

氏名	あか 赤	さか 坂	たつ 立	や 也
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)			
学位記番号	理 博 第 2384 号			
学位授与の日付	平成 13 年 7 月 23 日			
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当			
研究科・専攻	理学研究科数学・数理解析専攻			
学位論文題目	An Integral PBW Basis of the Quantum Affine Algebra of Type $A_2^{(2)}$ ( $A_2^{(2)}$ 型アフィン量子群の整数式の PBW 型基底)			
論文調査委員	(主査) 教授 柏原正樹	教授 伊原康隆	教授 三輪哲二	

### 論 文 内 容 の 要 旨

量子群は、Drinfeld・神保によって1985年に導入されて以来、2次元可解格子模型や結び目理論などにおける新しい対称性を記述するものとして、近年盛んに研究されている。しかし、その表現を詳しく調べるには、量子群の良い基底を構成する必要がある。有限次元量子群の場合には、実基底の積として PBW 基底が構成されている。しかし、アフィン量子群の場合は、虚基底の存在という困難のため simply-laced なアフィン量子群の場合にのみ Beck-Chari-Pressley によって構成されたのみである。

申請者は、主論文において、アフィン量子群  $A_2^{(2)}$  の整的 PBW 型基底を構成した。しかも、この基底は  $U_q^-(A_2^{(2)})$  の  $Z[q, q^{-1}]$ -form の基底 (整的な基底) にもなっており、また  $q=0$  において結晶基底ともなっている良い基底である。

主論文においては、このような二つの良い性質をあわせもつ基底を次の3段階に別けて構成している。

大雑把に言って、アフィン量子群の PBW 型基底は、実基底と虚基底のある順序による積として得られる。このうち実基底は、アフィン量子群上への Braid 群の作用をもちいることにより容易に構成できる。しかし虚基底の構成は容易でない。虚基底として、Drinfeld 基底のものと一致するものをまずとる。こうして得られた基底は  $Q(q)$  上の基底になっている。しかし、これはアフィン量子群の  $Z[q, q^{-1}]$ -form の中に入っているが、それを生成しない。そこで次に、この虚基底を修正して、 $Z[q, q^{-1}]$ -form 上の基底を構成する。こうして得られたものの積が  $Z[q, q^{-1}]$ -form 上の基底をなすのであるが、その証明にはこれらの基底間の交換関係がある程度知る必要がある。

このようにして、実基底と修正された虚基底の積により  $Z[q, q^{-1}]$ -form の基底が得られるが、これは結晶基底となっていない。結晶基底となるような基底は、虚基底の積の一次結合によって得られる。その係数は、Schur 多項式を冪和多項式の一次結合で書き表したときの係数と丁度一致している。これは、虚基底の余積の主要項が、対称関数のそれと一致することによる。従って、虚基底の余積を調べる必要がある。

これ等を実行したのがこの主論文である。

こうして得られた基底が結晶基底となることは、この基底が  $q=0$  において正規直交していることをもちいてみちびかれている。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

アフィン量子群は、2次元可解格子模型の研究の中から発見され、新しい対称性を記述する概念として多くの研究者の関心をひいてきた。申請者は、その有限次元表現などの研究をおこなってきた。しかし、その表現論には、まだわからないことが多い。ひとつには、アフィン量子群の良い基底が得られていないことによる。

アフィン量子群の導入法としては、Chevalley 生成系によるものと Drinfeld 生成系によるものの2つがある。この2つの関係は、良くわかっていないところもある。しかも、通常の Drinfeld 生成系はアフィン量子群の  $Z[q, q^{-1}]$ -form の基底

を与えない。従って、Drinfeld 生成系をもちいたのでは、整的な基底は得られない。

simply-laced なアフィン量子群の場合には、Drinfeld, Damiani, Beck, Chari-Pressley 等によって PBW 型基底が研究され、最終的に Beck-Chari-Pressley によって、それを修正することにより整的な PBW 型基底が得られた。これは、Chari-Pressley による PBW 型基底に関する一連の仕事に依存している。しかし、simply-laced でないアフィン量子群に対しては、整的な PBW 型基底についてよくわかっていなかった。

申請論文は、simply-laced でないアフィン量子群の最も簡単な場合である  $A_2^{(2)}$  に対して、整的な PBW 型基底を構成したものである。このような良い基底は、量子群の大域基底やその表現の深い性質を調べるのに有効な手段を提供するとともに、 $q$  が 1 の冪根となる場合に威力を発揮するものとおもわれる。なお、この結果を用いれば、アフィン量子群  $A_{2n}^{(2)}$  の良い基底を得ることは、容易である。

しかし、実基底、虚基底の交換関係やその余積の計算など、良い基底の構成には膨大な計算を要する。

これを遂行してアフィン量子群  $A_2^{(2)}$  の良い整的な基底を構成したことは、学位論文として十分な研究であると認められる。

なお、本申請論文に報告されている研究業績を中心に関連する分野について試問した結果、合格と認めた。