

氏 名	ひろ 瀬 亨
学位(専攻分野)	博 士 (情 報 学)
学位記番号	情 博 第 72 号
学位授与の日付	平成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学位論文題目	The reduction of quantum many-body systems with symmetry and the boundary behavior of wave functions at singular configurations (対称性をもつ量子多体系の簡約化と特異配位での波動関数の境界挙動)
論文調査委員	(主 査) 教 授 岩 井 敏 洋 教 授 宗 像 豊 哲 教 授 中 村 佳 正

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は多体系の量子力学を変換群論の立場から研究したもので、回転群あるいは対称群の作用を利用した量子力学系の簡約化、及び群作用が特異となる配位における波動関数の振舞いを考察したもので、5章から成っている。

第1章は序論であり、研究の動機、目的、続く各章の概要を述べている。

第2章では以下の章に続く論理展開のための基礎的な研究成果を述べている。平面3体系の重心系には、平面回転群が作用するが、その作用を利用して、重心系の波動関数をフーリエ展開し、波動関数の空間を分解している。分解の結果の部分空間が簡約化された量子力学系を与える。それを、微分幾何学の概念であるファイバーバンドルの言葉を用いて記述している。また、3体が同種粒子である場合には重心系に対称群が作用するが、その群作用を具体的に表現し、さらにそれを用いて、ボーズまたはフェルミ粒子の場合の簡約量子系を与えている。最後に、自由粒子の場合に簡約系の時間発展を積分変換の形で求めている。

第3章では、コンパクト群及び有限群のユニタリー表現に関するピータ・ワイルの定理を応用して、コンパクト群及び有限群の作用がある場合の量子力学系の簡約化に関する一般理論を述べたあと、それらを多体系の量子力学に応用している。特に、有限群の作用による量子力学系の簡約化の理論は本論文で初めて与えられたものである。また、4体系の重心系への対称群の作用を具体的に3次の正方行列の形で求めている。

第4章では、再び具体的に空間3体問題に限って、特異配位における波動関数の振舞いを研究している。ここでも、研究手法はピータ・ワイルの定理とテンソル積表現のクレブッシュ・ゴールドン法則の応用である。具体的には、3体が1直線上に並ぶときには、その直線まわりの角運動量がゼロでなければならない、また3体が1点に衝突する場合には、全角運動量がゼロでなければならないという結論を導いている。さらに、波動関数の解析性を仮定して、直線まわり及び衝突点まわりでの波動関数のフーリエ展開の形を求めている。

第5章は結論で、本論文のまとめと、今後の課題について述べている。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は、多体系の量子力学における変換群論的研究の有効性を示したもので、特に、有限群を用いる簡約化、及び、特異配位における波動関数の振舞いの研究にも変換群論が有効であることを示した点が評価できる。

多体系の量子力学に幾何学的なアプローチが有効であることは、1980年代に明らかになっていたのだが、多体系が回転群の作用に関して特異な配位をとる場合の考察は、接続の理論あるいはゲージ理論が適用できないという理由で除外されていたが、2000年代になって、特異配位を含めた研究が、変換群論及び表現論を活用して進展しはじめた。

本論文では、平面3体系に対して、回転群と対称群の作用を研究し、3体が衝突する配位での波動関数の振舞いを研究し、そこで得られた手法を一般のコンパクト群と有限群の場合に拡張して、それらを多体系の量子力学に応用し、さらに、同じ

手法で特異配位まわりでの波動関数の振舞いの研究を行っている。多体系の量子力学の研究では具体的な座標表示にたよるものが多い中で、本論文は、変換群論の立場から大域的、幾何学的考察をすすめているのが特長である。特に、特異配位まわりでの波動関数の振舞いでは、物理的にも合理的な解釈のつく結論を得ている。すなわち、ある直線まわりの角運動量が大きければ大きいほど、粒子が直線配位をとる確率は小さくなるし、また、全角運動量が大きければ大きいほど、全粒子が1点の衝突する確率は小さくなるというものである。これらは物理的には当然期待される結論であるが、系のハミルトニアンに依らずに、回転群の作用の考察だけから導かれるという点は注目してよい。

以上、本論文は、回転群や対称群の作用があるという最小限の仮定から、変換群論の手法を用いて、多体系の量子力学を研究し、有用な知見を得たものであり、今後の具体的な問題の基礎付けを与えるものとして、学問上實際上寄与するところが大きい。よって、本論文を京都大学博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成15年1月30日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。