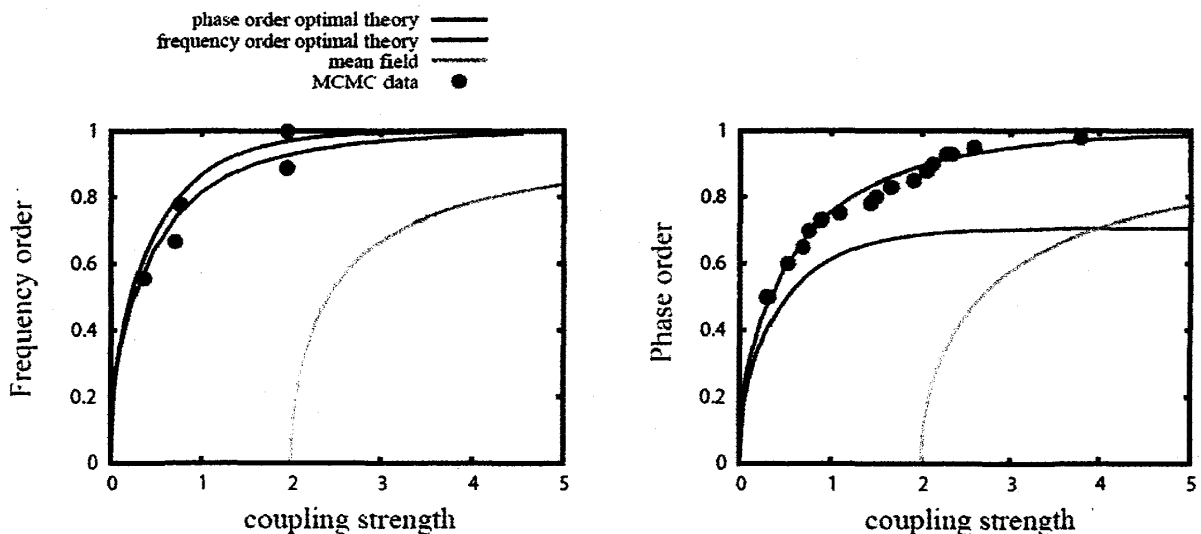


振動子ネットワークの秩序形成に最適な構造の探索

京都大学情報学研究科 青柳富誌生

運動の基本的なものとして振動現象があるが、中でも散逸系が示す安定な周期解（リミットサイクル解）は私たちの周りに普遍的に存在している。また、そのような複数の系が集まり、集団として同期する現象も広く観測されている。具体例としては、ホイヘンスが発見した柱時計の同期や蛍の集団発火現象、心筋細胞の同期、ニューロンの発火などが挙げられる。このような同期現象を個々の要素の相互作用によって統一的に理解しようという数理モデルが位相振動子系である。位相振動子系の位相振動子系の大域的振る舞いを理解するには各要素の結合パターンとの関係を理解することが不可欠であり、これまでに平均場結合や正方格子などの場合において研究が進められてきた。一方、結合パターンとして最近話題の複雑ネットワーク上での同期現象にも関心が集まっている。そこで本研究では「あるネットワーク構造を与えたときに振動子がどのような振舞うか」という従来の視点ではなく、「同期に最適な結合ネットワークがどのようなものになるのか」という逆の視点でこの問題を考える。このように同期に最適なネットワーク構造を調べることは、ネットワーク構造と振動子系の大域的振る舞いを定性的に理解する上で非常に重要である。また、このような方針に切り替えることで一種の最適化問題として考えることができるため、目的がシンプルになり既存のネットワーク構造にとらわれずに新しいネットワーク構造を探索できる可能性がある。しかし一方で、探索空間の広さという問題が発生する。最適な結合ネットワークを探索するといっても、結合の組み合わせの数だけでも膨大であり、さらに結合強度を連続量で考えるとすると、探索する空間は広大である。そこで、本研究ではこの問題を解決するために以下の2種類のアプローチを取った。

第一は、解析可能な簡単な系で理論的に最適解を求めるというアプローチである。その結果、対称性などを仮定した上で、同期に最適な結合パターンの候補を理論的に導くことができ、オーダー



パラメーターも解析的に求めることができた。そこでわかったことは以下の点である。

- ・位相オーダーを最適化した結合パターンと振動子オーダー最適化のパターンは異なる。
- ・平均場結合と比較して、何れの最適パターンにおいてもオーダー出現の臨界結合強度がゼロである。

すなわち、振動数の同期を見るのか、位相差がなるべく少なくなるようにするのか、最適な結合パターンは異なることがわかった。

第二の手法として、マルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を用いて確率的に大域探索するというアプローチをとった。MCMCは高次元の複雑な分布に対しても、その分布に従う状態を効率よくサンプリングすることができるため、無数の結合ネットワークのパターンの中から効率的に同期に最適な結合パターンを探索することができる。結果、MCMCによる確率的な大域探索によって得られた最適解が、理論解とほぼ同じ傾向であることがわかった。また、解析では得られなかった他の大域的最適解を見つけることもできた。さらに、エントロピーなどの指標を求めることで、そのような最適解の実現の容易さを定量的に示すことができる可能性があり、さらなる研究を進めている所である。

謝辞：この研究は、京都大学情報学研究科の吉井義裕氏、大阪大学理学研究科の茶碗谷毅氏、統計数理研究所の伊庭幸人氏との共同研究である。