

氏 名 よし だ けん た ろ う
吉 田 健 太 郎
学位(専攻分野) 博士 (人間・環境学)
学位記番号 人 博 第 179 号
学位授与の日付 平成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻 人間・環境学研究科人間・環境学専攻
学位論文題目 Supermembrane and Matrix Model on the PP-wave Background
(PP 波背景上における超メンブレインと行列模型)

(主査)
論文調査委員 教授 青山 秀明 教授 松田 哲 教授 植松 恒夫

論 文 内 容 の 要 旨

本論文では、現在の素粒子論で最先端の理論である M 理論についての研究がなされている。

M 理論は超弦理論の統一理論と考えられているが、状況証拠しか与えられていない未知の理論であり、その定式化は素粒子物理における重要な課題である。近年、Banks-Fischler-Shenker-Susskind らにより、ある領域の M 理論は行列模型で記述される可能性が指摘された。この行列模型は M 理論の基礎的なオブジェクトとされるメンブレインの理論とも密接に関係する。これらの理論を調べる上で、通常は背景として平坦空間を考えるが、もちろん曲がった任意の背景への拡張も考えられる。しかし、このような一般化は大変困難なためほとんどわかっていない。一方、最近の超弦理論の進展の中で、曲率を持つが非常に扱いやすい背景として pp-wave 背景が注目されており、Berenstein-Maldacena-Nastase (BMN) らによるこの背景上の超弦理論を用いた AdS/CFT 対応の解析は大きな成果を挙げた。また、この成功と共に BMN により pp-wave 背景上の行列模型が提唱された。この行列模型を詳しく調べることで、一般の曲がった背景上における行列模型に対して有用な知見を得られると期待できる。

本博士学位申請論文では pp-wave 背景上の超メンブレイン理論と行列模型を調べた。まず、pp-wave 背景上における超メンブレイン理論の超対称性について議論した。ネーターの定理から超電荷を構成し、ディラック括弧を用いて超代数を計算した。このとき、表面項をすべて残すことにより中心電荷項も導出した。この中心電荷項は pp-wave 背景上のメンブレイン理論におけるブレイン電荷に対応する。超代数の計算の結果、平坦空間におけるメンブレイン理論の超代数に現れるブレイン電荷項以外に、pp-wave 上でのみ現れる非自明な電荷項が存在することがわかった。この項は pp-wave 背景が longitudinal 方向に曲率を持つために生じる longitudinal な M2 ブレインと M5 ブレインの電荷に対する補正項と理解される。

一般に、曲った背景上における超代数の電荷項は解析が困難であり、現在までほとんど調べられていなかったが、pp-wave 背景は曲率を持つがほとんど平坦なために超代数の中心電荷項を陽的に導出することができた。

更に、得られた超代数から BPS 条件を解析して、pp-wave 背景上でのみ現れる非自明なブレイン電荷が角運動量に比例する 1/4 BPS 条件と 1/8 BPS 条件を具体的に構成した。この条件式は pp-wave 上で回転しているブレイン配位を記述している。

また、pp-wave 上の開いた超メンブレインが端に持てる 1/2 BPS 超曲面(開いたメンブレインに対する D ブレイン)の考察をした。平坦な背景の場合には、空間次元として $p=1, 5, 9$ が許されることが知られているが、pp-wave 背景上では $p=1$ しか許されないことを示した。

更に、pp-wave 上の超メンブレインの基底状態について考察した。まず pp-wave 上の超メンブレインのゼロモード・ハミルトニアンを導出し、pp-wave 背景上におけるスペクトルと平坦空間におけるスペクトル(11次元超重力理論における多重項 $128+128$) の関係を明白にした。pp-wave 上では作用(ハミルトニアン)に質量項が存在するため、

規格化可能な波動関数を構成できる可能性がある。そこで、そのままでは解析が困難であるため変数の削減をして、pp-wave 背景上におけるノンゼロモード・ハミルトニアン基底状態の波動関数の一例を構成した。この波動関数の L^2 ノルムは漸近級数で表示できることを示したが、発散級数なので平坦空間の場合と同様に規格化可能な波動関数の構成はできなかった。しかし、変数の削減法の改善などにより規格化可能な基底状態の波動関数が構成できれば、平坦極限を取ることで平坦空間における基底状態の規格化可能性の問題にアプローチできるため非常に重要な課題である。

また、行列模型における超対称な配位の量子論的安定性についても調べた。pp-wave 背景上では超電荷がハミルトニアンと可換でないため、超対称な配位の周りであっても量子論的な揺らぎの相殺は自明ではない。そこで、実際に pp-wave 背景上の行列模型において背景場の方法で 1 ループ有効ポテンシャルを計算して、1/2 BPS 非可換球面解（巨大重力子）の量子論的安定性を証明した。更に、超対称でない非可換球面解の周りでも同様の解析を行い、その不安定性を示した。

最後に、24個の超電荷を持つ pp-wave 背景上の type IIA 超弦理論を構成した。まず11次元の最大超対称な pp-wave 背景から10次元の type IIA pp-wave 背景を導出した。このとき超対称性は最大個数32個のうち8個が破れる。そして、この type IIA pp-wave 背景上で弦理論の作用を構成した。更に、モード展開、量子化、D ブレインの解析をした。また、type IIA pp-wave 背景上の行列弦理論の作用も導出した。

以上のような様々な解析によって、本論文では、pp-wave 上のメンブレイン理論についての理解が大幅に前進したと同時に、来るべき M 理論への一ヒントが得られたと考える。

論文審査の結果の要旨

自然界がどのような姿をしているのか、常に我々人間は、「人間」という限られた視野、認識能力、理解力の中ではあるが、一つの重要な課題としてとらえ、それについて考えてきた。その一つの重要なアプローチは物理学である。特に理論物理学・素粒子論では、実験で見出される現象論的法則からその本質をなす理論を構築すると同時に、数学的要請から許される物理理論の究極のあり方についても深く研究が行われてきた。これにより、人間の通常感覚世界をはるかに越える領域についてまで多くの事柄が知られるようになりつつある。

その代表例は弦理論である。この理論は、物質の基本構成要素を弦 (string) とすることで、矛盾の無い、さらに敢えて言えば「美しく、自然な」ものとなっている。この理論は重力と他の強・弱・電磁の3種の基本相互作用を全て含み、また我々がいままでに発見した「素粒子」も全て内包していて、統一理論の有力候補と考えられるに至った。

一方、弦理論には多くの種類が可能であるが、それらの間にある相互関係 (duality) を持つことも明らかになってきた。それにより、多くの弦理論を全て含む更なる統一理論があることが推測されている。この未知の統一理論は11次元時空上にあると考えられていて、「M 理論」と呼ばれている。その各種の極限が様々な弦理論 (Type I, IIA, IIB, SO(32) heterotic, 等の超弦理論) であり、また、低エネルギー領域では M 理論は11次元の超重力理論になると考えられている。M 理論の基本構成要素は膜 (メンブレイン) であると思われるが、この理論は、まだ明確に定義されたものではなく、その存在についての傍証、状況証拠が多く見つかったのみである。そのために世界中の多くの研究者が M 理論の発見に向けて、更に多くのヒントを得るべく多様な研究に取り組んでいるというのが現状である。

本論文では、その M 理論のあり方を明らかにする方策の一つとして、pp-wave (正式名は plane-fronted gravitational waves with parallel rays) と呼ばれる時空間 (背景) 上の多くの事柄が調べられている。M 理論のメンブレインはある種の行列模型で記述されると考えられているが、その行列模型を構成する上で、曲率を持つ時空を扱うことは相互作用項のために一般に非常に困難である。しかし、この pp-wave 時空は曲率を持つにもかかわらず、その上で最大の超対称性を許し、各種の計算が可能になるという際立った特徴があり、現在、広く注目を浴びている研究対象である。

本論文では、まず、この pp-wave 上で超メンブレイン理論において、その超電荷を導出している。さらにそれを用いて、中心電荷を含めた超代数の計算をし、それによって pp-wave 上でのみ現れる電荷を求めることに成功した。この電荷は平坦空間のブレイン電荷に対する補正項としては他に前例が無い。(なお、この仕事の後に、他の研究者によって、行列正則化をして得られる BMN 行列模型において超代数の計算がなされたが、本論文の結果はそれと一致している。) さらに BPS 条件の解析、それが記述する pp-wave 上で回転しているブレイン、開ブレインが端として持つことのできる超曲面、

Giant Graviton (1/2 BPS fuzzy sphere) 等も調べられている。

次に pp-wave 上の超ブレインの基底状態波動関数も計算されている。この計算を可能にするために変数空間を人為的に制限しているので、その結果は厳密なものではない。また得られた波動関数は規格化不可能であった。今後はこれが物理的に何を意味するかについて、より深い研究が望まれる。

さらに本論文では pp-wave 上において、Type IIA の超弦理論も構成されている。ここでは、11次元時空での最大超対称な pp-wave から出発して10次元時空での Type IIA pp-wave 背景を構成し、その上で超弦理論の作用が構成されている。さらにこの作用を用いて、モード展開、量子化、D ブレインの解析が行われ、さらに、Type IIA pp-wave 背景上の行列弦理論の作用も導出された。

以上のように、本論文は自然界の究極の理論の候補である M 理論についての理解を前進させたものであり、我々人間が自然界についての認識を進めるために有益な業績である。よって、本論文は人間・環境学専攻自然・人間共生基礎論講座にふさわしい内容を備えたものであると言える。

よって、本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成15年1月24日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。