氏　　名	上（うえ）嶋（じま）章（あき）宏（ひろ）
学位(専攻分野)	博　士（情報学）
学位記番号	情 博 第 145 号
学位授与の日付	平成 17 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	情報学研究科通信情報システム専攻
学位論文題目	Studies on Cores, Hierarchy, and Complexity on H-Coloring Problems （H-彩色問題におけるコア，階層構造と計算複雑さに関する研究）
論文調査委員	（主査）教授 岩間一雄　教授 永持　仁　助教授 伊藤大雄

論文内容の要旨

本論文では，グラフ彩色問題の一般化であるH-彩色問題に関して，その計算複雑さと，その計算の効率化に重要な役割を果たすグラフのコア性に関して論じている。具体的には，特定のクラスに対するグラフのコア性の決定およびコア生成アルゴリズム，グラフの彩色能力に関する階層構造，平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さに関する結果が与えられている。本論文は6章から構成されている。

第1章，第2章では研究の背景及び結果の概要，グラフ理論及びH-彩色問題に関連する基本的概念が述べられている。H-彩色問題とその周辺についての研究の現状を踏まえ，グラフのコア性の重要性およびH-彩色問題の広範な応用分野が指摘され，その研究意義について議論されている。さらにそれぞれの章で示される結果の重要な点が直観的に分かりやすくまとめられている。また第3章以降の結果を知るために必要な知識についても簡素に述べられている。

第3章ではグラフのコア性判定問題についての議論を行っている。グラフのコア生成は，一般に計算困難であるH-彩色問題を解くための計算量を抑え，解法の効率化を図る一助となり得るが，グラフのコア性判定問題自身が一般にNP完全になってしまう。本章では補グラフの構造に着目するという新たな視点に立ち，補グラフが二部グラフや弦グラフ，カクタスなど既知の様々なグラフのクラスに属す場合について，それらのコア性判定およびコアの生成手法を与え，各クラスに対しコアを生成する多項式時間アルゴリズムを設計している。

第4章ではH-彩色可能なグラフの集合族における階層構造について，websと呼ばれる特殊なグラフのクラスを採り上げ，H-彩色能力の優劣・比較可能性を議論している。n-彩色可能なグラフの集合族が色数nの増加に伴い一意に定まる階層構造を成す従来のn-彩色問題とは異なり，H-彩色問題ではHの変化によりH-彩色可能なグラフの集合は変化するが，一般にそれらの集合族は階層構造を形成するとは限らない。本章では，websによる彩色可能なグラフの集合族が，n-彩色可能なグラフの集合族による階層構造を含み，さらに無限な細分化が可能な階層構造を持つことを示している。また，特定の階層構造に着目し，それらのギャップに位置するいくつかのグラフのクラスを与えている。

第5章では，未解決問題である平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さについて様々な進展を得たことが述べられている。平面グラフの2-，3-，および4-彩色の計算複雑さのギャップに注目し，前章で示される階層構造に従いグラフHをシフトさせ，平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さを評価しその変化を解析した。それによって，多項式時間可解である2-彩色に無限に近いが真に強力な彩色能力を持つグラフでの，平面グラフのH-彩色問題がNP困難であることを含め，様々な問題の計算複雑さを明らかにしている。

最後に第6章では，以上の結果をまとめ，さらに今後の方針が与えられている。

論文審査の結果の要旨

H-彩色問題は基礎的な分割問題の一つであり，NP完全問題であることが知られている。本問題は，重要な未解決問題

であるグラフ同型問題に類似し，グラフ理論的に興味深い問題であるばかりでなく，現実に即した広範な問題に応用できることが知られている。本論文ではその解法の効率化を図るためにグラフのコア性という概念に着目してその有用性を示した。また未解決問題として知られる平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さの解明に向け行った解析は，従来の2-，3-，4-彩色における計算複雑さのギャップに注目したものであり，P対NP問題にも通じる計算量理論の中枢を見極めるための良い指針を与えている。本論文の主要な成果は，以下の通りである。

(1) グラフのコア性判定問題というH-彩色問題を効率よく解くための前処理としても有用なNP完全問題に対し，補グラフの形状に着目し様々なグラフのクラスについてコア性を明らかにし，コア生成の多項式時間アルゴリズムを設計した。

(2) H-彩色可能なグラフの集合族において，無限の階層構造を持つグラフのクラスを導出し，その階層構造のギャップに位置するいくつかのグラフのクラスを示した。

(3) 平面グラフのH-彩色問題に対し，従来の2-，3-，4-彩色の中間的な彩色問題，即ち(2)で示された階層構造においてそれらの彩色に対応する包含関係の中間に位置するいくつかの問題についてその計算複雑さを明らかにした。

(1)は，計算が困難とされるコア性判定問題について，その部分問題に効率的なアルゴリズムを与えている。また補グラフの立場からグラフHを捉え，補グラフでのグラフ理論的性質を見事に生かし解析を行うアイデアは斬新であり，新しい解析手法の提案という意味で重要である。(2)は，従来のn-彩色での色数の増加に伴う彩色可能な範囲の拡大と同様に，グラフの変化により彩色可能なグラフの集合が拡大・縮小する特殊なグラフのクラスを提示している。この結果は，(3)での解析の基礎を成し，平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さの議論に貢献している。(3)は，平面グラフのH-彩色問題の計算複雑さを，従来の彩色問題における計算複雑さのギャップに焦点を当て解析している。制限を加えたH-彩色問題の計算量的解析は，H-彩色問題の研究の中心的分野の一つである。(3)の結果は，平面グラフに限定した場合の計算複雑さの解明に向けて新たな進展をもたらすものと考えられる。

以上，本研究はH-彩色問題およびその周辺の問題に関するアルゴリズムの設計と計算量的解析に関して学術上意義深い成果をあげている。よって，本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。

また，平成17年2月1日に施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。