

集積回路の統計的階層化設計手法に関する研究

藤田 智弘

目次

目次	i
第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 歩留まり最適化問題の定式化	2
1.3 設計の階層構造	4
1.3.1 アナログ回路の階層構造	4
1.3.2 デジタル回路の階層構造	8
1.4 従来研究	9
1.4.1 アナログ回路の統計解析	9
1.4.2 システム特性の統計解析	12
1.4.3 デジタル回路の統計解析	13
1.5 本論文の概要と構成	13
第2章 小規模回路の統計的歩留まり最適化手法	15
2.1 はじめに	15
2.2 確率過程モデルによる応答曲面生成と大域的最適化	17
2.2.1 確率過程モデルによる応答曲面法	18
2.2.2 大域的最適化手法	21
2.2.3 確率過程モデルの適用例	23
2.3 歩留まり最適化手法	25
2.4 実験	26
2.5 まとめ	28
第3章 階層的統計解析	31
3.1 はじめに	31
3.2 大規模回路の統計解析	31

3.3	階層的統計解析手法	32
3.4	実験	35
3.4.1	PLL の機能記述モデル	35
3.4.2	機能記述モデルの精度	37
3.4.3	階層的統計解析	38
3.5	まとめ	46
第4章	階層的歩留まり最適化手法	47
4.1	はじめに	47
4.2	階層的設計と制約生成	48
4.3	提案手法	50
4.4	実験	54
4.5	まとめ	58
第5章	ベクトル合成モデルによる統計的遅延解析	59
5.1	はじめに	59
5.2	ワーストケース解析と1次係数ベクトル	61
5.3	セルの遅延特性のワーストケースと応答曲面	63
5.4	応答曲面の合成	64
5.5	実験	66
5.5.1	1次係数ベクトルの方向	66
5.5.2	応答曲面の合成とワーストケース解析	67
5.5.3	電流モデルとベクトル合成モデル	70
5.6	まとめ	71
第6章	テーブル参照による大規模集積回路の統計的遅延解析	73
6.1	はじめに	73
6.2	テーブル参照モデルによる応答曲面生成	74
6.3	実験	76
6.3.1	テーブルによる応答曲面生成実験	76
6.3.2	提案手法の誤差の評価	80
6.4	まとめ	82
第7章	結論	83
	謝辞	87
	参考文献	89
	本研究に関する発表	97

付録A	階層間のモデル化手法の詳細	99
A.1	統計的デバイスモデル	99
A.1.1	中間モデル	99
A.1.2	MOSFET モデルパラメータの統計情報の抽出手順	100
A.2	応答曲面法	102
A.2.1	最小二乗法と正規方程式	103
A.2.2	応答曲面の応用例—モンテカルロ解析	105

第1章

序論

1.1 はじめに

半導体集積回路の発展はとどまるところを知らず，その開発の初期から今日に至るまでほぼムーアの法則に従い，18カ月で集積度，処理速度が2倍のペースで進歩している．例えば，回路規模で見た場合，最新のプロセッサにおいて数千万トランジスタを数え，また，アナログ集積回路においてもアナログ単体で2万トランジスタを越える集積回路が実品種として製作されている例もある．アナログ集積回路に関してさらに言えば，システム全体を1つの集積回路上で実現するシステムLSIの要請からもアナログ・デジタル混載が増え，大規模回路の中でアナログ回路が用いられる機会が今後も増えるであろう．

一方，大規模化を支える基盤技術に目を向けると，デバイス製作の微細化技術がある．年々ゲート長の最小寸法は短くなってきており，2000年時点において，商業ベースにおいて $0.18\mu\text{m}$ からさらには $0.13\mu\text{m}$ へと微細化が進んでいる状況である．微細化技術がチップ面積の縮小と回路大規模化をもたらしたが，同時にこの技術により従来のトランジスタでは見られなかった種々の問題が顕在化している．本論文で取り上げるトランジスタ特性のばらつきもこうした問題の顕著な一例である．微細化の進展とともにばらつきが顕著となった原因として，寸法の微細化と比較して同じ割合でプロセスのばらつきを制御できないことがあげられる．例えば，ゲート寸法の微細化にともないチャンネル領域中のイオン注入の絶対量が少なくなっており，イオン注入量のばらつきがわずかであっても相対的な濃度のばらつきが大きくなってしまふ．また，リソグラフィ工程やエッチング工程においては寸法に対する要求精度が高く，ばらつきの大きな要因となっている．

このようなプロセスのばらつきに起因してトランジスタ特性がばらつき，結果として回路特性がばらついてしまふ．そのため，与えられた仕様を満たさない回路が得られてしまひ，歩留まりの低下につながる．そこで，本論文では，このようなプロセス特性のばらつきが回路にどのような影響を及ぼすのか，それに対してどのよ

うな対策を取ることができるのかを、計算機設計支援（CAD）技術の立場から論ずることを目的とする。

冒頭でふれたように、デジタル、アナログに関わらず大規模化の傾向は顕著である。そこで本研究でも、大規模回路においてばらつきを考慮した設計をいかに行なうかに焦点をあてる。ところで、大規模集積回路に対する設計手法として、階層化設計と呼ばれる手法が主流となっている。階層化設計とは、上位から下位へと連なる階層構造において、全体から細部、抽象から具体へと記述の度合を変えつつ、回路を記述、設計する手法である。本研究でも大規模集積回路の設計概念として、階層化設計を中心に据えることにする。つまり、階層化設計の枠組の中に統計的設計手法を取り込むことで、大規模集積回路の統計的設計を実現することを目標とする。

本章の構成は以下の通りである。本論文で取り組む課題を明確にするために1.2節で問題の定式化を行なう。次に本論文で取り扱う設計の階層構造の定義を1.3節で行なう。これらの定式化と定義を踏まえて、この分野における従来研究を1.4節で述べる。1.5節で本論文の具体的な目標ならびに概要と構成を述べる。

1.2 歩留まり最適化問題の定式化

従来から、回路素子のばらつきから回路特性のばらつきを解析する統計解析、さらに歩留まりの指標を目的関数とし、回路定数を合わせ込む歩留まり最適化技術などの研究が行われてきた。ここでは、これらの研究がとり扱ってきた問題を説明し定式化する。

まず、回路特性を決定する2種類のパラメータを定義する。一つは製造プロセスの定数やトランジスタの電気的特性（例えばしきい値電圧）である。これらは設計者が回路設計時に変更できない。また、製造時の条件によりばらつくという性質を持つ。そこで、このパラメータを回路の変動の源という意味で変動変数と呼び、 n_p 個存在するとしてベクトル $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{n_p})^T$ で表す。もう一つのパラメータは、設計者が回路設計時に設計可能な変数で、設計変数と呼ぶ。設計変数にはトランジスタの寸法¹（ゲート幅、長さ）、抵抗値、容量値などがある。 n_d 個の変数があるとして、これをベクトル $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{n_d})^T$ で表す。

注目する回路特性が n_c 個存在するとして、これをベクトル $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n_c})^T$ で表す。以下のように、それぞれの回路特性 c_i に対して仕様の上限 c_i^U と下限 c_i^L が決まっているものとする。

$$c_i^L \leq c_i \leq c_i^U, i = 1, \dots, n_c \quad (1.1)$$

n_c 次元の回路特性空間において仕様を満たす容認領域（acceptability region） \mathcal{A}_c を次のように定義する（図1.1左参照）。

$$\mathcal{A}_c = \{\mathbf{c} \mid c_i^L \leq c_i \leq c_i^U, i = 1, \dots, n_c\} \quad (1.2)$$

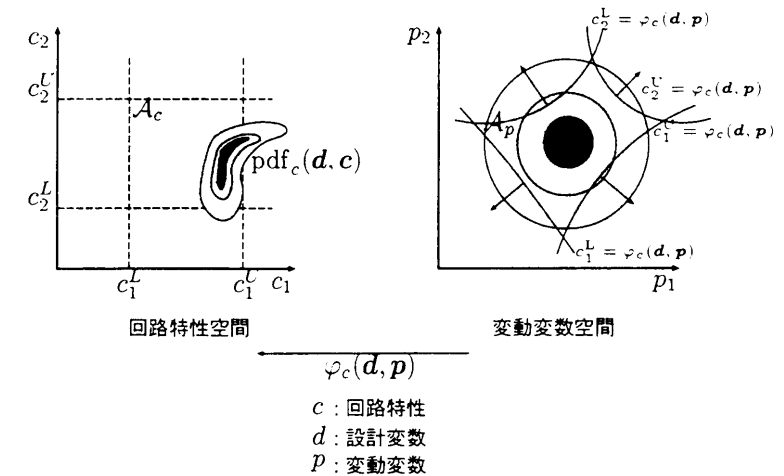


図 1.1: 歩留まりと歩留まり最適化の概念

このとき、特性空間における回路特性の確率密度関数を $\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c})$ とする。このとき特性 \mathbf{c}^0 をとる確率は $\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c}^0)dc$ となる。設計変数を変更すると、その特性をとる回路の出現確率も変化するので、確率密度関数は \mathbf{d} の関数になる。歩留まりは容認領域内に出現する確率であるので以下のように表される。

$$Y = \text{Prob}\{\mathbf{c} \in \mathcal{A}_c\} = \int_{\mathcal{A}_c} \text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c})dc \quad (1.3)$$

これが、回路特性空間で定義される歩留まりである。

一般に pdf_c を求めることは困難であるため、式 (1.3) が統計解析に用いられることは少ない。その代わりに変動変数空間で歩留まりを考え、統計解析ならびに歩留まり最適化に利用することがより一般的に行なわれる。そこで変動変数空間で歩留まりを定義する。回路特性空間において定義した概念を変動変数空間に移す。この目的のために、変動空間と特性空間を結びつける変換 $\varphi_c(\mathbf{d}, \mathbf{p}) : \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{c}$ を利用する。これを用いると変動変数空間での容認領域は

$$\mathcal{A}_p(\mathbf{d}) = \{\mathbf{p} \mid \mathbf{c}^L \leq \varphi_c(\mathbf{d}, \mathbf{p}) \leq \mathbf{c}^U\} \quad (1.4)$$

となる。回路特性空間では確率密度関数が設計変数の関数になったが、今度は容認領域が設計変数 \mathbf{d} の関数になる（図1.1右参照）。歩留まりは次のように再定義できる。

$$Y = \text{Prob}\{\mathbf{p} \in \mathcal{A}_p(\mathbf{d})\} = \int_{\mathcal{A}_p(\mathbf{d})} \text{pdf}_p(\mathbf{p})d\mathbf{p} \quad (1.5)$$

ここで $\text{pdf}_p(\mathbf{p})$ は変動変数の確率密度関数を表す。

¹トランジスタの寸法は、同時に変動変数でもある。

以上で変動変数空間中で歩留まりを定義できたので、さらに歩留まりの最適化問題を以下のように定式化する。

$$\max_{\mathbf{d}} \{Y = \int_{\mathcal{A}_p(\mathbf{d})} \text{pdf}_p(\mathbf{p}) d\mathbf{p}\} \quad (1.6)$$

式(1.6)の意味は、設計変数 \mathbf{d} を変化させることで容認領域 $\mathcal{A}_p(\mathbf{d})$ を変化させ、歩留まりを最大にするということである。ただし、設計変数 \mathbf{d} を変化させる際に変動変数の確率密度関数 $\text{pdf}_p(\mathbf{p})$ は変化しない。

1.3 設計の階層構造

この節では、本論文で取り扱う設計の階層構造について説明する。階層構造といっても問題のとらえ方によりさまざまな構造が定義できる。ここでは本論文で取り扱う統計解析の立場で、回路解析から見た定義を行なう。アナログ回路とデジタル回路では類似の階層モデルを用いるが、まずアナログ集積回路のためのモデルを1.3.1節に、次にデジタル集積回路のものを1.3.2節に述べる。

1.3.1 アナログ回路の階層構造

先に述べたように、集積回路の素子数の増加傾向はアナログ回路においても例外ではなく、2万トランジスタを越える集積回路が実際の製品として開発されている。また、システム全体を1つのチップ内に納めるシステムLSIが実現されるようになり、デジタル回路と混在設計を行なう事例が増えており、大規模回路の中にアナログ回路が組み込まれる機会も増えている。このような背景から、アナログ回路の設計方法にもさまざまな問題が生じている。例えば、1万素子程度を越えると設計者が回路の詳細まで気を配ることが難しく、設計が困難となる。また、回路特性の検証においてもSPICE系²のシミュレータでの回路解析には膨大な時間がかかり、実用上適用不可能であることが多い。

このような問題を解決する手法として近年用いられているのが、階層化設計である。これは、大規模回路を階層的に取り扱い、上位階層に行くほどシステム全体を抽象的な動作の記述で表現し、下位階層に行くに従い、より細く分割した回路の機能ブロックに対し具体的な素子の電氣的接続関係で表現する。上位階層の動作記述では、この回路の動作を線形あるいは非線形の方程式、伝達関数、微分方程式などで書き表す。記述には、C言語などの汎用のプログラミング言語やこの目的のための専用の記述言語が用いられる。このように記述方法の抽象度にあわせて動作レベルと回路階層という2つの階層が存在する。各階層の記述の抽象度を表1.1に示す。

²Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis: 米国のエレクトロニクス研究所 (Electronics Research Laboratory) とカリフォルニア大学バークレー校により開発された汎用回路シミュレータ。このシミュレータを元に商用に開発された製品が複数出ている。

表 1.1: アナログ回路における階層の抽象度

抽象度	表現	記述に使用する概念
動作レベル	言語記述	線形/非線形(微分)方程式, 伝達関数
回路階層	アナログ素子	素子の電氣的接続関係, 素子の特性を表すモデル式

この概念をPLL (Phase Locked Loop) を例にとり図1.2に示す。動作レベルでは、例えば電圧制御発振器 (Voltage Control Oscillator: VCO) の発振周波数は入力電圧と周波数利得の積といったように、数式などを用いて書き表わされる。これに対して、回路階層においてはトランジスタなどの素子により具体的な回路の接続関係を記述する。

アナログ機能記述言語はデジタル回路の言語記述をもとにした動作検証に対して親和性があり、デジタル回路との混載設計における動作検証を容易にする。また、SPICE系のシミュレータを用いた解析に対して2桁以上の速度で解析が可能である[1]。このように従来解析が不可能であったアナログ/デジタル混在回路や、SPICE系の回路シミュレータでは実用時間で検証できなかったPLL回路などの解析に道を開いた。

このようなアナログの機能を言語により記述し、シミュレーションするという手法は古くから行なわれてきた[2]。加えて近年、機能記述言語のいくつかが標準化され、急速に利用の広がりを見せている。現在までに標準化されている言語はVerilogのアナログへの拡張であるVerilog-AとVHDLのそれにあたるVHDL-Aがある。これらは近年アナログ/デジタル混在モデルへの対応にともない、Verilog-AMS [3], VHDL-AMS [4]となっている。

ここで、この階層構造を用いた設計手法について説明する。階層を用いた設計手法にはトップダウン、ボトムアップの二通りの方法がある。これらを順に説明する。

トップダウン設計において、上位階層は下位階層に対して仕様を与える働きをする。すなわち、システム階層で要求される仕様を満たすように、回路特性の仕様を検討する。このとき、下位階層で実現できる回路の特性、面積、コストなどを検討し、各回路の仕様を決めなければいけない。与えられた仕様をもとに、回路階層で回路設計が行なわれる。この概念を図1.2に下向きの矢印として示した。

逆にボトムアップによる方法とは、下位階層の特性から上位階層の特性をシミュレーションする手法で、階層構造を一つづつ上がっていくことでデバイスの特性からシステム特性を得る。つまり、デバイス特性を表すモデルパラメータを使いSPICEにより各機能ブロックの回路特性を求め、さらに、各回路の特性値をシステムの機能記述に適用し、システム解析により特性を求める。このボトムアップによるシステムの動作検証は、従来のSPICE系のシミュレータでは計算コストの問題で解析できないシステムを、実用的な速度で解析可能とする点で有効である。ボトムアップ

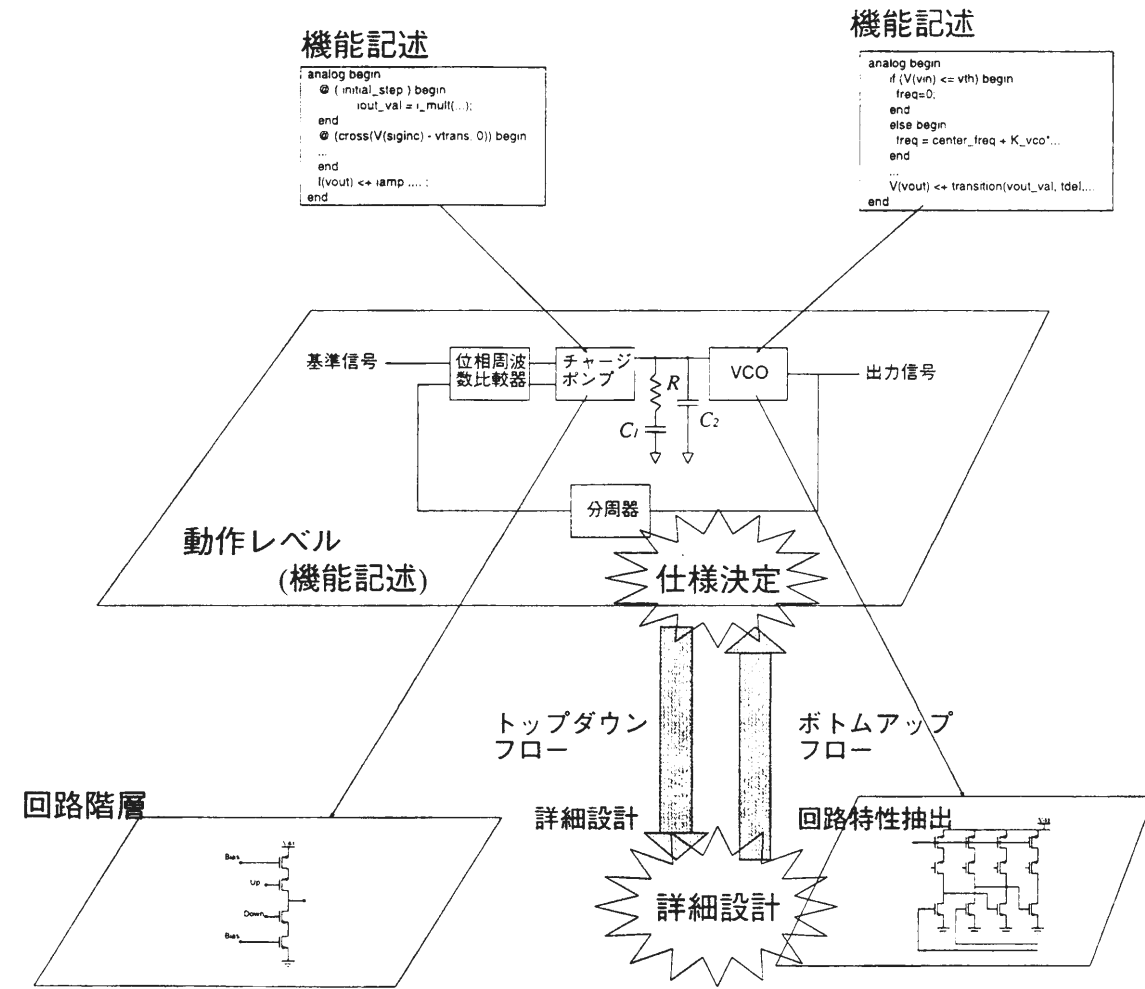


図 1.2: アナログ回路の階層設計の概念図

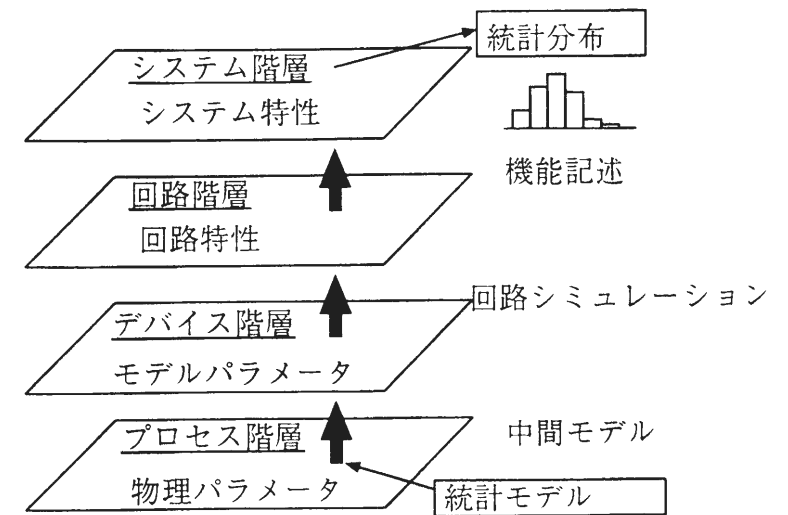


図 1.3: アナログ回路の階層構造

による解析の概念を図 1.2 の上向きの矢印で示す。

通常、アナログ回路の階層設計では図 1.2 の下向きと上向きの矢印の行き来を何回も繰り返すことで設計が進められる。

以上は記述の抽象度ならびにシステム全体から細部への分割という観点から、機能記述の動作レベルとトランジスタ記述の回路階層に分けて考えた。本論文では、この階層構造をさらにプロセスの物理特性にまで拡張したモデルを用いる。取り扱う階層モデルを図 1.3 に示す。それぞれの階層には、その記述方法に応じたモデルが存在し、そのモデルの特性を記述するパラメータが存在する。これらを下の階層より順に説明していく。

最下位層はプロセス階層である。ここでのパラメータは製造プロセスの物理パラメータである。例えば、チャンネル領域の不純物濃度や酸化膜厚である。また、設計パラメータであるトランジスタの寸法もこの階層のパラメータに含まれる。

次の階層として、デバイス階層がある。この階層のパラメータは、デバイス特性を表現するモデルのパラメータである。たとえば、SPICE などの回路シミュータにおける素子モデルのパラメータがそれである。通常、プロセス階層の物理パラメータは、素子モデルの中に複雑に取り込まれており、モデルパラメータと物理パラメータの関係が明らかでない場合が多い。そこで、両者を関係付けるため、単純な構造の素子モデル（中間モデル）が提案されている [5]。物理パラメータの統計情報は、中間モデルパラメータの統計情報として表現し、デバイス階層のパラメータは中間モデルパラメータからの変換操作で求めることができる。本論文でも物理パラメータとモデルパラメータの関係付けに中間モデルを採用する。この手法の概要は付録 A.1 で説明する。

デバイス階層の上位には、回路階層が存在する。この階層は先の記述の抽象度による階層構造における回路階層と等しい。ここでのパラメータは回路特性である。PLL

回路を例にとると、構成要素であるVCOの発振周波数利得やチャージポンプ回路の電流特性があげられる。通常、デバイス階層の素子モデルのパラメータを使って、回路シミュレーションによりこれらの値を求めることができる。

最上位に位置するのはシステム階層である。この階層は先の記述の抽象度による階層構造における動作レベルと同一のものであるが、システム全体の動作を検証することからシステム階層と呼ぶことにする。ここでのパラメータはシステム全体の特性である。PLL回路を例にとるとロックアップ時間や位相雑音（ジッタ特性）などがある。システム階層の動作記述では、下位の回路特性のパラメータをもとにシステム特性が記述される。

以上、ここで示したモデルでは下位のパラメータを入力として上位のパラメータが決定される。

この節の最後にばらつきを考慮した階層的解析手法について述べる。すべてのばらつきの源は、製造工程におけるプロセス階層の物理パラメータのばらつきである。ここで各階層の特性は、下位階層の特性から求めることができるため、下位階層から順に統計的な解析を行なうことで、原理的には物理パラメータのばらつきをもとに、これらのばらつきを求めることが可能である。

ここで2つの点に注意する必要がある。一つは回路階層の各個別の回路ブロックで独立にばらつきを計算し上位に渡す方法では、正確な統計解析が行なえない。つまりこの方法では各回路ブロック間の特性の相関が、上位階層の特性を解析する際に考慮されないからである。これを解決するためには、物理パラメータをもとに個々の回路の特性間の相関も含めた統計情報を解析する必要がある。また、階層構造を用いることで計算コストの軽減がはかれるが、統計解析では多数のシミュレーションが必要となり、依然、計算コストがかかる。そこで、いかに計算コストの軽減をはかるかがもう一つの注意すべき点である。以上をまとめると、統計的階層化設計では相関関係まで含めた統計情報を計算コストをかけずに階層間で受渡しする方法が必要である。

1.3.2 デジタル回路の階層構造

本論文ではデジタル回路の遅延時間の統計的解析手法を取り扱う。このためのデジタル回路の階層構造を図1.4のように定義する。この構造で、下の2つの階層はアナログ回路において定義したものと同一である。デジタル回路の設計における基本単位はセルであり、セルライブラリ中のセルの組合せにより論理回路が構成される。そこで、上2つの階層は論理回路階層とセル階層とした。これら2つの階層における特性は遅延時間となる。最上位の論理回路の経路の遅延時間は構成セルの各遅延時間の和で表される。この点でこれらの特性を階層間でつなぐ定式化は容易と言える。これに対して、各セルの遅延時間はトランジスタ特性により決定されるため、両者をつなぐモデルが必要である。本論文では特にトランジスタの電流特性との関係に着目し、この階層間の関係をモデル化している。

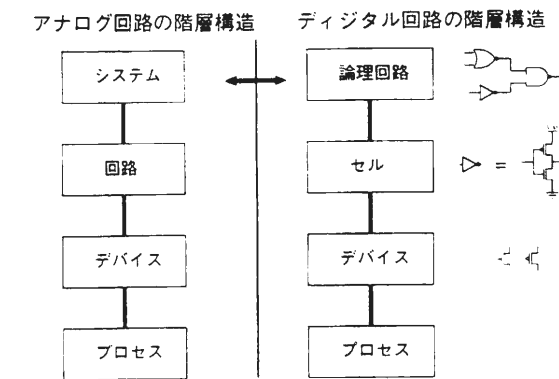


図 1.4: デジタル回路の階層構造

1.4 従来研究

1.2節で述べた歩留まり及びその最適化問題の定式化と1.3節の設計の階層構造をもとに、従来のこの分野における研究について説明する。統計解析では、一般的に歩留まりの見積り精度と計算コストはトレードオフの関係にある。これまでの研究では、いかに精度の高い歩留まりの見積りを少ない計算コストで実現するかに焦点が当てられており、ここでもこの観点からこれらの評価を行なう。また、もう一つの観点として、階層設計への親和性を取り上げる。

1.4.1 アナログ回路の統計解析

ここでは、小規模な回路を対象とした歩留まり最適化問題に対する解法を概説する。これは、1.3節で説明した階層構造における回路階層の小規模に分割された回路に対する歩留まり最適化に相当する。この分野では古くから種々の方法が提案されている。これらは大きく分けて、歩留まりを直接計算しこれを最適化する直接法と、歩留まりの代わりとなる指標を使って最適化を行なう間接法がある。

直接法の代表的な手法としてモンテカルロ解析 [6] がある。式 (1.5) の積分を変動変数の確率密度関数に従う乱数を使って求める。この手法は、プログラム化が容易であり古くから行なわれてきた。また、解析精度が変動変数の数に依存しない性質があり、変動変数の数が多い場合はこの手法をとらざるを得ない。しかし、推定した歩留まりの信頼区間はサンプル数の平方根でしか比例して縮まらない。そのため十分な精度を保証するためにはたくさんのシミュレーションが必要である。また、乱数を生成し利用するため雑音が混入してしまい、最適化の過程において終了判定が難しいなど問題も多い。近年はラテン超立方 (Latin Hypercube) [7] をサンプリング手法に採り入れ、少ないサンプル数で精度の良い解析を行なう手法が提案されている [8]。

直接法を用いた最適化手法として、重心法 (Center of Gravity Method) [9] があ

る。この手法は次のような手順で進められる。設計空間内に、ある探索領域を設けモンテカルロ解析を行なう。次に領域中で仕様を満たす設計変数の重心と、満たさない変数の重心を求める。これら両重心を結ぶ線分の方向に探索領域を移して行き、最終的に高歩留まりの回路を得る手法である。アルゴリズムの簡便さが利点であるが、モンテカルロ法を基にしていることから、この方法も同様に多くのサンプル点を必要とし最適化アルゴリズムとしては不利である。このため、サンプルの再利用[6]や応答曲面[9]を用いる方法が提案されている。重心法では、モンテカルロ解析の結果を回帰分析するなどして、プロセス階層の物理パラメータと回路階層の特性を結びつけるモデルを生成することができる。このモデルを利用すると階層間での統計情報の受渡しを容易に行なうことができる。したがって、階層設計への親和性は高いと言える。

間接法の代表的な解析手法としてワーストケース解析がある。これは回路が最も悪い特性になる場合をワーストケースとして、その時の値を歩留まりの代わりにのばらつきの指標とするものである。従来は頂点解析と呼ばれる手法が広く行なわれてきた[6]。これは変動変数のばらつきの範囲の端の点を組み合わせて回路解析を行ない、これらの値の最悪値をワーストケース値とする。この方法は簡便であるものの、悲観的な結果になりやすい傾向がある。これに対して、実際に変動変数の出現確率を考慮した、現実的なワーストケース (Realistic Worst-Case) 解析も提案されている[10-12]。一般に、ワーストケースは回路ごとに異なる。そのため、階層設計中の分割された小回路ごとにワーストケースを求め、それらを組み合わせても、システム全体の特性のワーストケースとはならない。つまり、システム全体のワーストケースを知るためには、回路特性間の分布の相関などが必要であり、統計情報としては不十分である。この点からこの手法は階層設計には向かない。

間接法のもう一つの例としてデザインセンタリング法[13-19]をあげる。設計点を容認領域の中心になるように最適配置する手法である。言い換えると設計点から容認領域への最小距離を最大にする最適化問題となる。この方法を幾何学的に図1.1(右)を使って考える。1.2節で説明した通り、歩留まり最適化問題では、容認領域内に変動の分布がなるべく収まるように、設計変数を変化させて容認領域の境界を変化させる。このためにデザインセンタリング法では、図1.1の変動変数の分布の中心から容認領域の境界までの最小距離を最大化する最小値最大化問題 (min-max 問題) を解くことになる。これを実現するためには容認領域を何らかの形で表し、その距離を計算する必要がある。これまでに報告されている手法は、この容認領域の表現方法に対しそれぞれ提案を行なっている。

デザインセンタリングの代表例として文献[15]があげられる。これは容認領域を多面体で表現する。変動変数の確率密度関数の等高面が楕円体であるとし、近似容認領域に内接する最大の楕円体の中心を設計点とする。近似多面体は、頂点数の少ない簡単なものから始め、頂点数を増やし実際の容認領域の形状に近付ける。新たな頂点は、多面体の最大面の中心から法線方向に容認領域の境界点を探索し得られた点とする。ここで、境界点の探索には複数回の回路シミュレーションが必要であ

り、計算コストがかかる原因となる。このように、多面体の頂点を増やしていき最終的に設計点の更新が起らなくなった時点で最適化を停止する。この方法は幾何学的に分かりやすい手法である。しかし、この多面体による近似は容認領域が凸集合だけにしか適用できない欠点がある。また、設計変数の数の増加に対して計算コストが指数関数的に増える。

容認領域の別の近似手法として、回路の特性を変動変数の1次多項式で近似し、容認領域を求める手法も提案されている[13,17]。この手法は特性の変動変数に対する感度(勾配)を、最適化の繰り返しごとに求める必要があり、計算コストの増大につながる。文献[13,17]で提案されている手法では特別なシミュレータを使うことで、感度解析にかかる計算コストを削減している。この点でこれらの手法は一般性に欠ける。

間接法の最後の例として面積分法をあげる。歩留まりは、式(1.5)のように変動変数空間内の体積積分で表されるが、これをストークスの定理を用いて容認領域の境界の面積分に書き換えて計算するのがこの手法の特徴である[20]。この手法を用いると、歩留まりの勾配も同じく面積分で計算できるため、最適化にこれを利用することができる。しかし、この手法の欠点は、容認領域の境界上で多数のシミュレーションを行なう必要があることと、最適化の収束が遅いことである。

一般論として、間接法は回路特性の分布を求めないため、階層設計において統計情報のやり取りを行なうことができない。ゆえに階層設計への親和性は高くない。

直接法、間接法の分類とは別に、応答曲面を用いた手法も多く提案されている[21-34]。この手法は回路をブラックボックスとみなし、回路特性を説明変数の関数で近似する手法である。ここで、説明変数には変動変数のみを用いられる場合や変動変数と設計変数が用いられる場合がある。また、近似関数には主に低次の多項式が使われる。特性値を近似することから、シミュレーションを行わずに少ない計算コストで特性値を得ることができる。このため、直接法として用いることができる。また、容認領域の境界の表現に使用できるため、間接法のデザインセンタリングにも利用できる。なお、応答曲面法に関する詳細は付録A.2で説明している。

応答曲面は、いくつかのサンプル点を取りその点での回路シミュレーションの結果から回帰分析することにより生成される。応答曲面自体はシミュレーションコストの削減に寄与するが、応答曲面の生成にはシミュレーションが必要である。したがって、生成に必要な計算コストを十分に考慮しなければならない。この計算コストを増大させる要因は、説明変数の数と近似多項式の次数や必要な項の数である。これらの要因が増すと計算コストが増え、この方法は実用的でなくなるため、これに対応する種々の提案がなされている。例えば、近似多項式の項を必要なもののみにふるい分けしたり、必要な項のみを選択し追加することで応答曲面を構築する手法が提案されている[27,30-32]。また、サンプルのとり方も、必要な項の選択と同じくらい応答曲面の精度と計算コストに影響があり、これらに関する研究も行なわれている[27,31]。

以上のような提案手法のいくつかを説明する。2次多項式は n 個の説明変数に対

して項数が $(n+1)(n+2)/2$ 個となり、通常の回帰ではこの数以上のサンプルが必要である。しかし、文献 [29.35] においては 2 次の項の影響が最小となるような制約条件をつけて、より少ないサンプル数で 2 次多項式の生成を行なっている。また、文献 [27.30] においては、1 次の多項式からはじめ、1 次同士の積項さらには 2 次項へと必要に応じて逐次項を追加し、精度をあげる手法が提案されている。ここでは、応答曲面の誤差を統計的に定式化しこの誤差の最小化問題を解くことで最適サンプルを生成している。同様に文献 [31.32] でも多項式の項の選択、サンプル手法の提案がされている。これらの提案により応答曲面の動的な項の追加とサンプルの追加を可能としているが、手法が複雑になっていることは否めない。

応答曲面法は計算コストをかけずに直接法による特性分布を求めることができるため、階層設計による統計解析との親和性は極めて高い。これまで述べてきた統計解析の手法の中では計算コスト、階層設計との親和性の面で一番利点がある。そこで、この論文でも応答曲面を用いた階層的統計解析手法を検討する。

1.4.2 システム特性の統計解析

1.4.1 節で説明した方法はすべて小規模の回路を対象としたものであった。なぜならば、シミュレーション時間のかかる大規模回路では計算コストの問題があり、統計解析が満足に行なえないからである。そのような中で、計算コスト削減を目的に、階層的解析を用いた統計解析手法が提案されている [36-40]。これらは 1.3 節で説明したボトムアップによる解析方法であり、プロセス階層の特性ばらつきをもとに、上位階層の回路特性のばらつき、システム特性のばらつきへと順に解析を進める。ここで、1.3 節でも述べたように、階層的な手法を用いる際には、階層間でいかに統計的な情報をやり取りするかが問題となる。これは、階層間で上位階層のパラメータと下位階層のパラメータの関係のモデル化を、いかに行なうかという問題でもある。これまでにモデル化手法として感度行列を元にした方法 [37]、回帰分析による手法 [36, 38] さらに応答曲面による手法 [40] が提案されている。これらはいずれも、2 次程度の簡単な多項式モデルを利用している。本研究は 1.4.1 節で説明したように応答曲面を用いた回路最適化を行なうので、ここであげた方法とは類似の手法である。

ところで、これらの手法は大規模回路の統計解析を可能としているが、本研究で目標とする最適化設計までは到達していない。つまり、ボトムアップ手法では上位階層のシステム階層で与えられた仕様を満たすための最適化設計は不可能であり、トップダウンによる方法論を持ち込まなければならない。そこで本研究では従来手法のボトムアップによる階層的統計解析手法を用いつつ、さらにトップダウン設計手法を採り入れ最適化技術の実現を目指す。

1.4.3 デジタル回路の統計解析

デジタル回路においてもプロセスのばらつきに起因する遅延特性のばらつきの影響は無視できなく、遅延特性の統計的解析手法に対して種々の提案がある。文献 [41] は入力信号の遷移時間の分布を元に出力の遷移時間の確率を求めている。しかし、確率を求めるために各ゲートごとに数値積分を逐次行なわなければいけないため、実際の解析としては現実的でない。これに対してより現実的な解析手法として、経路の遅延を数式的に表現した上で最長遅延となりうる経路の候補を選び出し、これらの遅延を統計的に計算する手法が提案されている [42]。この方法は各セルの遅延は互いに相関係数 1 でばらついているという仮定を行なっているのに対して、文献 [43] ではセル間における遅延の実際の相関までを考慮した手法を提案している。また、経路の遅延の分布をオペレーションズ・リサーチの PERT の技法をもとに解析する手法が提案されている [44]。

以上の手法は経路の遅延分布をいかに見積もるかに主眼をおいた研究である。これらは、経路の遅延計算時に、各ゲートの遅延時間をあらかじめ何らかの分布で仮定している。しかし、本研究の階層的統計解析という立場から見ると、これはセル階層の遅延特性と回路階層の遅延特性のみを結びつけただけである。プロセスの物理特性を解析結果に反映させるためには、さらに下位のプロセス階層、デバイス階層のばらつきをセル階層の遅延に結びつける方法を検討する必要がある。そこで本研究では、トランジスタの物理パラメータのばらつきをセルの遅延に結びつける簡便かつ計算効率の高いモデルを提案する。この手法によりプロセス階層から論理回路の経路の遅延まで、階層構造を下から上へとたどる統計解析を実現する。

類似の研究として文献 [45] では、トランジスタの簡単な解析モデルを提案し、これを利用し微分方程式を数値的に高速に解くシミュレータを開発している。トランジスタモデルは物理パラメータをパラメータとして持ち、統計的パラメータの構築を容易に行なえる。この手法もトランジスタのばらつきを遅延に結びつける点で、本研究と同じ目的である。しかし、独自のモデルとシミュレータを用いている点で既存の技術をそのまま用いることができない。本研究では、既存のパラメータをそのまま利用でき、かつシミュレーション環境も従来のものを利用した簡便な解析手法を目指す。

1.5 本論文の概要と構成

1.4 節で紹介した従来研究を踏まえた上で、本研究の概要を述べる。本論文では大規模回路を階層的に取り扱うことで、統計的設計を実用的な計算コストで行なう手法を提案する。特に、階層間でどのような統計情報をいかにやり取りするかに焦点をあてる。ここでの課題は、精度と計算コストであり、これを実現する方法として 1.4 節で説明した応答曲面モデルを用いる。アナログ回路、デジタル回路それぞれについて統計解析手法を論じている。アナログ回路においては、歩留まり最適化手

法を取り上げ、小規模の回路ブロックに適用する手法からはじめて大規模な階層的最適化手法を提案している。また、デジタル回路においては、経路の遅延時間のばらつきを取り上げ、統計的解析手法を提案する。以下に構成を述べる。

第2~4章はアナログ回路に関する内容である。第2章において、小規模な回路に対する歩留まり最適化を行なう。これは、本論文においては、回路階層において分割された小規模な回路に適用される手法と位置付けされる。ここでは、回路の歩留まりを計算コストをかけずに見積り、さらに、最大の歩留まりを得るよう回路定数を合わせ込み、最適化を行なう。本論文では、後の章で説明する階層的設計におけるモデル化と親和性の高い手法の提案を行ない、階層間の統計情報の受渡しを容易にする。第3章では階層的な統計解析手法を検討する。ここでは、いかにプロセスの物理的なばらつき情報を設計階層の上位に伝えるかが課題となる。この際、考慮すべき点は計算時間と取り扱う統計情報の精度である。この2点について、提案手法の評価を行なった。第4章では第2, 3章の検討結果に基づき、大規模集積回路の階層的最適設計について検討する。階層設計のトップダウン、ボトムアップの流れに統計情報のやりとりを組み入れ、ばらつきを考慮にいったシステムレベルの設計の実現を目指す。

第5, 6章はデジタル回路の遅延の統計的解析手法を取り扱う。まず、デジタル回路の遅延時間とプロセスの物理パラメータのばらつきを関係づけるモデルを提案する。本手法では、トランジスタの電流特性と遅延時間の関係に着目し、そこから導かれる仮定をもとに1次係数ベクトルという遅延時間のばらつきを決める量を導く。これを使いベクトル合成モデルという遅延計算のためのモデルを提案する。以上が第5章の内容である。ベクトル合成モデルを使えば、計算コストをかけることなく遅延の統計解析を行なうことができるが、大規模集積回路においては、さらに簡便で高速な方法でこれを見積もる必要がある。そこで第6章では、ベクトル合成モデルの生成においてテーブル参照モデルを利用する方法を提案している。

第7章で本論文のまとめを行なう。

第2章

小規模回路の統計的歩留まり最適化手法

2.1 はじめに

この章では小規模な回路の歩留まり最適化を取り扱う。これは続く2つの章で階層的な統計解析、歩留まり最適化を行なうための基礎になる。ここでの問題の定式化と従来の提案手法については第1章で述べた通りである。すなわち、この章における課題もいかに計算時間をかけることなく最適化を行なうかにある。さらに、本論文で主張する階層的最適化の枠組の中で考えるなら、ここで議論する最適化は、第1章で説明した階層構造の回路階層において小規模に分割された回路への適用と位置づけられる。階層的設計への組み込みを考えるならば、最適化の手法自体も階層的な方法と親和性が高いことが望ましい。次の第3章でも述べるように、階層間の統計情報の受渡しには第1章で説明した応答曲面モデルを用いる。このことから、ここで提案する手法も応答曲面モデルを利用した最適化手法であることが望ましい。なぜなら、最適化のために応答曲面を生成し利用するとともに、生成した応答曲面はそのまま階層的な解析に利用できるからである。このことは、この章で議論する最適化手法にもう一つの要求を付け加える。すなわち、最適化の過程で生成される応答曲面は、階層的統計解析に利用できる程度の精度を持つものでなければならない。

回路シミュレーションの代わりに応答曲面を利用し計算時間を削減する最適化手法は、これまでもいくつか提案されてきた[34, 46]。これらは応答曲面の生成方法により2通りに分類される。

一つは設計変数、変動変数の両者を説明変数とした応答曲面を用いる方法である[34]。この応答曲面は設計変数空間中の大域的な特性変動を考慮していることから、大域応答曲面と呼ばれる。この方法の利点は、応答曲面の説明変数として設計変数が含まれているため、最適化過程での設計変数の探索の繰返しにおいてシミュレーションを行なう必要がないことである。逆に欠点は最適解の精度が悪く、最適点近傍の応答曲面の精度という点でも劣ることが挙げられる。これは以下のような理由による。大局応答曲面の説明変数は設計変数と変動変数であり、その数は多い。その

ため、多項式の次数を上げると必要なシミュレーション回数が増加するので、2次多項式程度が実用上の上限である。しかし、設計変数空間は広いため非線形性が強く、2次程度の多項式による当てはめでは不十分である場合が多い。従って大域応答曲面を精度良く生成することは困難であり、最適化の解の精度にも問題が生じる。

もう一つの応答曲面の生成方法として、設計変数空間中の点を指定し、その点において変動変数のみを説明変数とする応答曲面を生成する手法が提案されている [46]。これは設計変数空間内のある点における局所的な応答曲面であることから、局所応答曲面と呼ぶ。この手法は、応答曲面の精度が大域応答曲面より良く、したがって、最適値と最適点における応答曲面の精度もこの手法の方が良い。しかし、この手法は最適化過程における設計変数空間での探索の繰返しごとに、新しい設計点で応答曲面を生成しなおす必要がある。よって、この繰返し回数の増加につれて計算コストが増大する。そこでシミュレーション回数を削減する工夫が必要であり、例えば文献 [46] では設計変数に対する回路特性の微分値を応答曲面生成と同時に得られるように工夫している。こうすることで、最適化に必要な微分値を新たにシミュレーションを追加せずに計算することができる。しかし、最適化の目的関数は必ずしも微分可能とは限らず、また微係数を用いる準ニュートン法のような手法では局所的な解に捕まる可能性もある。したがって、この手法の適用範囲には制限がある。

本論文においては、精度面での優位性から局所応答曲面を用いることにする。そのため、最適化手法に効率の良い方法を用い最適化過程における最適解の探索の繰返し回数を少なくしたい。この目的のために確率過程モデルによる応答曲面を使った最適化手法を適用する。ここで、確率過程モデルとは関数の振舞いを確率過程により表し、ある点での関数値を推定するものである。

ここで用いる大域的最適化手法は目的関数値を直接用いて探索するのではなく、確率過程モデルから目的関数値を推定しながら最適解の候補となる設計点を探索する。このように応答曲面を利用し目的関数の形状を推測しながら最適化するので、目的関数の評価回数の少ない、効率の良い最適化が行なえる。この最適解の候補の探索には文献 [47] で提案している改善期待関数を用いている。また、ここでは統計解析固有の問題に対応するため、文献 [47] で用いられているモデルの拡張を行なっている。

同じ確率過程モデルを用いた方法として文献 [48] で提案されている方法がある。これは、解の存在しそうな領域にサンプル点を追加することでその領域の応答曲面の精度を向上させ、最適解を得る手法である。しかし、この方法にはいくつかの問題点を指摘することができる。一つは大域応答曲面を確率過程モデルを用いて生成している点である。確率過程モデルでは、その振舞いを決めるパラメータの推定が必要であるが、考慮する空間の次元が上がるほど、またサンプル点の数が増えるほどモデル生成にかかる計算コストが増加する。従って、大域応答曲面にこのモデルを適用するのは実用的ではない。この点で、提案する手法は設計変数空間のみを考慮しており、空間の次元を減らすことができる。また、文献 [48] では最適解の存在する位置の推定方法が十分でなく、精度向上が見込めそうな領域を設計者が逐一指定しなければいけない点も問題である。つまり、アルゴリズムが自動化されてない。こ

れに対して、提案する手法は改善期待関数を用いて自動化を可能にしている。

本章は以下の構成になっている。まず、次の2.2節で確率過程モデルを用いた応答曲面法とこれを用いた大域的最適化手法について述べる。続いて2.3節で歩留まり最適化問題の適用方法について説明する。2.4節でオペアンプに対する歩留まり最適化の実験について述べる。

2.2 確率過程モデルによる応答曲面生成と大域的最適化

提案手法は計算コストを削減するために、設計変数空間に目的関数の応答曲面を描き、目的関数値を推定しながら最適化を行なう。ここで、確率過程モデルについて述べる前に、この目的のために多項式による応答曲面を利用したとしたら、どのような問題点が存在するかを考える。(多項式による応答曲面の生成方法の詳細は付録A.2を参照。) まず、設計変数空間の大きさは変動変数空間のそれと比べて大きく、この空間の関数は簡単な多項式で近似できない可能性がある。特に、計算コストの制限から多項式の次数は2次程度が限度である。したがって、設計変数を含む空間で精度の良い近似を行なうのは難しい。次に、回帰による当てはめを行なうので、サンプルの取り方は実験計画法などを用いてその配置を十分考慮する必要がある。ところで、最適化の過程において、解の存在が見込まれる領域で応答曲面の精度を向上させたい場合がある。しかし、実験計画法に基づいたサンプルの取り方への制約から、特定の領域の精度をあげる目的でサンプル点を動的に追加するという操作は、必ずしも期待通りの成果が得られない。

以上の問題を解決する方法として確率過程モデルを用いた応答曲面法が提案されている [49–51]。この方法は、比較的少ないサンプル数で複雑な曲面の当てはめを行なうことができる。また、動的なサンプルの追加も可能であり、精度をあげたい領域にサンプルを追加することで任意の精度で推定が可能となる。この手法の特徴を一言で言えば、多項式の回帰モデルが「関数の形」を推定するのに対して、確率過程モデルでは「関数のふるまい」を推定する。本研究でも、設計変数空間のような広い空間での関数の当てはめには確率過程モデルを使うことにする。なお、従来の多項式の応答曲面は生成が簡単であるため、局所応答曲面のような狭い領域での当てはめに用いる。

これまでも確率過程モデルを用いた回路定数最適化手法の提案が行なわれてきた [48, 52–55]。Grochらはウィーナー過程によるモデルを提案し回路の最適化を行なっている [52]。Luらは確率過程モデルとしてSchagenのモデル [49] を用い、更に最適化のためのサンプルの追加方法や確率過程モデルのパラメータの推定方法を提案している [53, 54]。先に説明したとおりBernardoらは、Schagenと類似のSacksらによるモデル [50, 51] を用いて、サンプル点を最適点近くに逐次追加することで歩留まり最適化を行なっている [48]。この方法はAslettらによって、出力バッファの設計に用いられている [55]。

このような中で、JonesらはSacksらのモデルを用い、さらに大域的最適化の解の候補を確率的に求め、その点に新たにサンプルを追加していき最適点を求めるという手法を提案した[47]。この方法は効率も良く、しかも最適点の候補を捜し出してサンプルを追加する点で、提案手法の目的とも合致する。そこでこの最適化法を歩留まり最適化問題に適用することにした。以下に簡単にこの手法の説明を行なう。なお、歩留まり最適化問題への適用のため、ここでは文献[47]で用いたモデルの拡張を行なっている。

2.2.1 確率過程モデルによる応答曲面法

k 次元の空間にサンプル点 $\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}$ をとり、それらの点でのシミュレーション結果を $y^{(i)} = y(\mathbf{x}^{(i)})$ とする。ここでモデル式として文献[47]では次のようなものを考えている。

$$y(\mathbf{x}^{(i)}) = \mu + Z(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (2.1)$$

このモデルは、平均 μ とその値からの関数値の残差を x の関数 $Z(\mathbf{x}^{(i)})$ で表している。ここで関数 $Z(\mathbf{x})$ を確率過程モデルで表現することにする。すなわち $Z(\mathbf{x}^{(i)})$ に対して、次の確率的性質を持つと仮定する。

$$Z \sim N(0, \sigma_Z^2) \quad (2.2)$$

$$\text{Corr}[Z(\mathbf{x}^{(i)}), Z(\mathbf{x}^{(j)})] = e^{-d(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)})} \quad (2.3)$$

$$d(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sum_{h=1}^k \theta_h |x_h^{(i)} - x_h^{(j)}|^{q_h} \quad (\theta_h \geq 0, q_h \in [1, 2]) \quad (2.4)$$

式(2.2)は各点における残差項 Z が平均値0、分散 σ_Z^2 の正規分布であることを示す。式(2.3)、(2.4)は、各点間の Z の相関関数を定義している。ここでCorrは2つの確率変数の相関を取るものとする。これらの相関関係の性質は後ほど説明する。

式(2.1)のモデルをそのまま統計解析の結果得られる目的関数に適用するには問題がある。これは、計算機内で統計的な解析を行なう際に不可避な誤差が、目的関数に含まれるためである。式(2.1)にはこのような誤差が考慮されておらず、新たに誤差を表す項の追加が必要である。そこで、用いるモデル式は次式のようなになる。

$$y(\mathbf{x}^{(i)}) = \mu + Z(\mathbf{x}^{(i)}) + \epsilon(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (2.5)$$

式(2.5)で追加された $\epsilon(\mathbf{x})$ が雑音を表す項である。雑音項 $\epsilon(\mathbf{x})$ に対して、次の確率的性質を持つと仮定する。

$$\epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (2.6)$$

$$\text{Corr}[Z(\mathbf{x}^{(i)}), \epsilon(\mathbf{x}^{(j)})] = \text{Corr}[Z(\mathbf{x}^{(i)}), Z(\mathbf{x}^{(j)})] = 0 \quad (2.7)$$

式(2.6)は雑音項が平均値0、分散 σ_ϵ^2 で正規分布をすることを、式(2.7)は ϵ がすべての観測点の Z とも、また他の観測点の ϵ とも相関を持たないことを表す。

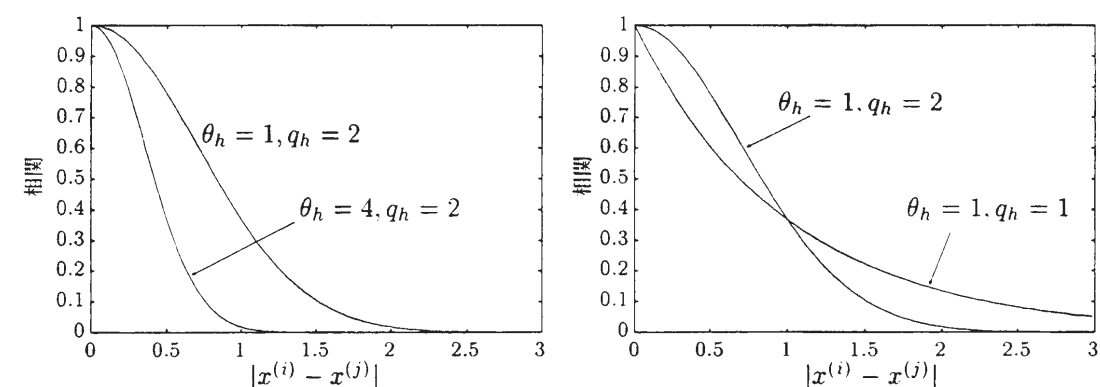


図 2.1: 一次元の場合の Z の相関関数

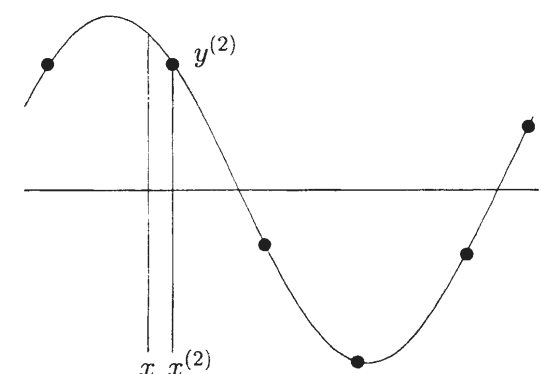


図 2.2: 確率過程モデルの性質

ここで、 Z の確率的性質について説明する。相関関数は式(2.4)による一般化した距離の関数で表されている。ここで図2.1に1次元での相関関数を示す。式(2.4)の距離の関数として相関関数を図示している。ここでは、異なるパラメータ q_h, θ_h において、相関関数の変化を示している。図2.1(左)から分かるように、 θ_h は確率変数 Z の活性をあらわす。つまり θ_h が大きいほど活性が高く、距離に対して相関の減衰が速い。すなわち、観測点から少し遠ざかるだけで無関係に値をとるものと解釈される。つまり、起伏の激しい曲面がこれに相当する。 q_h は曲面の滑らかさを表すパラメータで $q_h = 2$ のときもっとも滑らかな曲面となる。

次に確率過程モデルの直観的な説明を行なう。図2.2にその概念を示す。図中の点 $x^{(2)}$ の近傍の点 x での推定を考える。図からも明らかなように $x^{(2)}$ における値 $y^{(2)}$ は推定した $\hat{\mu}$ から正の方向に離れているため、残差の項 Z は正の値をとる。先ほどの Z の相関関数の性質をから、相関が及ぶ距離にある点は観測点と関連した値の「ふるまい」を見せる。したがって、近傍の点 x の値を考えると $x^{(2)}$ での残差の値同様、正の値を取ることが考えられる。

以上で確率過程モデルの性質の説明を終り、次に観測データとモデルから、ある点でのシミュレーション値の推定方法を説明する。確率過程モデル、式(2.2)～(2.4)が既知であるとして、 \mathbf{x} における関数値の推定値 $y(\mathbf{x})$ を考える。推定方法の詳細は文献[50]に述べられており、ここでは推定式のみを次の式(2.8)で与える¹。

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\mu} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu}) \quad (2.8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} R_{ij} &= \text{Corr}[\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}] \\ r_i &= \text{Corr}[\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(i)}] \\ \mathbf{1} &= (1, 1, \dots, 1)^T \end{aligned}$$

である。また、 $\hat{\mu}$ は $\boldsymbol{\theta}$ 、 \mathbf{q} から求まる μ の推定値であり、具体的な推定法は後で述べる。式(2.8)を見れば、各サンプル点同士の相関、推定する点での相関、データと平均値の残差を考慮して推定していることがわかる。推定値は確率変数より得られた値であるため、推定値も確率変数となりその分散値も計算できる。これは次式のようになる。

$$s^2(\mathbf{x}) = \sigma_z^2 \left[1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} + \frac{(1 - \mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^2}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \right] \quad (2.9)$$

次に、確率過程モデルにおいて、データの確率的な性質をどのように知り得るのかを説明する。言い換えると、このモデル中の μ 、 σ_z 、 σ_ϵ 、 $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)^T$ 、 $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_k)^T$ という $2k+3$ 個の未知のパラメータをどのように求めるかである。ここでは最尤推定法[56]により求めることにする。観測値は確率過程のモデル項 Z と雑音の項 ϵ の和であり、それぞれ正規分布を仮定しているため、観測データも正規分布をとる。

$$\mathbf{y} \sim N(\mu, \sigma_o^2 \mathbf{R}_o) \quad (2.10)$$

$$\sigma_o^2 = \sigma_z^2 + \sigma_\epsilon^2 \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}_o = \frac{1}{\sigma_o^2} (\sigma_z^2 \mathbf{R} + \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}) \quad (2.12)$$

\mathbf{I} は $n \times n$ の単位行列であり、 σ_o 、 \mathbf{R}_o は観測データの分散と相関行列である。したがって尤度関数 L は次式で与えられる。

$$L(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}, \mu, \sigma_o) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\sigma_o^2)^{n/2} |\mathbf{R}_o|^{1/2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)^T \mathbf{R}_o^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\mu)}{2\sigma_o^2} \right] \quad (2.13)$$

μ 、 σ_o は \mathbf{R}_o (すなわち $\boldsymbol{\theta}$ 、 \mathbf{q}) が与えられているとすると、最尤推定により以下のように推定できる。

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \quad (2.14)$$

¹ここで用いているモデルは雑音の項 ϵ が追加されているが、この項は値の推定に影響しないことが確認できる。したがって、文献[50]の推定式をそのまま用いることができる。

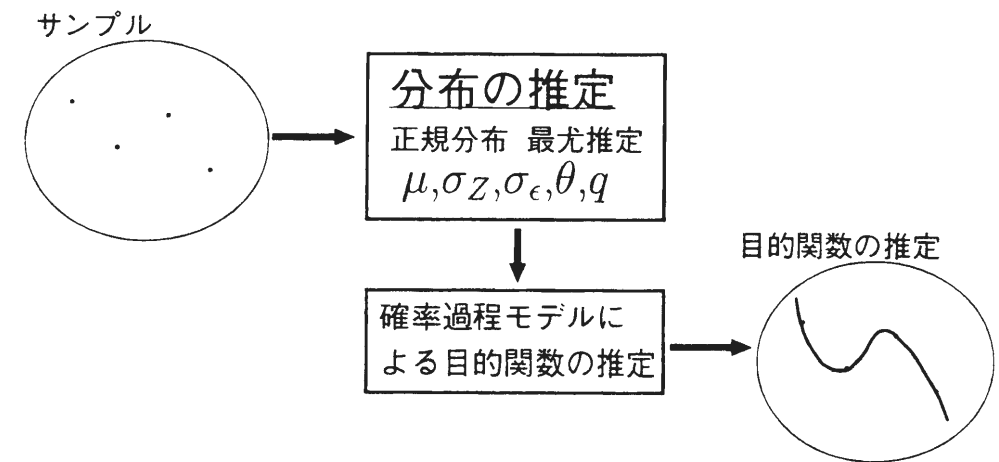


図 2.3: パラメータ、関数値推定手順

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})^T \mathbf{R}_o^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu})}{n} \quad (2.15)$$

そこで、これらの値を μ 、 σ_o として使うことで、式(2.13)は $\boldsymbol{\theta}$ 、 \mathbf{q} の式になる。 $\boldsymbol{\theta}$ 、 \mathbf{q} は式(2.13)を目的関数とする数値的 maximization 問題を解くことにより求めることができる。さらに式(2.13)の \log をとることで最大化問題は次のように表される。

$$\max_{\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q}} -n \log(\hat{\sigma}_o^2) - \log(\det \mathbf{R}_o) \quad (2.16)$$

ここまでのパラメータの推定と関数値の推定の手順を図2.3にまとめる。

なお、パラメータの推定で最も計算コストがかかるのは \mathbf{R}_o の逆行列と行列式の計算である。 \mathbf{R}_o の次元はサンプル数 n で決まるため多くのサンプルをとると計算時間が増加する。また、最適化自体も推定するパラメータの数に依存するので、応答曲面を描く空間の次元 k が増加すると推定の計算コストも増える。

2.2.2 大域的最適化手法

応答曲面を使った最適化手法を説明する。先ほども説明した通り、応答曲面から得られる推定値はばらつきが存在するため、応答曲面から推定値の最小点を探すだけでは不十分である。つまり、精度の向上を行ない推定値の分散を減らすとともに、最適値を見つけなければいけない。このために2つの戦略にそって最適化を行なう。一つは大域的に最小値が存在する確率が高い位置を探索することである。最小値の存在しそうな位置は、応答曲面が最小値であるか、その位置での応答曲面のばらつ

きが大きく不確定要素の多いところである。次の戦略は大域的に見つけた最小値付近で局所的に応答曲面の精度をあげてより良い解を見つけることである。最適化アルゴリズムではこれらの戦略をバランス良くとることで効率的な最適化を目指す必要がある。

上記の目的を達するため最小値の改善の度合を表す指標を作り、これを最大にする点に新たにサンプル点に追加することで、「大域的」、「局所的」の2つの戦略をバランス良く進める手法が文献[47]で提案されている。まず、改善の指標の説明をおこなう。サンプルでの観測値の最小値を f_{\min} とする。点 \mathbf{x} における推定値は確率変数であり、これを Y とすると、この点における改善関数は $I = \max(f_{\min} - Y, 0)$ で与えられる。つまり、 Y が f_{\min} より小さければその差が関数値となり、そうでないなら0となる。 Y は確率変数なのでこの関数の期待値がこの点で期待できる最小値の改善量となる。

$$E[I(\mathbf{x})] = E[\max(f_{\min} - Y, 0)] \quad (2.17)$$

式(2.17)で定義される関数を、改善期待関数と呼ぶことにする。なお、 $Y \sim N(\hat{y}, s^2)$ (\hat{y} は式(2.8)で与えられる推定値)であるから、積分計算をすることで式(2.17)は次のようになる。

$$E[I(\mathbf{x})] = (f_{\min} - \hat{y})\Phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{s}\right) + s\phi\left(\frac{f_{\min} - \hat{y}}{s}\right) \quad (2.18)$$

ここで、 Φ と ϕ はそれぞれ正規分布の分布関数と密度関数である。最小値の改善を最も見込める点は最大化問題 $\max_{\mathbf{x}} E[I(\mathbf{x})]$ により求めることができる。すなわち、この問題の解がサンプル点を追加する点となる。

以上から、最適化のアルゴリズムは次のようになる。

1. 応答曲面を描くためにサンプル点を取り、シミュレーションを行なう。サンプル点のシミュレーション値の最小値を f_{\min} とする。
2. サンプル点とシミュレーション結果を使い、応答曲面モデルを構築する。
3. 2で生成した応答曲面の精度を検証する。十分でないなら停止する。
4. $E[I(\mathbf{x})]$ の最大値 I_{\max} とこれを与える点 x_{\max} を求める。もし $|I_{\max}/f_{\min}| < \epsilon_{\text{tol}}$ ならば停止する (ϵ_{tol} は定数)。最小値は f_{\min} となる。
5. x_{\min} をサンプル点に追加。シミュレーションを追加。 f_{\min} を求め直す。2へ。

以上の手順で困難なのは手順4における最大値を求めるところである。ここで、最適化の評価に用いられる Branin 関数について、あるサンプルにおいて改善期待関数を計算した結果を図2.4に示す。この図から分かるように、ある特定の領域だけ正の値を持ち、それ以外の部分はおよそ0になる。このような関数の最大値を通常最適化手法で求めることはできない。そこで文献[47]では分枝限定法を用いた方法が提案されている。しかし、この手法を試したところ非常に計算コストがかかることが分かった。そこで、ここでは探索空間中にランダムに点を選び改善期待関数を計算し、その中で最大の値を初期値に選び非線形最大化を行なった。この手法によ

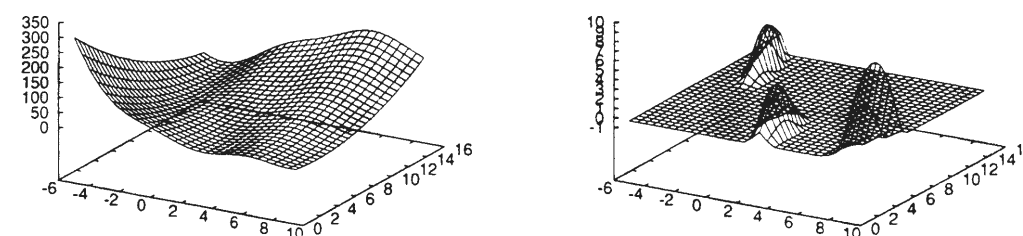


図 2.4: Branin 関数 (左) と改善期待値関数 (右)

ると、SUN Ultra 60 上で数秒程度の時間で最大値が得られる。ただし、こうして得られた解が必ずしも最適値である保証はないので数回同じ過程を繰り返し、得られた最大値の中で最も大きい値を選択した。

2.2.3 確率過程モデルの適用例

最適化の評価関数として有名な Branin 関数 [57] を使い、応答曲面生成とこれを用いた最適化の実験を行なった。Branin 関数は以下の式で表される。

$$F = a(y - bx^2 + cx - d)^2 + h(1 - f) \cos x + h \quad (2.19)$$

$$a = 1, b = 5.14/(4\pi^2), c = 5/\pi, d = 6, h = 10, f = 1/8\pi, x \in [-5, 10], y \in [0, 15]$$

曲面の形状を図2.4(左)に示す。図から分かるように、多項式モデルでは精度の良いあてはめを行なうことができない。

サンプル点はラテン超立方 [7] に従い 21 点とった。生成した応答曲面を図2.5に示す。図2.5(左)に元の曲面と推定した曲面を重ねて示している。両者の誤差はわずかであり、ほぼ一致しているように見える。また、両者の等高線を図2.5(右)に示している。この図からも、推定曲面の精度の良さを見ることができる。生成時間に要した時間は SUN Ultra 60 上で 77 秒、応答曲面の精度を表す R_{PRESS}^2 は 0.9999 であり精度の良いあてはめを行なうことができた。(R_{PRESS} の定義は付録 A.2 を参照。)

次に最適化実験を行なった。今回の手法では乱数を使った探索を用いているので、試行ごとに異なる結果が得られる。実験は 3 回試行し、それらの結果を表 2.1 に示す。いずれの試行も真値に近い値が得られている。

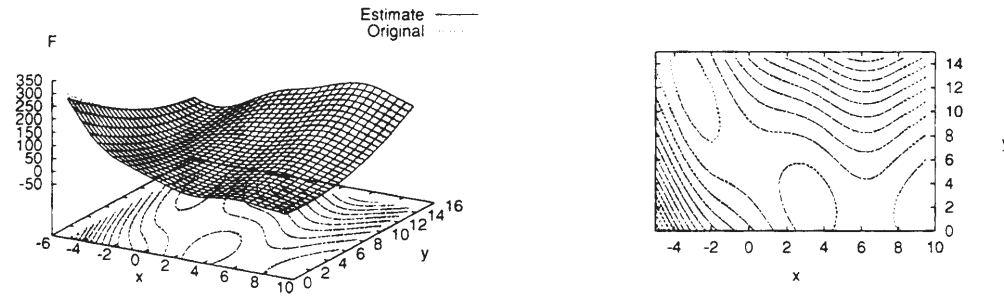


図 2.5: Branin 関数と応答曲面 (左) とその等高線 (右)

表 2.1: Branin 関数の最適化結果

確率過程モデルによる最適化			真値		
x_1	x_2	y	x_1	x_2	y
3.1427	2.3906	0.0113			
3.1299	2.4336	0.0201	3.1416	2.2750	0.0
3.1296	2.4342	0.0203			

2.3 歩留まり最適化手法

ここまでで説明してきた最適化手法の歩留まり最適化問題への適用を考える。そのために、ここでは歩留まり最適化問題の目的関数について説明する。

今回の提案モデルは雑音を考慮しているが、最適化を行なうには目的関数となる歩留まり指標は雑音をなるべく抑えた方が良い。例えば、モンテカルロ解析により得られた歩留まりを目的関数に用いると、推定した歩留まりにばらつきが存在しており、最適化には好ましくない。そこで、ここでは、ばらつきの影響を受けにくい、品質管理の指標である C_p - C_{pk} を元にしたもの [58] を目的関数として用いる。

目的関数の定義は以下の通りである。今、回路特性が n_c 個存在するとして、回路の特性をベクトル $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n_c})$ で表す。 i 番目の特性に対して、歩留まりの指標を以下のように定義する。

$$\Psi_i^U(\mathbf{d}) = (1 - \lambda) \frac{S_i^U - S_i^L}{6\sigma_{c_i}} + \lambda \frac{\frac{S_i^U + S_i^L}{2} - \bar{c}_i}{3\sigma_{c_i}} \quad (2.20)$$

$$\Psi_i^L(\mathbf{d}) = (1 - \lambda) \frac{S_i^U - S_i^L}{6\sigma_{c_i}} + \lambda \frac{\bar{c}_i - \frac{S_i^U + S_i^L}{2}}{3\sigma_{c_i}} \quad (2.21)$$

$$\Psi_i(\mathbf{d}) = \min\{\Psi_i^U(\mathbf{d}), \Psi_i^L(\mathbf{d})\} \quad (2.22)$$

ここで \mathbf{d} は設計変数、 S_i^U 、 S_i^L は i 番目の仕様の上限と下限、 λ は $0 \leq \lambda \leq 1$ なる定数である。式 (2.20)、(2.21) の第1項はばらつき具合に関するものであり、第2項は中心値に関する項である。ばらつき (分散) が小さいほど、平均値が仕様の中心に近いほどこれらの値は大きくなる。すなわち、 $\Psi_i(\mathbf{d})$ の値が大きいほど望ましい回路特性といえる。

n_c 個の仕様全体に対しては、歩留まり指標を次式で定義する。

$$\Psi(\mathbf{d}) = \max_{i=1,2,\dots,n_c} \min_{\mathbf{d}} \{\Psi_i(\mathbf{d})\} \quad (2.23)$$

次に式 (2.20)、(2.21) の計算方法を説明する。計算のためには特性値の平均 \bar{c} と分散 σ_{c_i} が必要である。これらの計算をモンテカルロ解析を通じて行なうと雑音が大きくなる。そこで、各設計点 \mathbf{d} において局所応答曲面を生成し、これを利用する。この局所応答曲面は先に述べた通り多項式によるもので十分表現できる。ここでは、1次の多項式を用いる。平均値 \bar{c} は応答曲面の定数項に等しい。分散は次の公式 (Transmission of Moments Formula) により求めることができる [6]。

$$\sigma_{c_k} = \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \frac{\partial c_k}{\partial p_i} \frac{\partial c_k}{\partial p_j} \text{Cov}(p_i, p_j) \quad (2.24)$$

ここで、Cov は共分散を取る関数とする。また、 p_1, p_2, \dots, p_{n_p} は、ばらつきの元であるプロセスの物理パラメータ (変動変数) とする。この公式は、回路特性の分散を変動変数の共分散で表現するものである。変動変数の共分散は測定より既知であ

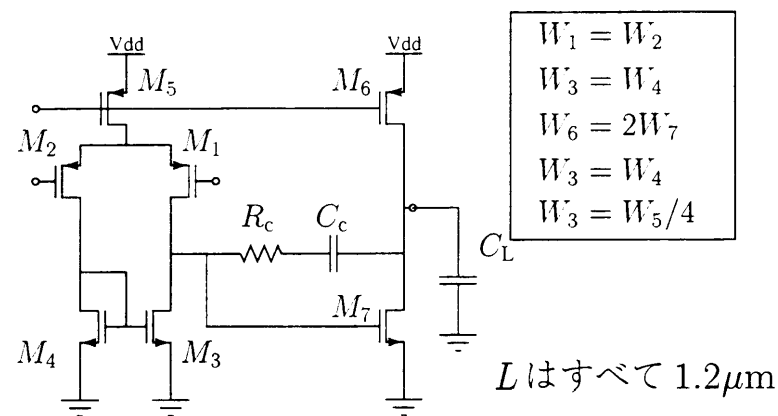


図 2.6: 2 段増幅オペアンプ回路

り、回路特性の変動変数に対する感度 $\partial c_k / \partial p_i$ も局所応答曲面より求めることができるので、回路特性の分散を得ることができる。

以上のように定義される目的関数を用いた場合、計算コストで支配的となる要因をまとめておく。まず、最適化のはじめの段階での確率モデルによる応答曲面の生成では、サンプル点における目的関数の計算とモデルのパラメータ推定に計算コストがかかる。また、最適化の過程における追加サンプルでの目的関数の計算も計算コストの要因となる。ここで、各設計点での目的関数の計算に、1次多項式による局所応答曲面の生成が必要なため、回路シミュレーションを複数回実行する必要がある点に注意する。

2.4 実験

ここでは実験として提案手法をオペアンプに適用する。

使用した回路は2段増幅のオペアンプで、回路図を図2.6に示す。トランジスタ幅の変数名を、図2.6中の素子に割り振った番号に W をつけて定義する。すべてのトランジスタのゲート長は $1.2\mu\text{m}$ で固定する。この回路の設計変数は W_1 , W_5 , W_7 , C_c , R_c である。他の寸法は図2.6中に示した制約条件で決定される。設計変数の定義域を表2.2に示す。これらの変数は、最適化においては -1 から 1 を定義域とする変数へと規格化を行なう。規格化式を表2.2にあわせて示す。また、回路の仕様はスリューレート、直流利得、単位利得周波数、位相余裕に対して表2.3のように定めた。

次に適用するプロセスと変動条件について述べる。適用するプロセスは $0.6\mu\text{m}$ CMOS プロセスで、変動変数にトランジスタのパラメータの ΔL , ΔW , T_{ox} , V_{th} , R_{sh} を選んでいる。それぞれ、実チャンネル長のマスク長からのずれ、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ、酸化膜厚、しきい値電圧、ドレイン・ソースの寄生抵抗

表 2.2: 設計変数の範囲

設計変数	下限	上限	規格化式
W_1 [μm]	20	220	$(W_1 - 120)/100$
W_5 [μm]	4	104	$(W_5 - 54)/50$
W_7 [μm]	50	250	$(W_7 - 150)/100$
C_c [pF]	1	11	$(C_c - 6)/5$
R_c [Ω]	100	1k	$(R_c - 550)/450$

表 2.3: オペアンプの仕様

特性	下限	上限
スリューレート [$\text{V}/\mu\text{s}$]	5.0	10.0
直流利得 [dB]	70.0	80.0
単位利得周波数 [MHz]	10.0	12.0
位相余裕 [$^\circ$]	65.0	70.0

である。

各設計点における目的関数の計算コストは、ほぼ1次の応答曲面モデルの生成に必要な回路シミュレーションで占められる。このシミュレーション回数は変動変数の数に依存する。今回の実験では変動変数がNMOSとPMOS合わせて10個あり、実験計画として直交計画の一種である部分実施の要因計画[59]を適用し、応答曲面の生成に16回のシミュレーションを要した。

最適化は、式(2.23)で表される目的関数の確率過程モデルによる応答曲面の生成から始める。設計変数5個に対して、サンプル点を50個とった。パラメータの推定のために最適化手法としてNelderとMeadによる滑降シプレックス法[60]を用いている。応答曲面の生成時間はシミュレーションにかかる時間に約35分、応答曲面生成にかかる時間が約31分であった。精度は R^2_{PRESS} は0.999であった。この時のパラメータ p , θ の推定値を表2.4に示す。表から分かる通り R_c の θ の値が小さいこ

表 2.4: 確率過程モデルパラメータの推定値

設計変数	q	θ
W_1	1.78	8.66×10^{-02}
W_5	1.43	1.15×10^{-01}
W_7	1.80	1.58×10^{-02}
C_c	1.99	1.09
R_c	1.75	0.34×10^{-06}

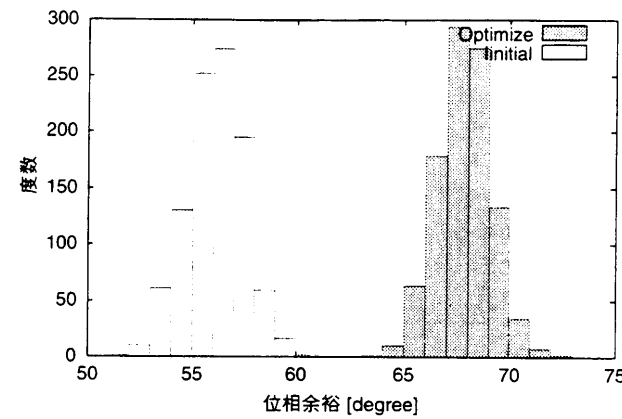


図 2.7: 位相余裕の最適化前と後のヒストグラム

とがわかる。この変数は生成した応答曲面上では特性に影響を与えないパラメータであるため、無視することにする。

次に、得られた確率過程モデルによる応答曲面をもとにして最適化アルゴリズムを適用した。最適化過程で 31 個のサンプルの追加を行ないアルゴリズムは停止した。この過程にかかる時間は約 32 分であった。初めの応答曲面の生成から最適化終了までのすべての過程でかかった時間は 98 分であった。得られた設計変数を使ってモンテカルロ解析を行なった。その結果、概略設計時の歩留まりが 0% であったものが、93.8% になった。この時の位相余裕のヒストグラムを最適化前の概略設計時のものとあわせて図 2.7 に示す。

2.5 まとめ

この章では小規模な回路ブロックの最適化を行なった。用いた手法は確率過程モデルによる最適化手法である。また、階層設計に結びつけるために局所応答曲面を目的関数の計算に用いている点も特徴に挙げられる。

オペアンプの実験で最適化に要した時間はおよそ 100 分程度で、実用的な計算コストで小規模回路の最適化が行なえた。特に第 4 章で提案する設計手法に従うと、回路仕様の変更と最適化の繰返しが想定される。このような場合、初期の応答曲面生成に必要な回路シミュレーション結果はそのまま新たな最適化に利用することができるので、この部分の計算コストは削減できる。すなわち、本論文で提案する階層的設計手法に適した最適化手法であると考えられる。

実用性ならびに階層設計への整合性の観点からは十分であると言えるが、最適化手法にはまだ改善の余地がある。まず、確率過程モデルのパラメータの推定に、最大化手法として滑降シプレックス法を用いている。この方法は、収束性が悪くこの問題に適したより収束性の高い手法を適用すれば計算コストの削減が期待できる。

次に、サンプル点の追加のための改善期待関数の最大化問題の、高速かつ正確な解法が必要である。先にも述べたように、分枝限定法では計算コストがかかり過ぎてしまう。また、現在の乱数を用いた方法では、サンプル追加の点が確率的に決まってしまう一定の最適値に到達しない。したがって、この最大化手法の改良を改善期待関数の形も含めて検討する必要がある。

最適化手法とは別に、歩留まりを表す指標も最適解に大きな影響を及ぼす。今回用いた C_p-C_{pk} をもとにした目的関数は、最適値付近でなだらかな形状をしており、最適化候補となる点が広い範囲に広がっている。これが、サンプル点の追加回数が多くなってしまった原因と考えられる。また、目的関数値と歩留まりが必ずしも一致しない場合があった。よりこの手法に適した目的関数の検討が必要である。

第3章

階層的統計解析

3.1 はじめに

第2章では小規模回路の統計解析と、これを元にした歩留まり最適化手法について述べた。これに対して、この章と続く第4章では大規模回路の統計的解析と最適化に取り組む。まずこの章では、第1章で示した階層モデルを使った統計解析について述べる。この解析は第1章で述べたボトムアップ解析手法である。ここで、大規模化で問題になる統計解析の計算コストの削減を、中間モデルによる統計的パラメータと応答曲面モデル¹を使い実現する。この手法により、システム特性をプロセスの物理パラメータと明示的につなぎ、物理特性によりシステム特性がどのように変化するかを知ることができる。逆に、プロセス側からはシステム歩留まりを得るためのプロセス特性への制約事項を知ることができる。

本章の構成を述べる。まず3.2節で本章で用いる手法の概略について説明する。続く3.3節では階層間をつなぎ統計情報の伝達を担うモデルと伝達方法を説明する。3.4節では、提案手法を使った実験を行なう。実験ではPLLを題材に精度面と計算コスト面を評価する。また、モンテカルロ解析、ワーストケース解析、感度解析への応用も示す。

3.2 大規模回路の統計解析

第2章で述べた方法は、主に小規模な回路ブロックを対象とした解析であり、大規模回路にそのまま適用することはできない。なぜならば、大規模回路をSPICE系のシミュレータにより現実的な計算時間で解析することができないからである。さらに、統計解析は回路シミュレーションを多数実行する必要がある、さらに問題を困難なものにしている。そこで、この問題を解決する方法として、第1章で述べた階層的手法を取り上げる。

¹これらのモデルの詳細は、それぞれ付録A.1, A.2を参照。

階層的統計解析手法は、ばらつきの根本となるプロセス階層の統計情報から、図1.3に示した階層構造の階層間をつなぐことで、システム階層の特性の統計情報を得る。ここで、各階層間の統計情報をつなげる手段は、計算コストが十分小さくなければいけない。この目的のために、中間モデルと応答曲面モデルを用いる。この方法を用いることで、プロセス階層の物理パラメータである ΔL （実チャンネル長のマスク長からのずれ）や T_{ox} （酸化膜厚）などを使って、システム階層の特性を陽的に記述することができ、プロセス階層の統計情報をシステム階層まで伝達することができる。

これまでに、階層構造を使った統計解析手法がいくつか提案されており[37-40]、階層構造を用いた統計解析の実現方法が論じられている。これらの方法はすべてMOSFETのデバイスのモデルパラメータのばらつきモデルを用いて、デバイス階層のばらつきからシステム階層のばらつきを表現していた。しかし、これらは物理パラメータとシステム特性の関係が十分につかめない欠点がある。そこで、この研究では階層構造を更に下へとひろげ、プロセス階層の物理パラメータのばらつきを元にした階層的統計解析の実現を提案する。この方法により、物理パラメータのばらつきがシステム階層の特性にいかに関与しているかを知らることができる。

この章におけるもう一つの目的は、階層的な統計解析手法により、解析精度をどの程度期待できるかを実用的な観点から評価することにある。特に、階層構造における回路階層とシステム階層間の関係付けは言語記述を用いた動作シミュレーションを利用するため、言語記述に用いたモデルの精度を確認することが必要である。評価は、システム全体をSPICE系のシミュレータで解析した結果との比較により行なう。実用的観点から意味のある解析を目指すために、ここでは回路例としてPLL（Phase Locked Loop）を取り上げる。PLLをアナログ記述言語の一つであるVerilog-AMSで記述し、このモデルの統計解析への適合性と実用性を、計算コストと精度の面から評価を行なう。

3.3 階層的統計解析手法

本章で取り扱う階層モデルは、第1章で説明したものである。これを図3.1に再掲する。各階層—プロセス、デバイス、回路、システム—のパラメータは、プロセスレベルの物理パラメータを端緒として変動している。階層的統計解析では最下層のプロセス階層から始めて、隣り合う階層間のパラメータの関係づけを行なう。統計情報はこのように関係づけられた階層間を一つずつ受渡しすることで最上位層まで伝達される。

ここで、階層間で受渡しする統計情報の内容に注意する必要がある。例えば、プロセス階層の物理パラメータから、デバイス階層のモデルパラメータへ統計情報を受渡しする際、特性が最も良くなる場合と、悪くなる場合の2通りパラメータ（ワースト/ベストケースパラメータ）を統計情報とすることがよく行なわれる。しかし、

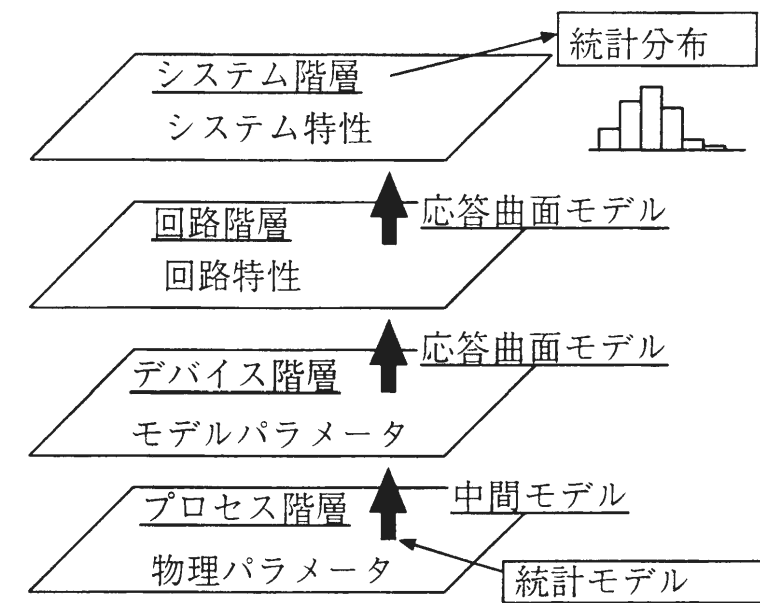


図 3.1: 統計解析における階層構造

この方法で各階層ごとにワースト/ベストケースの解析を繰り返しても、システム階層の特性の正確なワースト/ベストケース値を求めることはできない。なぜなら、受渡しに使われる統計情報には、回路階層における回路ブロック間の相関などの統計情報が途中で抜け落ちており、システム階層まで運ばれる統計情報は現実のばらつきを表すものでなくなっているからである。また、この方法の別の問題として、システム特性がプロセス階層の物理パラメータの変動から受ける影響の大きさを知ることができないことも挙げられる。

以上の考察から、プロセス階層における物理的パラメータの統計的情報を、システム階層まで情報量を落とさず伝達することが、正確な解析を行なうためには重要である。また、こうすることにより、システム階層の特性のばらつきを解析するだけでなく、システム特性が仕様を満たすためのプロセスの制約事項を明らかにすることが可能である。

本研究では、統計情報の受渡しの方法として中間モデルと応答曲面モデルを用いる。中間モデルにより、物理パラメータのばらつき（統計情報）を使ってデバイス階層のモデルパラメータを表現する。応答曲面モデルは、回路階層とシステム階層の特性をそれぞれの1つ下の階層の特性と結びつける目的で用いられる。応答曲面をつなげることで、デバイス階層からシステム階層へと統計情報を橋渡しすることが可能となる。図3.1にこれらのモデルがどのように使われているかを示している。

次に応答曲面をつなぎ合わせることで、いかにして統計解析を行なうかを示す。ここでの応答曲面モデルは多項式によるものを用い、回路特性を物理パラメータの関数で、システム特性を回路特性の関数でそれぞれ表す。応答曲面モデルの多項式としては1次式もしくは2次式を使う。

今、システム中で注目する回路特性をベクトル $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n_c})^T$ で表す。この特性をプロセス階層の物理パラメータ $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{n_p})^T$ の応答曲面モデル $\text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{c}}$ で表す。

$$\begin{aligned} c_i &= \text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{c}}(\mathbf{p}) \\ &= b_0 + \sum_{i=1}^N b_i p_i + (\text{higher order terms}). \end{aligned} \quad (3.1)$$

同様にシステム特性 $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_s})^T$ を \mathbf{c} を使った応答曲面モデル $\text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}}$ で表し、更に式 (3.1) を使うと次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}}(\mathbf{c}) = \text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}}(\text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{c}}(\mathbf{p})) \\ &\equiv \text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{s}}(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (3.2)$$

式 (3.2) の $\text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{s}}$ は物理パラメータとシステム特性をつなぐ応答曲面である。式 (3.2) を使うことで、物理パラメータの統計情報からシステム特性の統計情報を得ることができる。

ここで、システム特性をプロセス階層の物理パラメータで表現する利点を示す応用例として、感度解析を挙げる。感度解析により、物理パラメータがシステム特性へ与える影響の大きさを評価できる。ここでの注意は、互いに相関を持つパラメータに対する感度を比較しても得られる情報は少ないということである。なぜなら、これらの相関を単独に見た場合大きな感度を持っていても、別のパラメータの感度がこれを打ち消すことがあるからである。互いに相関を持たないパラメータに対する感度を計算するために、物理パラメータの主成分分析により得られる相関をもたないパラメータ \mathbf{x} を使って、式 (3.2) を書き直す (付録 A.1 式 (A.1) 参照)。

$$\mathbf{s} = \text{rsm}_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{s}}(U\Lambda^{1/2}\mathbf{x}) \equiv \text{rsm}_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{s}}(\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

ここで、 $\text{rsm}_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{s}}$ は無相関なパラメータ \mathbf{x} とシステム特性 \mathbf{s} をつなぐ関数である。式 (3.3) を用い無相関なパラメータに対するシステム特性の感度解析を行ない、 $\partial s_k / \partial x_i$ を計算する。この結果を用いると物理パラメータのシステム特性に及ぼす影響を調べることができる。このために以下に示す展開を行なう。

$$\frac{\partial s_k}{\partial x_i} = \sum_j \frac{\partial s_k}{\partial p_j} \cdot \frac{\partial p_j}{\partial x_i} \quad (3.4)$$

どの物理パラメータがシステム特性に影響を及ぼすかを知るには以下の手順に従う。

1. 式 (3.4) 左辺の感度解析の結果から、感度の大きい x_i に注目する。
2. 注目する x_i に対して式 (3.4) 右辺の展開を行なう。
3. 展開項の中で大きな値を取る物理パラメータが、システム特性に大きな影響を持つと判断できる。

3.4 実験

以上で述べた階層的統計解析手法の有効性を実験により検証する。まず、3.4.1節で実験で取り上げる PLL 回路の機能記述モデルについて説明する。次に 3.4.2節で機能記述モデルの解析精度の評価を行なう。最後に 3.4.3節で階層的統計解析の実験を行なう。ここでは、実用性の検証のためこれらの解析の計算コストの評価を行なった。また、モデルの精度面の検証も行なうため、システム全体を素子記述し SPICE により解析した結果との比較も行なっている。

なお、この実験では $0.6\mu\text{m}$ CMOS プロセスを用いる。トランジスタのモデルパラメータとして、付録 A.1 で説明した抽出手法により生成した統計的モデルパラメータを用いる。ばらつきの元として考慮する物理パラメータは、実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} 、ドレイン・ソースの寄生抵抗 R_{sh} である。

3.4.1 PLL の機能記述モデル

今回の実験では階層設計の例として PLL を取り上げる。また、ロックアップ時間を解析の対象とした。ロックアップ時間は PLL の出力周波数が 10MHz にロックした状態からステップ状の入力信号の変化に合わせて 50MHz へロックするのにかかる時間とする。

PLL は位相周波数比較器、チャージポンプ、ローパスフィルタ、電圧制御発振器 (Voltage Control Oscillator: 以下 VCO)、分周器からなる。構成を図 3.2 に示す。各ブロックのモデルは Verilog-AMS を使って記述した。以下に各ブロックの機能記述モデルならびに回路特性の抽出方法を説明する。

チャージポンプ回路は、位相周波数比較器から出力される増加あるいは減少信号を入力として、増加信号が入力されているときは電流の吐き出しを、減少信号が入力されているときは吸い込みを行なう。これらの電流値を一定量 I_{cp} としてモデル化する。また、出力端子の電圧がある限界値 V_{lim} を越えると、回路を構成するトランジスタが飽和領域から外れるため、一定電流を供給できなくなる。そこで、チャージポンプの出力端子電圧-出力電流特性は、限界電圧までは一定電流値をとり、その電圧を越えると 0 へと直線的に減少する特性を仮定した。つまり区間線形によりこ

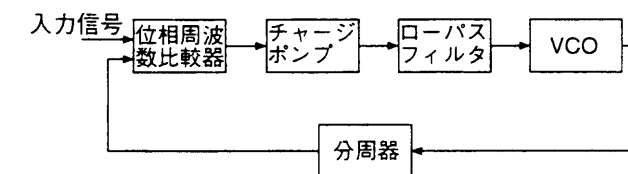


図 3.2: PLL の構成

れを表す。\$I_{cp}\$ と \$V_{lim}\$ が機能記述の回路階層のパラメータとなる。SPICEの直流動作点解析により、これらの値は抽出できる。

VCOは入力電圧により発振周波数が変化する。この変化を直線で近似した。すなわち、このモデルでは直線の傾き（利得）\$K_V\$ が回路階層のパラメータとなる。利得\$K_V\$を抽出するためには、SPICEによる過渡解析が数回必要である。解析結果から、電圧に対する発振周波数の変化を最小二乗法により直線で近似し、\$K_V\$を決定する。

位相比較器は、基準入力信号とPLLの出力信号を入力とし、これらの位相の関係によりチャージポンプ回路に増加、減少信号を出力する。また、分周器は入力信号の周波数を分周する。これらのブロックは論理回路により構成されており、機能は容易に言語記述することができる。さらに非理想的要素として、出力信号の遅延時間、立ち上がり/立ち下がり時間をモデルに追加している。これらの値は過渡解析により抽出することができる。

ローパスフィルタの構成は図3.3に示すとおり、抵抗、容量からなる。このような単純な構造をとるため、今回はローパスフィルタには機能記述を用いなかった。抵抗、容量を、図の通り\$R\$、\$C_1\$、\$C_2\$とし、素子の接続記述を用いてシミュレーションする。3次の極の影響を抑えるため、\$C_2\$は\$C_1\$の10分の1の値に設定する。このため設計に必要な変数は\$R\$と\$C_1\$である。

以上がPLLのモデル化である。ここで、どの回路特性が、システム特性であるロックアップ時間に大きな影響を及ぼすかを調べることにする。この結果を得ることで、影響の小さい回路特性は統計解析の際に無視することができ、計算コストの削減につながる。

制御理論より、PLLの過渡特性に次の2つのパラメータが重要な役割を果たす[61]。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{I_{cp}K_V}{2\pi NC_1}} \equiv \omega(c) \quad (3.5)$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_1 I_{cp} K_V}{2\pi N}} \quad (3.6)$$

これらは、それぞれ自然角周波数、ダンピング係数とよばれる。ロックアップ過程はこれらの値により決まる。式(3.5)、(3.6)には回路特性パラメータ\$K_V\$、\$I_{cp}\$、\$R\$、\$C_1\$が含まれている。そこで、これらのパラメータがロックアップ時間特性において

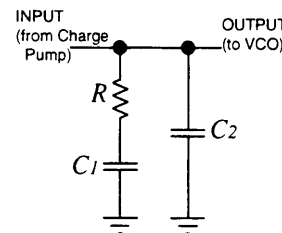


図 3.3: ローパスフィルタ

表 3.1: ロックアップ時間の正規化感度

回路パラメータ	感度	回路パラメータ	感度
チャージポンプ	I_{cp}	位相周波数比較器	delay
	V_{lim}		rise
VCO	K_V		fall
ローパス	R	分周器	delay
フィルタ	C_1		rise
			fall

主たる影響を及ぼすものと考えられる。このことを確認するために、ロックアップ時間の回路特性に対する感度解析を行なう。感度を特性間で比較するには、共通の尺度を用いる必要がある。そこで、次式で定義する正規化感度\$S_{ij}\$を用いることにする。

$$S_{ij} = \frac{\Delta s_i / s_i}{\Delta c_j / c_j} \quad (3.7)$$

式(3.7)の感度解析の結果を表3.1に示す。表3.1より、式(3.5)、(3.6)に含まれるパラメータの感度が高く、その他のパラメータは感度が小さく無視できる。よって、後の実験では、\$K_V\$、\$I_{cp}\$、\$R\$、\$C_1\$のみを回路階層のパラメータとし、統計解析の対象とする。

3.4.2 機能記述モデルの精度

提案する階層的な統計解析手法を検証する前に、アナログ機能記述を用いた階層的なシステム解析の精度を検証する必要がある。そこで、2通りの方法で実行したモンテカルロ解析の結果の比較によりアナログ機能記述モデルの精度を評価する。モンテカルロ解析の一つ目の方法は、Verilog-AMSとSPICEを用いたPLLの階層的解析であり、もう一つはPLL全体のSPICEによる解析である。階層的モンテカルロ解析の手順は以下の通りである。

1. 回路ブロック毎のモンテカルロ解析をSPICEを用いて行なう。ばらつきパラメータとして考慮する\$K_V\$、\$I_{cp}\$、\$R\$、\$C_1\$をサンプルごとに組にして抽出する。
2. 1.で抽出した回路特性パラメータの組を用いて、システム階層でVerilog-AMSによるモンテカルロ解析を行なう。

比較のため、トランジスタのモデルパラメータは、PLL全体のSPICEによるモンテカルロ解析と階層的解析で同じ乱数列を用いることにする。

比較する解析方法の概念を図3.4に示す。図中の(1)がSPICEによる素子記述の解析を、(2)-(3)が階層的な手法を表す。図より両者の誤差は、主にVerilog-AMSによるモデル化の精度に起因することが推測される。

(1)のSPICEを用いた解析は1回あたり30分程度の解析時間を必要とするため、モンテカルロ解析はサンプル数を100回とした。実験結果の散布図を図3.5に示す。いくつかの点を除いては両者は良く一致している。相関係数は0.888であった。

図3.5のいくつかに見られる顕著な誤差の原因を調べるため、例として図中で丸印をしたサンプルをとりあげる。図3.6に、このサンプルのロックイン過程の様子を、2通りの解析、すなわち、Verilog-AMSによる階層的な解析とSPICEによる解析について示した。図は発振周波数の時間的変化を表している。図3.6から明らかなように、Verilog-AMSによる機能記述による方法は、ロックイン過程を良く表している。

誤差の原因は、ロックアップ時間の定義の仕方にある。ここで、ロックアップ時間は、目的のロック周波数に対して1%以内に収まる周波数と定義している。この例では、図3.6における拡大図を見ると、波形の2番目の山がVerilog-AMSによる場合は1%の線を越えているのに対して、SPICEではこの山がわずかにこの線を下回っている。このことが結果としてロックアップ時間の大きな誤差となっている。他のサンプルでも波形を調べたところ、この例のように両解析結果は良く一致していることが確認できた。

以上の議論から、Verilog-AMSを用いた階層的シミュレーションは、ロックイン過程を精度良く表していることが分かった。また、3.4.1節でばらつきの元として選んだ回路特性で、十分にばらつきを表現できることが分かる。

3.4.3 階層的統計解析

階層的解析手法の精度を確認できたので、提案する応答曲面を用いた階層的統計解析手法をPLLに適用する。応答曲面を使って、回路階層、システム階層のパラメータを式(3.1)、(3.2)のように下位階層のパラメータで表す。これにより、システム特性をプロセス階層の物理パラメータの多項式で表現することができる。応答曲面の生成を以下のように行なった。

初めに、各回路ブロックの特性について、プロセス階層の物理パラメータに対する応答曲面を生成する。これらの応答曲面は一次の多項式を用いた。曲面の適合性は重相関係数を用いて確認した。いずれの場合も0.99以上の値を示し精度良い近似ができていたことが分かった。生成した応答曲面の例として、VCOの周波数利得 K_V のものを図3.7に示す。

次に、システム特性であるロックアップ時間の応答曲面を同様に生成する。先に述べた通り、システム特性の応答曲面は I_{cp} 、 K_V 、 R 、 C_1 の関数になる。応答曲面は1次の多項式を用いた。応答曲面の重相関係数は0.968であり、十分な精度であると判断した。図3.8にロックアップ時間の応答曲面を示す。図はVCOの周波数利得 K_V とローパスフィルタの R に対するロックアップ時間の応答曲面である。

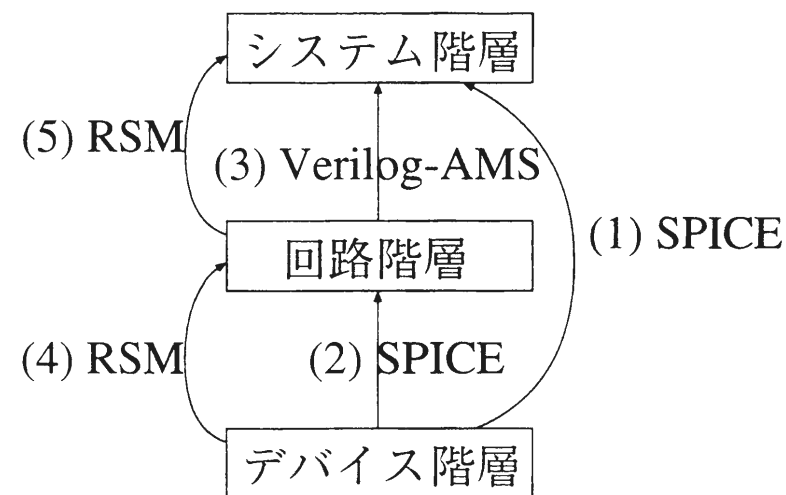


図 3.4: 階層的統計解析手法の比較

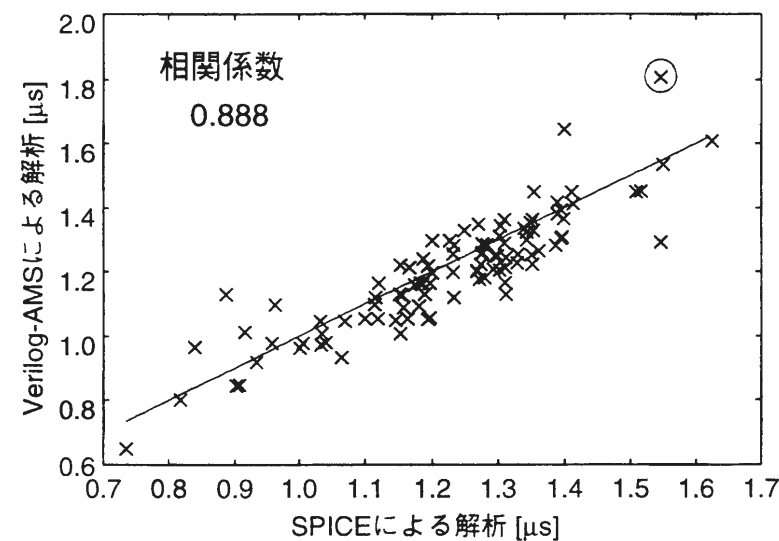


図 3.5: SPICE と Verilog-AMS によるロックアップ時間解析の比較

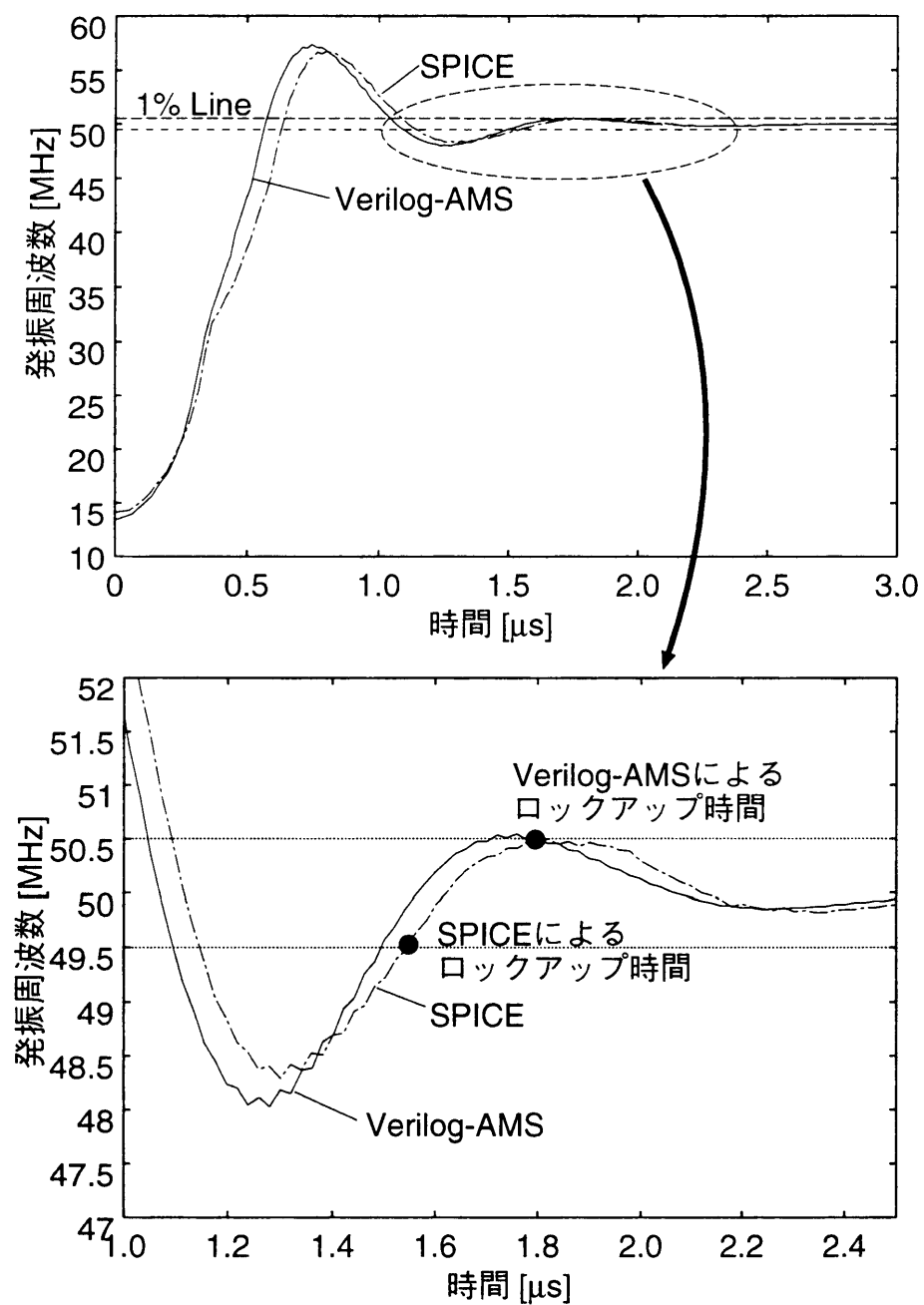


図 3.6: ロックイン過程の波形—SPICEと Verilog-AMSによる (図 3.5 の丸印をした波形に対応)

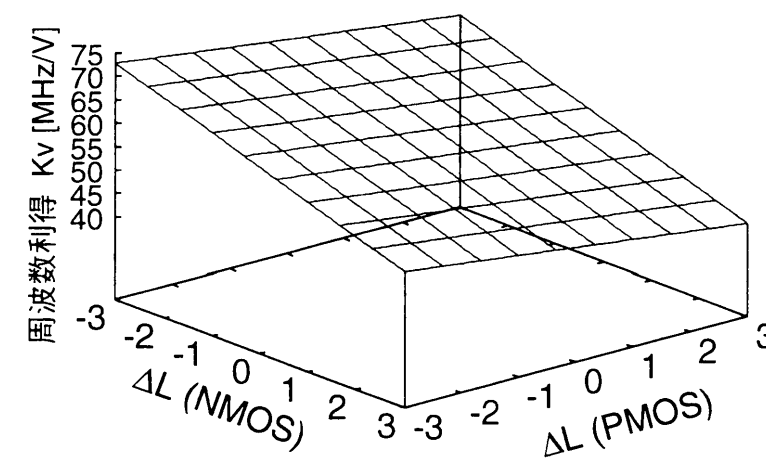


図 3.7: ΔL (NMOS), ΔL (PMOS) に対する VCO の周波数利得 K_V の応答曲面 (物理パラメータはそれぞれの平均と分散で規格化を行なっている)

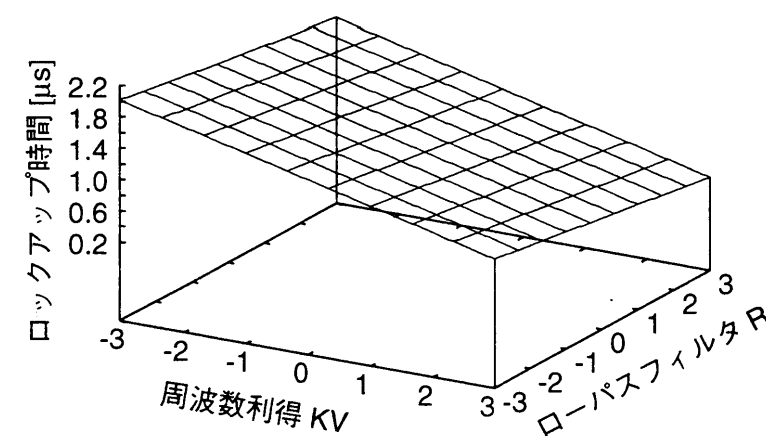


図 3.8: VCO の周波数利得 K_V とローパスフィルタの R に対するロックアップ時間の応答曲面 (K_V と R はそれらの平均と分散で規格化を行なっている)

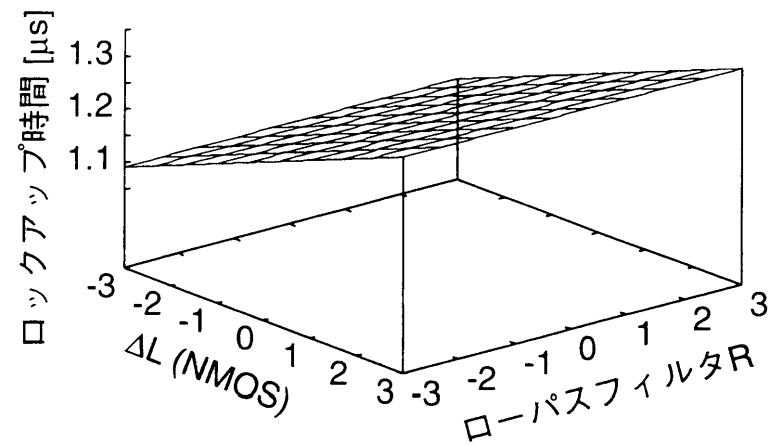


図 3.9: 物理パラメータに対するロックアップ時間の応答曲面（物理パラメータはそれぞれの平均と分散を用いて規格化している）

回路特性の応答曲面とシステム特性の応答曲面をつなぐことで、最終的にロックアップ時間をプロセス階層の物理パラメータで表現できる。図 3.9 に NMOS の ΔL とローパスフィルタの R に対するロックアップ時間の応答曲面を示す。

階層的な統計解析の準備ができたので、次にこれを用いた応用例として、モンテカルロ解析、ワーストケース解析、そして感度解析を行なう。

応答曲面を用いた階層的モンテカルロ解析を行なう。ここでプロセスの物理パラメータは、3.4.2 節のモンテカルロ解析でトランジスタのモデルパラメータに用いたものと同じ乱数列を使う。これは、このモンテカルロ解析（図 3.4 の (4)-(5)）を 3.4.2 節の SPICE による解析（同図 (1)）及び Verilog-AMS を使ったもの（同図 (2)-(3)）と比較するためである。これらの比較をそれぞれ図 3.10 と図 3.11 に散布図で示す。

図 3.10 は Verilog-AMS と提案手法の比較であり、図 3.4 の (2)-(3) と (4)-(5) の比較に相等する。これは、主に提案手法における応答曲面の精度を評価していることになる。先の応答曲面の生成時には、これらの精度は十分であると判定した。しかし、図 3.10 において、両解析結果の差が大きなサンプルが存在する。この誤差の原因は、図 3.6 で示したようなロックイン過程のわずかな差によるロックアップ時間の変化である。このような誤差にも関わらず両者の整合は取れており、相関係数は 0.880 であった。

図 3.11 の PLL 全体の SPICE 解析と提案手法の比較は、この手法の精度を評価するものである。両者の相関係数は 0.858 であり、このことから、応答曲面をつなぎあわせて統計解析を行なう手法は、十分な精度で解析が可能であることが示された。

モンテカルロ解析に関して、最後に計算時間に関する議論を行なう。この実験で PLL 全体を SPICE により解析した場合（図 3.4 の (1)）、一回の解析に約 35 分かかる。サンプル数 100 のモンテカルロ解析では 2 日以上時間がかかり、実用的ではない。これに対して、提案手法（図 3.4 の (4)-(5)）では、30 分程度でモンテカルロ

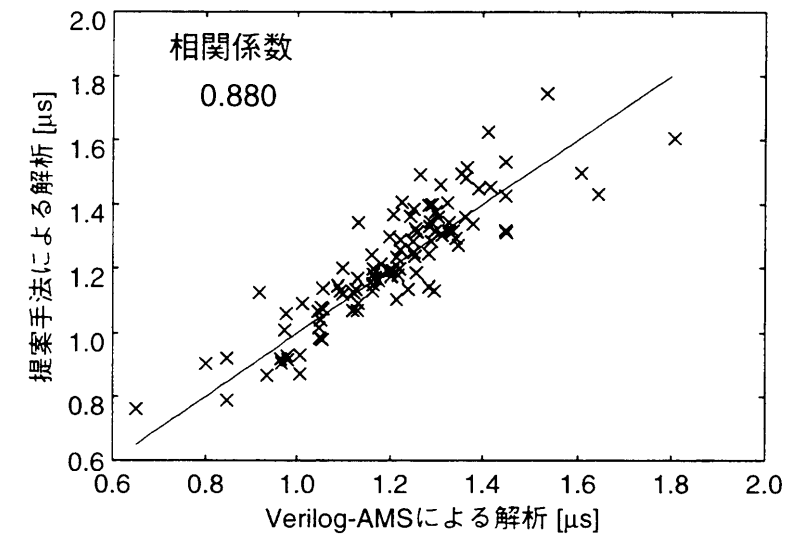


図 3.10: 提案手法と Verilog-AMS によるロックアップ時間の解析の比較

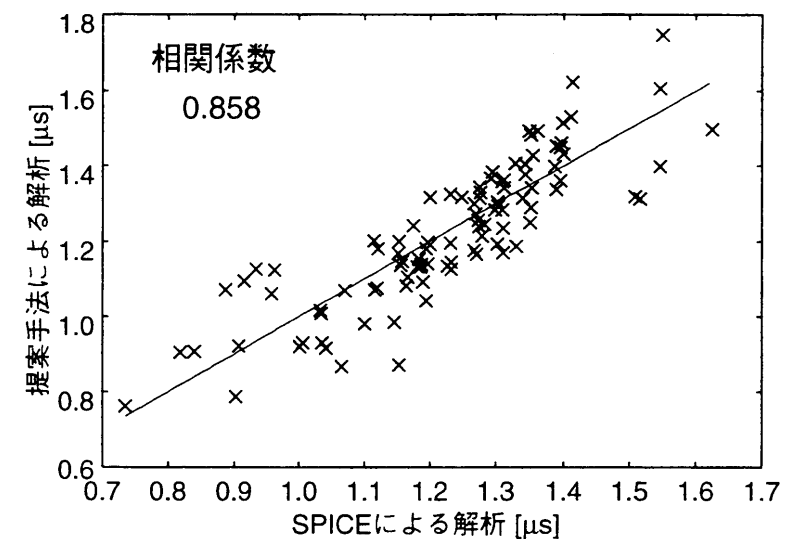


図 3.11: 提案手法と SPICE によるロックアップ時間の解析の比較

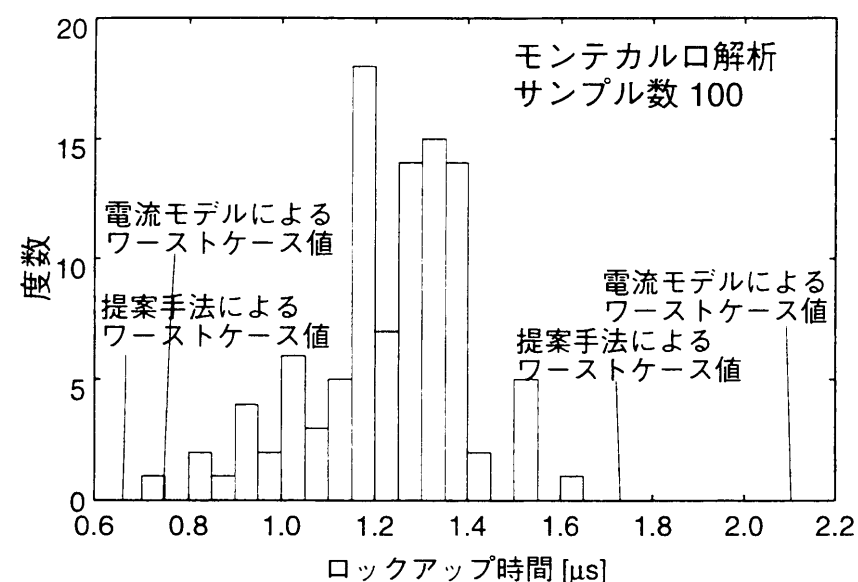


図 3.12: ロックアップ時間のモンテカルロ解析のヒストグラム

解析が実行可能である。提案手法では、ほとんどが応答曲面の生成に必要な回路シミュレーションの時間によって占められており、それ以外の手順にかかる時間は無視できる。例えばシミュレーション結果の抽出は、今回の回路特性ではそのままシミュレーション結果から読み取ることができるので、ほとんど時間を費やさない。また、応答曲面の生成も最小二乗法によっており、ほとんどの場合 0.01 秒程度で生成可能である。これらの結果から、提案手法は、SPICE 系のシミュレーションの 100 倍の速度で解析を行なうことができ、実用的な計算コストで統計解析を実現できる。

2 目目の応用例として、ワーストケース解析について述べる。ワーストケース値を、平均から $\pm 3\sigma$ (σ : 標準偏差) 離れた値と定義する。提案する手法を用い、サンプル数 1000 で行なったモンテカルロ解析から得られるワーストケース値を図 3.12 に「提案手法によるワーストケース値」として示す。図にはシステム全体に対する SPICE によるモンテカルロ解析 (サンプル数 100) のヒストグラムもあわせて示す。SPICE によるモンテカルロ解析はサンプル数が少ないため、ワーストケース値の誤差が大きいと考える。よって、ワーストケース値の比較は行なわないが、ヒストグラムと提案手法によるワーストケース値を比較すると、ワーストケース値がヒストグラムの示す最悪値もしくは最良値付近を指していることが分かる。

次に、提案手法で求めたワーストケース値を従来手法によるワーストケース値と比較する。従来手法のワーストケースとして、電流値のワーストケースを取り上げる。これはトランジスタ電流のばらつきが最大、最小になる場合のトランジスタパラメータをワーストケースパラメータとする。しばしば、このパラメータは回路特性のワーストケースを求めるために用いられる。さらに、ローパスフィルタの R , C_1 は、提案手法による解析の際に仮定したばらつき量をもとに 3σ (σ : 標準偏差) 変

表 3.2: ロックアップ時間のワーストケース値の比較 (単位 [μs])

推定方法	ベストケース	ワーストケース
提案手法	0.66	1.73
電流モデル	0.75	2.10

表 3.3: ロックアップ時間の感度解析 (単位 [ns])

NMOS					
	ΔL	ΔW	T_{ox}	V_{th}	R_{sh}
x_1	-85.7	-9.68	-25.7	8.98	-0.959
x_2	-2.38	31.5	8.01	-7.01	-0.953
x_3	-6.91	-10.6	4.78	-6.42	0.451
PMOS					
	ΔL	ΔW	T_{ox}	V_{th}	R_{sh}
x_1	8.12	-0.895	5.14	-12.2	0.643
x_2	29.9	-0.436	2.16	15.5	2.3
x_3	-25.2	-0.997	-0.562	-7.71	1.69

動した場合の組合せをワーストケースとした。こうして求めた従来手法のワーストケースを図 3.12 の「電流モデルによるワーストケース値」で示す。

従来手法と提案手法のワーストケースの比較の詳細を表 3.2 に示す。この表から分かるように、従来の電流モデルによるワーストケース解析は現実には起こりうるワーストケースからは大きくかけ離れたものとなっている。なぜならば、電流モデルのワーストケースは各回路の真のワーストケースを表現しておらず、これを組み合わせてもシステムのワーストケース値を得ることができないからである。また、仮に各回路ごとに真のワーストケースを求めても、これらの組合せでシステム特性のワーストケースを求めることは、回路特性間の相関を考慮に入れていないため、正確な解析とはならない。このように、正確なワーストケース解析を行なうためには、物理パラメータの統計情報を欠落することなく回路特性の統計情報に盛り込み、これを考慮に入れてシステム階層で解析を行なう必要がある。提案する手法は、少ない計算コストで以上のような解析を実現できる。この例からも、階層的な統計解析手法が有効であることが分かる。

提案手法の最後の応用例として感度解析を取り上げる。ここでは物理パラメータがロックアップ時間に及ぼす影響を解析する。ロックアップ時間を式 (3.3) により無相関パラメータで表し、さらにこれらに対する感度解析を行なった。この感度 $\partial s / \partial x_i$ が大きいものから 3 つを取り出し、式 (3.4) により展開した各項を表 3.3 に示す。

表 3.3 から、NMOS の ΔL が最も大きな影響を及ぼすパラメータであることが分かる。また NMOS の ΔW , T_{ox} , PMOS の ΔL も大きな影響があることが分かる。このことは、次のように説明できる。すなわち、ロックアップ時間は VCO の可能発振

周波数に大きく依存している。このことは、結果としてトランジスタの電流特性の影響に依存することとなり、これに影響を与えるパラメータの感度が大きくなる。

従来の感度解析は、各階層ごとに別個に行なわれてきた。しかし、この方法では物理パラメータのシステム特性に与える影響を明らかにすることはできない。これに対して提案する方法は、階層をわたって統計情報をやりとりするため、物理パラメータを使ってシステム特性を表現することができる。これにより物理パラメータのシステム特性への影響が階層を越えて知ることができる。このことは、プロセス開発の立場で見た場合、プロセスパラメータがシステム特性に及ぼす影響を知ることができ、どのプロセスばらつきを抑えれば良いかの指針が得られる。

3.5 まとめ

この章では、階層構造を使った統計解析の実験を行なった。設計システムを階層的に取り扱い、階層間の統計情報の受渡しには応答曲面を用いることで、実用的な時間で統計解析が適用可能であることを示した。

また、統計解析の例として、PLLのロックアップ時間を実験でとりあげた。PLLを機能記述によりモデル化し、これを使った解析の精度の検証と統計解析への適応性を評価した。その結果、作成したモデルは統計解析に対しても十分な精度があることが分かった。

提案する解析方法の応用例として、モンテカルロ解析、ワーストケース解析、感度解析を取り上げた。これらの実験では、階層間の統計情報をつなげることにより、実際のばらつきを反映した解析を行なうことができた。さらにプロセスの物理パラメータをもとにしたシステム特性の解析ができるため、システム特性が仕様を満たすために必要なプロセスパラメータの条件を知ることが可能である。

第4章

階層的歩留まり最適化手法

4.1 はじめに

この章では、大規模なアナログ集積回路の統計的最適化手法を検討する。本題の最適化に入る前に、ここで簡単にこれまでの章を振り返る。第2章では、小規模なブロック回路を対象に歩留まりを考慮した回路定数最適化を行なった。しかし、この手法をそのまま大規模な回路に適用することは、計算コストの観点から不可能である。そこで、第3章で大規模回路に対する統計解析手法として、階層設計のボトムアップ解析による手法を提案した。この章では、これをさらに発展させ階層的な歩留まり最適化手法を提案する。

従来研究においても、階層的統計解析の手法は種々提案されている[37-40]。しかし、これらの方法は、各階層間の統計的な情報を橋渡しすることでモンテカルロ解析などの統計解析を実現しただけで、回路の最適化設計にまでは至っていない。つまり、統計解析を行なった結果、歩留まりが不十分であることが分かっても、これを改善することができない。この点から、大規模集積回路の統計的設計手法としてはまだまだ不十分である。そこで、本章では第3章の提案手法を元に、これを最適化まで拡張した手法を提案する。

ところでアナログ回路の階層設計における最適化手法として制約生成 (constraint generation) に基づく手法が提案されており、回路設計やレイアウト生成への適用例が報告されている[62-64]。これらの方法は、階層設計を利用したトップダウン設計であり、制約生成の最適化問題により、上位階層から下位階層の特性を満たすべき仕様を与える。しかし、回路設計において提案されている手法は、回路特性のばらつきを考慮に入れておらず、回路特性の統計情報をもとにした仕様生成技術が望まれる。そこで、本章ではこの制約生成による手法に注目し、回路特性のばらつきを考慮した手法へと拡張を試みた。提案手法は、回路特性のばらつきを考慮し、システム特性がばらつきに対して適切な余裕を取れるよう回路仕様を生成する。ここで、回路仕様として取るべき余裕を幾何学的に考え、回路特性空間内での統計的な距離

として表現した。この統計的な距離を表す項を最適化問題に採り入れることで、ばらつきを考慮に入れた仕様生成を実現する。提案手法は、トップダウン、ボトムアップの手法を繰り返して行ない、トップダウン設計フローだけでは実現できないシステム全体の歩留まり最適化を行なうことができる。

本章の構成を述べる。まず4.2節で、第3章の統計解析手法を簡単に振り返るとともに、制約生成問題を階層的設計手法とともに説明し、その問題点を指摘する。4.3節では、問題点に対する解決法として制約生成の歩留まり最適化問題への拡張を提案する。4.4節でPLL (Phase Locked Loop) 回路を取り上げ、歩留まり最適化設計を行なった。最後に4.5節でまとめを行なう。

4.2 階層的設計と制約生成

まず、対象とする設計の階層構造の説明からはじめる。本章においても、第1章で定義した階層構造を用いる。これはこれまでのものと同様ではあるが図4.1に示す。本章ではシステム階層と回路階層の統計情報のやり取りを主に考えるので、図4.1ではデバイス階層以下を省略して3つの階層に分けている。したがって、図4.1の最下層はトランジスタなどのデバイス特性を表すデバイス階層になっている。第1章で説明したように、デバイスのモデルパラメータはプロセス階層の物理パラメータと中間モデルを介して結びつけられている。今、物理パラメータが n_p 個存在するとして、これをベクトル $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_{n_p})^T$ で表す。デバイス階層の上は機能ブロックごとの小規模な回路を表す回路階層であり、ここでは回路の特性がパラメータとなる。この階層の注目する n_c 個の回路特性をベクトル $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n_c})^T$ で表す。最上位階層はシステム階層であり、ここでは回路特性をパラメータにした動作記述によりシステム特性が表される。同様に n_s 個のシステム特性をベクトル $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_s})^T$ で表す。第1章でも述べたように、図4.1において、下向きの矢印が仕様の流れを表しトップダウン設計に対応し、上向きの矢印が回路特性の情報の流れを表しボトムアップの設計に対応している。

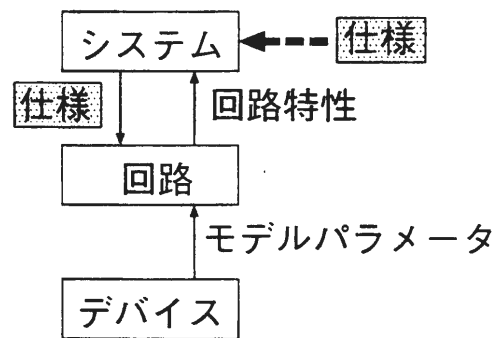


図 4.1: 階層的システム解析

第3章の階層的統計解析では、計算コストの削減のために階層間におけるパラメータ同士の関係のモデル化に応答曲面を用いている。すなわち、デバイス階層から回路階層へのモデル化は応答曲面 $\text{rsm}_{p \rightarrow c_i}$ を用い、回路特性 c_i は

$$c_i = \text{rsm}_{p \rightarrow c_i}(\mathbf{p})$$

と表される。同様に、回路階層からシステム階層へは近似関数 $\text{rsm}_{c \rightarrow s_i}$ により回路特性 s_i は

$$s_i = \text{rsm}_{c \rightarrow s_i}(\mathbf{c})$$

となる。これらの応答曲面を使うことで、ボトムアップの方向に沿って統計解析が可能になる。しかし、もしシステム階層でばらつきに対して十分な歩留まりが得られない場合、これを改善することはできない。そこで歩留まり最適化の実現を考える。ここではボトムアップによる解析結果を受けて、歩留まりを改善するようトップダウンで新しい回路仕様を生成する方法を検討する。

トップダウン設計において最適化設計を行なうにはシステム階層から回路階層に最適な仕様を与える必要がある。ここで、最適な仕様とは、システム階層の仕様を満たす条件のもとで、各回路のコストを最小限におさえるものである。与えられた回路仕様に基づき、回路階層で最適化設計を行なう。

これまで、階層設計を用いたトップダウン最適化設計としては制約生成 (constraint generation) による手法が提案されている [62–64]。回路設計を対象とした手法では、回路階層での仕様の実現の容易さ、困難さをフレキシビリティ関数で表現する [62]。ここで、回路特性 c_i に対してフレキシビリティ関数 flex_{c_i} は次のような性質をもつ関数と定義される。

$$\text{flex}_{c_i}(c_i) = \begin{cases} \text{減少} : c_i \text{ が実現容易な場合} \\ \text{増加} : c_i \text{ が実現困難な場合} \end{cases} \quad (4.1)$$

システム全体のフレキシビリティ関数 flex を以下のように定義する。

$$\text{flex}(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{n_c} w_i \cdot \text{flex}_{c_i}(c_i) \quad (4.2)$$

ここで w_i は各回路のフレキシビリティ関数に付けられる重み係数である。制約生成の問題は以下のような最適化問題で表現される。

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{c}} \text{flex}(\mathbf{c}) \\ & \text{subject to } \text{システム特性が仕様を満たす} \end{aligned} \quad (4.3)$$

文献 [62] では、フレキシビリティ関数において回路ばらつきが考慮されていないため、歩留まりの最適化という点で不十分である。そこで、次の節において、フレキシビリティ関数にばらつきにもとづく項を導入することで、この手法をシステム歩留まりの最適化へ拡張する方法を提案する。

4.3 提案手法

回路変数 $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_{n_c})^T$ の空間を考える．ここで容認領域 \mathcal{A}_c を回路変数空間内でシステム特性が仕様を満たす領域とする．いまシステム特性 $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{n_s})^T$ が \mathbf{c} の応答曲面関数 $\text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}_i}(\mathbf{c})$ で近似されているとすると

$$\mathcal{A}_c = \{\mathbf{c} \mid s_i^L \leq \text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}_i}(\mathbf{c}) \leq s_i^U, i = 1, 2, \dots, n_s\}$$

となる．ここで s_i^L, s_i^U はシステム特性に求められる仕様で，特性の下限と上限とする（片方のみが存在する場合もある）．よって， \mathcal{A}_c の境界は

$$s_i^X = \text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}_i}(\mathbf{c}), i = 1, 2, \dots, n_s, X = L \text{ or } U \quad (4.4)$$

で表される．

プロセスばらつきのため，回路特性は設計値に対してある分布を持つ．この確率密度関数を第1章で定義したように $\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c})$ とする．ここで， \mathbf{d} は各回路のトランジスタサイズなど設計者により設計可能な変数であり，これを設計変数と呼ぶ．第1章で説明したように，確率密度関数 $\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c})$ は \mathbf{d} の関数になっており，回路特性の出現確率が設計変数の値により変化する．回路の出現確率と \mathcal{A}_c の概念図を図4.2に示した．

システム特性の歩留まり Y は次の式で求められる．

$$Y = \int_{\mathcal{A}_c} \text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c}) d\mathbf{c} \quad (4.5)$$

システム設計において，式(4.5)の積分値が1に近い値を持つよう制約生成で回路仕様を決めることが望まれる．つまり，予想される回路ばらつきに対して，システム階層で十分高い歩留まりが得られるよう，回路の仕様値を \mathcal{A}_c の境界から十分余裕をもってとる必要がある．そこで，この余裕を表す指標としてマハラノビスの距離 [65] を取り上げ，これをフレキシビリティ関数に組み込む方法を提案する．

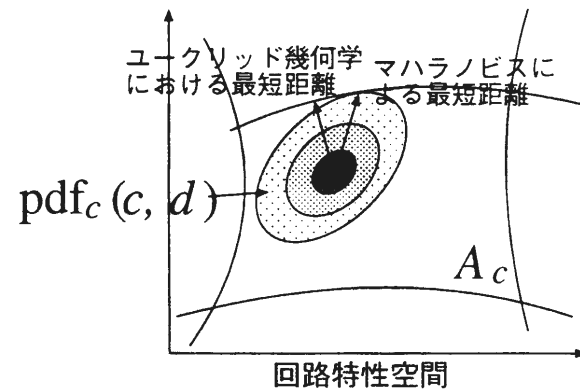


図 4.2: 回路変数空間におけるシステム特性の容認領域 \mathcal{A}_c と回路の出現確率分布

まず，マハラノビスの距離を説明する．確率変数 \mathbf{c} の分布関数として正規分布を仮定すると，確率密度関数 $\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c})$ は

$$\text{pdf}_c(\mathbf{d}, \mathbf{c}) = \frac{1}{(2\pi)^{n_c/2}} \frac{1}{|\mathbf{R}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}})} \quad (4.6)$$

となる．ここで \mathbf{R} は回路変数 \mathbf{c} の分散共分散行列， $\bar{\mathbf{c}}$ は \mathbf{c} の平均である．確率密度関数が式(4.6)で表されているとき，等確率密度面は

$$(\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}}) = \text{constant} \quad (4.7)$$

となり，楕円体となる．

分布の中心から回路空間中の任意の点までの距離を考える．ここで，ユークリッド幾何学的なものではなく，確率密度関数の値をもとにした距離を考える．すなわち，空間内の点 \mathbf{c} と平均 $\bar{\mathbf{c}}$ の距離 d_R を次式で定義する．

$$d_R^2 = (\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{c}-\bar{\mathbf{c}}) \quad (4.8)$$

式(4.8)による距離を，統計学ではマハラノビスの距離と呼ぶ．統計的な解釈では，マハラノビスの距離が近い点ほどその特性を取る回路の出現確率が高くなる．分布の中心から \mathcal{A}_c の境界までのマハラノビスの距離は，最も出現確率の高い点までの距離になる（図4.2参照）．したがって，マハラノビスの距離は，統計的に \mathcal{A}_c の境界までの余裕を測るといふことでの目的にかなっている．

回路仕様に対して最適化により生成される回路の特性分布は，仕様として与えられた値を平均値として正規分布をとると仮定する．つまり，生成する仕様からの距離をマハラノビスの距離で考えることにし，式(4.8)の $\bar{\mathbf{c}}$ を仕様点 \mathbf{c}_{spec} と書くことにする．

ここで，許容領域 \mathcal{A}_c の境界と回路仕様とのマハラノビスの距離を求める問題を定式化する．今，システム特性の容認領域 \mathcal{A}_c の境界は式(4.4)で表される．仕様 \mathbf{c}_{spec} と i 番目の境界とのマハラノビスの距離は以下の最適化問題の解となる．

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{c}} & (\mathbf{c}-\mathbf{c}_{\text{spec}})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{c}-\mathbf{c}_{\text{spec}}) \\ \text{subject to} & s_i^X = \text{rsm}_{\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{s}_i}(\mathbf{c}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

マハラノビスの距離の説明ができたので，ここでばらつきに対する余裕を考慮した仕様生成について説明する．まず， \mathcal{A}_c の境界曲面，式(4.4)と仕様点のマハラノビスの距離のうち最小のもの d_R^{\min} を計算する．次に，この距離が遠いほど値が小さくなる関数の項をフレキシビリティ関数に追加する．つまり，追加する関数はマハラノビスの距離が最も近い仕様制限をなるべく遠くにするという要求を行なう．追加する関数は正規分布の関数を参考に以下のものを提案する．

$$V = e^{-\frac{1}{2}d_R^{\min 2}} \quad (4.10)$$

この項を追加することで、フレキシビリティ関数は次のようになる。

$$\text{flex}(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{n_c} w_i \cdot \text{flex}_{c_i}(c_i) + w_V \cdot V \quad (4.11)$$

ここで w_V は重み係数である。

新たにフレキシビリティ関数に追加した項 V の計算で一つ問題がある。それは、仕様生成の時点では、その仕様から生成される回路特性の分布を知ることはできず、回路特性の分散共分散行列 \mathbf{R} が不明であるということである。そこで、仕様生成の段階で回路特性の分布を見積もる必要がある。ここでは \mathbf{R} として、ある仕様をもとに生成した回路を統計解析して得られるものを使うことにする。当然、仕様生成前の回路と仕様生成後に回路定数最適化で得られる回路では回路の分布は変化する。このため提案する手法では、仕様生成と回路の統計情報の抽出を繰り返すことにより、この分布の差を小さくしていくことで最適な設計へと収束させることにする。この過程は、システム階層と回路階層の間を何回か行き来することになる。すなわち、トップダウンとボトムアップを交互に繰り返すことで所望の回路を得る。

以上をふまえて、提案する最適化手法を提示する。

1. 式 (4.2) を使い、式 (4.3) の制約生成を行なう。なお、これは4.2節で説明した従来手法の制約生成と同じである。これにより、各回路ブロックに対する仕様が与えられる。
2. 前のステップで得られた仕様をもとに、各回路ブロックにて回路定数最適化を行なう。つまり、与えられた仕様を各回路ブロックが満たすように、各回路の設計変数 \mathbf{d} の最適化を行なう。
3. 得られた回路をもとに、各特性の統計情報を抽出する。回路特性 \mathbf{c} の平均 $\bar{\mathbf{c}}$ と各回路特性間の分散共分散行列 \mathbf{R} を計算する。
4. 3で得られた回路特性の統計情報をもとにシステム特性の統計解析を行なう。この3から4までの解析は第3章で述べたボトムアップによる統計解析である。
5. あらたに制約（仕様）生成を行なう。このとき目的関数は式 (4.11) を使う。3で得られた分散共分散行列 \mathbf{R} を、式 (4.11) で必要なマハラノビスの距離の計算に使う。
6. 得られた回路仕様が前回のものに対して更新されていなければ停止。そうでないなら2へ。ここで、2の定数最適化は5で得られた仕様を満たすように行なわれる。これに加えて、3で計算した各特性の標準偏差の ± 3 倍を各回路の許容ばらつきとする。つまり、ここでの定数最適化は統計的歩留まり最適化である。

以上の最適化手順の概念を図 4.3 に示し、この図を使って手順の詳細な説明を行なう。図は、回路特性空間を示している。また、各回路特性は空間中の左下方向が実現の容易さ度合いが高いことを仮定している。つまり、この方向へ行くほどフレキシビリティ関数の値が小さくなる。

手順1を行なうことで、ばらつきを考慮しない制約（仕様）生成を行なう。ばらつきのための余裕を取らないので、生成される制約（仕様）はシステム特性の容認領域

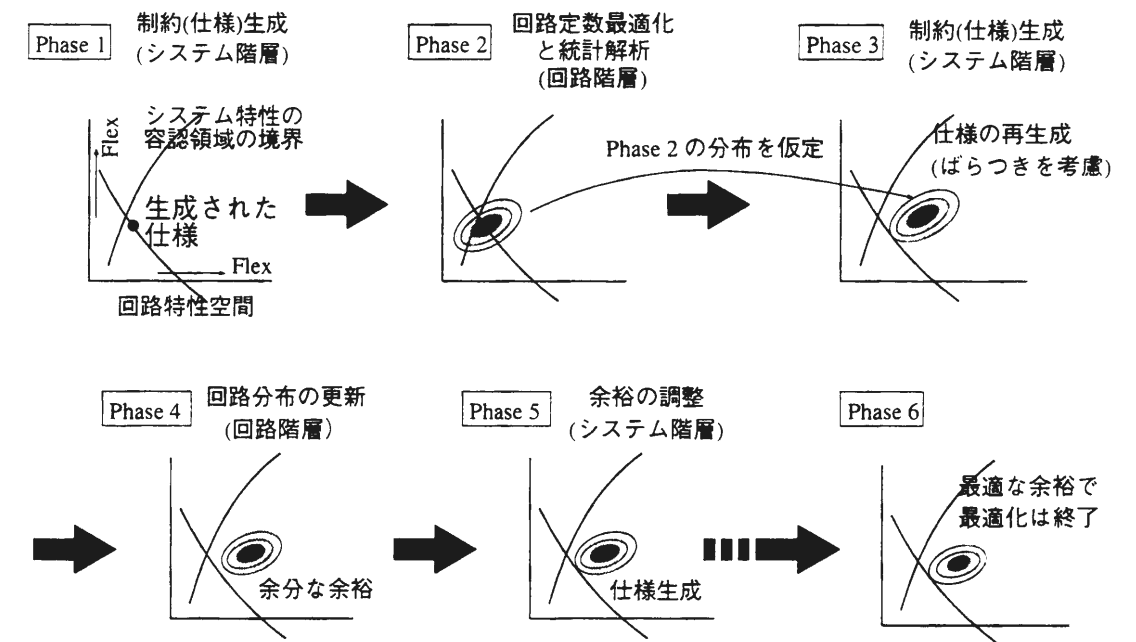


図 4.3: 最適化プロセスの概念図

A_c の境界に落ち着く (図 4.3, Phase 1)。手順2で、それぞれの回路ブロックに与えられた制約（仕様）に対して、回路定数最適化を行なう。次に手順3, 4において、回路ブロックの特性の分布とシステム特性の歩留まりが計算される。回路定数最適化における仕様はばらつきを考慮に入れていないため、ここでの最適化結果の歩留まりは低いものとなる (図 4.3, Phase 2)。さらに、回路特性の分布が次のステップでも手順3で求めたものと変わらないという仮定のもとで、手順5のばらつきを考慮に入れた制約（仕様）生成を行なう (図 4.3, Phase 3)。再び手順2に戻り、回路定数歩留まり最適化を行なう。更に、回路ブロックの分布を計算し (手順3)、新しい回路ブロックの統計情報を得る。この手順は、手順5で予想した回路特性分布を更新することから回路分布の更新と呼ぶことにする。図 4.3 に示した例では、回路分布の更新により前回の仕様生成は余裕の取り過ぎであることが分かった (Phase 4)。そこで、この余分な余裕を取り除くためにさらに制約（仕様）生成を行なう。この操作を余裕の調整と呼ぶことにする。何回か回路分布の更新と余裕の調整を繰り返すことにより、システムは十分な歩留まりと適度な余裕をもつ設計に落ち着くはずである (図 4.3, Phase 6)。

本章の最後に、回路の歩留まり最適化について述べる。回路階層の歩留まり最適化手法については第2章で議論した。ここでの最適化の目的関数は、第2章同様、Aftabらによって定式化された $C_p - C_{pk}$ という品質管理の指標をもとにしたもの [58] を用いている。この目的関数を用いると、最適化は回路特性の平均値を仕様の中心に置くと同時に、分散値も抑えることができる。

4.4 実験

ここで、提案手法の有効性を確認するため PLL (Phase Locked Loop) をとりあげ、ロックアップ時間の最適化を行なった。ロックアップ時間は、入力周波数の変化に対し PLL の出力周波数が 10MHz から 50MHz へロックするのにかかる時間とする。PLL は第 3 章の実験で用いたものと同じものを用いる。すなわち、位相周波数比較器、チャージポンプ、ローパスフィルタ、電圧制御発振器 (Voltage Control Oscillator: 以下 VCO)、分周器からなる。システムの機能記述モデルもやはり第 3 章で用いたものと同じものを用いた。機能記述には Verilog-AMS を用いた。

なお、この実験では 0.6 μ m CMOS プロセスを用いる。トランジスタのモデルパラメータとして、付録 A.1 で説明した抽出手法により生成した統計的パラメータを用いる。ばらつきの元として考慮する物理パラメータは、実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} 、ドレイン・ソースの寄生抵抗 R_{sh} である。

まず、PLL に対して制約生成問題の定式化を行なう。第 3 章でも述べたように PLL の過渡特性には以下のパラメータが重要な役割を果たす。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{I_{cp}K_V}{2\pi NC_1}} \equiv \omega(c) \quad (4.12)$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_1 I_{cp} K_V}{2\pi N}} \quad (4.13)$$

これらは、それぞれ自然角周波数、ダンピング係数 [61] と呼ばれる。ここで、 K_V は VCO の周波数利得、 I_{cp} はチャージポンプの吐き出し、吸い込み電流、 C_1 、 R はローパスフィルタの容量値と抵抗値、 N は分周器の分周比である。第 3 章の実験により、ロックアップ過程は自然角周波数、ダンピング係数により決まり、回路特性 c として式 (4.12)、(4.13) 中の K_V 、 I_{cp} 、 C_1 、 R を選べば良いことが分かっている。また、ダンピング係数は系の安定性から設計値として 0.8 をとることとする。ここでは、ダンピング係数の値を固定して、 ω_n の応答曲面を描くことから定式化をはじめ。

$$t_{lock} = \text{rsm}_s(\omega_n) \quad (4.14)$$

ロックアップ時間 t_{lock} を自然角周波数 ω_n の一次式であてはめた結果、重相関係数が 0.946 となり、十分な精度で表すことができた。よって、式 (4.3) の制約条件はロックアップ時間の仕様を t_{locksp} とすると、以下のようになる。

$$t_{locksp} \geq t_{lock} = \text{rsm}_s(\omega_n) = \text{rsm}_s(\omega(c)) \quad (4.15)$$

実験ではロックアップタイムの仕様を $t_{locksp} = 10.0\mu\text{s}$ とする。さらに、先ほどのダンピング係数に対する設定があるので、もうひとつの制約条件が加わる。

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_1 I_{cp} K_V}{2\pi N}} = 0.8 \quad (4.16)$$

表 4.1: 各回路の制約上限

回路特性	上限
I_{ch}	150 μ A
K_V	70MHz/V
C_1	700pF
R	1.1k Ω

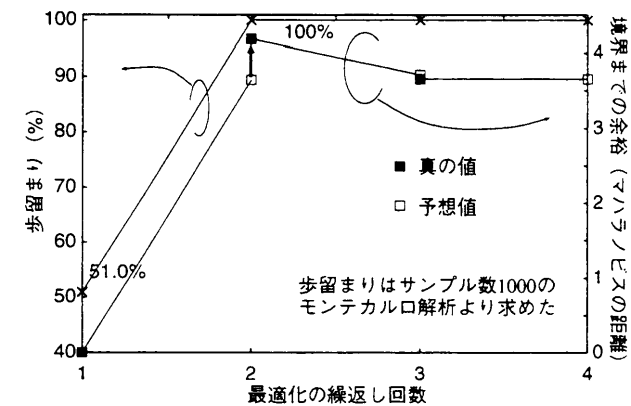


図 4.4: 最適化による歩留まり向上とばらつきに対する余裕

式 (4.3) の制約条件が定式化できたので、次は目的関数を考える。各回路のフレキシビリティ関数は以下のものを用いた。

$$\text{flex}_{c_i} = e^{a^U(c_i - c_i^U)} \quad (4.17)$$

式 (4.17) は、各回路実現の容易さの上限 c_i^U を設け、これらの値を越えると増加傾向が強くなる関数である。 a^U を大きくすることにより、すりばちの形状がより急峻になる。各回路の c_i^U を表 4.1 にまとめる。

以上の目的関数と制約条件を元に提案手法を適用した。仕様生成と回路最適化の繰返しは 4 回目の制約生成で設計定数の変化がなく停止した。

提案アルゴリズムにより歩留まりの向上がどのように行なわれたかを図 4.4 に示す。また、生成制約 (仕様) からシステム特性の容認領域の境界までのマハラノビスの距離もあわせて示す。先に述べたように、回路定数歩留まり最適化後の回路分布の更新により正確な距離を知ることができる。そこで、各繰返しにおいて更新前の予想値と、更新後の実際の距離を、それぞれ図中の「予想値」と「真の値」で示した。「予想値」と「真の値」はそれぞれ図 4.3 の Phase 3 と Phase 4 で測る余裕に相当している。また、図 4.4 での余裕の予想値と真の値の差が、回路分布の更新量に相当する。この図を、歩留まりの改善と余裕の調整の 2 つの面から考察する。

まず、歩留まりの改善から述べる。提案アルゴリズムでは、1 回目の制約生成は回路のばらつきを考慮しないものからはじめる。すなわち、フレキシビリティ関数を

式(4.2)とした従来手法の制約生成である。そのため、1回目の制約(仕様)生成、回路定数最適化では51.0%と十分な歩留まりが得られていない。続く2回目以降は制約(仕様)生成において手順5を行なうため、ばらつきのための余裕を見込んだ仕様生成を行なう。このため、2回目以降は100%の歩留まりに到達している。

次に4.3節で述べた、余裕の調整について見ていく。図4.4からも明らかなように、歩留まりが100%に到達した後でも余裕の調整は続いている。つまり、回路分布の更新と余裕の調整の繰返し過程が続く。このため、歩留まりが100%に到達していても最適化過程は終了しない。図4.4で2回目の繰返しを見ると、大きな回路分布の更新が起こっている。このことは、続く制約(仕様)生成において、更新した分布を用いてより少ないコストによる回路の生成の可能性を示唆している。すなわち、回路分布の更新により明らかになった過剰な余裕を、余裕の調整により、より少ないコストのシステムの実現に結びつける。実際、3回目の繰返しで制約(仕様)生成を実行し、より少ないコストの仕様を実現したことを確認できた。

なお、歩留まりの改善が急激に100%にまで上昇しその後変化が見られないのは、この手法では良く見られる経過である。このことは、最適化の過程において、回路分布の更新で特性分布に大きな変化が現れないことを意味する。歩留まりの変化は見られないが、何も行なわれていないのではなく、各繰返しにおいて仕様の生成と回路階層での回路定数歩留まり最適化を行ない、より少ないコストへと最適化を進めている。

最適化の1回目と4回目のVerilog-AMSで計算したロックアップ時間の分布のヒストグラムを、それぞれ従来手法の制約生成¹と提案手法として図4.5に示す。また、分布の平均と標準偏差の比較を表4.2に示す。これらから、従来手法では平均の値 $9.53\mu\text{s}$ はロックアップ時間の仕様 $10\mu\text{s}$ 以内に入っているが、ばらつきを考慮した場合歩留まりが不十分であることが分かる。これに対して提案手法ではばらつきを考慮した最適化が行なわれていることが分かる。

最後に、最適化過程における平均と標準偏差の変化の様子を図4.6に示す。最終的に得られた特性の平均は仕様値からおよそ標準偏差の3倍離れていることがわかる。このことから、ばらつきに対し適切な余裕をとった設計であることが確認できる。平均値は2回目の繰返し時に最速となる。しかし、この特性は過剰な性能であり、3回目以降、この過剰な性能が余裕の調整により減少していく過程が図から見る事ができる。また、標準偏差の値も減少していることがわかる。これは、2回目の繰返し以降、回路定数歩留まり最適化により標準偏差(ばらつき)の小さい回路へ最適化しているためである。

¹1回目の制約(仕様)生成は従来手法の制約生成であることに由来している。

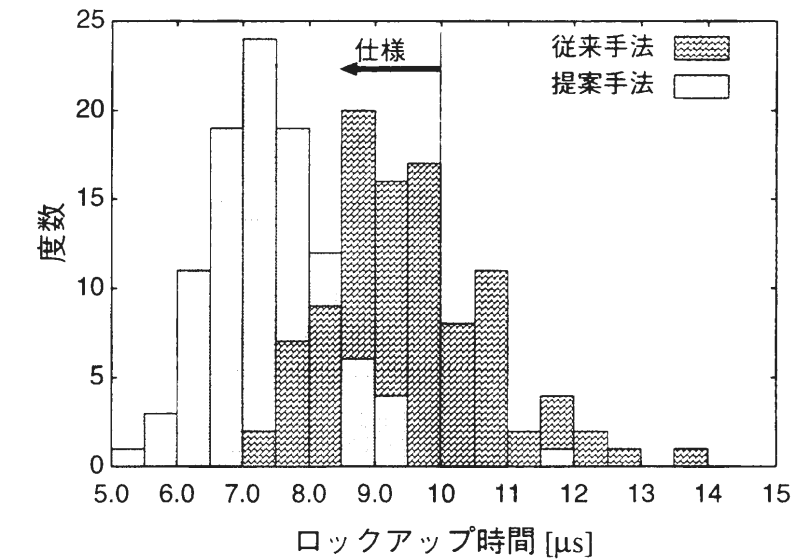


図 4.5: ロックアップ時間のヒストグラム—提案手法と従来手法の比較

表 4.2: 従来手法と提案手法のロックアップ時間の平均と標準偏差 (Verilog-A によるモンテカルロ)

	平均 [μs]	標準偏差 [μs]
従来手法	9.53	1.24
提案手法	7.38	0.930

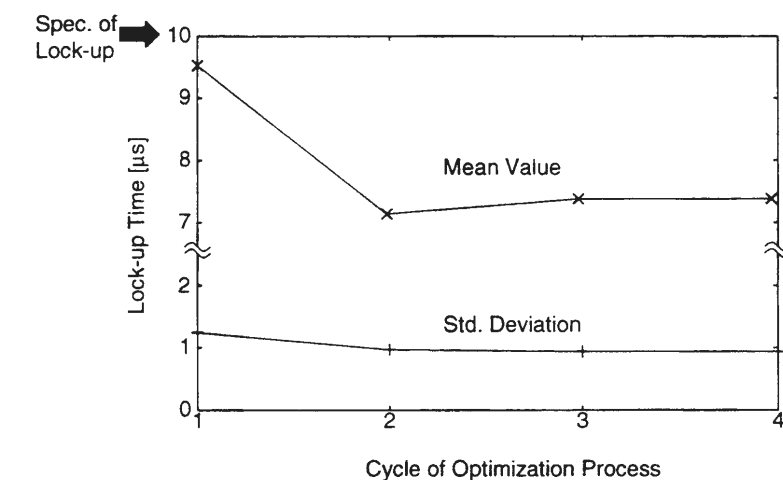


図 4.6: 最適化過程におけるロックアップ時間の平均、標準偏差の変化

4.5 まとめ

本章では、大規模なアナログ回路を対象に階層設計手法を利用した歩留まり最適化手法を提案した。トップダウン設計において制約生成を適用し、システムの構成回路に対して仕様を与える。提案手法では、制約生成において各回路に対するコストの他に、歩留まりに対する余裕を考慮できるため、システム特性の歩留まりの向上が実現できる。

第5章

ベクトル合成モデルによる統計的遅延解析

5.1 はじめに

これまでの章でアナログ回路の統計的な解析を取り扱ってきた。この章からは、これまでの手法を踏まえてデジタル回路を取り扱うことにする。

近年のプロセスばらつきの問題はデジタル回路においても重要な問題となっている。例えば、重要な特性であるゲートの遅延時間も、プロセスばらつきに起因しばらついており、これを考慮しなければ目標とする動作周波数で動作しなくなり、結果として歩留まり低下をもたらす。そこで、ここでは、デジタル回路において特に重要な特性である遅延時間の解析を取り扱う。

まず、従来手法による解析について述べその問題点を明らかにする。従来、ばらつきを考慮した解析方法としてモンテカルロ解析 [6] がある。これは、変動の要因となる物理特性の統計的分布をもとにシミュレーションモデルパラメータを変化させ、シミュレーションを行なう。実際の物理特性の分布特性（分散、相関）を正確に反映したシミュレーションが行なえる反面シミュレーションコストが重要な問題になる。つまり、モンテカルロ解析の精度はシミュレーション回数に依存し、十分な精度の解析を行なうには少なくとも 100~1000 回のシミュレーションが必要である。従って、回路シミュレーションを使ってこの手法を適用することは、実用上不可能である。

このような問題からより少ないシミュレーションコストによる方法が検討されてきた [6, 11, 45, 66]。簡便であるという理由から一般的によく用いられる方法に、ワーストケース解析（コーナ解析）がある。この方法はトランジスタの電流特性をもとに遅延時間の「速い」、「遅い」の二通りの場合を決定し、回路シミュレータのモデルパラメータ（ワーストケースパラメータ）として用意しておくものである。それぞれのパラメータにおけるシミュレーション結果を最悪のケースとしてばらつきを推定する。以下、この手法は電流特性を元にしたモデルを用いることから、電流特性のワーストケース解析と呼ぶことにする。

実際の製造の現場においてはこの方法が良く用いられるにもかかわらず、ワース

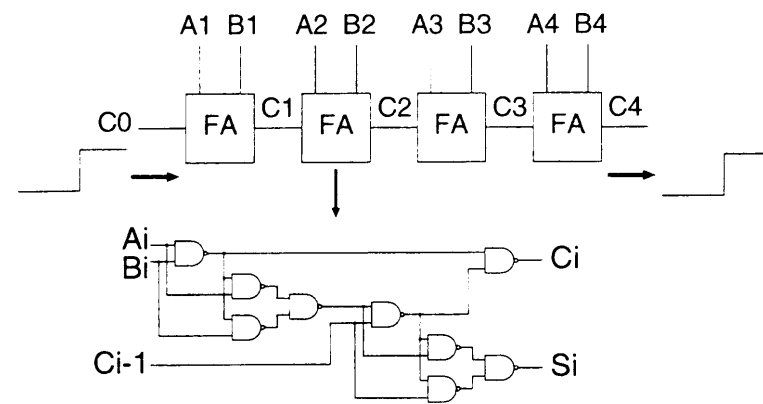


図 5.1: 4bit 加算回路

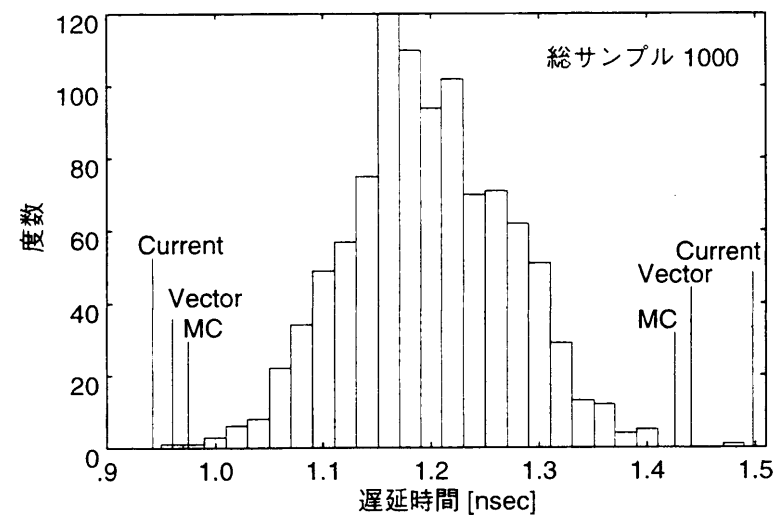


図 5.2: 4bit 加算回路の遅延時間の分布とワーストケース値

トケース解析は、モンテカルロ解析で得られるばらつき量と比較して精度が悪い。ここでこの手法の解析例を通してこの方法の問題点を確認し、本章において取り組むべき課題を明確にする。

例として図 5.1 に示した 4bit 加算回路の桁上げ信号の遅延時間を取り上げ、ワーストケース解析およびサンプル数 1000 のモンテカルロ解析を適用した例を図 5.2 に示す。図 5.2 にはモンテカルロ解析を適用し平均から標準偏差の 3 倍の位置を「MC」、電流特性のワーストケース解析の結果を「Current」としている。モンテカルロ解析から求められるワーストケース値と電流特性によるそれとの間に差があることがわかる。モンテカルロ解析の結果はサンプル数からも精度的に十分と考えられるので、電流特性のワーストケース解析に精度の問題があることになる。

この問題の原因はワーストケースパラメータが経路の遅延のワーストケースを十

分に表していない点にある。このことは単独のセルの遅延のワーストケースが経路のワーストケースにはならないことを意味している。つまり信号経路中に立ち上がり、立ち下がりが混在する場合のワーストケースを、従来手法の PMOS と NMOS の電流特性のワーストケースの単純な組合せでは表現できないのである。このことから、経路のワーストケースを正確に求める方法が必要である。

以上より本章の目的は、この従来手法の精度の問題点を克服し、少ないシミュレーションコストで正確に遅延時間の統計解析を行なうことにある。具体的には、セルの遅延特性とトランジスタの電流特性の関連から、ばらつきの原因となる物理パラメータと遅延量を結びつける簡潔な遅延特性モデル（ベクトル合成モデル）を提案し、このモデルを使って遅延時間の統計的分布を求める。

本章の構成を述べる。5.2 節ではワーストケースを決定する 1 次係数ベクトルという概念を導入する。5.3 節では 1 段構成のセルの遅延時間がトランジスタの電流特性に影響を受けることから 1 次係数ベクトルに共通な性質を仮定として導く。5.4 節では経路の遅延を 1 次係数ベクトルの合成で表現するベクトル合成モデルを提案する。5.5 節では以上で述べた理論に対する検証ならびに従来手法の電流特性によるワーストケース解析の誤差を定量的に評価する。

5.2 ワーストケース解析と 1 次係数ベクトル

ワーストケースを見出す手法については種々の方法が提案されている。ここでは、文献 [11] により提案されている、プロセスばらつきを統計的分布にもとづき現実に起こりうる可能性を考慮したワーストケース抽出手法を用いることにする。

まずプロセスの変動のもととなる物理量—例えば実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、酸化膜厚 T_{ox} など—を変動変数と定義し、これを n 次元変動変数空間中のベクトル $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T$ で表す。また、変動変数の分布関数（確率密度関数）を既知のものとし $\text{pdf}(\mathbf{p})$ とする。回路の入力から出力までの遅延時間 t_d を、変動変数の関数と仮定して、応答曲面により近似することを考える。応答曲面関数を rsm とすると、

$$t_d = \text{rsm}(\mathbf{p}). \quad (5.1)$$

式 (5.1) の応答曲面をもとに、回路特性の平均値 μ_{t_d} 、標準偏差 σ_{t_d} を求める。これらはモンテカルロ解析を行なうことで得ることができる。ここで、 $\text{pdf}(\mathbf{p})$ をもとに、式 (5.1) を使って遅延値を得ることができるので、モンテカルロ解析はシミュレーションコストを費やさずに計算できる。

ワーストケース値 t_d^{wc} は以下のように書ける。

$$t_d^{wc} = \mu_{t_d} + wk\sigma_{t_d} \quad (5.2)$$

ここで、 w は遅延量が最も大きい（遅い）場合 $+1$ 、最も少ない（速い）場合 -1 をとる。また、 k はワーストケースの平均値 μ_{t_d} からの距離を標準偏差 σ_{t_d} を基準に表

す。例えば、正規分布を仮定した場合 $k = 3$ で約 99.7% の出現確率を表す点をワーストケースとして選ぶことになる。

ワーストケースは、式 (5.2) のワーストケース値をとる条件のもとで、最も確率密度値が高い場合と定義できる。したがって、ワーストケースを求める問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{p}} \text{pdf}(\mathbf{p}) \\ \text{subject to } t_d^{\text{wc}} = \text{rsm}(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

この式 (5.3) のワーストケースを求める最適化問題は幾何学的には次のように考えることができる。すなわち、 $t_d^{\text{wc}} = \text{rsm}(\mathbf{p})$ なる応答曲面の等高面が確率密度関数の等確率密度面と接するとき、その接点がワーストケースである。

ここで、さらに議論をすすめるために、遅延時間の応答曲面モデルを単純化して 1 次式の場合を考える。通常、変動変数空間で考慮する領域は狭く、1 次の応答曲面で十分な場合が多い。応答曲面は次式のように書ける。

$$\begin{aligned} t_d &= \text{rsm}(\mathbf{p}) \\ &= b_0 + b_1 p_1 + b_2 p_2 + \dots + b_n p_n \\ &= b_0 + \mathbf{b}^T \mathbf{p} \end{aligned} \quad (5.4)$$

ここで b_0 , $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ は 1 次の応答曲面モデルの回帰係数である。このベクトル \mathbf{b} の幾何学的な意味は、応答曲面の法線ベクトルを変動変数空間へ下ろした射影ベクトルである。また、このベクトルに対して垂直な変動空間中の平面が、応答曲面の等高面である。すなわち、ベクトル \mathbf{b} は変動変数空間において遅延時間の変動方向を示している。以上を図 5.3 に示す。

1 次の遅延応答曲面モデルの場合 $t_d^{\text{wc}} = \text{rsm}(\mathbf{p})$ なる等高面は平面となり、確率密度関数との接点 (ワーストケース) は、確率密度関数の形状とこの平面の法線ベクトル \mathbf{b} の方向により決まる。つまり、セル、組合せ回路のワーストケースの変動変数空間中の位置を議論するには、このベクトルの方向を論ずればよい。

以上の議論から、ワーストケースの変動変数空間上の位置を決定づけるものとして、ベクトル \mathbf{b} は重要な役割を果たす。そこで、このベクトルを 1 次係数ベクトル

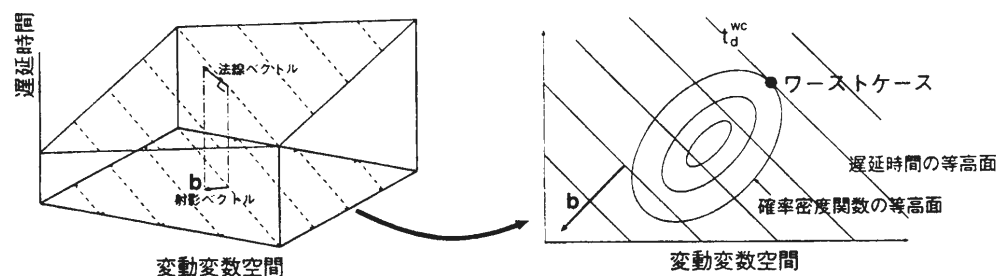


図 5.3: 応答曲面, 1 次係数ベクトル, ワーストケース

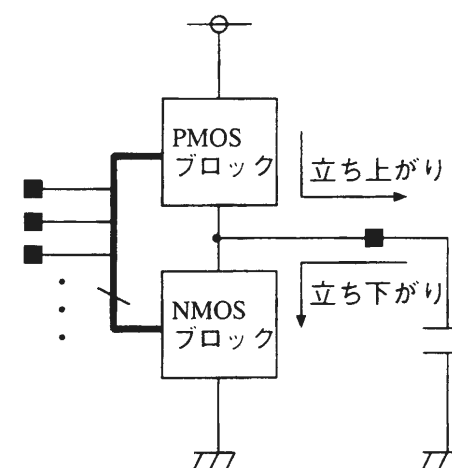


図 5.4: 1 段 CMOS 論理セル

と呼ぶことにする。

5.3 セルの遅延特性のワーストケースと応答曲面

この章では CMOS の 1 段構成のセルの遅延のワーストケースについて考察する。ここでの 1 段構成の定義は、図 5.4 のように NMOS と PMOS のブロックが出力ノードで結合した構成とする。

組合せ論理回路のセルの遅延時間は、出力に接続された負荷容量の充放電に要する時間と考えることが出来る。図 5.4 からわかるように、立ち上がり時は容量に対して充電が必要であり、通常の CMOS LSI の動作では、PMOS のドレイン電流により電荷が供給される。逆に立ち下がり時は、容量の放電が行なわれ、NMOS のドレイン電流がこれに関与する。このことから、遅延特性は立ち上がりと立ち下がり、それぞれ PMOS と NMOS のトランジスタの電流特性と密接な関係がある。すなわち、1 段構成のセルの遅延時間のワーストケースは、PMOS と NMOS のトランジスタの電流特性のワーストケースで近似できると考えられる。

1 段構成のセルの種類、入力波形の過渡時間、負荷の容量などの条件が変化すると、遅延特性も変化する。しかし、これらの条件が変化しても、遅延特性のワーストケースがトランジスタの電流で決定されることには変わらない。よって、種々の条件でも、セルの遅延時間には共通のワーストケースが存在すると考えられる。

別の見方をすると、共通のワーストケースを持つということは、5.2 節で導入した 1 次係数ベクトルの向きが共通であるということである。そして、種々の条件により遅延時間が変化するという点は 1 次係数ベクトルの向きではなく大きさが変化するということである。以上をまとめて次の仮説とする。

仮説

1段構成のセルには、そのセルの種類、入力波形の立ち上がり、立ち下がり時間、負荷容量にかかわらず、共通の1次係数ベクトルの向きを持つ。

立ち上がり時、立ち下がり時でPMOS、NMOSのワーストケースに近似されるため、2通りの共通の1次係数ベクトルの向きが存在する。ここで、立ち上がり方向の単位ベクトルを \mathbf{e}_r 、立ち下がり方向の単位ベクトルを \mathbf{e}_f と表す。

これらのベクトルを用いると、式(5.4)は、立ち上がり t_{dr} 、立ち下がり t_{df} でそれぞれ

$$t_{dr} = b_{0r} + b_r \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p}, \quad t_{df} = b_{0f} + b_f \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \quad (5.5)$$

となる。(ここで $b_{\{r,f\}} = |\mathbf{b}|$.)

なお、立ち上り遅延時間はPMOSの電流特性により支配されていることから、その変動方向を示すベクトル \mathbf{e}_r はPMOSの変動要因の成分が支配的となる。同様にベクトル \mathbf{e}_f はNMOSの変動要因の成分が支配的である。したがって、今考えている変動変数空間では \mathbf{e}_r と \mathbf{e}_f は、ほぼ直交していると考えられる¹。すなわち、

$$\mathbf{e}_r^T \mathbf{e}_f = 0$$

である。この性質は5.4節で述べる応答曲面の合成に必要な実験計画に利用することができる。

5.4 応答曲面の合成

5.3節は簡単な1段構成のセルのワーストケースから、1次係数ベクトルの性質を考察した。より複雑なセル、組合せ回路になると、信号経路上に立ち上がり、立ち下がりが複数交じり合うことになる。このような場合のワーストケースは、今までの単純なトランジスタの電流によるワーストケースでは解析できなくなる。

ワーストケースがどのようになるかを調べるために、経路の遅延時間の応答曲面を考える。これは、1段ごとに応答曲面を求めておき、それらを足し合わせることで求めることが出来る。遅延時間の対象となる経路上に、信号が立ち上がる1段構成のセルが m_r 個、立ち下がりが m_f 個あるとする。個々のセルの応答曲面を式(5.5)の係数 b_0, b_r, b_f に添字 $\{1, \dots, m_r\}$, $\{1, \dots, m_f\}$ をつけて表す。経路の遅延は、以下のように表される。

$$t_d = \sum_{i=1}^{m_r+m_f} b_{0i} + \sum_{i=1}^{m_r} b_{ri} \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p} + \sum_{i=1}^{m_f} b_{fi} \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \quad (5.6)$$

$$= \alpha_0 + \alpha_r \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p} + \alpha_f \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \quad (5.6)$$

$$= \alpha_0 + (\alpha_r \cdot \mathbf{e}_r^T + \alpha_f \cdot \mathbf{e}_f^T) \mathbf{p} \quad (5.7)$$

¹ \mathbf{e}_r がPMOSの変動成分のみを持ち、 \mathbf{e}_f がNMOSの変動成分のみを持つ場合には、両者の内積は0となる。すなわち \mathbf{e}_r と \mathbf{e}_f は直交している。

ここで、

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^{m_r+m_f} b_{0i}, \quad \alpha_r = \sum_{i=1}^{m_r} b_{ri}, \quad \alpha_f = \sum_{i=1}^{m_f} b_{fi}. \quad (5.8)$$

1段構成の応答曲面は、式(5.5)のように \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_f の2方向のベクトルのどちらかで表されるため、和はやはりこれらのベクトルの線形結合で表される。その意味で新しく提案する応答曲面のモデルをベクトル合成モデルと呼ぶ。

なお、式(5.7)より1次係数ベクトルは $\alpha_r \cdot \mathbf{e}_r + \alpha_f \cdot \mathbf{e}_f$ となるため、 \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_f と異なる方向を向いており、ワーストケースもこれらから求められるものとは別のものになる。この理由により、従来の電流特性(1段構成のセル)のワーストケースをもって経路のワーストケースとする方法では誤った結果をもたらすことがわかる。

式(5.6)で未知のものは α_0 , α_r , α_f である。ここでは、いくつかの \mathbf{p} に対して遅延値 t_d をシミュレーションにより求め、回帰を行なうことでこれらの値を求める。

付録A.2で述べた通り、応答曲面の生成のための回帰を精度良く行なうには、 \mathbf{p} のサンプルの取り方を直交計画に従う必要があるということである。直交計画に必要なシミュレーション回数は、説明変数の数に依存し、変数が増えるほど増加する。提案モデルは変動変数の数ではなく、共通する1次係数ベクトルの向きの数(2個)によるため、計算コストは大幅に削減できる。

表5.1に直交計画の例を示す。 $\mathbf{e}_{\{r,f\}}^T \mathbf{p} = \pm 1$ を満たす \mathbf{p} は、 $|\mathbf{e}_r| = |\mathbf{e}_f| = 1$, $\mathbf{e}_r^T \mathbf{e}_f = 0$ なる関係を使うことで容易に求めることができる。これを、表5.1に併せて示す。

このように提案モデルを使うことで使用するトランジスタモデルの複雑さに依存せず、少ない計算コストで解析できるのは、本手法の大きな利点である。

以上ベクトル合成モデルを使ったワーストケース解析手法をまとめる。

1. 表5.1の \mathbf{p} の欄にしたがって変動変数 \mathbf{p} を生成、これらのベクトルに対応する遅延時間を求める。
2. 式(5.6)のモデルに対して回帰を行なう。
3. 得られた応答曲面を使ってモンテカルロ解析を行なう。モンテカルロ解析の結果からワーストケース値(例えば平均から標準偏差の3倍はなれた値)を求める。

表 5.1: 直交計画

No.	$\mathbf{e}_r^T \mathbf{p}$	$\mathbf{e}_f^T \mathbf{p}$	\mathbf{p}
1	1	1	$\mathbf{e}_r + \mathbf{e}_f$
2	1	-1	$\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_f$
3	-1	1	$-\mathbf{e}_r + \mathbf{e}_f$
4	-1	-1	$-\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_f$
5	0	0	0

5.5 実験

ここまで述べてきたワーストケース解析手法の有効性を検証する実験を行なった。まず、5.3章で述べた仮説の検証を5.5.1節で行なった。次にベクトル合成モデルを使ったワーストケース解析の実験を5.5.2節で行なった。最後に5.5.3節において従来の電流特性によるワーストケースの誤差を定量的に評価した。

なお、実験に用いたプロセスは0.6 μ m CMOSプロセスである。ばらつきの元として考慮した物理パラメータは実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} 、ドレイン・ソースの寄生抵抗 R_{sh} を選んでいる。したがって変動変数はNMOS, PMOSで10個存在する。使用したSPICEのトランジスタモデルはLevel28である。

5.5.1 1次係数ベクトルの方向

まず、5.3節でたてた仮説に対する検証を行なう。1段構成の種々のセルに対して、負荷の大きさや、入力波形の遷移時間を変化させ、1次係数ベクトルの向きがどのようになるかを調べる。

実験に用いたセルライブラリは該当プロセスで実際の設計に用いられているものである。1次係数ベクトルの向きを、セルライブラリ中の1段構成のセルについて調査した。対象となるセルはインバータ, nand, nor (nand, norについては2~4入力まで), And-Or-Inverter, Or-And-Inverter (複合ゲート)があり、それぞれのパワーセルもこれに含まれる。また、セルの入力端子が複数ある場合、これらすべてからの遅延を測定している。

上記のセルに対して容量, 入力波形の立ち上がり, 立ち下がり時間を変化させる。これらの条件の決定方法を説明する。ベンチマーク回路8回路に対して4種類の制約条件で合成を行なった結果から負荷容量, 入力波形の遷移時間の分布を調べる。分布のパーセント点 (percentile) が5~95%の範囲を重点的に調べることにした。具体的には容量0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.4, 2.0pF, 立ち上がり, 立ち下がり時間は0.02, 0.5, 1.0nsとしてそれぞれの組合せで1次係数ベクトルの向きがどのように変化するかを調べた。評価の方法はすべての1次係数ベクトルの平均のベクトルを計算し、このベクトルからのずれを計測する。

結果のヒストグラムを図5.5に示す。分布のパーセント点は立ち上がりが75%で11.55°, 90%で14.24°, 同じものが立ち下がりでは7.7°, 10.5°であった。ばらつきは見られるもののほぼ立ち上がりと立ち下がり同一方向を向いていることがわかる。なお、これらの誤差がベクトル合成モデルを使った回帰にどの程度影響を及ぼすかはこの時点では評価できない。従って、より詳細には実際の経路の遅延のベクトル合成を通じて精度を評価すべきと考える。

以後、1次係数ベクトルの共通の向きを持つ単位ベクトル e_r , e_f として、この実験で基準としたすべての条件における1次係数ベクトルの平均の向きをもつ単位ベ

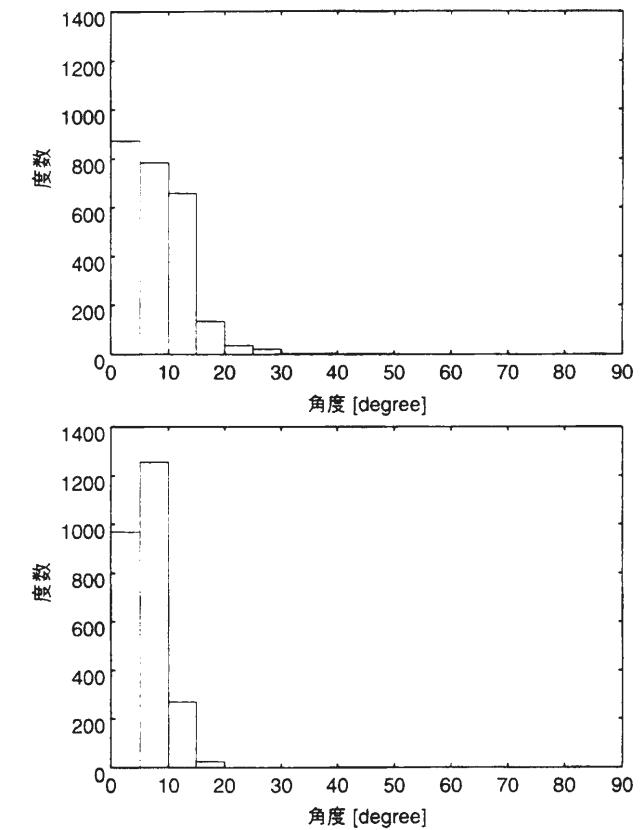


図 5.5: 平均ベクトルからのずれの分布—立ち上がり (上) と立ち下がり (下)

クトルを選ぶことにする。なお先に仮定した $e_r^T e_f = 0$ の関係であるが、今回選んだもので -0.07 であり、ほぼ直交している。

5.5.2 応答曲面の合成とワーストケース解析

5.5.1節では1段のみで構成されるセルを取り扱った。次にこの節では、2段以上のセルにおいて式(5.6)のベクトル合成モデルによるワーストケース解析を試みる。

実験対象として、4bit加算回路(図5.1)の桁上げ信号の遅延を取り上げる。加えて、2種類のベンチマーク回路をそれぞれ面積最小と遅延最小の2種類の制約条件で合成した回路のクリティカルパスも取り上げる。回路とクリティカルパスの構成を表5.2に示す。

5.4節の手順に従い、応答曲面の生成, ワーストケース解析を行なった。生成した応答曲面の精度を表す重相関係数はいずれも0.999以上の値であった。この値は応答曲面とシミュレーションの結果の相関を示す数値であり、1に近いほど応答曲面の精度が良いことを示す。いずれの場合も精度の良い応答曲面が描けている。

ここで、4bit加算回路で、SPICEと応答曲面をそれぞれ用いてサンプル数1000の

表 5.2: ベンチマーク回路のクリティカルパス

C5315 遅延最小	AOI21P, AOI22P, BUF8, INV2, INV3, INV4 (5), NAND2P (17), NAND2P4, NAND3P, NOR22P
C5315 面積最小	AOI21(2), AOI22, BUF1, INV1(2), NAND2(18), NAND22(6), NOR2
alu4 遅延最小	AOI21P, AOI22P, BUF8, INV2, INV4(3), NAND2P(4), NAND4P(2), NOR2P(3)
alu4 面積最小	AOI21(2), AOI22, INV1(4), NAND2(3), NAND3, NOR2(2), NOR33

*かっこ内の数字はセルの数を表す。

モンテカルロ解析を行なった。その結果の散布図を図 5.6 に示す。この図からも精度のよい近似が行なわれていることが確認できる。

以上で得られた応答曲面をもとに、ワーストケース解析を行なった。この結果を表 5.3 に示す。比較のため、SPICE を使ったモンテカルロ解析より得られるワーストケース値 (表中, SPI) と電流特性のワーストケースパラメータを使う従来手法によるワーストケース値 (同, 電流) を、提案手法 (同, VCT) と共に示している。表 5.3 の SPICE とベクトル合成モデルはモンテカルロ解析の結果を使って平均から標準偏差の 3 倍の値をワーストケースとしている。ただし、モンテカルロ解析はいずれもサンプル数 1000 である。また、ここでいう従来手法のワーストケースとは 5.1 節で用いたものと同じものである。すなわち、電流特性を表す単位ベクトル e_r , e_f をもとに、NMOS, PMOS それぞれのパラメータが「速い」「遅い」のケースを取る場合を組み合わせて作られる。このワーストケースを図 5.7 に示す。

SPICE を基準にベクトル合成モデルと電流特性の誤差をそれぞれ計算し、表 5.3 に示した (E_v と E_c)。ここで誤差 E は、対象とするワーストケースの範囲を r , SPICE によるワーストケースの範囲を r_{SPICE} とすると、

$$E = \frac{|r_{SPICE} - r|}{r_{SPICE}} \quad (5.9)$$

で定義する。表よりベクトル合成モデルで 5% 程度、電流特性で 25% 程度の誤差が存在する。ベクトル合成モデルが従来手法に比べて良い精度が得られている。

5.1 節で示した例は、ここでの 4bit 加算回路の立ち上がりの遅延時間の解析結果である。図 5.2 のヒストグラムに、ベクトル合成モデルによるワーストケース値を「Vector」として示す。この図からも、ベクトル合成モデルのワーストケースの妥当性が示されている。

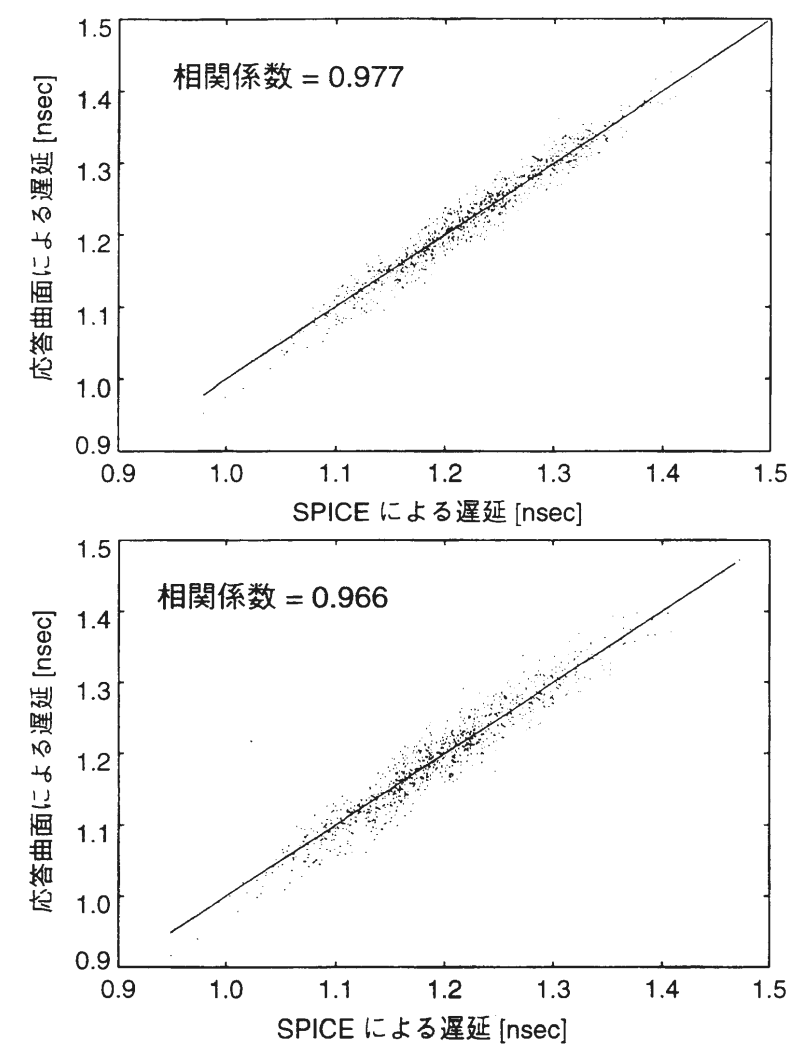


図 5.6: SPICE と応答曲面による遅延時間解析結果の散布図— 4bit 加算回路立ち上り (上) と立ち下がり (下)

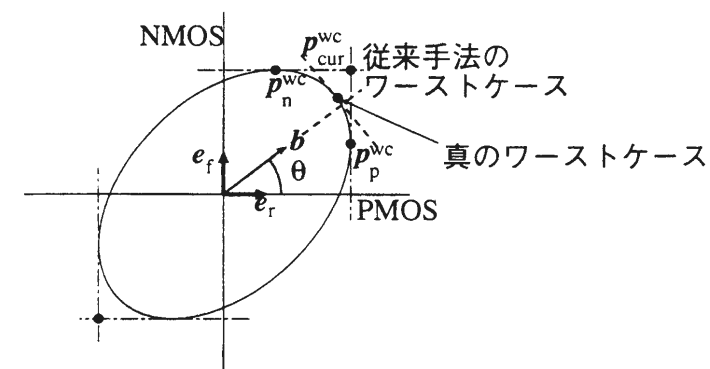


図 5.7: トランジスタ電流特性のワーストケース

表 5.3: ワorstケース値の比較

セル		SPI [ns]	VCT [ns]	電流 [ns]	E_v [%]	E_c [%]
4bit adder rise	slow	1.44	1.45	1.51	5.4	22.7
	fast	1.00	.99	.97		
4bit adder fall	slow	1.43	1.44	1.50	6.7	24.4
	fast	.98	.96	.94		
C5315 遅延最小	slow	5.79	5.82	6.07	4.1	25.5
	fast	4.15	4.12	4.01		
C5315 面積最小	slow	14.9	14.9	15.6	1.2	23.2
	fast	10.7	10.7	10.4		
alu4 遅延最小	slow	3.63	3.65	3.79	4.0	25.2
	fast	2.62	2.60	2.53		
alu4 面積最小	slow	16.6	16.6	17.3	0.3	21.3
	fast	12.0	12.0	11.7		

SPI: SPICE, VCT: ベクトル合成モデル, 電流: 電流ワorstケース

5.5.3 電流モデルとベクトル合成モデル

5.5.2 節の実験で、従来手法の電流特性のワorstケースが精度の面で問題があることがわかった。そこで、提案するベクトル合成モデルを用いて、従来手法でどの程度の精度で解析が可能であるかを考察する。

図 5.7 のワorstケース \mathbf{p}_{cur}^{wc} を考える。図 5.7 は PMOS, NMOS の電流特性の 1 次係数ベクトル \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_f が張る空間を示している。今 PMOS の電流のワorstケースを考えると PMOS の 1 次係数ベクトルの向きは \mathbf{e}_r であることから図 5.7 の \mathbf{p}_p^{wc} の位置となる。NMOS も同様に考えワorstケースは \mathbf{p}_n^{wc} となる。従来手法では PMOS, NMOS のワorstケースを組み合わせて電流特性のワorstケースとしていた。これは図 5.7 から、 \mathbf{p}_p^{wc} の \mathbf{e}_r 方向への射影成分と \mathbf{p}_n^{wc} の \mathbf{e}_f 方向への射影成分の和になるため次式で表される。

$$\mathbf{p}_{cur}^{wc} = (\mathbf{p}_p^{wcT} \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r + (\mathbf{p}_n^{wcT} \mathbf{e}_f) \mathbf{e}_f \quad (5.10)$$

変動変数の分布に正規分布を仮定すると等確率密度面は楕円になり、応答曲面の接点から \mathbf{p}_p^{wc} , \mathbf{p}_n^{wc} を計算することができる。また、提案手法から求められる真のワorstケース値も応答曲面から計算することができる。今、図 5.7 のように \mathbf{e}_r - \mathbf{e}_f 平面内で遅延特性の 1 次係数ベクトル \mathbf{b} が \mathbf{e}_r とす角を θ とすると、誤差の定義式 (5.9) は θ の関数で書き表すことができる。誤差は等確率密度面である楕円の形状にも依存する。楕円の形状は変動変数の相関行列により決まるので、言いかえると誤差は

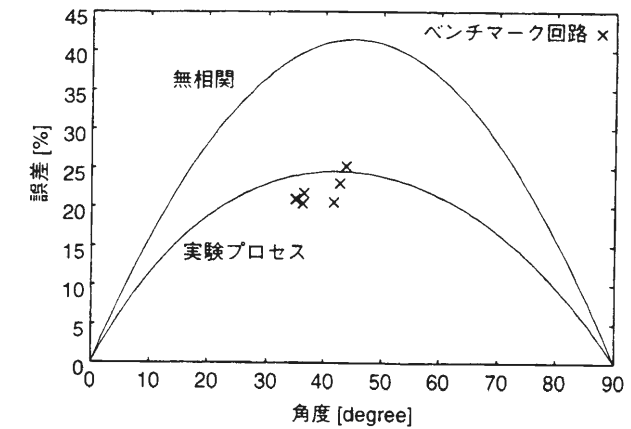


図 5.8: 電流モデル (従来手法) の誤差

相関行列に依存する。そこで、先の実験で使用しているプロセスの相関行列をもとに誤差を計算した結果を図 5.8 に「実験プロセス」で示す。図中には 5.5.2 節のベンチマーク回路による実験結果も合わせて示した。

図 5.8 から、5.5.2 節の実験結果が今回の計算結果とも一致することが確認できる。また、最大約 25% の誤差が生じる可能性があることもわかる。

先にも述べたように誤差は変動変数の相関行列に依存する。そこで相関行列として二つの極端な場合—PMOS と NMOS の変動変数間に相関の無い場合と強い相関がある場合—を考える。

無相関の場合両者の差は最大になることが図 5.7 から予想される。このときの様子を先の方法と同様に計算し図 5.8 に「無相関」として示す。この場合最大約 40% の誤差が生じることがわかる。

次に、強い相関を持つ場合では電流モデルのワorstケースと真のワorstケースの差は縮まる。完全に相関を持つ場合両者の差はなくなり、ワorstケースの値は完全に一致する。

以上をまとめると PMOS と NMOS のプロセス間に強い相関を持つ場合、従来手法と提案手法の精度面での差は小さくなる。一方、相関が弱くなるにつれて両者の差が広がる。実験プロセスを用いた誤差の計算からは、従来手法のワorstケースの誤差が無視できるとは言えない。このことから、提案手法による解析が現実の問題では有効である。

5.6 まとめ

本章では、1 段構成のセルの遅延がトランジスタの電流特性で近似できることに着目し、各セルの遅延時間を特徴づける 1 次係数ベクトルがほぼ同じ方向を向いていることを見出した。すなわち、ワorstケースを決める立ち上がり、立ち下がり

の2つの直交する1次係数ベクトルが存在する。そして、このベクトルの線形結合により組合せ論理回路の遅延時間の応答曲面（ベクトル合成モデル）を構成できた。このモデルから遅延時間のワーストケースとワーストケース値をシミュレーションコストをかけず精度良く求めることができた。

また、ベクトル合成モデルと従来の電流特性のワーストケースの比較により、従来手法では、誤ったワーストケース値を導き出すことを示した。この従来手法の誤差を定量的に見積もると、プロセスばらつき（変動変数）の相関に依存し、無相関時で最大40%、実験プロセスで最大25%であった。

第6章

テーブル参照による大規模集積回路の統計的遅延解析

6.1 はじめに

第5章では、デジタル回路の遅延解析のためのベクトル合成モデルを提案した。このモデルは経路の遅延時間を物理的なばらつきと結びつけるモデルであり、各セルの応答曲面の1次係数ベクトルをベクトル合成することで遅延のばらつきを得る。5回のシミュレーションで論理回路の経路の遅延時間を精度良く求められることを確認した。しかし、5回とはいえ回路シミュレーションに頼らなければならないため、大規模な集積回路に対して短時間でばらつきの影響を調べるといった要求には応えることができない。そこで、本章ではベクトル合成モデルを使用し、さらに第5章の方法を拡張することで、回路シミュレーションを行わない統計解析手法を提案する。

従来から経路の遅延を統計的に求める手法が提案されていた[41-43]。これらはいかに統計的にクリティカルパスを見積もるかに注力しており、出力部での遅延時間の分布の解析を行なっている。しかし、これらの手法は各セルの遅延に何らかの統計分布を仮定して解析を行なっており、実際のプロセス階層の物理的統計モデルからセル階層の遅延さらに経路の遅延へと結びつけるという点では不十分である。これに対してベクトル合成モデルは物理的なばらつきを元にセル階層の遅延のばらつきを表現でき、階層構造の最下層のプロセス階層からはじめ、階層構造の下から上への流れに沿った遅延時間の統計解析を可能としている。この章ではこのモデルを用いた大規模回路向けの解析手法を提案する。

プロセスの物理的パラメータのばらつきを遅延時間と結びつけ、計算コストを削減しながら統計解析を行なう手法として、これまでも文献[45]の提案がある。これは、トランジスタの動作領域ごとにMOSFETのモデルを作り微分方程式を立てて解く手法である。この手法の欠点は、新たにトランジスタモデルの抽出手法や解析シミュレータの開発が必要となることである。これに対して、ここでの方法は既存のパラメータやシミュレーション環境を利用でき、かつ高速に解析を行なうことができる。

提案手法は、ベクトル合成モデルを生成する際に、シミュレーションに代わってテーブルを参照することでモデルを構築する。このため、高速な統計的遅延解析が可能である。

本章の構成を述べる。6.2節においてテーブル参照による応答曲面の生成方法を提案する。6.3節ではベンチマーク回路を使った提案手法の実験を行なう。また、本手法における誤差評価の実験を行ない、より良い精度の解析を行なうための検討を行なう。最後に6.4節においてまとめを行なう。

6.2 テーブル参照モデルによる応答曲面生成

まず、第5章のベクトル合成モデルについて簡単に振り返る。1つのセルの遅延時間を変動変数 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T$ の応答曲面で表す。

$$\begin{aligned} t_d &= \text{rsm}(\mathbf{p}) \\ &= b_0 + b_1 p_1 + b_2 p_2 + \dots + b_n p_n \\ &= b_0 + \mathbf{b}^T \mathbf{p} \end{aligned} \quad (6.1)$$

さらに1次係数ベクトルを用いると、式(6.1)は立ち上がりのとき、

$$t_{dr} = b_{0r} + b_r \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p}, \quad (6.2)$$

立ち下がりのとき

$$t_{df} = b_{0f} + b_f \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \quad (6.3)$$

となる。(ここで $b_i = |b_i|$) 経路の遅延時間はこれらの足し合わせであるので、以下のようになる。

$$\begin{aligned} t_d &= \sum_{i=1}^{m_r+m_f} b_{0i} + \sum_{i=1}^{m_r} b_{ri} \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p} + \sum_{i=1}^{m_f} b_{fi} \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \\ &= \alpha_0 + \alpha_r \cdot \mathbf{e}_r^T \mathbf{p} + \alpha_f \cdot \mathbf{e}_f^T \mathbf{p} \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$= \alpha_0 + (\alpha_r \cdot \mathbf{e}_r^T + \alpha_f \cdot \mathbf{e}_f^T) \mathbf{p} \quad (6.5)$$

ここで、

$$\alpha_0 = \sum_{i=1}^{m_r+m_f} b_{0i}, \quad \alpha_r = \sum_{i=1}^{m_r} b_{ri}, \quad \alpha_f = \sum_{i=1}^{m_f} b_{fi}. \quad (6.6)$$

以上がベクトル合成モデルである。第5章ではシミュレーションを使いベクトルの合成を行なった。ここでは、テーブル参照によるモデル生成手法を提案する。この提案手法を説明するために、ここではまず、従来のテーブル参照による静的タイミング解析法を説明する[67]。この方法は、遅延特性の検証に広く用いられており、高速に遅延特性を解析する手法である。ここでは、個々のセル毎にあらかじめ遅延特性値のテーブルを用意する。遅延特性は、近似的には入力信号波形の遷移時間と

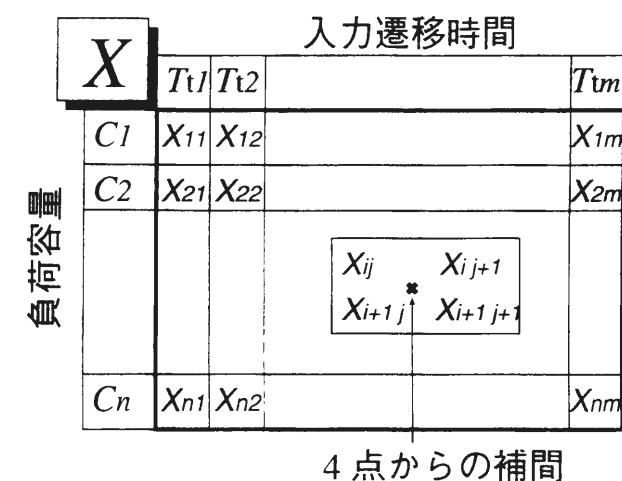


図 6.1: テーブル参照モデルの概念

出力の負荷容量により決まる。そこで、これらの値のいくつかの組合せにおける遅延量をシミュレーションで求め2次元テーブルを作成する。遅延時間はこのテーブルをひくことで求める。図6.1にテーブル参照による遅延時間の計算の概念を示す。

負荷容量と入力遷移時間の条件からテーブルを補間することでテーブルの参照を行ない、遅延時間を求める。ここで、遅延時間を X ¹、負荷容量 C 、入力遷移時間 T_t としたとき、モデル式を

$$X = \alpha + \beta C + \gamma T_t + \delta C T_t \quad (6.7)$$

とする。補間のために必要な4つの未知数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は、隣接する4つのテーブルの値(図6.1)を式(6.7)に代入し4元連立方程式を解くことで得る。

次に本論文で提案するテーブルを用いた応答曲面の構成法について説明する。遅延時間の応答曲面は式(6.1)で表される。先に述べた遅延解析のモデルが、入力波形の遷移時間と負荷容量の値をテーブルの見出しにしていたことから、式(6.1)の未知係数 $b_0, \mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ も同様にこれらの条件によって変化すると考える。そこで各係数のテーブルをあらかじめ用意し、式(6.7)における X を応答曲面の係数に置き換える。解析の際はテーブルを参照することで各係数を求め応答曲面を生成する。応答曲面の生成ならびに統計解析には、もはや回路シミュレーションを行なう必要がないため、高速に遅延特性の分布を知ることができる。この概念を図6.2に示す。

ところで、トランジスタの特性を変動させる物理的要因としては、おおよそ4~6個程度のものが存在する[68, 69]。さらにNMOS, PMOSの両方を考えると未知係数の数はこれの倍になる。これらの変数の係数すべてに対して表を用意すると、テーブ

¹これまで、遅延時間は記号 t_d を用いてきたが、後の議論の拡張のため一般的な量をあらわすものとして X という記号を用いる。

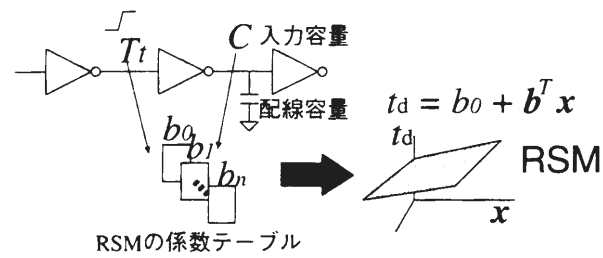


図 6.2: テーブル参照モデルによる応答曲面の生成

ルが膨大な量となってしまふ。そこで1次係数ベクトルを使った式(6.2), (6.3)の利用を考える。このモデル式を用いることで、未知係数の数は定数項 b_{0r} (あるいは b_{0f})とベクトルの大きさを示す項 b_r (あるいは b_f)だけとなる。これらの未知数についてテーブルをあらかじめ作成し、遅延解析時にこれを参照することで遅延時間を計算する。このように使用するトランジスタのばらつきモデルに依存せずに未知係数の数が決まるので、用意するテーブルの数も一定になるという利点がある。また、テーブル量の削減はひいてはテーブル参照時間の削減につながり、計算時間を短縮できる。

最後に、テーブル参照時に必要な負荷容量と入力波形の遷移時間の求め方について述べる。提案手法においても、従来の静的タイミング解析で用いられてきた方法をそのまま用いる。負荷容量は、各セルの入力容量ならびに配線容量から計算する。すなわち各セルの出力に接続される容量は、それに接続されているセルの入力容量および配線容量を足し合わせることで計算される。ここで、各セルの入力容量はあらかじめ抽出しておく必要がある。次に入力波形の遷移時間であるが、これは前段のセルの出力波形の遷移時間に相等する。出力波形の遷移時間も、そのセルの入力波形の遷移時間と負荷容量により変化すると考えられる。そこで、セル毎に容量と遷移時間に対する出力遷移時間のテーブルを用意し、これを使って計算する。つまり、式(6.7)の X を遷移時間に置き換える。

注意しなければいけないのはここで計算される容量、遷移時間はノミナルの状態におけるものである。トランジスタ特性の変動によりこれらの値は変化するため、これを無視してベクトル合成モデルの係数のテーブルを参照することは誤差の原因になる。そこで、この誤差の評価を6.3.2節で行なった。

6.3 実験

6.3.1 テーブルによる応答曲面生成実験

テーブル参照を用いた統計解析の実験を行なった。実験に用いた回路はベンチマーク回路2種類(C5315, alu4)である。実験に用いたのはCMOS 0.6 μ mプロセスで、

トランジスタのモデルはLevel28を利用した。統計パラメータの抽出は付録A.1で説明した中間モデルを用いた手法により行なった。物理的なばらつきの要因として実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} 、ドレイン・ソースの寄生抵抗 R_{sh} を選んでいる。また、トランジスタばらつきの影響を最大限に調べるために、ここでは、配線の容量は考慮していない。

実験はノミナルの条件におけるクリティカルパス1本に注目し、そのパスの遅延の統計分布を求める。クリティカルパスの構成を表6.1に示す。

ここで、応答曲面の生成方法を2通り試みる。一つは、式(6.1)の各係数に対してテーブルを用意しておき、応答曲面を構成する方法である。この方法では定数項と各変動変数(NMOS, PMOS あわせて)のテーブルが11個必要である。もう一つの方法は、共通の1次係数ベクトルでテーブルを簡略化し、これを用いて応答曲面を構成する方法である。テーブルの数は定数項とベクトルの大きさの2つですむ。つまりテーブルの数がおよそ1/5に削減される。

実験ではすべてのテーブルの見出しを、容量は(0.02pF, 0.1pF, 2.0pF)、遷移時間は(0.02ns, 1.0ns, 2.0ns)とした。これら2通りの方法で生成した応答曲面を用いてサンプル数100のモンテカルロ解析を行なった。ここで回路シミュレータ(SPICE)を用いた遅延時間の計算結果と比較をする。

まず、テーブルを簡略化しない場合の比較結果を表6.2に示す。平均値、分散、平均から 3σ 離れたワーストケースの値を示す。この表に、SPICEとの平均2乗誤差(RMS)と相関係数(Corr.)も示す。また、図6.3に、alu4におけるこのモンテカルロ解析の散布図とヒストグラムを示す。平均値、分散値、ワーストケース値は、モンテカルロ解析のサンプル数が100回と少ないため、定量的な評価を行なうことができない。しかし、SPICEの解析結果とさほどかけ離れたものでないことは分かる。さらに定量的な評価のため、表6.2から平均2乗誤差の平均値に対する割合を計算すると、C5315で4.25%、alu4で2.97%であり、相関係数もそれぞれ0.950と0.920となる。このことから、テーブル参照による方法が十分な精度で解析可能であることを示しており、この手法が精度面において十分実用的であると言える。

次に、一次係数ベクトルを使い簡略化したテーブルを用いて解析した結果を、同様に表6.3と図6.4に示す。表6.3から平均2乗誤差の平均値に対する割合を計算す

表 6.1: ベンチマーク回路のクリティカルパス

C5315	AOI21P, AOI22P, BUF8, INV2, INV3, INV4 (5), NAND2P (17), NAND2P4, NAND3P, NOR22P
alu4	AOI21P, AOI22P, BUF8, INV2, INV4(3), NAND2P(4), NAND4P(2), NOR2P(3)

*かっこ内の数字はセルの数を表す。

表 6.2: モンテカルロ解析の比較—簡略化しないテーブルから生成した応答曲面による解析と SPICE を使った解析

	C5315		alu4	
	RSM	SPICE	RSM	SPICE
平均	5.87	6.09	3.77	3.70
分散	.280	.356	.181	.215
Worst	6.71	7.16	4.31	4.35
Best	5.03	5.02	3.23	3.06
RMS	.259		.110	
Corr.	.950		.920	

* 相関係数 (Corr.) 以外の単位は ns.

* RSM: Response Surface Model 応答曲面モデル

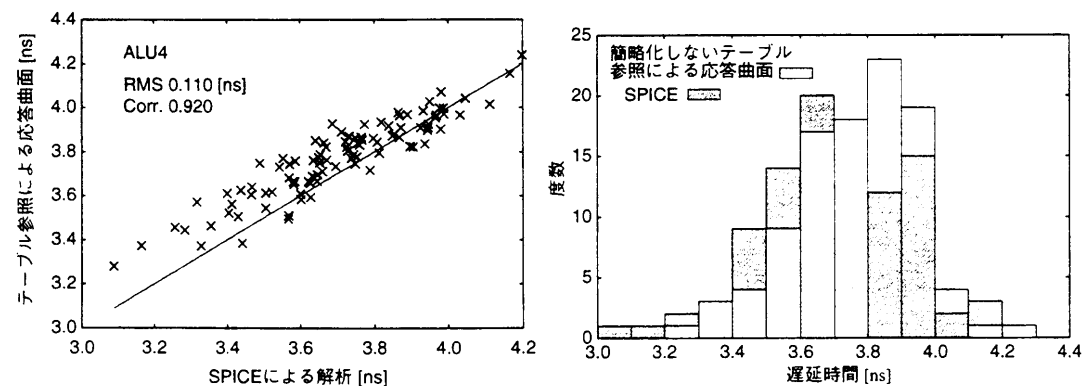


図 6.3: モンテカルロ解析の散布図 (左) とヒストグラム (右) —簡略化しないテーブルから生成した応答曲面による解析と SPICE を使った解析の比較

表 6.3: モンテカルロ解析の比較—簡略化したテーブルから生成した応答曲面による解析と SPICE を使った解析

	C5315		alu4	
	RSM	SPICE	RSM	SPICE
平均	5.84	6.09	3.74	3.70
分散	.278	.356	.170	.215
Worst	6.68	7.16	4.25	4.35
Best	5.01	5.02	3.22	3.06
RMS	.277		.0756	
Corr.	.957		.969	

* 相関係数 (Corr.) 以外の単位は ns.

* RSM: Response Surface Model 応答曲面モデル

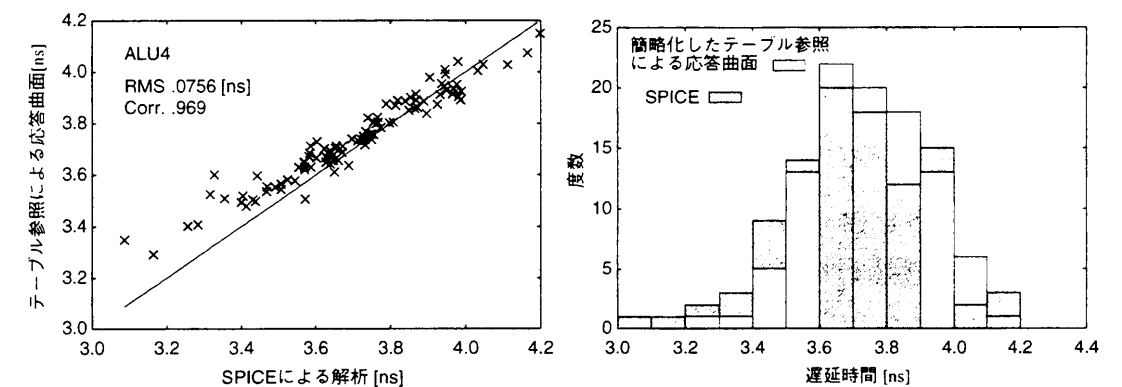


図 6.4: モンテカルロ解析の散布図 (左) とヒストグラム (右) —簡略化したテーブルから生成した応答曲面による解析と SPICE を使った解析の比較

ると, C5315 で 4.55%, alu4 で 2.04% であり, 相関係数もそれぞれ 0.957 と 0.969 となる. これらの値は簡略しない場合とほぼ同程度の精度を示す.

以上の結果は, テーブルを簡略化しない場合と簡略化した場合で同程度の精度で統計解析が可能であることを示している. そこで, 簡略化前と簡略化後を比較すると, C5315 において 2 乗平均誤差が 0.138ns, 相関係数が 0.882, alu4 で同じものがそれぞれ 0.0982ns と 0.859 であった. これらの値は, 簡略化したテーブルによる方法でも精度を極端に落すものでないことを示す. alu4 の場合のテーブルの簡略化前と後の散布図を図 6.5 に示す.

最後に, テーブルを簡略化しない場合と簡略化した場合の応答曲面生成速度の比較を行なう. C5315 で簡略前 1.12s が簡略後 0.73s に, alu4 で 0.82s が 0.62s に短縮された. これらは応答曲面生成以外の処理の時間が入っているため, テーブル量の削減の効果がそのまま時間の削減にはつなげていない. 応答曲面の生成にかかった時間のみを測定すると C5315 で 0.5s が 0.15s に alu4 で 0.4s が 0.13s となり 30% 程度

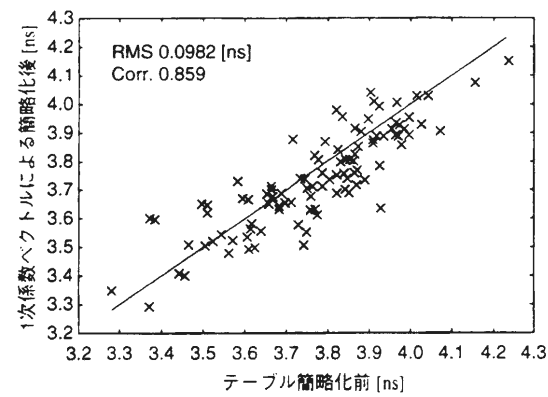


図 6.5: テーブルの簡略化前と後の応答曲面の比較

とテーブル量の参照回数削減の効果があらわれている。

6.3.2 提案手法の誤差の評価

ベンチマーク回路を用いた実験では、1次係数ベクトルを用いて簡略化した応答曲面モデルを用いても、精度を落さずばらつきの見積りが可能であることを示した。しかし、SPICEによる解析と比較して誤差が存在するのも確かである。ここでは、この誤差の原因について検討する。

誤差の原因として、おおよそ次のものが考えられる。まず、負荷容量や入力遷移時間のノミナル値の見積りの誤差があげられる。これは、電圧依存性のあるセルの入力容量をある一定の値に仮定することや、テーブル参照により遷移時間を求める際の計算誤差が原因である。さらに、プロセス変動とともにこれらの値も変動しており、これを考慮に入れていないことも誤差の要因である。また、応答曲面をテーブルから生成する際の誤差もある。最終的には応答曲面そのものの誤差も考えられる。

ここでは、負荷容量と入力遷移時間のばらつきがテーブル参照による応答曲面の生成にどれだけ影響を与えるかに注目し、評価実験を行なった。次の4種類の条件で実験を行なった。

1. 負荷容量の値としてノミナルの状態での回路シミュレーションにより合わせこんだものを用いる。入力遷移時間も同じくノミナルの状態での回路シミュレーションから直接求めたものを用いる。
2. 負荷容量の値はばらつきを考慮して求める。遷移時間はノミナルのものを用いる。
3. 負荷容量の値はノミナルの状態のものを使い、遷移時間をトランジスタのばらつきを考慮に入れて回路シミュレーションから求める。
4. 負荷容量、遷移時間ともばらつきを考慮に入れる。

なお、容量の合わせこみは次のような手順をとる。まず、各セルの遅延時間を回路シ

表 6.4: 各種誤差の大きさ—実験の番号は本文中に対応

実験#	RMS [%]	Corr.
1	1.99	.950
2	0.68	.989
3	1.84	.958
4	0.60	.992

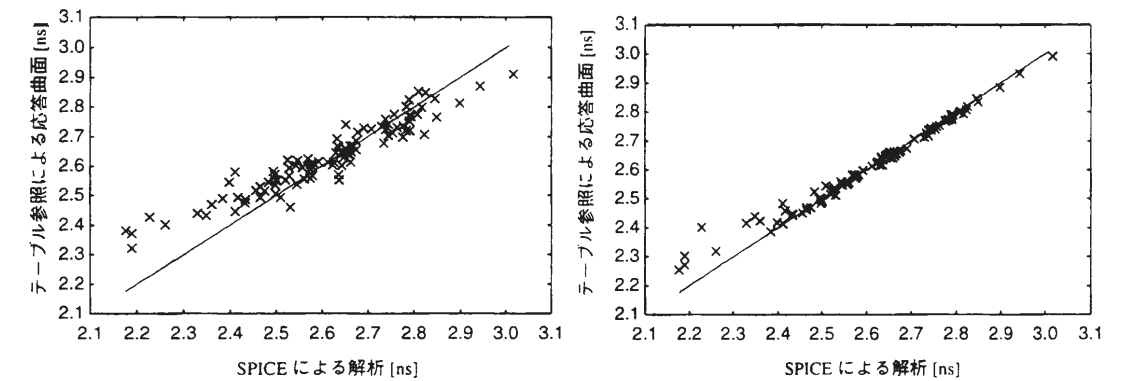


図 6.6: テーブル参照応答曲面と SPICE の比較：ノミナルでの容量、遷移時間を合わせ込んだ場合（左、実験1）と容量のみばらつきを考慮した合わせ込みを行なった場合（右、実験2）

ミュレーションにより求める。次に各セルの出力に容量を接続した回路を用い、先ほどのシミュレーション結果と同じ遅延時間となる負荷容量の値を2分探索で求める。

上記1から4の条件で応答曲面をテーブル参照による方法で生成し、サンプル数100のモンテカルロ解析を実施した。実験回路は計算コストの都合で、5つのゲートを直列につないだものを用いている。使用したゲートは `inv1`, `nand2`, `nor3`, `nand2`, `aoi21` である。

このモンテカルロ解析の結果と SPICE による同じものの解析結果の比較を、表 6.4 に示す。表 6.4 から分かるように、容量、遷移時間をノミナルの状態のものに合わせ込むだけで精度が著しく向上している（実験1）。さらに容量値のばらつきを考慮することで、得られる応答曲面はかなり精度の高いものとなった（実験2）。この様子を図 6.6 に示す。図 6.6 から、容量のばらつきを考慮することで非常に高い精度が得られることが分かる。また、実験1と3を比べると、解析の精度はさほど変化しないことから、遷移時間のばらつきはあまり影響を与えないことがわかる。容量、遷移時間のばらつきを両方考慮した実験4が、最も精度の良い解析が可能である。

以上、容量と遷移時間の値を正確に合わせ込むことができるなら、テーブルを使った精度の良い応答曲面の生成が可能であることが分かった。このことから、テーブルを用いた応答曲面の生成手法自体は、かなり高い精度が期待できると考える。

6.4 まとめ

本章では、応答曲面モデルの構築に、回路シミュレーションを必要としないテーブル参照による方法を提案した。さらに、応答曲面モデル生成のためのテーブルも、1次係数ベクトルによる簡略化をはかった。これにより、生成される応答曲面の精度を簡略化前と同程度に保ったまま、テーブルの量と応答曲面生成の計算時間の削減を行なうことができた。

ところで、本研究ではトランジスタによる遅延のみを考慮した。しかし、近年の集積回路においては配線の寄生容量による遅延時間も問題となってきた。配線構造もプロセス変動の影響を受けており、配線容量もばらついていることが予想される。この点に関して、配線容量のばらつきのモデルと遅延時間ばらつきに注目したいくつかの研究が報告されている[70-74]。しかし、このような研究が存在するにも関わらず、いまだ実際に配線容量にどの程度ばらつきが存在するかの測定データは報告されておらず、今後より定量的な配線容量のばらつきと遅延への影響の評価が必要である。なお、配線のばらつきが無視できないほど大きい場合でも、本章で提案した手法を配線容量のばらつきを考慮した形に拡張することで、これを考慮にいた解析を容易に実現できる。拡張の方法は、まず、配線容量のばらつきのモデル化を行ない、この容量を考慮に入れテーブルを参照すればよい。

第7章

結論

集積回路のプロセス微細化にともないトランジスタ特性のばらつきが顕著である。その結果、集積回路の歩留まり低下が問題となっている。そこで、本研究では統計解析と最適化の手法を提案した。この研究において一貫して、集積回路の大規模化に対応するため階層化設計手法を使い、この枠組の中で統計解析と最適化を行なっている。ここでは設計階層間でどのような統計情報をいかに計算効率良く受渡しするかが中心的課題となる。本研究では、この階層間の統計情報の受渡しに応答曲面モデルを用いている。統計的階層化設計手法をアナログ回路、デジタル回路それぞれに適用した。以下に各章において得られた結論を述べる。

第1章は序論である。近年の集積回路プロセスの問題であるトランジスタ特性のばらつきと、これによる回路特性のばらつきについて説明した後、歩留まり最適化問題の定式化を行ない、この問題で解決すべき点を明らかにしている。さらに、本論文で取り扱う設計の階層構造について述べている。アナログ回路、デジタル回路に対する従来手法を説明し、本研究の目的を述べている。

第2章から第4章までがアナログ集積回路に関する研究である。

第2章では、階層構造の回路階層における小規模な回路の統計的歩留まり最適化手法を検討した。提案手法は階層的統計解析への親和性を考慮に入れ局所応答曲面を歩留まりの見積りに用いる方法を提案した。最適化アルゴリズムは、確率過程モデルから目的関数値を推測し、改善期待関数により統計的に最適点を探索する、大域最適化手法である。ここで、確率過程モデルを統計的な目的関数に適用できるよう拡張を行なった。オペアンプに適用し歩留まり93.8%の回路を得ることができた。最適化に要した時間はおよそ100分である。この手法を第4章で論じる階層的最適化手法の中で適用する場合、仕様の変化に対して初期応答曲面生成にかかるシミュレーション結果がそのまま再利用できるため、計算コストの削減が見込まれる。この点でも提案手法は階層設計における回路階層の最適化として適している。

第3章では、階層的な統計解析を行なった。ここでは、製造プロセスの物理パラメータからシステム特性までの設計階層構造を利用し、統計解析を実行した。この

解析により、物理パラメータのばらつきモデルをシステム特性のばらつきに結びつけることができ、物理特性のばらつきがシステム特性へどのような影響を与えるか知ることができる。また、計算コストの削減のため応答曲面モデルにより各階層間の特性の関係をモデル化した。この章ではPLLを題材に階層的な解析手法の実用性の検証を行なった。すなわち、近年アナログ集積回路設計で利用が盛んになりつつある機能記述言語を用いた解析手法の精度の検証を、統計解析への適合性の確認ともに行なった。この目的のため、階層的な統計解析とPLL全体を素子記述しSPICEにより行なった統計解析との比較を行なった。実験により2つの方法による解析結果は良く一致し、階層的な統計解析が十分実用となり得ることを示した。また、この手法の応用例としてモンテカルロ解析、ワーストケース解析、感度解析を行ない本手法の有効性を確認した。

第4章では第2章と第3章の結果を受けて、階層的歩留まり最適化手法を提案している。提案手法は、トップダウンによる制約（仕様）生成とボトムアップによる解析を繰り返すことで最適化を行なう。歩留まりを考慮するためには、トップダウン設計におけるシステム階層での仕様生成において、回路特性のばらつき分だけ余裕を考慮する必要がある。そこで、余裕を表す指標としてマハラノビスの距離を取りあげ、これを最適化の目的関数に採り入れることで歩留まりを考慮に入れた仕様生成を行なう。最適化は余裕の調整と分布の更新を繰り返し最適な解へと収束する。実験では、第3章で取り上げたPLLに対して提案手法を適用して、低コストで歩留まり100%の回路を生成することができた。

続く第5章と第6章はデジタル回路の遅延時間の統計解析に関する研究である。

第5章では遅延時間の統計的モデルを提案した。本研究では、いかにトランジスタの物理パラメータのばらつきモデルを遅延時間に結びつけるかを課題とした。遅延量とプロセスの物理パラメータを結びつけるモデルとして、応答曲面モデルを用いた。ここで、遅延時間が信号の立ち上がり時と立ち下がり時でPMOSとNMOSの電流特性に密接に関係することを利用し、PMOSとNMOSそれぞれにばらつきを特徴づける共通量として応答曲面の1次係数ベクトルの向きを見出した。このベクトルを用いると応答曲面の未知係数の数を減少させるだけでなく、経路の遅延時間のばらつきをこれらのベクトルの合成で表すことができる。ベクトルの合成には5回程度の回路シミュレーションの実行で良く、格段に少ないシミュレーション回数で精度の高い解析が可能となる。この章では従来のワーストケース解析との比較を行なった。本モデルを使った幾何学的な説明により、従来のトランジスタのワーストケースモデルでは経路の遅延時間のワーストケースを十分に表現できないことが分かった。

第6章は第5章で提案した1次係数ベクトルによる遅延時間モデルを使い、さらにテーブル参照により統計的遅延解析を高速に実現する手法を提案した。この手法は回路シミュレーションの代わりにテーブル参照を行なうため、高速な解析が可能である。1次係数ベクトルを用いることでモデルを簡略化でき、テーブル量の削減とシミュレーション速度の向上が確認できた。また、解析精度も提案手法による解析

とSPICEによる解析との誤差が2~5%程度と実用に十分なレベルであることが確認できた。

以上、大規模集積回路のための統計設計技術として階層構造を利用した手法を提案し、計算コストの面で十分実用的であることが検証できた。しかし、いまだ種々の問題点も存在する。最後に、これらを今後の課題としてまとめる。

まず、微細化の進展により製造プロセスのばらつきの様子も変化してきている。これまでは同一チップ内ではデバイス特性の整合性が取れており、ばらつきはチップ間のものが支配的であった。しかし、近年局所的なばらつきの影響が顕著となり、同一チップの隣接トランジスタにおいても特性のばらつきを考慮する必要があるが出てきた[75-77]。これは個々のトランジスタパラメータが独立にばらつくことを意味するので、統計解析においては変動変数の数が増加することになる。統計解析では一般的に変動変数の数の増加は計算コストの増大につながる。これは、本研究で提案した手法も例外ではない。そこで、この変動変数の数の増加に対する対策を検討する必要がある。次に述べるようなものが考えられる。まず、注目する回路特性に対して影響を与える変動変数を調べ、これらの数を絞り込むことである。この際、影響の大きさを統計的に調べる手法の開発が必要である。手法は、計算コストがかからずさらに簡便であることが望ましい。もう一つの方法は回路の階層化をおしすすめ、部分回路を極力小規模にし考慮する回路の素子数を減らすことである。ここでは、部分回路を言語記述でモデル化しなければならず、このモデル化技術が重要な課題となる。

近年の集積回路では、遅延時間に寄与する要素はトランジスタの遅延時間のみならず配線の容量による遅延が重要となっている。この配線容量もプロセスの種々の要因により変動していることから、このばらつきを考慮しなければいけない。現時点で配線容量のばらつきの原因は種々指摘されており、そのモデルも提案されている。[70-74]。しかし、これらのばらつき量の定量的な評価はまだ十分なされておらず、遅延特性のばらつきに配線ばらつきがどの程度影響を及ぼすかも分からない。今後はまず配線容量のばらつき量について定量的に調べる必要がある。また、これらのモデルを使って遅延時間のばらつきに対して配線容量のばらつきがどれくらい寄与するのかを評価する必要がある。さらに、バッファの挿入などによる遅延特性のばらつき軽減などの試みが考えられる。なお、第6章で指摘したように、提案する遅延特性の統計解析手法を、配線容量を考慮した解析に拡張するのは容易である。

謝辞

1997年、当時社会人であった筆者の大学院で研究をしたいという願い出を、京都大学大学院工学研究科田丸啓吉教授（当時、現同大学名誉教授、岡山理科大学教授）は、快くお聞きいれいただき、研究室へ暖かく迎え入れて下さいました。こうして本研究を行なう機会を与えていただいたことに深く感謝しています。研究室へ入った後も、先生が京都大学に在職しておられた2年間、御指導を賜わったこともあわせて感謝致します。

京都大学大学院情報学研究科小野寺秀俊教授には、筆者が研究室に入ってから4年間直接御指導いただきました。また、田丸先生ご退官後は指導教官としての立場からも御指導を賜わったことに感謝しております。研究を進めるにあたり、常に適切な方向づけをしていただくとともに、挑戦的な目標設定や研究の動機づけを与えていただきました。時には研究の進め方で弱気になっている筆者に対して、励ましていただいたりもしました。また、生活面にも気を配っていただき、研究に専念できる環境を作ってくださいました。このように公私にわたってお世話になったことに、言葉では書き尽くせないほど感謝しています。

同研究科佐藤亨教授、吉田進教授、尾上孝雄助教授には本論文をまとめるにあたって貴重な助言をいただいたことに深く感謝します。

同研究科小林和淑助手には、特に計算機環境の面で助言をいただきました。おかげで、本研究の実験を円滑に進めることができました。ここに感謝します。

本研究を進めるにあたって田丸研究室、小野寺研究室の大学院生、学部生の諸君からも有益な助言、助力をいただきました。特に近藤正樹博士（現在東芝）、岡田健一氏には本研究で用いたトランジスタのばらつきパラメータを抽出いただきました。また、松尾英範氏には第6章の計算を手伝っていただきました。ここに感謝します。

本研究の一部は、学振未来開拓学術研究推進事業研究プロジェクトより援助を受けました。特にプロジェクトリーダーであります東京大学大学院生産技術研究所桜井貴康教授に感謝致します。

参考文献

- [1] T. Murayama and Y. Gendai, "A top-down mixed-signal design methodology using a mixed-signal simulator and analog HDL," Proc. European Design Automation Conf., pp. 59-64, 1996.
- [2] H. A. Mantooth and M. Fiegenbaum, "Modeling with an Analog Hardware Description Language," Kluwer Academic, 1995.
- [3] OVI, "Verilog A/MS Manual, Version 2.0," Open Verilog International (OVI).
- [4] IEEE, "IEEE Standard VHDL Analog and Mixed-Signal Extensions, 1076.1," IEEE, 1999.
- [5] 近藤正樹, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, "中間モデルを用いたモデル依存性の小さい MOSFET パラメータ抽出手法," 信学論 (A), vol. J78-A, no. 9, pp. 1133-1141, Sept. 1995.
- [6] R. Spence and R. S. Soin, "Tolerance Design of Electronic Circuits," Electronic Systems Engineering Series, Addison-Wesley Publishing Company, 1988.
- [7] M. D. McKay, R. J. Beckman and W. J. Conover, "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code," Technometrics, vol. 21, no. 2, pp. 239-245, May 1979.
- [8] M. Keramat and R. Kielbasa, "Latin hypercube sampling Monte Carlo estimation of average quality index for integrated circuits," Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol. 14, pp. 131-142, 1997.
- [9] M. Singha and R. Spence, "The parametric yield enhancement of integrated circuits," Int. J. Circuit Theory and Applications, vol. 19, pp. 565-578, 1991.

- [10] S. R. Nassif, A. J. Strojwas and S. W. Director, "A methodology for worst case design of integrated circuits," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. CAD-5, no. 1, pp. 104-113, Feb. 1986.
- [11] A. Dharchoudhury and S. M. Kang, "An integrated approach to realistic worst-case design optimization of MOS analog circuits," *Proc. Design Automation Conf.*, pp. 704-709, 1992.
- [12] M. Keramat and R. Kielbasa, "Worst case efficiency of latin hypercube sampling Monte Carlo (LHSMC) yield estimator of electrical circuits," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 1660-1663, 1997.
- [13] K. Krishna and S. W. Director, "The linearized performance penalty (LPP) method for optimization of parametric yield and its reliability," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 14, no. 12, pp. 1557-1568, Dec. 1995.
- [14] L. J. Opalski, "Yet another approach to statistical circuit design—stochastic minimax," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 2264-2267, 1990.
- [15] S. W. Director and G. D. Hachtel, "The simplicial approximation approach to design centering," *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol. CAS-24, no. 7, pp. 363-373, July 1977.
- [16] S. S. Sapatnekar, P. M. Vaidya and S.-M. Kang, "Convexity-based algorithms for design centering," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 13, no. 12, pp. 1536-1549, Dec. 1994.
- [17] K. J. Antreich, H. E. Graeb and C. U. Wieser, "Circuit analysis and optimization driven by worst-case distances," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 13, no. 1, pp. 57-71, Jan. 1994.
- [18] J. Wojciechowski, L. Opalski and K. Zamłyński, "Applications of the piecewise ellipsoidal approximation to the design of nonlinear circuits," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, 1995.
- [19] L. J. Opalski and M. Wojciechowski, "Application of the piecewise ellipsoidal approximation technique to design centering," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 137-140, 1994.
- [20] P. Feldmann and S. W. Director, "Integrated circuit quality optimization using surface integrals," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 12, no. 12, pp. 1868-1879, Dec. 1993.

- [21] K. K. Low and S. W. Director, "An efficient macromodeling approach for statistical IC process design," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 16-19, 88.
- [22] K. K. Low and S. W. Director, "An efficient methodology for building macromodels of IC fabrication processes," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 8, no. 12, pp. 1299-1313, Dec. 1989.
- [23] A. R. Alvarez, et al., "Application of statistical design and response surface methods to computer-aided VLSI device design," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 7, no. 2, pp. 272-288, Feb. 1988.
- [24] L. Milor and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Computing parametric yield accurately and efficiently," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 116-119, 1990.
- [25] J. McDonald, R. Maini, L. Spangler and H. Weed, "Response surface methodology: A modeling tool for integrated circuit designers," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 24, no. 2, pp. 469-473, April 1989.
- [26] N. Salamina and M. R. Rencher, "Statistical bipolar circuit design using MSTA," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 198-201, 1989.
- [27] T.-K. Yu, S. M. Kang, I. N. Haji and T. N. Trick, "Statistical performance modeling and parametric yield estimation of MOS VLSI," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. CAD-6, no. 6, pp. 1013-1087, Nov. 1987.
- [28] H. Su, C. Michael and M. Ismail, "Statistical constrained optimization of analog MOS circuits using empirical performance models," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, vol. 1, pp. 133-136, 1994.
- [29] R. M. Biernacki and M. A. Styblinski, "Efficient performance function interpolation scheme and its application to statistical circuit design," *Int. J. Circuit Theory and Applications*, vol. 19, pp. 403-422, 1991.
- [30] T. K. Yu, S. M. Kang, J. Sacks and W. J. Welch, "An efficient method for parametric yield optimization of MOS integrated circuits," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 190-193, 1989.
- [31] S. W. Pan and Y. H. Hu, "PYFS—a statistical optimization method for integrated circuit yield enhancement," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 12, no. 2, pp. 296-309, Feb. 1993.

- [32] J. Chen and T. Yang, "STYLE: A statistical design approach based on non-parametric performance macromodeling," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 14, no. 7, pp. 794-802, July 1995.
- [33] A. Dharchoudhury and S. M. Kang, "Worst-case analysis and optimization of VLSI circuit performances," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 14, no. 4, pp. 481-492, April 1995.
- [34] C. Guardiani, P. Scandolaro, J. Benkoski and G. Nicollini, "Yield optimization of analog IC's using two-step analytic modeling methods," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 28, no. 7, pp. 778-782, July 1993.
- [35] M. A. Styblinski and S. Aftab, "Combination of interpolation and self-organizing approximation techniques—a new approach to circuit performance modeling," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 12, no. 11, pp. 1775-1785, Nov. 1993.
- [36] M. Qu and M. A. Styblinski, "An adaptive approach to statistical macromodeling of analog integrated circuits," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, vol. 3, pp. 1596-1599, 1995.
- [37] T. Koskinen and P. Y. K. Cheung, "Hierarchical tolerance analysis using statistical behavioral models," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 15, no. 5, pp. 506-516, May 1996.
- [38] C. M. Kurker, J. J. Paulos, R. S. Gyurcsik and J.-C. Lu, "Hierarchical yield estimation of large analog integrated circuits," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 28, no. 3, pp. 203-209, March 1993.
- [39] M. E. Malowany, G. W. Roberts and V. K. Agarwal, "VAMP: A hierarchical framework for design for manufacturability," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 141-144, 1994.
- [40] E. Felt, S. Zanella, C. Guardiani and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Hierarchical statistical characterization of mixed-signal circuits using behavioral modeling," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 374-380, 1996.
- [41] M. Berkelaar, "Statistical delay calculation, a linear time method," *ACM/IEEE Inter. Workshop on Timing Issues in the Specification and Synthesis of Digital Systems*, pp. 15-24, Dec. 1997.
- [42] H.-F. Jyu, S. Malik, S. Devadas and K. W. Keutzer, "Statistical timing analysis of combinational logic circuits," *IEEE Trans. Very Large Scale Integration (VLSI) Syst.*, vol. 1, no. 2, pp. 126-137, June 1993.

- [43] R.-B. Lin and M.-C. Wu, "A new statistical approach to timing analysis of VLSI circuits," *Proc. 11th Int. Conf. VLSI Design*, pp. 507-513, 1997.
- [44] 築山修治, 田中正和, 福井正博, "組合せ回路におけるクリティカルパス遅延のばらつき見積り手法," 第13回回路とシステム(軽井沢)ワークショップ, pp. 131-136, 2000.
- [45] S. A. Aftab and M. A. Styblinski, "A new analytical/iterative approach to statistical delay characterization of CMOS digital combinational circuits," *Int. J. Circuit Theory and Applications*, vol. 23, no. 1, pp. 23-47, Jan.-Feb. 1995.
- [46] P. Feldmann and S. W. Director, "A macromodeling based approach for efficient IC yield optimization," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, vol. 4, pp. 2260-2263, 1991.
- [47] D. R. Jones, M. Schonlau and W. J. Welch, "Efficient global optimization of expensive black-box functions," *J. Global Optimization*, vol. 13, pp. 455-492, 1998.
- [48] M. C. Bernardo, R. Buck, L. Liu, W. A. Nazaret, J. Sacks and W. J. Welch, "Integrated circuit design optimization using a sequential strategy," *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integrated Circuits*, vol. 11, no. 3, pp. 361-372, March 1992.
- [49] I. P. Schagen, "The use of stochastic processes in interpolation and approximation," *Int. J. Comput. Math., Section B*, vol. 8, pp. 63-76, 1980.
- [50] J. Sacks, S. B. Schiller and W. J. Welch, "Designs for computer experiments," *TECHNOMETRICS*, vol. 31, no. 1, pp. 41-47, Feb. 1989.
- [51] J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell and H. P. Wynn, "Design and analysis of computer experiments," *Statistical Science*, vol. 4, no. 4, pp. 409-435, 1989.
- [52] A. Groch, L. M. Vidigal and S. W. Director, "A new global optimization method for electronic circuit design," *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol. CAS-32, no. 2, pp. 160-170, Feb. 1985.
- [53] 盧金勤, 足立武彦, "確率モデル関数を用いた電子回路定数最適化の一手法," *信学論(A)*, vol. J74-A, no. 2, pp. 287-295, Feb. 1991.
- [54] 盧金勤, 小川公裕, 高橋昌幸, 足立武彦, "確率内挿モデルの一構成法とその回路設計への応用," 第6回回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp. 465-470, 1993.

- [55] R. Aslett, R. J. Buck, S. G. Duvall, J. Sacks and W. Welch, "Circuit optimization via sequential computer experiments: Design of an output buffer," *Appl. Statist.*, vol. 47, pp. 31-48, 1998.
- [56] 高橋磐朗, 小林竜一, 小柳芳雄, "統計解析," 改訂 工科の数学, 第5巻, 培風館, 1992.
- [57] L. C. W. Dixon and G. P. Szego, "The global optimisation problem: An introduction," *Towards Global Optimization* (eds. by L. C. W. Dixon and G. P. Szego), vol. 2, North-Holland, pp. 1-15, 1978.
- [58] S. A. Aftab and M. A. Styblinski, "IC variability minimization using a new Cp and Cpk based variability / performance measure," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 149-152, 1994.
- [59] G. E. P. Box and N. R. Draper, "Empirical Model-Building and Response Surfaces," John Wiley & Sons, 1987.
- [60] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, "Numerical Recipes in C," Cambridge University Press, 2nd ed., 1988.
- [61] R. E. Best, "Phase-Locked Loops," McGraw-Hill, 4th ed., 1999.
- [62] H. Chang, E. Charbon, U. Choudhury, A. Demir, E. Felt, E. Liu, E. Malavasi, A. Sangiovanni-Vincentelli and I. Vassiliou, "A Top-down Constraint-driven Design Methodology for Analog Integrated Circuits," Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [63] E. Charbon, E. Malavasi and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Generalized constraint generation for analog circuit design," *Proc. IEEE/ACM Int. Conf. Comput.-Aided Design*, pp. 408-414, 1993.
- [64] E. Charbon, E. Malavasi, P. Miliozzi and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Non-deterministic constraint generation for analog and mixed-signal layout," *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, vol. E80-D, no. 10, pp. 1032-1043, Oct. 1997.
- [65] 竹村彰通, "統計," 共立出版社, 1997.
- [66] H.-F. Jyu and S. Malik, "Statistical delay modeling in logic design and synthesis," *Proc. Design Automation Conf.*, pp. 126-130, 1994.
- [67] Synopsys, "Design Compiler Reference Manual: Optimization and Timing Analysis," Synopsys, 1997.

- [68] J. Chen and M. A. Styblinski, "A systematic approach of statistical modeling and its application to CMOS circuits," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst.*, pp. 1805-1808, 1993.
- [69] 近藤正樹, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, "中間モデルを用いた MOSFET の統計的モデル化手法," *信学論 (A)*, vol. J81-A, no. 11, pp. 1555-1563, Nov. 1998.
- [70] E. Chang, et al., "Using a statistical metrology framework to identify systematic and random sources of die- and wafer-level ild thickness variation in cmp processes," *Proc. IEEE Int. Electron Device Meeting*, pp. 499-502, 1995.
- [71] Z. J. Lin, C. Spanos, L. Milor and Y.-T. Lin, "Study of circuit sensitivity to interconnect variation," *2nd Int. Workshop Statistical Metrology*, pp. 28-31, 1997.
- [72] M. Orshansky, C. Spanos and C. Hu, "Circuit performance variability decomposition," *4th Int. Workshop Statistical Metrology*, pp. 10-13, 1999.
- [73] N. Chang, V. Kanevsky, O. S. Nakagawa, K. Rahmat and S.-Y. Oh, "Fast generation of statistically-based worst-case modeling of on-chip interconnect," *Proc. Int. Conf. on Comput. Design*, pp. 720-725, 1997.
- [74] V. Mehrotra, S. Nassif, D. Boning and J. Chung, "Modeling the effects of manufacturing variation on high-speed microprocessor interconnect performance," *Proc. IEEE Int. Electron Device Meeting*, pp. 767-770, 1998.
- [75] B. E. Stine, D. S. Boning and J. E. Chung, "Analysis and decomposition of spatial variation in integrated circuit processes and devices," *IEEE Trans. Semiconductor Manufacturing*, vol. 10, no. 1, pp. 24-41, Feb. 1997.
- [76] S. R. Nassif, "Within-chip variability analysis," *Proc. IEEE Int. Electron Device Meeting*, pp. 283-286, 1998.
- [77] K. A. Bowman, X. Tang, J. C. Eble and J. D. Meindl, "Impact of extrinsic and intrinsic parameter fluctuations on CMOS circuit performance," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 35, no. 8, pp. 1186-1193, Aug. 2000.
- [78] 奥野忠一, 久米均, 芳賀敏郎, 吉澤正, "多変量解析法," 日科技連出版, 1981.

本研究に関する発表

学術雑誌論文

- [1] 藤田智弘, 小野寺秀俊, “ベクトル合成モデルによる集積回路遅延特性のワーストケース解析,” 情報処理学会論文誌, vol. 41-4, pp. 927-934, Apr. 2000.
- [2] Tomohiro Fujita, Hidetoshi Onodera, “A Method for Linking Process-level Variability to System Performances,” IEICE Trans. Fundamental, vol. E83-A, no. 12, pp. 2592-2599, Dec. 2000.
- [3] Tomohiro Fujita, Hidetoshi Onodera, “A Hierarchical Statistical Optimization Method Driven by Constraint Generation Based on Mahalanobis’ Distance,” IEICE Trans. Fundamental, Mar. 2001 (掲載予定).

学術講演

- [1] 藤田智弘, 岡田健一, 藤田浩章, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, “システム特性の階層的統計解析手法,” 第12回 回路とシステム (軽井沢) ワークショップ論文集, pp. 199-204, Apr. 1999.
- [2] Tomohiro Fujita, Ken-ichi Okada, Hiroaki Fujita, Hidetoshi Onodera, Keikichi Tamaru, “A Method for Linking Process-level Variability to System Performances,” Proc. of Asia and South Pacific Design Automation Conf., pp. 547-551, Jan. 2000.
- [3] 藤田智弘, 小野寺秀俊, “アナログ集積回路の階層的歩留まり最適化手法,” 第13回 回路とシステム (軽井沢) ワークショップ論文集, pp. 187-192, Apr. 2000.
- [4] Tomohiro Fujita, Hidetoshi Onodera, “Statistical Delay Calculation with Vector Synthesis Model,” Proc. IEEE Int. Symp. Circuits & Syst., pp. V-473-476, May 2000.

口頭発表

- [1] 藤田智弘, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, “コマンド言語による集積回路統計解析CADの開発,” 電子情報通信学会総合大会, A-3-2, Mar. 1998.
- [2] 藤田智弘, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, “コマンド言語をもつ集積回路統計解析CADの開発,” 情報処理学会 DA シンポジウム '98 論文集, pp. 275-280, July 1998.
- [3] 藤田智弘, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, “集積回路の歩留まり最適化の一手法—応答曲面の近似精度向上を伴う最適化手法,” 電子情報通信学会ソサイエティ大会, A-3-2, Sept. 1998.
- [4] 藤田智弘, 小野寺秀俊, 田丸啓吉, “現実的ワーストケースにおけるセルライブラリ遅延特性の評価,” 情報処理学会 DA シンポジウム '99 論文集, pp. 59-64, July 1999.
- [5] 藤田智弘, 小野寺秀俊, “集積回路遅延ワーストケース解析の比較—ベクトル合成モデルとトランジスタ電流モデル,” 電子情報通信学会ソサイエティ大会, A-3-7, Sept. 1999.
- [6] 藤田智弘, 松尾英範, 小野寺秀俊, “大規模集積回路の統計的遅延解析手法,” 情報処理学会 DA シンポジウム 2000 論文集, pp. 91-96, July 2000.
- [7] 藤田智弘, 小野寺秀俊, “テーブルによるセル統計的遅延モデルのチップ内ばらつきへの適用,” 電子情報通信学会ソサイエティ大会, A-3-10, Oct. 2000.

付録A

階層間のモデル化手法の詳細

この付録では, 設計階層の階層間をつなぎ統計情報の受渡しに使われる2つのモデル, 中間モデルと応答曲面モデルについて説明する. 中間モデルはプロセス階層の物理パラメータとデバイス階層のモデルパラメータをつなぎ, 統計的トランジスタモデルパラメータを生成する. A.1 節で簡単にこのモデルの生成方法を説明する. 応答曲面モデル (Response Surface Model: RSM) は本文でも説明したように, 回路特性やシステム特性を近似する多項式モデルである. A.2 節で回帰分析の理論をもとに生成方法と精度に関する説明する.

A.1 統計的デバイスモデル

この付録では, アナログとデジタルの階層構造で共通のデバイス階層の MOSFET の統計的モデルについて説明する. ばらつきの根源となる物理パラメータは, 中間モデルを介してデバイスモデルに組み込まれる [69]. ここでは, 中間モデルを簡単に説明し, これを用いてどのように物理パラメータの統計情報がデバイスパラメータに組み入れられるかを説明する.

A.1.1 中間モデル

中間モデルは, MOSFET の基本的な動作方程式を用いた簡易モデルである [5]. 用いられるパラメータはしきい値電圧やキャリア移動度といった電気的特性を示すものからなり, 中間パラメータと呼ばれる. 中間モデルで用いる動作方程式は, I_D-V_{GS} 特性および I_D-V_{DS} 特性のものである. この動作方程式は多くの MOSFET モデルで共通に使われているものを選ぶ. このことで特定の MOSFET モデルに依存しない形で情報を保持することができる. 実際にモデルを利用するには, 中間モデルから簡単な変換を施すことで目的の MOSFET モデルを得る.

この方法の利点はパラメータ抽出手法が, 対象とする MOSFET モデルによらず

共通であることである。つまり、パラメータ抽出手法を一つ開発すればよく、パラメータごとの対応は変換手法のみを開発すれば良い。またあるパラメータのために抽出した中間パラメータは、別のモデルのためのパラメータに簡単に変換できるため、パラメータの抽出のやり直しを必要としない。統計解析の観点からはトランジスタ特性のばらつきを、中間パラメータという物理的、電気的性質のはっきりしたパラメータを用いて表現できる利点がある。

A.1.2 MOSFET モデルパラメータの統計情報の抽出手順

従来、統計的ばらつきを含めたパラメータ抽出手法 [68] は、多数のサンプルから SPICE モデルパラメータを抽出し、次にこれをもとに多変量解析の手法である主成分分析 [78] を行ない、得られた主成分よりばらつきのパラメータを表現していた。しかし、この方法では、ばらつきの要因として選ばれる主成分は物理的な意味を失う。これに対して、もし、ばらつきの根源である物理的なパラメータを元に、トランジスタパラメータの統計モデルを構築できれば、その意味を知ることが容易となり、回路設計時にも有用な情報を得ることができる。

そこで、本研究では物理パラメータを元にした統計的モデルを、中間モデルを利用することにより抽出し、利用している。MOSFET モデルパラメータの統計情報の抽出手順の概略を図 A.1 に示す。ばらつきの元となるプロセスの物理パラメータを、トランジスタの電流電圧特性の測定値から直接求め、統計情報として扱うのは困難である。そこで、中間パラメータをなかだちとした方法をとる。ここでの手順は次の3つからなる [5]。

手順1 電流電圧特性を中間パラメータに変換する。次に、中間パラメータから物理量を計算する。求めた物理量に対して統計解析を行い、平均、分散および相関行列を求める。

手順2 物理量の統計情報を中間モデルパラメータの統計情報へ変換する。このため

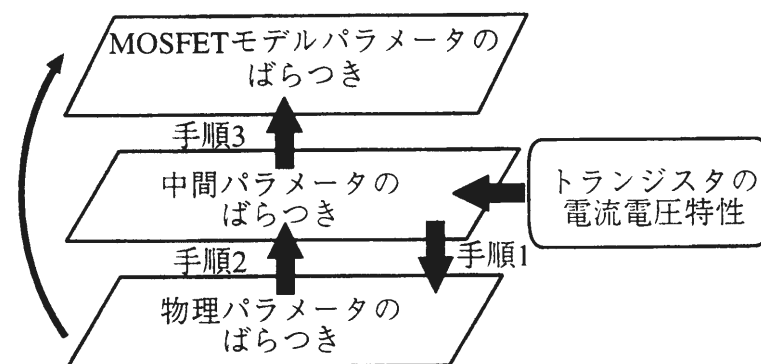


図 A.1: 統計情報の抽出手順

に、物理量の統計情報から中間パラメータの統計情報への関係をモデル化する。モデル化手法として多変量解析（重回帰分析）を用いる。

手順3 中間モデルから MOSFET モデルへ変換することで、統計的 MOSFET モデルパラメータを得る。これにより各パラメータの平均および分散を求めることができる。

以下にこれらの手順の具体的な方法を説明する。

着目する物理量と統計解析（手順1）

MOSFET のばらつきを説明するのに必要な物理量の種類は、プロセスあるいは設計する回路によって異なってくると考えられる。独立変数の数が増えると計算コストが増えるため、出来る限り少ない方が良い。プロセスあるいは設計回路毎に必要な十分なものに絞り込むのが望ましい。

本研究で用いたトランジスタのばらつきモデルは物理量として、実チャンネル長のマスク長からのずれ ΔL 、実チャンネル幅のマスク幅からのずれ ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} 、ドレイン・ソースの寄生抵抗 R_{sh} の5種類を考えている。これらは、寸法の異なる数種類の中間パラメータから容易に計算できる [69]。

これらの物理量は、関連するプロセス条件が互いに独立しているため、互いに無相関であることが予測される。しかし、常に無相関な物理量の組を選択できるとは限らないので、より一般的に、物理量間の相関を考慮する。ここでは、互いに相関を持たない確率変数から相関を持つ物理パラメータの生成方法を述べる。簡単のため、確率変数は全て正規化されているものとする。この時、NMOS、PMOS それぞれ5個、計10個の物理パラメータの分布は主成分分析により以下のようにモデル化できる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{x} \quad (\text{A.1})$$

\mathbf{p} は、物理量を成分とする10次元の列ベクトルを表す。 \mathbf{U} は、物理量の相関行列の固有ベクトルから成る行列、 $\mathbf{\Lambda}$ は物理量の相関行列の固有値を成分とする対角行列である。 \mathbf{x} は主成分列ベクトルである。 \mathbf{x} の各要素の分布は、互いに無相関な標準正規分布に従う。

中間パラメータの統計解析（手順2）

ここでは、プロセスパラメータとの関わりが深い観測可能な物理量を、中間パラメータのばらつきの根源と考える。つまり、物理量がばらつくことによって、中間パラメータがばらつき、結局は MOSFET モデルパラメータがばらつく。そこで、中間パラメータのばらつきを物理量のばらつきで表現する。ここで、両者の依存関係を表す方程式を物理的に導出するのは困難であるため、重回帰分析による統計的な手法を用いる [69]。

文献[69]に従えば、物理パラメータと中間パラメータ間の統計的依存関係を解析する手順は次のようになる。まず、多数の試料について物理パラメータを計算し、それぞれの平均値、分散および相関行列を求める。次に、各中間パラメータ毎に重回帰分析を行い、中間パラメータと物理量の依存関係をモデル化する。以上により、物理量のばらつきを反映した中間モデルを生成することができる。

MOSFET モデルへの写像（手順3）

中間モデルから MOSFET モデルへの写像はパラメータ変換という方法で行う。MOSFET モデルパラメータは、素子の物理的な形状を表すものと、中間パラメータのバイアス依存性を表すものに分類できる。前者については、特性ばらつきを支配する物理量として中間パラメータの統計情報に盛り込まれている。従って、形状パラメータは物理量から直接計算できる。後者については、中間パラメータの各バイアス条件を考慮してパラメータ変換を行う[69]。

具体的な変換方法は文献[5]で詳しく述べられているので、ここでは概要のみを示す。中間パラメータとモデルパラメータの関係は、次式により要約できる場合が多い。

$$Y = f_0(v) + \sum_{i=1}^m [f_i(v) \cdot P_i] \quad (\text{A.2})$$

P_i は、中間パラメータ Y に関するモデルパラメータを表す。 f_i は、バイアス条件 v に関する既知の関数である。 m 種類のバイアス条件とこの条件における Y の値を式 (A.2) に代入すると、 P_i に関する線形の連立方程式が得られる。これを解くと、 Y を P_i に変換する式が導出できる。求めた変換式と中間モデル表を用いることで、物理量のばらつきを反映したモデルパラメータが得られる。

A.2 応答曲面法

回路の大規模化にともない、回路シミュレーションの計算コストが問題になっている。特に本研究が対象とする統計解析では、シミュレーションを多数回必要とするため、この問題が重要となっている。ここでは、これに対する一つの解決手法として応答曲面法 (Response Surface Method: RSM) を説明する。

一般に、工学の分野では、シミュレーションや実験にかかる時間的あるいは金銭的コストの制約のためにこれを十分に行なえない場合がよくある。このような場合、さらに統計的な解析や数値的最適化などを行なおうとしても、実験 (シミュレーション) が多数必要となり膨大なコストがかかり、最適化が現実的に不可能になる。そこで、入力に対する出力を関係づける簡易モデルを作成し、実験 (シミュレーション) に代えてこのモデルを使用することがよく行なわれる。ここで入力と出力の物理的な因果関係などは考慮されず、全くの経験的なモデルが用いられる場合が多い。この

目的のために、いくつかのサンプルを取り出し、これらにおける実験を行ない、この結果からモデルを作成する。

この方法は、入力に対する応答 (出力) をモデル化することから応答曲面法 (Response Surface Method: RSM) と呼ばれ、また使用するモデルは応答曲面モデル (Response Surface Model: これも RSM と略される) と呼ばれる [59]。これは、統計学における実験計画法の分野でこれまでに盛んに研究されてきた。最もよく行なわれる方法は、応答曲面モデルとして線形モデルを用い、重回帰分析 (最小二乗法) を用いることでモデルの生成を行なう。得られた応答曲面の推定値の精度は統計学における推定理論に基づいて評価される。

本研究においても、統計解析や最適化において回路シミュレーションの代わりに応答曲面法を活用している。以下に、簡単に応答曲面法について説明する。

A.2.1 最小二乗法と正規方程式

今、観測対象 y を変数 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ を使って応答曲面で近似する。 y は目的変数、 x は説明変数と呼ばれる。ここでは線形モデルを用いたあてはめを考える。線形モデルは次式で与えられる。

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1(\mathbf{x}) + \beta_2 X_2(\mathbf{x}) + \dots + \beta_p X_p(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (\text{A.3})$$

ここで ε は誤差を表す。ここで $X_i (i = 1, \dots, p)$ は \mathbf{x} の関数。

サンプル点 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ で観測データ $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ (n : 実験回数; $n > p$) を得たとき式 (A.3) を使うと次のように表される。

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_1(\mathbf{x}_1) + \beta_2 X_2(\mathbf{x}_1) + \dots + \beta_p X_p(\mathbf{x}_1) + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_1(\mathbf{x}_2) + \beta_2 X_2(\mathbf{x}_2) + \dots + \beta_p X_p(\mathbf{x}_2) + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_1(\mathbf{x}_n) + \beta_2 X_2(\mathbf{x}_n) + \dots + \beta_p X_p(\mathbf{x}_n) + \varepsilon_n \end{aligned}$$

あるいはベクトルと行列を用いて、

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A.4})$$

と書ける。ここで $\boldsymbol{\varepsilon}$ は誤差ベクトルを表す。また $\boldsymbol{\beta}, \mathbf{X}$ は以下の通りである。

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T,$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1(\mathbf{x}_1) & X_2(\mathbf{x}_1) & \dots & X_p(\mathbf{x}_1) \\ X_1(\mathbf{x}_2) & X_2(\mathbf{x}_2) & \dots & X_p(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1(\mathbf{x}_n) & X_2(\mathbf{x}_n) & \dots & X_p(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}$$

X は $n \times p$ 行列で、実験の条件を表すことから計画行列と呼ばれる。

β の推定値を b とすると、 y の推定値 \hat{y} は

$$\hat{y} = Xb \quad (\text{A.5})$$

で求まる。 b は最小二乗法により求める。つまり $\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|^2$ を最小になるように b を決める。これは以下の方程式

$$X^T X b = X^T y \quad (\text{A.6})$$

の解を求めることと同値である。ここで式 (A.6) を正規方程式という。

証明

$$Q = \|y - X\hat{\beta}\|^2 = (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta}) \quad (\text{A.7})$$

を最小にする $\hat{\beta}$ が b となる。

$$\begin{aligned} (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta}) &= [y - Xb + X(b - \hat{\beta})]^T [y - Xb + X(b - \hat{\beta})] \\ &= (y - Xb)^T (y - Xb) + (b - \hat{\beta})^T X X^T (b - \hat{\beta}) \\ &\geq (y - Xb)^T (y - Xb) \end{aligned}$$

となり、 $\hat{\beta} = b$ としたとき等号が成立する。(証明終り)

いま、誤差の分布に正規分布を仮定し $\epsilon \sim N(0, I\sigma^2)$ とする。モデルの係数の推定値 b の分布は次のように与えられる。すなわち期待値は

$$E(b) = \beta \quad (\text{A.8})$$

となり、 b は不偏推定量である。また、分散共分散行列は

$$V(b) = (X^T X)^{-1} \sigma^2 \quad (\text{A.9})$$

となる。 b も正規分布で

$$b \sim N(\beta, (X^T X)^{-1} \sigma^2) \quad (\text{A.10})$$

となる [59]。この式から分かるように、推定の精度は計画行列 X にかかわる。一般的に良い実験計画は計画行列の列ベクトルが互いに直交し合う場合であり、直交計画 [59] と呼ばれる。直交計画では $X^T X$ は対角行列になる。直交計画は実験計画法において研究されており、種々の計画が存在する。

最後に、応答曲面の精度の評価方法を説明する。分散分析による方法が広く使われるが、ここでは分散分析同様広く用いられ、その意味をつかみやすい重相関係数を取り上げる。重相関係数 R はサンプル点における観測データ y と応答曲面からの

推定値 \hat{y} との相関係数として定義される。

$$R^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2} \quad (\text{A.11})$$

$$= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{A.12})$$

ところで、最小二乗法はサンプル点の誤差を最小とすようにあてはめを行なうので、サンプル点においては比較的良く合う曲面が得られることが多い。そこで、それ以外の点においてどの程度精度の良いあてはめができていたかを調べたい場合がある。しかし、新たにサンプル点を取り、それらの点での相関を調べるのは計算時間の面で問題である。そこでこの目的のために、 R_{PRESS} (Predicted Residual Error Sum of Squares) が用いられる。これは n 個のサンプルから 1 つずつサンプルを除いた時に得られる応答曲面と実際のサンプルの値の拡張した相関係数である。ここでの相関係数は式 (A.12) を拡張した次式で求める。

$$R_{\text{PRESS}}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^{-i})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{A.13})$$

ここで、 \hat{y}_i^{-i} は i 番目のサンプルを抜いて生成した応答曲面の i 番目のサンプル点における値である。なお、 R は相関係数であるから -1 と 1 の間の値をとる。しかし、 R_{PRESS}^2 はあてはめが良いほど 1 に近づく点は重相関係数と同じであるが、逆に精度が悪い場合は負の値を取り得る。

A.2.2 応答曲面の応用例—モンテカルロ解析

応答曲面を使った回路解析の例としてオペアンプのモンテカルロ解析を取り上げる。回路の変動要因としてプロセス変動を考え、その時の回路特性の変動の分布を解析する。トランジスタパラメータの統計モデルを使って、ランダムなトランジスタパラメータを生成し、(1) 直接 SPICE を用いて回路特性の分布を調べる方法と、(2) プロセスパラメータと回路特性の関係を応答曲面でモデル化し、このモデルを使って回路特性の分布を得る方法の 2 つを比較する (図 A.2)。回路特性として単位利得周波数 (f_{unity}) を選ぶ。また、付録 A.1 で説明した中間モデルによるトランジスタのばらつきパラメータを使用する。ばらつきの要因となるプロセスパラメータとして、実効チャンネル長 ΔL 、実効チャンネル幅 ΔW 、酸化膜厚 T_{ox} 、しきい値電圧 V_{th} と

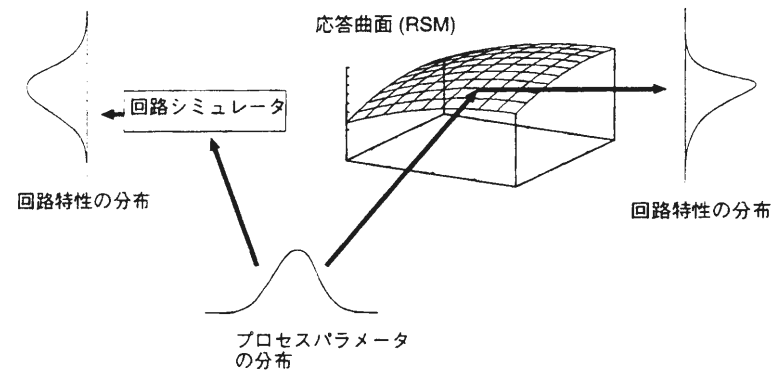


図 A.2: 応答曲面を使ったモンテカルロ解析の概念

ソース・ドレインの寄生抵抗 R_{sh} を選んだ。これらは、NMOS, PMOS それぞれに別々に存在するので、計 10 個のパラメータが存在する。

応答曲面は以下のように生成した。応答曲面モデルとして 1 次多項式を選んだ。サンプル点は 2 水準一部実施要因計画法 [59] により 16 個選んだ。これらのサンプルのとり方と、シミュレーション結果を表 A.1 に示す。また、最小二乗法により得られた応答曲面モデルも示した。 $R_{PRESS}^2 = 0.994$ であり 1 次の応答曲面でも十分な精度が得られることが分かった。サンプル数 100 のモンテカルロ解析は、SPICE による方法では解析時間が 743 秒かかったのに対して、応答曲面を用いた方法は 120 秒で終了した。応答曲面の生成及び応答曲面を使った特性値の計算は時間がかからないため、この差は SPICE シミュレーションの実行回数の差 (16 回と 100 回) による。なお、モンテカルロ解析の精度はサンプル数に依存するため、通常は十分な精度を得るためには 1000 回程度のシミュレーションが必要である [6]。この場合 SPICE による手法は、今回の実験のさらに 10 倍程度の計算時間が必要であるのに対し、応答曲面による方法は計算時間の増加はほとんどない。

次に、SPICE による方法と応答曲面による方法の結果を比較するため、両者の散布図を図 A.3 に示す。この図からも、応答曲面を用いても精度良く解析できていることが分かる。

このように、応答曲面を利用することで少ない計算コストで精度良く統計解析が可能であることが分かる。

表 A.1: トランジスタ単位利得周波数の応答曲面生成実験計画とシミュレーション結果: 変動変数は $[-1, 1]$ の範囲の変動に規格化

No.	NMOS					PMOS					f_{unity} [MHz]
	ΔL	ΔW	T_{ox}	V_{th}	R_{sh}	ΔL	ΔW	T_{ox}	V_{th}	R_{sh}	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4.23
2	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	4.46
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	4.33
4	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	4.41
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	4.46
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	4.23
7	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	4.40
8	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	4.34
9	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	4.26
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	4.51
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	4.67
12	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	4.12
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	4.50
14	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	4.27
15	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	4.11
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	4.67

$$R_{PRESS}^2 = 0.994$$

$$f_{unity} = 4.372 - 0.0138\Delta L_n + 0.000756\Delta W_n - 0.00842T_{oxn} \\ - 0.00409V_{thn} - 0.000207R_{shn} \\ - 0.119\Delta L_p + 0.00234\Delta W_p - 0.0765T_{oxp} \\ + 0.0791V_{thp} - 0.000244R_{shp}$$

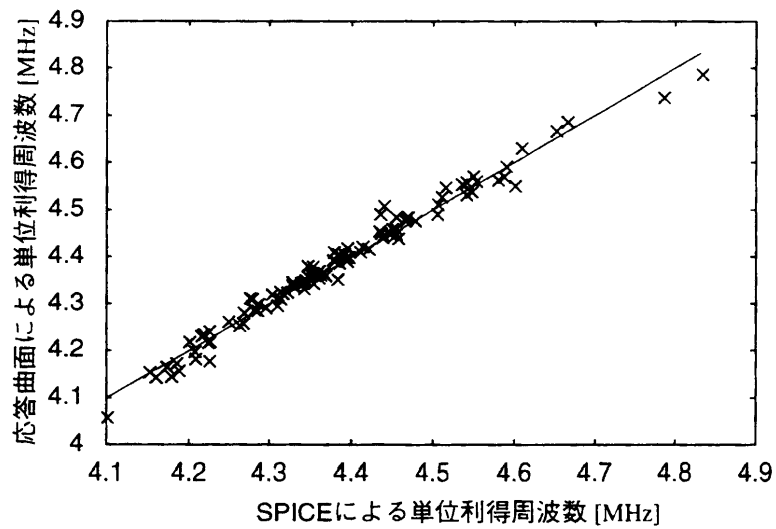


図 A.3: 散布図: 応答曲面と SPICE による単位利得周波数のモンテカルロ解析