氏　　　名	山口　哲（やまぐち　さとし）
学位(専攻分野)	博士　(人間・環境学)
学 位 記 番 号	人　博　第　140　号
学位授与の日付	平 成 14 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科・専 攻	人 間 ・ 環 境 学 研 究 科 人 間 ・ 環 境 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	共形場理論による弦理論のコンパクト化
論 文 調 査 委 員	(主　査)教 授 植 松 恒 夫　　教 授 松 田　哲　　教 授 青 山 秀 明

論　文　内　容　の　要　旨

重力まで含めた自然界の基本的な力の統一の試みにおいて，弦理論は現時点で最も有力な候補と考えられている。特に，ボゾンとフェルミオンをつなぐ対称性である超対称性（Supersymmetry）を取り入れた，超弦理論（Superstring Theory）はすべての基本的構成要素とそれらの相互作用に対する究極的理論として，大きな期待が寄せられている。今，この1次元的に拡がった弦が時空を運動するときに描く世界面を考えると，この上の2次元場の理論は共形場理論と呼ばれ，その量子論的効果を調べることから，時空の重力場理論のスペクトルや散乱行列等が計算できる。

このような超弦理論が矛盾なく構成されるためには，弦の存在する時空の次元が10次元である必要があり，必然的に4次元以上の次元が見えない小さな空間になるという弦のコンパクト化の問題を解決しなければならない。本学位申請論文では，この弦理論の共形場理論によるコンパクト化が考察されている。とりわけ，この4次元空間が現象論的に望ましい$N=1$の超対称性を有するためには，コンパクト化する6次元空間はCalabi-Yau多様体と呼ばれる曲がった空間にならざるを得ない。

従来もっともよく研究されているのは，平坦な時空での弦に対する2次元世界面上の理論で，これは自由場の理論である。これに対して曲がった時空に埋め込まれた弦の世界面の理論は2次元場の間に相互作用がある理論であり，通常の古典幾何学的な描像は適用できない。したがって，相互作用のある弦の理論を考察することにより，時空の幾何学に対する新たな知見が得られることになる。本論文で扱われるのは，これまであまり調べられてこなかった，非コンパクトな曲がった時空である。この背景には，近年明らかにされた，反ド・ジッター空間（AdS）の重力理論とそれより次元が1つ低い時空での共形場理論（CFT）との対応，すなわちAdS/CFT対応や，局所ミラー対称性，D-ブレイン等の弦理論における新たな側面の研究が進められた結果，解析が可能となったという経緯がある。本学位論文申請者は，特にこの非コンパクトなCalabi-Yau多様体上の弦理論につき，可解な共形場理論およびその変形に基づく記述を与え，その対応関係の解析を遂行した。

本論文の第1章は導入部で，弦理論と幾何学的描像の関係が論じられる。我々の4次元の時空以上の余分な次元の空間を小さくコンパクト化して，曲がった時空での弦理論と2次元世界面上の共形場理論の関係についてその研究の動機とこれまでの研究の発展の経緯が述べられている。

つづく第2章では，この研究での基本的な枠組である，弦が時空を運動する際に描く世界面上の共形場理論が概括される。特に，WZW模型，モジュラー不変性，境界のある共形場理論，さらにコセット（剰余類）構成についての要点が簡潔に述べられている。まずWZW模型は，アフィンLie代数の対称性を持つ有理共形場理論であって，かつ群多様体を標的空間とする非線型シグマ模型である。そのカレントが満たす演算子積展開（OPE）と可積分最高ウェイト表現と指標が導かれる。次に，分配関数のモジュラー不変性を考察し，WZW模型についてその構成法を論じる。さらに端のある弦すなわち開弦に対応する境界のある共形場理論につき，境界状態をIshibashi状態の線形結合として与える。また$N=2$超共形ミニマル模型はコセット構成の方法で得られ，一般のKazama-Suzuki模型の特別な場合に相当することが示される。

第3章では，小弦理論と呼ばれるNS5ブレイン上のタイプⅡの弦理論のホログラフィーが論じられる。この理論は，NS5ブレインのT双対性を考察することにより，特異点を有するCalabi-Yau多様体上の弦理論で記述されることが明らかにされる。この場合，特異点の周辺の錐の上を動く弦の理論をLandau-Ginzburg理論で扱い，さらに$N=2$ミニマル模型とSL(2, R)/U(1) Kazama-Suzuki模型を用いた，いわゆるGepner模型による記述を行う。ここで，SL(2, R)という非コンパクトな群のユニタリー表現を考察し，これに対応するアフィンSL(2, R)の連続主系列および離散系列の表現を求めた。これより，SL(2, R)/U(1) Kazama-Suzuki模型の構成を遂行し，またスペクトル流からそれぞれの系列について指標を計算した。

第4章では，非コンパクトなCalabi-Yau多様体上の弦理論に対して，スペクトル流を足しあげることによりモジュラー不変な分配関数を構成し，非コンパクトなGepner模型のスペクトルの連続部分を求めている。ここで構成した非コンパクトGepner模型と，もとのCalabi-Yau多様体を標的空間とするシグマ模型が等価であることを楕円種数，特にその基底状態を調べることで議論している。また，連続部分の楕円種数の非自明の因子を調べている。

第5章では，SL(2, R)の離散系列について，閉弦理論のモジュラー不変な分配関数を構成し，さらにD-ブレインに対応する境界状態，およびそれらをつなぐ開弦のスペクトルとWitten指数を求めた。これにより，離散部分に起因するD-ブレインについては，コンパクトなサイクルとの対応がつけられることを示している。

最終の第6章では，本論文の内容の総括と今後の展望が述べられている。

論文審査の結果の要旨

最近の素粒子論においては，重力まで含めた基本的な力の統一理論を構築する試みが広汎な注目を集めている。その中で，一次元的に拡がったひも（弦）を究極的な実在と考える弦理論は現在最も有力な候補と考えられている。特に，ボゾンとフェルミオンの変換に対する対称性である超対称性（Supersymmetry）を取り入れた，超弦理論（Superstring Theory）は素粒子論における究極的な理論として，大きな関心をもって現在研究が精力的に進められている。

今，この弦が時空を運動するときに描く世界面を考えると，その上の2次元場の理論は共形場理論と呼ばれ，その量子論的効果を調べることにより，時空の重力場理論のスペクトルや散乱行列等を計算することが可能となる。このような超弦理論は，10次元という高次元の時空で，はじめて矛盾なく構成することが可能で，我々の住む4次元を超えた残りの6次元は見えない小さな空間になるという弦のコンパクト化の問題をうまく説明できなければならない。またこの4次元空間が現象論的に望ましい$N=1$の超対称性を有するためには，コンパクト化する6次元空間はCalabi-Yau多様体と呼ばれる曲がった空間であることが要請される。本学位論文申請者は，この弦理論の共形場理論によるコンパクト化についての研究を行った。

一般に，最もよく研究されているのは，平坦な時空での弦に対する2次元世界面上の理論で，これは自由場の理論である。これに対して曲がった時空に埋め込まれた弦の世界面の理論は2次元場の間に相互作用がある理論であり，通常の古典幾何学的な描像は適用できない。したがって，相互作用のある弦の理論を考察することにより，時空の幾何学に対する量子論的効果について，新たな知見が得られることになる。本論文で扱われるのは，従来あまり調べられなかった，非コンパクトな曲がった時空である。これには，近年明らかにされた，反ド・ジッター空間（AdS）の重力理論とそれより次元が1つ低い時空での共形場理論（CFT）との対応，すなわちAdS/CFT対応や，局所ミラー対称性，D-ブレインの導入等の弦理論における新たな研究の進展の結果，解析が可能となった背景がある。本学位論文申請者は，特にこの非コンパクトなCalabi-Yau多様体上の弦理論について，可解な共形場理論およびその変形に基づく記述を与え，その対応関係の解析を遂行した。

申請者は，まず世界面上の共形場理論につき，WZW模型，モジュラー不変性，境界のある共形場理論，さらにコセット構成を総括し，準備段階として開弦に対応する境界のある場合の共形場理論と超共形ミニマル模型および一般のKazama-Suzuki模型のコセット（剰余類）による構成法を考察した。これに基づいて小弦理論と呼ばれるNS5ブレイン上のタイプⅡの弦理論のホログラフィーを論じた。この理論は，NS5ブレインのT双対性から，特異点を有するCalabi-Yau多様体上の弦理論で記述されることが示された。この場合，特異点の周辺の錐の上を動く弦の理論をLandau-Ginzburg理論で

扱い，さらに$N=2$超共形ミニマル模型とSL(2，R)/U(1) Kazama-Suzuki模型を用いた，いわゆるGepner模型による記述を適用した。ここでSL(2，R）という，非コンパクトな群のユニタリー表現を考察し，これに対応するアフィンSL(2，R）の連続主系列および離散系列の表現を与え，このKazama-Suzuki模型の構成を行い，またスペクトル流からそれぞれの系列について指標を求めた。

次に申請者は，非コンパクトなCalabi-Yau多様体上の弦理論に対して，スペクトル流を足しあげることにより，モジュラー不変な分配関数を構成し，非コンパクトGepner模型のスペクトルの連続部分を求めた。また，ここで構成した非コンパクトなGepner模型と，もとのCalabi-Yau多様体を標的空間とするシグマ模型が等価であることを示すため，楕円種数の基底状態を調べた。この結果，連続部分の楕円種数の自明でない因子が，錐の底面の性質を反映していることが明らかになった。

さらに申請者は，SL(2，R）の離散系列について，閉弦理論のモジュラー不変な分配関数を構成し，非コンパクトなGepner模型におけるD-ブレインの境界状態と，それらを繋ぐ開弦のスペクトルを完全に決定した。また，この非コンパクトGepner模型の結果と古典幾何学的なサイクルを比較検討するため，開弦のWitten指数を求めた。その結果，離散部分に起因するD-ブレインについては，コンパクトなサイクルと完全に対応をつけることに成功した。

以上のように，申請者は共形場理論による非コンパクトなCalabi-Yau多様体上の弦理論のコンパクト化を考察し，量子効果によって時空の幾何学がどのように変形を受けるかについて新たな知見を加えた。したがって，本研究は場の量子論に基づき自然界の基礎的構造を探究する本研究科人間・環境学専攻自然・人間共生基礎論講座の量子自然構造論での研究目的に合致したものとして高く評価できる。

よって本論文は博士（人間・環境学）の学位論文として価値あるものと認める。また，平成14年1月25日，論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果，合格と認めた。