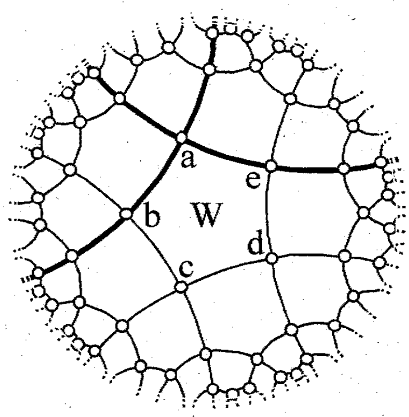
繰り込みか？ それとも変分か？

— 双曲変形という考え方 —

神戸大理学研究科・西野友年、大阪大基礎工学研究科・上田宏[1]

「DMRG はどういう理論ですか?」と問われた時に、「**繰込み群です**」と答えることはできるだろうか。[1] 行列 (又はテンソル積) 形式を思い浮かべた上で「**変分法です**」と答えるのが無難だろう。量子系ではハミルトニアン、古典系では転送行列が変分の対象となる。



さて、右図のような「双曲格子」の上に乗った Ising Model を考えよう。[2] これに対して「有限系 DMRG やって下さい」と言われると裸足で逃げ出す。「無限系 DMRG」か「CTMRG」なら、何とか適用可能だ。この系の転送行列は並進対称ではなくて、ついでに転送行列が「マクロなもの」になってしまう。こんな変わった状況の下でも、熱平衡状態は並進対称であるという妙な — 実はごく自然な — 結論が得られる。これを「量子・古典対応」を通じて量子系に拡張すると、ハミルトニアンの **双曲変形** という概念に到達する。[3] 例えば Heisenberg 模型では次のような変形だ。

$$H(\lambda) = J \sum_{j=-N+1}^{N-1} \cosh \lambda j \; \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_{j+1} \tag{1}$$

実は、背景に「奥西理論 [1]」との共通点があり、DMRG に繰込み群的なエネルギースケールを含ませせる処方の一つではないか? と考えられるのだ。

[余録] DMRG によって葬り去られたかに見えたカダノフ流の実空間繰り込み群は G. Vidal により MERA という名前で現代に蘇った。[4] こちらは「繰込み群です」と答えられる理論になっている。(←脱帽あるのみ。)

[1] K. Okunishi: J. Phys. Soc. Jpn. **76** (2007) 063001.

[2] K. Ueda, R. Krcmar, A. Gendiar, T. Nishino: J. Phys. Soc. Jpn. **76** (2007) 084004

[3] H. Ueda, T. Nishino: in print; http://xxx.lanl.gov/abs/0808.3858

[4] http://xxx.lanl.gov/abs/0707.1454v1; http://xxx.lanl.gov/abs/0707.1454v3

[1]E-mail: nishino@kobe-u.ac.jp