

Title	確率微分システムへの無限次元入力パラメータに対する最尤推定法の適用( Abstract_要旨 )
Author(s)	安部, 公輔
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2005-09-26
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/144505">http://hdl.handle.net/2433/144505</a>
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	none

氏名	あ べ こう すけ 安 部 公 輔
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学位記番号	情 博 第 175 号
学位授与の日付	平 成 17 年 9 月 26 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 複 雑 系 科 学 専 攻
学位論文題目	確 率 微 分 シ ス テ ム へ の 無 限 次 元 入 力 パ ラ メ ー タ に 対 す る 最 尤 推 定 法 の 適 用

(主 査)  
論文調査委員 教授 磯 祐 介 教授 片 井 修 講師 久 保 雅 義

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は確率微分方程式で記述される入出力システムに対して、このシステムの解に相当する出力の観測データから未知入力を推定する逆問題を取り上げ、パラメータ推定の理論を無限次元の枠組みに拡張することにより、最尤推定法が適用可能であることを示している。従来よりこの逆問題に対しては、入力を有限個のパラメータで記述することで特定の入力モデルを仮定しているが、実際には適当な入力モデルを事前に仮定できないことも少なくない。それに対して本研究では、入力のある関数空間に属する無限次元パラメータとして取り扱い、入力に対する特定のモデルに依存しない議論を行うことにより、より一般的な枠組みを提供するものである。

第1章では、確率微分方程式の未知入力推定の逆問題に関して、従来得られている結果とその問題点、及びこの問題を取り上げる動機となった神経細胞への未知入力の推定問題についてまとめている。

第2章では、パラメトリック推定の枠組みを説明し、本論文で以下に展開する議論の準備を行っている。

第3章では、確率微分方程式の逆問題を、無限次元パラメータ推定の問題として定式化している。未知入力をパラメータとすると、適切な仮定の下で確率微分方程式の解はパス空間上に統計モデルと呼ばれる確率分布族を定める。通常、統計モデルが与えられている場合の未知パラメータ推定は、パラメトリック推定の枠組みで研究されている。しかし、従来パラメトリック推定ではパラメータが有限次元であることを仮定しており、無限次元のパラメータの推定は非パラメトリック推定として別途取り扱われている。非パラメトリック推定と比較して、パラメトリック推定には情報幾何などの体系的な研究手法が存在し、またパターン認識や学習理論などへの応用も活発であるため、その無限次元化は重要な問題と考えられている。これに対して本論文では、無限次元版のパラメトリック推定理論の展開に向けて、Cramer-Rao の不等式と Fisher 情報量の無限次元拡張を示している。

第4章では、最尤推定量の存在と一貫性及び強一貫性に関する結果をまとめている。無限次元統計モデルである確率微分方程式の無限次元パラメータ推定問題に適用することを踏まえて最尤推定量の構成がなされている。

第5章では、確率微分方程式の定める統計モデルを構成し、この統計モデルに対して最尤推定量の存在と一意性、および一貫性を示している。実際の確率微分方程式の逆問題の解法においては、最尤推定量を数値的に計算するための近似アルゴリズムを構築し、近似解が厳密解(最尤推定値)に弱収束することを確認するとともに、数値実験によって観測回数やノイズ強度などが推定精度に与える影響について検討を与えた。本論文で構成した近似解は有限次元指数型分布族に対する最尤推定量と一致しているため、EM アルゴリズムを用いて部分的観測データからも入力が推定可能であることが述べられている。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は、確率微分方程式で記述される入出力システムにおいて、解に相当する出力データの観測から入力信号を推定す

るという逆問題を研究したものである。特にパラメータ推定の理論を無限次元 Hilbert 空間の枠組みに拡張することにより、最尤推定法が本逆問題に適用可能であることを示している。

大脳皮質の神経細胞の膜電位は、生体内では非常にランダムな活動を行うことが知られている。このランダムな変化は従来より確率微分方程式の数理モデルを用いて表現されている。本研究ではこのモデルの出力測定から入力信号を同定する逆問題を動機として、確率微分方程式で記述される入出力システムにおいて解に相当する出力データの観測から入力信号を推定するという逆問題を取り上げ、この逆問題の解析手法の確立を図るものである。

これまでの微分方程式の逆問題の研究では入出力システムにノイズが入らないという理想的な状況下で問題設定を行い、その下での逆問題の解の一意性等の理論的研究がなされてきた。一方、申請者の研究では入力信号の推定だけでなく更にシステムにノイズが加わる場合を考察し、このため確率微分方程式を対象としている。本研究はこのような条件の下で、観測データから入力を同定するという逆問題に対し、その解法を無限次元の推定の枠組みで提供したものである。さらに、従来の微分方程式の逆問題の研究では、解の一意性やデータに対する解の条件付き安定性等の理論が中心となっていた一方、具体的な解法の研究はその重要性にも関わらず逆問題特有の複雑さ故に体系的に扱われていない。本研究における成果は、確率微分方程式の解の具体的構成法に対して、一つの有効なアプローチを一般的な枠組みから具体的な数値計算まで込めて与えたことにある。これによって確率微分方程式の逆問題の今後の研究に対して、一つの有望な方向性を示唆している。

本研究において示されているその他の主な結果は以下の通りである：(1)無限次元のパラメータ推定理論の構築において、Cramer-Rao の不等式と Fisher 情報量の無限次元拡張 (Fisher 情報作用素) が可能であることを証明し、無限次元統計モデルの基礎的な考察を与えた。(2)具体的な対象である無限次元統計モデル (確率微分方程式の逆問題) に推定法を適用して最尤推定量の存在と一意性及び一致性を証明し、これによってこの逆問題への (無限次元化された) 最尤推定法の適用が数学的に適切であることを保証した。(3)実際に確率微分方程式の逆問題の解法においては、近似アルゴリズムを構成し、弱い意味で数値解が厳密解に収束することを示した。更にこの近似アルゴリズムを具体的な問題に適用し、数値計算結果からもその有効性が確認している。これらは、申請者の対象とする逆問題を包括的に論じる上では重要であり、全体を通して申請者の高い知見が窺われる。

よって、本論文は博士 (情報学) の学位論文として価値あるものと認める。また、平成17年8月31日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果、合格と認めた。