

Hopf 代数構造が完全に決定されます。また Bott が指摘しているように、この方法を利用すると “generating variety” V に対する cohomology 作用素の作用から g_* を通して ΩG へのそれらの作用を決定することができます。こうして得られた結果を各素数に関して mod p reduction することにより、これまで個別に得られていた mod p homology の結果の相互の関係を明らかにすることができます。

- 1 R. Bott, *The space of loops on a Lie group*, Michigan J. Math. 5 (1958), 35-61.
- 2 F. Clarke, *On the K-theory of the loop space of a Lie group*, Proc. Camb. Phil. Soc. 76 (1974), 1-20.
- 3 T. Watanabe, *The homology of the loop space of the exceptional group F_4* , Osaka J. Math. 15 (1978), 463-474.

論文審査の結果の要旨

申請者中川征樹氏は例外 Lie 群やそれに関連した等質空間や閉道空間の cohomology の研究を研究課題として研究してきました。この問題はきわめて複雑な計算が必要になることが多く、そのことがこれらの問題の解決をきわめて困難な物にしてみました。

中川氏が主論文であつかった階数が 6 の例外型 Lie 群の上の閉道空間の整数係数のホモロジー環の Hopf 代数の決定もそのうちの一つであります。階数が 2 または 4 の場合には 20 年近く前に決定されていますが、その方法をそのまま使ったのでは計算が複雑すぎて実行が不可能に近いと考えられその後発展がありませんでした。

中川氏は、この当時の手法が計算機を用いるのには不適な点に着目しました。中川氏は Bott が最初にこの問題を扱った論文のところまで立ち返り。そこからこのホモロジー環の Hopf 代数を決定するまでの手法を再検討し、計算機を用いるのに適した手法でこの問題を解決する方法を考えることに取り組み、様々な工夫をしてこの困難を解決しました。この手法を用いることで階数が 6 の場合にこの問題の解決に成功しました。この手法はさらに階数が大きい残りの例外型 Lie 群にも適用できると考えられます。

参考論文では例外型 Lie 群の等質空間の cohomology の決定の問題を扱っております。この問題も事情は主論文の場合と同じであります。この場合についてもやはり 20 年近く前に複雑な計算を経て階数が 6 以下の場合には解決されたのですが残りの場合は、計算が膨大になるためその手法では不可能と考えられ、その後発展がありませんでした。中川氏はこの場合にも中間にいくつかの空間を構成することで計算機を利用できる形に問題を変形し解決への道筋を発見しました。この方法を実行した結果階数が 7 の場合に旗多様体の cohomology の決定に成功しました。この手法も多くの問題に応用可能と考えております。

以上述べましたように、中川氏は最近の計算機の能力の飛躍的な向上を考え、これを研究課題にうまく利用できる手法を見出すことで 20 年間進展がなくほとんど解決不能と思われていた問題の解決に成功しました。

中川氏の業績はこの分野の研究者の間では大きな驚きであり、またこのような問題の扱いは類似の多くの問題にも応用が可能であります。従いまして大学院在学 5 年未満ではありますが特例として博士（理学）の学位を授与するのに充分と考えます。