

氏名	なが た りょう 永 田 良
学位(専攻分野)	博士(経済学)
学位記番号	論経博第 317 号
学位授与の日付	平成 18 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学位論文題目	Theory of Regular Economies (正則経済の理論)
論文調査委員	(主査) 教授 西村和雄 教授 新後閑禎 助教授 原 千秋

### 論 文 内 容 の 要 旨

本書「Theory of Regular Economies」は、現在、一般均衡理論及びその応用分野で1つの重要な分析アプローチとなっている生成性分析 (genericity analysis) について、その考え方、具体的な方法および応用の3つの面にわたり体系的にまとめたものである。一般的・数学的意味での生成性分析の中心概念は正則値であり、それに経済学的に対応するものが正則経済である。生成性分析の手法的基礎は微分トポロジーであり、これが経済学的分析の随所に様々な形で効力を発揮する。

本書は、序章と3つの部から構成される。序章では、本書の中心テーマである正則経済という概念の一般的説明と正則経済の理論に関するサーベイが述べられている。

第1部では正則経済の基礎理論が述べられる。ここでは、純粹交換という最も基本的な経済モデルを基礎にしてその一般均衡状態が持つ様々な性質が生成的な観点から分析される。その際のパラメータとして第1部で考えられるのは各経済主体の初期賦存配分である。そして、探究される一般均衡の性質は、存在性、(局所)一意性および有限性、ならびに安定性である。

第1章で、ドゥブリューの議論を通じて正則経済の輪郭を与えた後で、第2章では、この理論が従来の考え方とどのように異なるのかを見た後で、第3章からの理論分析に入る。まず、第3章で筆者は正則経済の理論的構造をファイバー・バンドルの概念を用いて整理した上で、生成性分析に適した形の正則経済の定式化を提示する。そしてその定式化に基づいて均衡の有限性や初期賦存に関する連続性などが生成的性質であることが論証される。この定式化はディアカー、スモール、パラスコ等により確立されてきたものであるが、筆者はこれに加えて写像族の概念を通じて、正則経済を特徴付ける方法を提示する。第4章では、正則経済の均衡に関する存在問題が論じられる。ここでは、生成性分析の基礎的ツールである微分トポロジーの与える法2写像度のホモトピー同値性という概念が威力を発揮することが示される。そして正則経済にあっては均衡の存在問題が均衡数の問題に還元されることが前章で与えた正則経済の特徴付けを基に証明される。第5章では、正則経済の均衡の安定性が論じられる。前々章で与えた正則経済の特徴付けに基づきベクトル場の指数に関するポアンカレ・ホップの定理を適用することで正則経済の均衡の安定性に関する幾多の有用な結果が導かれる。

第2部のテーマは、経済パラメータを初期賦存のみならず各経済主体の効用関数にまで拡張することで正則経済の理論的分析がどのように改められるかを探究することである。

その際、効用関数に課せられる条件として単調性のみを考える。しかし、効用の凸性を仮定しないと第1部で依拠した需要関数の場合と違って、経済の均衡状態を一般的な形で解析的に表現することは非常に難しくなる。そこで筆者はスモールに倣って、本来の均衡を含む拡張均衡に焦点を当てこの均衡の状態を生成的に分析する。パラメータ空間に関数空間を加えることで、議論は複雑なものになりがちであるが、明確に説明を行っている。

まず第6章で、新たに加えられる効用関数の集合に対し、数学的基礎付けを行い、ホイットニー位相をもった関数空間として定式化する。一方、第1部の議論が微分可能な需要関数に基づいていたことに鑑み、筆者は需要関数の微分可能性を巡って効用関数と需要関数との関係にも論及する。第7章では、パラメータ空間に関数空間が加わるときに生成性分析の基礎

として使われる横断性概念を説明する。それは第1部の中心概念である正則値を一般化したものである。ここでは関数空間がパラメータ空間の一部を構成するので第1部で行った定義をそのまま踏襲することができない。そこで、3章で与えた独自の正則経済の特徴付けを利用し、第1部の定義の本質的な考え方を継承しつつ、新たな枠組みに適合した正則経済の定義を与える。次いで第8章で、関数空間を伴う生成性分析に有効なトムの横断性定理を導入して、拡張均衡の生成的性質を探究する。その際、トムの横断性定理の数学的拡張を行っている。そして、初期賦存配分のように有限次元多様体をパラメータ空間とする場合にも（初等横断性定理と呼ばれる）横断性定理が適用可能なことに着目し、種類の違うパラメータ空間を伴いながらも、（初等及びトムの）横断性定理を用いることで分析方法上の一貫性を保たせている。第9章では、正則経済における拡張均衡の存在問題が均衡数との関連で分析される。ここで用いられる数学的ツールは4章の法2写像度を横断性の枠組みに拡張した法2交点数である。これを利用して、効用関数にある種の境界条件を課することで、拡張均衡の個数が奇数個になることを証明し、存在の問題に答えている。

第3部では、正則経済の応用に関するトピックスが取り上げられる。第1部と第2部では、考察の対象となった経済は純粋交換経済であったが、第10章で生産を導入した場合が論じられる。ここではキーオに依拠して、線形生産体系を伴う経済に関する正則経済の理論が語られる。それ自体新しい分析視角と方法を提供するもので、正則経済理論の内容を一層豊かにする性質のものである。次に、第11、12章ではいわゆる不完備市場の理論が正則経済論との関連で論じられる。実際、不完備市場の主要な理論的結果の多くは正則経済の方法に依拠して初めて導かれるのであり、このトピックにおける正則経済の理論の重要性は極めて大きい。とりわけ不完備市場の場合、歴史的に疑問視されてきた均衡の存在の問題が正則経済の手法により解決されるに至った経緯があり、そのことについての詳細な説明が第11章で与えられる。また、第12章では不完備市場均衡が有するパレート非効率性について正則経済論の立場から考察が行われ、そして効用関数に凸性がある場合のみならず、凸性が無い場合にも均衡が生成的にパレート非効率であることが証明されている。

#### 論文審査の結果の要旨

本書は、一般均衡理論において重要な分析アプローチとなっている生成性分析の手法を筆者独自の方法も含めて体系的にまとめたものである。このアプローチは非常に広くかつ強力な適用可能性を持つもので、実際、筆者は本書で述べられている手法を用いて国際的査読付き雑誌に複数の成果を公表している（*Journal of Mathematical Economics*, 1998, 2005, *The Japanese Economic Review*, 2000, *Advances in Mathematical Economics*, 2005）。

本書の第1部では、初期賦存配分のみを経済パラメータとする純粋交換モデルに基づき正則経済の理論が体系的にまとめられている。そこでは、以下のような工夫が凝らされている。

取り上げられている多くのトピックスは、これまで各論者によりバラバラに取り扱われ関連は必ずしも明確ではなかった。また、それぞれに特有の高度な数学的ツールの難解さと関連の不明瞭さがこの理論の全体を分かりにくいものにしてきた。そこで著者は、第3章で正則経済の形式的な定義に対し、写像族を用いた正則経済の独自の特徴付けを与えて、これを縦糸にして主要トピックを有機的に関連づけることに成功している。一方、固有の数学的ツールについては、正則値→サードの定理→法2写像度→写像度→ポアンカレ・ホップの定理、と基礎的なものから順を追って説明が行われ、それぞれが経済学的に有用な手法を提供することが明快に述べられている。これにより数学的に精確な理解が得られると同時に、その経済学的な有用性も明確になる。正則経済の理論全体の基本的な構造が有機的に描写され、理解しやすい形にまとめられている。このように正則経済の理論を展開したものはこれまでに見あたらない。

第2部は、経済を規定するパラメータに各経済主体の効用関数を加え、第1部で行った議論を拡張する。近年、経済学の文献ではこの種の生成性分析に際し、簡単のためにコンパクト開位相を入れることが多いが、この位相は、関数の定義域次第で粗い位相になることがある。

そこで、本書ではホイットニー位相を取り上げ、これに基づいて、数学的に緻密な議論を展開している。ホイットニー位相による生成性分析において、一般に用いられるツールはトムの横断性定理である。その際、通常のトムの横断性定理では単一の写像が基礎として使われるのであるが、経済分析の上では多数の主体の効用関数を同時に考えねばならないことから、単一写像ではなしに積形式の多重写像を基礎にする必要が出てくる。そこで、まず写像を積形式に拡張した場合につい

てトムの横断性定理を証明し、それを用いて初期賦存と効用関数の両方をパラメータとする、均衡の生成性分析を行う（第8章）。さらに、パラメータ空間に関数空間を加えた場合でも正則経済の均衡の存在問題が、第1部で与えた法2写像度を拡張した法2交点数という概念を用いて解決できることを示している（第9章）。これらはいずれもオリジナルな研究成果である。このように、関数空間の位相として、もっとも一般的なホイットニー位相に基づき、経済学的な枠組みに適した生成性分析の方法を、体系的に提示したものはこれまでになく、その意味で、経済学の今後の研究にひとつの方向を与える貴重な貢献である。

第3部では、正則経済の理論の応用が述べられる。ここでは純粋交換経済を生産経済に拡張する場合と、近年、注目を集めている不完備市場の理論の二つについて議論が行われる。前者では線形生産体系に基づいて、正則経済の均衡を指数理論を用いて定量的に表現する方法が説明される（第10章）。生産経済では、一般的な生産集合を用いる議論が多いが、ここでは線形生産体系を通じて正則経済の理論自体が多面的な内容を含むことを示している。一方、不完備市場の理論については、つとに疑問視されていた均衡の存在が、正則経済の考え方により生成的に保証されることが証明される。その証明にはここではベクター・バンドルを利用する方法が紹介されている（第11章）。不完備市場ではさらに均衡の非効率性も大きな問題であるが、それについての議論は最終章（第12章）で行われる。

特筆すべきは第12章の第2節で行われる考察である。そこでは、効用に凸性が仮定されない場合の不完備市場均衡の非効率性が扱われているが、そこで展開される生成性分析は第1、2部で述べられた方法とは異なる極めて独創的なものである。それは、種類の異なる各パラメータに依存する別個の資源配分の集合の交わりが所望の性質を持つ配分となるように構成し、集合の横断的な交わり方を利用して生成性分析を行うものである。この方法の利点は、集合の交わりが空となることを生成的に示すことが可能なため、特定の性質を持つ配分が存在しないことを論証する不可能性定理の導出に使えることである。実際、筆者はそれにより効用に凸性が仮定されない場合でも、不完備市場均衡が生成的に非効率となることを証明するのに成功している。筆者によるこの方法は、経済学における生成性分析の方法に新たな地平を切り開くものであると評価される。

本書の問題点としては、正則経済を扱った類書であるマスコレール（1985）とバラスコ（1988）と比べて本書がどのような特徴をもつかが述べられていないこと、また、本書の方法は一般均衡の枠組みに限られるものではないので、一般均衡以外のトピックに関してもここで述べられた方法の有用性に触れておくべきであったことなどがある。

以上のような問題点はあるものの、本書は内容的に見て、専門性および独創性のいずれをも備え、価値の高いものであると認められる。

よって、本論文は博士（経済学）の学位論文として価値あるものとみとめる。

なお、平成17年10月17日、論文内容と、それに関連した諮問を行った結果、合格と認めた。