり、準粒子の減衰に依るエネルギー幅より、準粒子のエネルギー $k_B T$ が大きいことである。アンダーソンは著書で断熱的連続という優れた議論を展開して、フェルミ液体の成立条件を説明している。高温超伝導体においては、光電子分光で準粒子が観測されているから、フェルミ液体と考えてよいのである。擬ギャップができてフェルミ面の一部に準粒子が見えにくいこともあるが、その場合も光電子分光で観測されているものは熱揺らぎの効果を反映した準粒子とみなせる。つまり、フェルミ液体と考えて良いのである。

フェルミ液体の1粒子励起スペクトルにおいて、一般にコヒーレントなピークとインコヒーレントなピークが有り、インコヒーレントなピークがモット絶縁体のものに近いこと、金属の特徴はフェルミ面近くのコヒーレントな準粒子ピークにあることは、フェルミ液体論によってよく知られていることである。

それゆえ、高温超伝導を導出するためにはフェルミ液体から出発しなければ到達できな

いのである。これはドーピングしたモット絶縁体のフェルミ面が小さなフェルミ面であり、フェルミ液体のフェルミ面が大きいフェルミ面であり、両者が決して繋がらないことを見ても明らかである。極端にして言うと、ドーピングをゼロにしてモット絶縁体や反強磁性になるとしてもそれは知らなくても超伝導は理解されるはずであり、すべきものなのである。それは不連続な隣の別世界のことだからである。対称性の変化を伴う 2 次転移である超伝導とは異なり、一般に 1 次転移である金属・絶縁体転移は異なる 2 つの状態の自由エネルギーが交差する。不連続の度合いが強く、突然入れ替わるのである。

以上、モット絶縁体にドーピングすると、強相関でもフェルミ液体であることを述べた。それは光電子分光等の実験で確認されている。これは高温超伝導の研究を通じて確認された強相関電子系の物理における革命的な進歩である。

一時期、このモット絶縁体とフェルミ液体の間に異常金属があるという説が展開された。それらはいずれも根拠がなく、不純物などがなければモット絶縁体の隣はフェルミ液体であり、フェルミ液体以外の金属はない。アンダーソンは 2 次元電子系はすべて異常金属でフェルミ液体でない、準粒子はどこにも存在しないと断言した。しかし、光電子分光の実験で準粒子が観測されているから、如何にアンダーソンでも実験事実を覆すことはできない。物理は自然を説明するものだからである。原理を深く理解したアンダーソンでさえ間違えるのであるから、理論を現実の世界で実践することは難しいことなのである。だから、学会を挙げて、実践練習の場とならなければならないのである。

例題 1 次の記述についてその当否を議論せよ（以下の例題についても同様）

「このような転移の普遍性に対する理解を欠いたまま、ドーピングされたモット絶縁体の基本性格を理解することは不可能である。金属と絶縁体の狭間に生じる銅酸化物超伝導の発現と高い臨界温度の理解に、モット転移の本性と内部構造の理解が欠かせないことも明らかであろう。」

「超伝導は、このようなモットギャップを超える電子構造の再編成と不可分に結びついて生じる。」「最終的に銅酸化物の超伝導理論が完成するならば、なぜ 100 K 程度で起きる現象に 1 eV 以上のエネルギーが連動して関与するのかを明らかにしていなければならない。」

例解 1 ドーピングされた絶縁体が金属になればその基本性格はフェルミ液体である。そのフェルミ液体は、相互作用を弱くした系に連続的に接続する。モット絶縁体とはフェルミ面の形も異なるように不連続であり、むしろ相互作用のないバンドの状態に解析的に接続する。また、後述とも関係するがフェルミ液体の繰り込みの理解なしに  $T_c$  などの定量的評価は不可能である。なぜなら超伝導はフェルミ液体の繰り込まれた準粒子バンドに生じるからである。この準粒子バンドのエネルギー、つまり、フェルミエネルギーを超えればインコヒーレントなスピンの生きた高いエネルギーの現象が見える。この高温、高エネルギーの状態はモット絶縁体に近いが、超伝導は低温のコヒーレントな準粒子バンドに生じる。

## 2. ホール係数の理論—金属のホール係数が何倍も温度変化するとは—

高温超伝導体のホール係数が正常状態で温度変化する。ホールドーブでは低温で正に増大する。高温超伝導発見の当初から、この符号と増大が問題であった。ドルーデ理論に基づく単純なホール効果の理論によると、この正の増大はキャリアーのホールが温度変化して減少することを意味する。これではフェルミ面が温度変化して超伝導どころではなくなる。この解決には線形応答理論を正しく適用し、バーテックス補正を考慮することが不可欠であった。それを実行したのが紺谷らであり、彼らは反強磁性揺らぎが強くなるとホール係数が増大することを示した。これは輸送係数の理論の進歩として重い電子系にも適用されており、エネルギーや運動量の保存則を保証する Ward 恒等式に基づくバーテックスの補正というものの重要性を示した理論的進歩であった。

このような補正は光学伝導度にも有り、実験の正しい解釈を与えるのである。フェルミ液体論はランダウの時代ヘリウム3が意識され等方的な液体が主な対象であった。高温超伝導や重い電子系を契機として、結晶格子を持つ電子系の輸送現象におけるウムクラップ散乱の重要性とその理論が発展した。地味ではあるが輸送現象の革命と言ってよい進歩である。

例題「そしてドーピングによりキャリアーが導入されることで、キャリアー密度、そして超流動密度(クーパー対密度)  $P_s$  が、低温超伝導体に比べ1桁以上も小さくなっている。」

例解 これはホール係数や光学伝導度を解析する際に、バーテックス補正を無視した理論を用いたため、実験データの解析を誤ったための誤解である。輸送係数のバーテックス補正の寄与は高温超伝導が発見されるまで意識されなかったことである。その理解のためには電子相関の強い系での輸送係数の理論、いわゆる久保公式の厳密な適用が必要だったのである。電子密度はハーフフィールドに近いので大きいフェルミ面に対応した大きさを各銅原子あたり1に近い。モット絶縁体にドーブされたホールや電子がキャリアーであると考えるのは致命的な誤りである。これでは小さいフェルミ面になってしまう。この誤解を抱いている限り、まじめに検討すればするほど混乱するであろう。まさにこの文章はその見本である。

更にホールドーブでは反強磁性揺らぎが強く、これと不純物散乱が結合すると残留抵抗が大きくなったり、フェルミ面の電子の状態密度が減少し、あたかも少数キャリアーのように見えることも問題を複雑にしている。私もなぜ Friedel Sum Rule を超えて残留抵抗が増大するかには悩まされた。(本当の低温では減少するが、それより高温の反強磁性の揺らぎと結合した抵抗を低温まで延長すると大きな残留抵抗に見えるのである。)

## 3. 高温超伝導の発現機構 —斥力からの超伝導—

高温超伝導は通常の BCS 理論で電子間の相互作用をクーロン相互作用、特にオンサイトのクーロン斥力にすることによって生じる超伝導である。格子振動を介した電子間引力の

代わりにクーロン斥力にすればよいのである。その結果、斥力を避けるため、ギャップ関数が符合を変える必要があり、いわゆる d-波や p-波などの異方的超伝導が生じるのである。

例題 1. 「はじめに述べた困難な状況下でなぜ、100 K を超える高温まで超伝導状態が安定なのかを理解することである。」「そのメカニズムは解明されておらず、物性物理最大の謎であり続けている。」「20 年間に蓄積された物性実験データは膨大で、歴史上これほど調べられ、データの集積が行われた物質はほかにない。にもかかわらず超伝導メカニズムというもっとも基本的なことが理解できてないというのは、科学上の不思議とさえいえるであろう」

例解 1  $T_c$  が高いのは基本的には強いクーロン相互作用から生じる超伝導であるからである。すでに不純物を考慮した理論計算もなされており、多層系で不純物の効果を少なくした実験もある。

いくら銅酸化物系が難しくても、物性の理論家の頭が退化したといってもこれだけ進歩した実験によるデータがそろっていて解決できない問題はないであろう。高温超伝導の本質的な物理現象に対して、スピンの発生をも適切に記述する d-p 模型が現実を具体的に表現できる。これを考えないと有効質量の増大とエネルギースケールとしての準粒子バンドの幅が正しく記述できないのである。さらに超伝導の引力は反強磁性揺らぎの周波数全体のスペクトルで決まることにも注意が必要である。

例題 2. 「銅酸化物の最終解は得られていない」

例解 2 最終解とは何か、われわれは絶対的真理を知ることができない。それは人間の能力に限界があるからである。しかし、人類は研究の歴史を経て将来の人類の協力によって限りなく相対的な真理を絶対的なものに近づけることができるのである。それゆえ、最終解が得られていないことは自明である。

例題 3. 「銅酸化物の高温超伝導を理解できる理論があれば、含んでいなければならない要素が 2 つある。1 つ目が転移温度の高い超伝導の生じるメカニズムそのものであり、2 つ目が超伝導になる前の常伝導状態を理論的に記述できるかということである。」

例解 3 1 つ目の答えはクーロン斥力による異方的超伝導の機構であり、2 つ目の答えはフェルミ液体である。単純すぎるように見えるであろうが、真理は常に単純で美しいものである。

例題 4. 「超伝導は、キャリアーをドーピングされた反強磁性モット絶縁体という背景で生じる。」

例解 4 「背景」とは物理的な言葉でなく、映画や絵画のイメージである。背景がいかなる役割を果たすのか。背景と超伝導はいかなる関係にあるのかが科学的に議論されなければならない。モット絶縁体から、モット転移によって不連続に金属であるフェルミ液体に転移するというのが両者の関係である。相転移なので両者は関係がない。背景なしのフェルミ液体で超伝導を議論すべきなのである。

例題 5 「高温超伝導の実験的・理論的理解は着実に進んできており、それをもとに、銅

酸化物をどう考えたらよいのか、またどうしたらそれを越えられるかということも議論できると考えている。」「ペアリングが異方的（斥力からの超伝導を示唆）」「斥力相互作用からの超伝導を理解することを通じて、物質探索や、より積極的に強相関物質設計を行い、

例解5 この見解は現実に計算を進めている人たちのコンセンサスをあらわしていると考えられる。優れた記述である。超伝導機構の理解から、物質設計まで自信に満ちている。

#### 4. 擬ギャップの出現—2次元系の揺らぎの不思議—

一般に2次元系は揺らぎが大きく、揺らぎの発散が止まらず、相転移できない。しかし、僅かのピン止めで相転移ができる。高温超伝導体では3次元性、つまり、2次元層間の結合を入れて揺らぎをカットすると反強磁性や超伝導に相転移する。本来平均場近似が適用できる系では相転移が起こるべきであるにもかかわらず、次元が低いために低温まで揺らぎが続くのである。高温超伝導体では2次元反強磁性揺らぎの場合と2次元超伝導揺らぎの場合がある。一般に反強磁性の $T_N$ の方が超伝導の $T_c$ より高いので反強磁性の揺らぎの擬ギャップが高温で起こり、超伝導の擬ギャップが低温で起こる。しかし、後者の擬ギャップが明確に見えるためには、超伝導のコヒーレンス長が短く、クーパ対の分散が弱くフラットである強結合の超伝導であることが必要である。一般の超伝導では弱結合なので起こらない。分散が弱いとクーパ対の励起を低エネルギーで大量に生成することができる。これは今のところ、ホールドープの銅酸化物と有機導体の一部に限られている。物理的には超伝導状態とフェルミ液体の状態が共鳴し、準粒子の寿命が異常に短くなる。従来、強結合の超伝導として提唱されてきたクーパ対分子の凝縮は低密度系での強結合であったが、銅酸化物の擬ギャップは高密度系の強結合である。前者ではBCS-BECクロスオーバーが起こるが、後者では擬ギャップとなるのである。この場合の強結合は準粒子バンドの幅に対して超伝導の結合が強いことである。裸の電子系のバンド幅より引力が大きいLeggettたちによって提唱された低密度のものとは異なるのである。銅酸化物の擬ギャップは高密度系の強結合の物理であり、これも新しい発見である。

例題1 「揺らぎが観測されるのは $T_c$ のごく近くだけで、擬ギャップという言葉が使われることはない。高温超伝導の異常さは、このような現象が $T_c$ よりかなり高い温度で観測されることにある。」

例解1 これは正しい記述である。擬ギャップ温度が揺らぎにしては高すぎるというのであるが、これは2次元かつコヒーレンス長が短い系の揺らぎの特殊性を考慮していないために理解できないのである。擬ギャップと揺らぎの次元性をめぐる議論は、柳瀬はじめ多くの人によって展開されてきたことである。

例題2 「この擬ギャップ相の起源と超伝導相との関わりを理解しなければ、高温超伝導のメカニズムの解明に至らないということで、多くの研究者の意見は一致している。」

例解2 超伝導が擬ギャップがなくても生じる例外がひとつでもあればこの命題は正しくない。オーバードープ領域では温度を下げていくと、擬ギャップが現れずに超伝導に転移



する。それゆえ、擬ギャップの存在は超伝導の必要条件ではないのである。このように論理的にきちんとした考察がなされていないことも混乱を深める要因である。

例題3 「銅酸化物の常伝導電子状態が伝統的な金属状態の概念からかなり隔たった特異なものであり、超伝導転移温度よりもかなり高温から出現する擬ギャップの解明が鍵である」

例解3 「特異なもの」ということが具体的に検討されず、「特異」に見えるのは、フェルミ液体かどうかがあいまいにされているためである。電子相関の強いフェルミ液体についての理解が不十分であったため、フェルミ液体の一般的な性格を特異と考えてしまったのである。その意味でフェルミ液体という概念に革命があったというべきかも知れない。「擬ギャップ」が超伝導の必要条件でなく、「解明の鍵ではない」という自明のことがここでも誤解されている。

例題4 「エネルギーギャップと $T_c$ の比 $2\Delta/k_B T_c$ が、銅酸化物では6～7ほどにもなる大きな値であり、何らかの理由で $T_c$ が抑えられていることは充分考えられる。」

例解4 これは正しい記述である。2次元の揺らぎのため超伝導転移が抑えられ、擬ギャップが平均場近似で得られる転移温度 $T_c$ で起こり、本当の $T_c$ は低くなっているのである。その理由は主に2次元性揺らぎである。不純物効果を考える説もあるが、 $T_c$ に対する不純物効果が小さいことを示す計算結果もある。実験的にも、全般的に乱れの少ない物質が高い $T_c$ を与える傾向はあるが、例えば乱れが非常に少ないと考えられる多層系でも $T_c$ が大きく上がることはない。

##### 5. 植村プロット —光学伝導度のフェルミ液体論のパーテックス補正—

多体効果で磁場侵入長が長くなる。準粒子間相互作用から生じるバックフローのため、電流が減少するのである。更に現実存在する不純物と反強磁性揺らぎの結合で有限温度の電気抵抗が大きくなる。それを低温まで外挿するとあたかも残留抵抗が大きくなるように見える。この見かけ上の残留抵抗の増大はキャリアー数の小さい電子系のように見え、ドーピングしたホールが伝導しているように見える。自然も巧妙な場面を演出するものである。しかし、フェルミ面が大きいことが確認されているのであるから、それを信じて輸送係数を正しく理解するべきであるという立場を取らなければならない。あくまですべての実験事実をコンシステントに説明できるかどうかが大切である。矛盾するときは原理・原則に基づかなければならない。そもそも、植村プロットは $T_c$ と $1/\lambda^2$ を整理して超伝導の特徴の理解を助けるものである。 $1/\lambda^2$ をそのまま超流動密度に変換するのは危険である。光学伝導度に対応する $1/\lambda^2$ が小さくなる原因は有効質量の増大と少数キャリアーとは限らないということが大切である。電子ドーピング系では $1/\lambda^2$ が小さいわけではない。 $T_c$ も後に述べるように準粒子バンドの幅、つまり、準粒子のフェルミエネルギーに対してプロットするのが物理的である。

##### 6. 超伝導転移温度はどのようにして決まるか。—準粒子のバンドにギャップができる—

Tc を定量的に評価する上で、フェルミ液体の繰り込みが不可欠である。繰り込まれた準粒子バンドに超伝導ギャップができる。超伝導は繰り込まれた準粒子間の相互作用によって、フェルミ面にギャップを作りエネルギーを下げることによって生じるものだからである。これは超伝導体すべてに通じる普遍的な原理である。

最初に発見された銅酸化物超伝導体である  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ (LSCO)の転移温度が低く  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO)が高いのはなぜか。LSCOではd軌道が酸素のp軌道より高く、銅のdホール数が1個に近い。YBCOはdとp軌道のエネルギーが近く、dホール数が少なく0.5に近い。したがって、前者のLSCOの方が電子相関が強く働き、超伝導が電子相関で起こる以上、Tcが高いはずである。しかし、現実とは逆である。私はこの実験事実と理論の不一致の原因解明に2年以上を要した。結局、わかったことは電子相関が強いと電子の有効質量も大きくなり、逆に準粒子のバンド幅が狭くなるのである。このバンドの繰り込み因子 $z$ が系のエネルギースケールを決めるので、LSCOの準粒子間の相互作用は強いにもかかわらず、準粒子バンドのエネルギースケールが小さくなるので、LSCOの転移温度はYBCOより低くなるのである。

強相関電子系の超伝導には今日、銅酸化物、有機導体、重い電子系があり、それぞれ1000K,100K,10Kのオーダーの準粒子のバンド幅を持つ。Tcはそれぞれ100K,10K,1Kのオーダーであり、準粒子のバンド幅より1桁低い。これらの電子系の超伝導はそれぞれの電子系の個性を反映したd-p模型、Hubbard模型、周期的Anderson模型を用いてdやf電子を正しく記述しなければならないが、基本的に同じ理論式によって超伝導を導出できる。これらの系は(一部の例外を除いて)d-波の超伝導であるのでこのようにスケールリングできるのである。p-波はTcが低くなるようであるが、これもギャップの対称性を考慮して同じEliashberg方程式から導出できる。

例題1「低温超伝導体では、出発点とするエネルギースケールはフォノンのエネルギー(およそ100Kの桁)であり、Tcは1桁落ちの10Kとなる。一方、高温超伝導体では、出発点となる電子エネルギーのスケールこそ1eV、つまり、1万Kと高いが、これが2桁も落ちて100Kの桁のTcになっている。この桁落ちの壁を乗り越えられるだろうか、ということが理論的テーマとなる。」

例解1 以上の問題意識は核心に迫るものである。超伝導機構をあいまいにせず、クーロン斥力としたからこそ正しい道に踏み出したと考えられる。ただ、桁落ちはその理論的根拠が明確でないので計算結果からの推測と思う。正しくはフェルミ液体論に基づく有効質量の繰り込みを抜きにしては語れないのである。銅酸化物では1万Kからこの繰り込みで、1000Kに縮小され、それより1桁小さいTcとして100Kなのである。電子相関の弱い「低温超伝導体」ではこの繰り込みが小さい。一方、重い電子系ではこの有効質量の繰り込みによって、2~3桁小さくなり、準粒子のバンド幅が10から100Kになり、それより1桁小さいTcとして1から10KのTcとなることはよく知られていることである。この有効質量が大きいということが電子相関が強いということの反映である。

例題2 「さて、高温超伝導の電子機構に対して、例えばハバードモデルを使っていろいろな理論的な方法で  $T_c$  を評価すると（実はいまだにちゃんとした評価法はあまりないが、ここでは詳細に立ち入らない）、上で強調したように電子エネルギースケール  $t$  の2桁落ちである  $0.01 t$  の桁になる。」「実際植村プロット（電子のフェルミ温度  $T_F$ （超流動密度から評価されたもの）に対する  $T_c$  のプロット）において、今まで知られているすべての物質で、2桁落ちの線以下に来ることに明確に表れている。」

例解2 この記述は実験とは1桁合わないようである。実験では1桁から、2桁落ちの間である。電子相関の働き方の詳細はモデルに依存するので、有効質量の計算は現実を反映する正しいモデルにおいて行わなければならない。

更に植村プロットは磁場侵入長の解析でパーテックス補正を無視しているのでキャリア一数を過小に評価し、フェルミ温度を低く評価する。横軸を準粒子のバンド幅と考えると大体1桁落ちのように見える。著者は2桁落ちとしてその理由を次のように挙げている。

例題3 「このように  $T_c$  が低くなることに非常に強い物理的理由が3つ存在する。(i)電子間斥力から、スピン揺らぎなどを媒介として生じるペアリング相互作用の大きさは、もともとの相互作用より弱い。(ii)強相関係では自己エネルギー補正が大きく（直感的には準粒子の寿命が短く）、 $T_c$  を下げてしまう。」(iii)ペアリングが異方的になると、ギャップ方程式において  $T_c$  を下げる。」

例解3 ここで特に問題になるのは自己エネルギーの補正である。虚数部分は準粒子の寿命を短くし、 $T_c$  を下げる。しかし、実数部分による質量の繰り込みはバンド幅を縮め  $T_c$  を下げる上で重要である。フェルミ液体の繰り込みは全体のエネルギースケールを決めるからである。有効質量はモデルによって電子相関の働きが異なるので現実を反映する正しいモデルでなければならない。銅酸化物では  $d-p$  モデルを用いて有効質量を正しく求めなければ定量的に  $T_c$  を求めることはできない。重い電子系では周期的アンダーソン模型でないと有効質量は正しく出せない。「ちゃんとした評価法はあまりないが」というようなことではなく、正しいモデルや計算はひとつあればよいのである。複数あるとすればおそらく同等な計算になっているのであろう。

例題4 「まず、電子相関、つまり電子間斥力  $U$  は大きければ大きいほどよいというものではなく、中間領域がよいというのが定性的にわかっている。」

例解4 この記述は決定的に不十分である。超伝導が準粒子間相互作用の運動量に依存した異方的な成分で生じる。一方  $T_c$  を下げる有効質量の増大には等方的部分も効くのである。それゆえ、 $U$  の大小よりも準粒子間相互作用の運動量依存性が  $T_c$  を高くするのに重要である。つまり、 $U$  が大きいと引力が強くなるが、有効質量も増大し、エネルギースケールが小さくなり、 $T_c$  が下がるのである。その競合を決めるのが準粒子相互作用の運動量依存性である。そして、この競合こそ  $LSCO$  と  $YBCO$  の  $T_c$  とギャップの大きさの違いを説明する鍵なのである。

例題5 「元来、ペアリング相互作用の式の中には、スピン揺らぎ媒介ペアリング相互作用

だけでなく、電荷揺らぎ媒介相互作用も存在する」

例解5 ペアリングに導く異方的な準粒子相互作用は必ずしもスピン揺らぎや電荷揺らぎのようなボソンを介するとは限らない。これが  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  の研究からわかったことである。これはまた 2 次元電子ガスの結論でもある。この点を認識しないままでは幅広い超伝導研究の妨げになりかねない。

例題6 「また、d-p 模型において d と p のエネルギー差が小さい方がいいのかという面白い問題がある。」「銅酸化物については、LaSrCuO 系より YBaCuO 系のほうが  $T_c$  が 2 倍以上高いのはなぜかというのも、面白い未解決の問題である。」

例解6 上の疑問の答えはすでに述べたように、d と p レベルのエネルギー差の小さい方が電子相関が弱く有効質量の増大が小さくなり、繰り込み因子  $z$  が大きくなる。そのため  $T_c$  が高くなる。LSCO は d と p レベルのエネルギー差が大きく、d ホールが 1 個に近い。そのため有効質量が大きくなり、繰り込み因子が小さくなるのである。この場合、ハバードモデルでは両者の違いは記述できない。定量的には以下の文献を見ていただきたい。

S. Shinkai et. al; J. P. S. J. Vol.75, 104712 (2006) Study of Superconducting Transition Temperature in d-p Model on Basis of Perturbation Theory.

## 7. T-J モデルで高温超伝導は理解できるか。—金属のRVBはフェルミ液体—

近藤効果の基底状態は局在スピンと伝導電子が結合したスピン 1 重項の縮退のない状態である。フェルミ球と局在スピン 1/2 から s-d 交換相互作用  $J$  を摂動として基底状態を求めようとするといつまでもスピン 2 重項のまま基底状態に到達できない。交換相互作用  $\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{S}_j$  はトータルのスピンを保存するからである。芳田理論では出発点でフェルミ球に伝導電子を 1 個つけて局在スピンとシングレットにする。この基底状態は  $J=0$  が特異点である。

一方  $U$  が大きいとき、s-d 交換相互作用モデルに一致する Anderson モデルを用いると基底状態は  $U=0$  を含めあらゆる値  $U$  で解析的である。収束半径無限大で収束する。このフェルミ液体の状態では  $U$  を大きくすれば s-d 交換相互作用のシングレットの基底状態に接続できる。この基底状態はフェルミ液体であり、まさに連続性の原理を証明するものである。この同じことが 1 不純物でなくて、Hubbard Model など周期系でも成り立つことがアンダーソンの直交定理を用いて証明できる。アンダーソンは t-J モデルでシングレットの Resonating Valence Bond (RVB) State を探しているが、金属における RVB がフェルミ液体そのものなのである。これは近藤効果の発展でもたらされた重要な結論である。不思議なことにアンダーソン自身が理解せず、フェルミ液体を否定して金属の RVB を探しているのである。どう見ても裸の王様である。t-J モデルでは局在スピンをシングレットにして消すためにスピンと電荷を分離したり、巧妙な近似を用いる。近藤効果と同様に局在スピンの縮退を解くのが大変難しいのである。

例題 「梯子系で理論家が予想するような高い  $T_c$  がえられなかった。」

例解 梯子系の超伝導であるが、私は銅酸化物と同様 2 次元的な金属になって始めて超伝導が実現したのであり、梯子系で起こるとする  $t$ - $J$  模型に基づいた理論は疑わしいと思っている。交換相互作用  $J$  を用いた理論は計算が難しく、近似を用いるため信頼性を欠くのである。本質的な困難は  $J$  が働くためにはスピンの存在しないといけないが低温の正常状態であるフェルミ液体では非磁性となるからである。

## 8. 他の強相関電子系の超伝導との普遍性

銅酸化物の超伝導が発見される以前の 1970 年代から、重い電子系の超伝導が発見されていた。しかし、系が複雑なこと、 $T_c$  が低いことから、とても理論の手に負えそうになかった。それ故、高温超伝導はわかり易く、転移温度の高い系として登場した救世主だったのである。銅酸化物高温超伝導体ほど強相関電子系として理論的に取り扱い易い系は考えにくい。このおかげで誰も電子間斥力で起こる超伝導を疑わなくなったと思う。現実の 3d 遷移金属系や重い電子系などを考えると一般に多重バンドであり、有機導体も元は複雑な分子系である。転移温度の高さと 2 次元正方格子という単純さから考えて、銅酸化物は強相関超伝導体の王様であり、神様が物性の理論家にくれた最高の贈り物なのである。

芳田先生は単純な Hubbard Model が多様な磁性と金属絶縁体転移を記述するという自然の単純さと豊かさを感激をこめて解説された。それに加えて今日、超伝導まで記述することができるということはいっそう自然の豊かさと美しさを示すものであり、「磁性」の教科書に超伝導を追加すべきだと思われることだろう。守谷先生は確かに磁性の教科書に超伝導を追加されている。私達は先輩達の発展させた理論に学び、更に発展させ新しい困難な課題に取り組み、超伝導の章をいっそう豊かにしなければならない。

## 9. 銅酸化物は越えられるか — 「夜明け前が一番くらい」 —

例題 「銅酸化物系における超伝導発現機構（それが何かはまだはっきりしないのであるが）の延長線上を探しても銅酸化物を越えるものは見つからないかもしれない。とはいっても、そのようなしたり顔の講釈は、明日にでも新物質が登場すればあっという間に吹っ飛んでしまうのだが。」

例解 この現状認識で「銅酸化物は越えられるか」に答えることは不可能である。そもそも銅酸化物を超えるか超えないかを問題にするのは学問をゆがめるものではないだろうか。まず、転移温度を決める機構は何かを解明するのが科学的な態度ではないだろうか。そうでなければ偶然性を頼りにやってみるしかないであろう。結局、この結論は「やってみないとわからない」というプラグマチズムにならざるを得ないのである。

昔、岡林信康の「友よ」というフォークソングがあった。私は今でも好きで、時々聞いて励まされる。「友よこの闇の向こうには輝く明日がある。夜明けは近い」というのである。しかし、いつも「本当に夜明けは来るだろうか」という疑問と寂しさが残る。30 年以上待ったが社会の夜明けはまだ来ないように思う。幸いなことに、高温超伝導に関しては夜は

白々と明けており、目を開いてよく眺めれば、豊かな自然の美しさが見えると私は確信している。

### 第3章 終わりに

「しかしながらまた、高温超伝導の発現機構の解明は一筋縄で行かないことも明らかになってきた。解明は21世紀に持ち越されたのである。」という言葉が抵抗なく受け入れられる現状を批判的に検討した。「一筋縄ではいかなかった」が、多くの努力によっていまや基本的に解決していることを示そうと努力した。一筋縄ではいかなかったのは物性物理の古い理論では高温超伝導の解明には不十分で、新しい概念など、革命的な理論の進歩が必要だったからである。しかし、その進歩のためには、従来の理論を否定するのではなく、アンダーソンの教科書やフェルミ液体論、BCS理論など原則的な理論を継承発展させ、正しく適用することが鍵であった。

高温超伝導発見、つまり、永年30K程度で止まっていた超伝導転移温度の記録が突如100K近くになり、しかも電子相関の強い系で起こったことは革命的なことであった。そのため、当時の特に若い理論家達は、その革命の前に無力に見えた従来の理論を否定し、それに代わって、数値計算の技術的な進歩こそが高温超伝導を解決すると考え、心血を注いでそれに努力してきたようである。しかし、私の見るところ、それまで地道に発展させられてきた基本的な物理の原理の軽視、思想的混乱が理解を妨げているのである。間違っただけの理解のままいくら数値計算をしたところで高温超伝導は理解できないであろう。物理とは本質を突いた簡単なモデルと近似で現象の本質を把握することだからである。

数値計算の進歩もまた実験の進歩と同様、原則的な理論の発展とともに進むものなのである。