

Title	A Conditional Stability Estimate for Identifying a Cavity by an Elastostatic Measurement(Abstract_要旨)
Author(s)	Higashimori, Nobuyuki
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2003-09-24
URL	http://hdl.handle.net/2433/148501
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	none

氏 名	ひがし もり のぶ ゆき 東 森 信 就
学位の種類	博 士 (情報学)
学位記番号	情 博 第 88 号
学位授与の日付	平成 15 年 9 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	情報学研究科複雑系科学専攻
学位論文題目	A Conditional Stability Estimate for Identifying a Cavity by an Elastostatic Measurement (弾性体内部の空洞同定逆問題に対する条件安定性評価)
論文調査委員	(主 査) 教授 磯 祐介 教授 木上 淳 教授 井川 満

論 文 内 容 の 要 旨

主論文は弾性体内部の欠陥を非破壊的に同定する手法を想定した領域同定逆問題を設定し、ある先験情報の下でこの逆問題の解の安定性を論じたものである。さらに本研究では、その証明に用いられる弾性体方程式の解の正則性の評価、Carleman 評価を用いた初期値問題の解の一意性と、条件安定性評価の基礎となる三円定理型の評価についても論じている。

弾性体方程式は物理においても工学等の応用においても重要な方程式の一つである。主論文で取り扱う弾性体は等方的かつ線型なものと仮定し、変位ベクトル場は Lamé 方程式系により支配されるものとしている。この Lamé 方程式系は発散型の二階楕円型方程式系であり、等方的線型弾性体の理論において最も基本的な方程式である。ここではこの方程式を利用し、等方的弾性体内部に未知の空洞や亀裂等の欠陥が生じる場合に、弾性体の変位場の振る舞いからこの未知欠陥を同定する逆問題を設定して数学解析の視点から論じている。具体的には、3次元弾性体の内部に球形に近い形状の未知空洞欠陥が唯一存在する場合に、弾性体の外から空洞を見ることが出来ない状況を考察する問題を扱っている。このとき未知空洞を有する弾性体を未知領域と考え、その空洞の境界を未知境界、弾性体の表面を既知境界と考える。この未知境界を同定するためのデータとして、弾性体を一度だけ静的に変形させた際に得られる既知境界上での変位および応力の厳密な観測値が与えられたものとする問題設定である。この問題における同定可能性と、観測データに誤差が含まれた場合の(条件)安定性を数学解析の視点で論じている。

主論文の主要果は、一つの変位ベクトル場の既知境界上のデータから未知境界を同定する領域同定逆問題の解が、ある先験情報が満される範囲で連続(安定)であることを証明し、さらにその連続性(安定性)の度合いに対する精密な評価を与えたことである。これまでの未知領域同定逆問題の数学的な研究では、ラプラス方程式など単独(楕円型)方程式の解を用いた問題設定が主流であった。これは、電気伝導体内部の亀裂・空洞等の同定などに相当するものであるが、この場合の逆問題の解の精密な条件安定評価が G. Alessandrini らによって与えられていた。ここでは対象とする逆問題を二階楕円型単独方程式に対する初期値問題に帰着させ、解の未知境界上での値を“初期値”を用いて評価することが一つの鍵となっている。同様の結果が弾性体方程式などの楕円型方程式系でも成立すると考えられていたが、この評価は未解決のままであった。これに対して、主論文ではこの問題を応用上自然な境界条件の下で肯定的に解決したものである。その際、ラプラス方程式に対する Hadamard の三円定理の楕円型方程式系への拡張が必要となるが、この問題も主論文において肯定的に解決されている。

主論文においては変数係数の Lamé 方程式系の解の未知境界までの評価が用いられるため、未知境界にもある程度の滑らかさとある幾何的な条件を仮定する必要がある。しかしながら、これだけの自然な仮定のもとで、単独の楕円型方程式に対して得られたものと同程度の精密な条件安定評価が与えられ、これによって同定可能性も示されている。

論文審査の結果の要旨

主論文では3次元弾性体内に未知空洞がある場合に、弾性体表面の一部での観測からこの未知空洞を同定する逆問題の数理モデルについて、逆問題の解の条件安定性を論じている。これまでには、いわゆる“電気ポテンシャル法”による金属内部の未知空洞同定を想定したLaplace方程式の逆問題に対しては、部分境界観測から逆問題の解の条件安定評価が得られることがG. Alessandriniらを始めとする研究により示されていた。申請者の研究は、これらの結果を変数係数の楕円型方程式である(変数係数の)等方的静弾性方程式のLamé方程式系の場合に拡張したものである。具体的には、ある幾何学的な先験情報を満たす単一の未知空洞が有界領域に含まれる場合に、1回の静的変形における変位と応力を既知境界の一部で観測を行なうことで未知境界の同定を行なうものである。この逆問題をLamé方程式の初期値問題に帰着させ、楕円型初期値問題の評価を精密に行なうことによって、観測に関するある先験情報下で、未知境界に対する条件安定評価を証明している。これまでの電気ポテンシャル法を想定したLaplace方程式の逆問題の場合は、議論に用いられる数学的な評価がHadamardの三円定理など、単独楕円型方程式に固有の手法で得られた評価が基礎となっている。そして、これらの評価を楕円型方程式系に拡張することは、本質的な困難が生じることが知られている。この問題を申請者はCarleman評価にもとづく精密な計算と評価により、単独楕円型方程式の解の幾つかの評価がLamé方程式系の場合にも拡張できることを数学解析的手法によって証明し、これによって目的とした弾性体内部の未知欠陥同定逆問題の解の条件安定評価を示すに到っている。

本研究はG. Alessandriniらの研究グループが示そうとしていたと思われる予想を、彼らに先駆けて肯定的に解決したもので、世界的にも多くの研究者が注目していた未解決な問題を肯定的に解決したものとして高く評価される。得られた評価も殆ど改良ができない限界の精密な評価と思われ、楕円型方程式系の初期値問題の解に対する評価としても高い知見を与える研究といえる。さらに精密な評価によって、これからの解の再構成の議論における困難さの程度も示唆しており、物理あるいは工学への応用指向の基礎研究としての価値も高いと考えられる。

このように、申請者の学位申請に係る研究は、等方的弾性体の静的な逆問題の数学解析に関するもので、数学解析的な深い業績とともに、条件として課されている先験情報の物理あるいは工学的な意味付けに関しても十分な注意が払われており、得られた成果の他にも、数学と物理・工学を総合的に視野に入れた応用指向の基礎研究として高い見識を示した極めて優れた研究と言える。よって本申請は、京都大学博士(情報学)の学位論文として十分価値あるものであると認める。また、平成15年6月26日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果、十分な学識を確認し合格と認めた。