氏　　名	青木昌雄（あおき　まさお）
学位(専攻分野)	博　士（理　学）
学位記番号	理　博　第2942号
学位授与の日付	平成17年5月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学・数理解析専攻
学位論文題目	Hom stacks （射スタック）
論文調査委員	（主　査） 教授 森脇　淳　　教授 丸山正樹　　教授 河野　明

論文内容の要旨

代数幾何学の歴史において，グロタンディークのスキーム論は大きな成果をもたらし，通常の理論を展開する上で十分なものであった。しかしながら，モジュライの問題，すなわち，スキームのカテゴリーから集合のカテゴリーへの反変関手をスキームで表現する問題を考えるとき，その関手がスキームで表現できない大切なモジュライの問題が数多く存在する。例えば，リーマンの考察に由来し，モジュライの問題の歴史的起源である曲線のモジュライ空間はその代表例である。この表現できないモジュライの問題を回避する代数幾何学的なアイデアが粗モジュライという考え方である。この考え方は，マンフォードのよって始められた代数多様体を群作用で割るための理論である幾何学的不変式理論との整合性がよく，広く用いられるようになった。しかしながら，粗モジュライは，モジュライの問題の情報を若干忘れることで実現される。この欠点を補うために考えられたのが，グロタンディークとアルチンにより導入された代数スタックというアイデアである。これは，ある種のカテゴリーを空間と思う理論で，導入された当初，その抽象性ゆえ，代数幾何学者のごく一部の者が利用する概念であったが，数理物理学に利用され，数多くの応用が見出されるに到り，現在では，標準的な考え方になっている。青木氏は代数スタックの専門家である。青木氏の論文の内容を少し専門的になるが，簡略に述べていきたい。

A をエクセレントなデデキント環上のネーター環とし，X と Y を A 上の有限型で分離的な代数スタックとする。ここで，代数スタックは，ドリーニュ・マンフォードの意味ではなくて，アルチンの意味での代数スタックである。A-代数 B に対して，Hom (X, Y)(B) で，$X \times_A B$ と $Y \times_A B$ の間の 1-射のなす亜群を表すことにする。このとき，青木氏の主論文の主定理は，X が A 上平坦で固有であるなら，Hom (X, Y) はアルチンの意味で代数スタックになることである。この結果は，オルソン達による代数空間に対する結果の一般化であり，その証明も簡潔である。青木氏のその証明法は，古典的なヒルベルトスキームによるものではなく，直接的に，アルチンの判定法を用いることで行われている。実際，代数スタックの場合は，グラフを考えることによるヒルベルトスキームを用いる方法は使えない。一方，アルチンの判定法は，いわゆるアルチンの近似定理の帰結である。このことが，A をエクセレントなデデキント環上のネーター環としなければならないという条件を生んでいるが，応用上，これで十分である。青木氏は，この主定理の応用として，A 上平坦で固有な代数スタック上のピカール関手は代数スタックになることを得ている。

論文審査の結果の要旨

青木氏の主結果は，大雑把にいって，代数スタックの間の 1-射のなす関手は，アルチンの意味の代数スタックになるというものである。もう少し，具体的に述べると以下の通りである：A をエクセレントなデデキント環上のネーター環とし，X と Y を A 上の有限型で分離的な代数スタックとする。A-代数 B に対して，Hom (X, Y)(B) で，$X \times_A B$ と $Y \times_A B$ の間の 1-射のなす亜群を表すことにする。このとき，X が A 上平坦で固有であるなら，Hom (X, Y) はアルチンの意味で代数スタックになる。

通常，この種のことを証明するためにはヒルベルトスキームを用いることが多い。しかしながら，代数スタックの場合は，二つの理由で，ヒルベルトスキームを用いることができない。一つ目は，ヒルベルトスキームの類似物が，代数スタックの場合には，構成がされていないことであり，二つ目は，ヒルベルトスキームの類似物がたとえ存在しても，代数スタックの場合，1-射のグラフは必ずしも閉にならないことである。青木氏はこの困難を克服するため，代数スタックになるためのアルチンの判定法を直接用いた。アルチンの判定法は簡潔であるが，実際，それを調べるには数々の困難が伴う。青木氏は，主論文で，それを物の見事に処理して見せている。

このアルチンの判定法を，調べる上で重要になるのが，代数スタックの間の1-射の変形理論である。これは，イリュージの変形理論の一般化にあたり，これのみをとっても，専門家の間で高く評価されているものであり，青木氏の修士論文の延長線上にある仕事である。具体的には，代数スタックの間の1-射の変形の障害空間，障害がない場合の変形空間，及び，変形の自己同型群を，イリュージの余接復体を用いて，完全に記述している。

アルチンの判定法を用いる場合の欠点は，対象となる代数スタックが若干限定されることである。これは，アルチンの判定法がアルチンの近似定理から従うためである。しかしながら，通常の応用を考えるためには，十分なものであり，問題はない。むしろ，困難が伴うアルチンの判定法を鮮やかに処理してみせた青木氏の手腕は非常に高く評価できる。

さらに，青木氏は，主定理の応用として，A上平坦で固有な代数スタック上のピカール関手は代数スタックになることを得ている。この結果は，関連する諸結果の中で最も一般的な結果である。

以上の理由により，大学院在学5年未満であるが，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認めた。また，論文内容とそれに関連した試問の結果，合格と認めた。