

氏名	やま　うち　あつ　お 山　内　淳　生
学位(専攻分野)	博　士（理　学）
学位記番号	理　博　第 2275 号
学位授与の日付	平成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻	理学研究科数学・数理解析専攻
学位論文題目	On a certain extended Galois action on the space of arithmetic modular forms with respect to a unitary group (ユニタリ群上の算術的保型形式の空間へのある種の拡張されたガロア作用について)
論文調査委員	(主査) 教授 吉田敬之　教授 上野健爾　助教授 森脇　淳

論 文 内 容 の 要 旨

CM-体（即ち総実代数体の総虚二次拡大体） K 上のユニタリー群 G を考える。 K の各アルキメデス素点について G の符号が一定であると仮定する。このとき G 上の保型形式はフーリエ・ヤコビ展開、即ちテータ函数をフーリエ係数とするフーリエ展開を持つ。

一般にテータ函数は複素トーラス上に定義されるが、上述のフーリエ・ヤコビ展開と関係する場合には、この複素トーラスは K による虚数乘法をもつアーベル多様体に同型である。正規化したときに任意の位数有限な点で代数的な値をとるならば、テータ函数は算術的であるという。また、係数に現れるテータ函数が全て算術的であるとき、ユニタリー群上の保型形式は算術的であるという。

まず算術的なテータ函数へのガロワ群、 K のイデール群とCM-型の直積集合の作用を調べる。この作用が虚数乘法で与えられるアーベル多様体とその等分点への作用を拡張したものになっているようにする。言い換えれば虚数乘法論をテータ函数を用いて解析的に記述する。この結果はガロワ群を所謂 reflex の体 K^* の上に自明な同型に制限した場合は志村によって与えられていたが、本論文ではこの仮定をはずしている。証明は Deligne-Tate による CM-型アーベル多様体の conjugation の理論による。

ユニタリー群上の算術的保型形式へのガロワ群、 K のイデール群とCM-型の直積集合の作用をフーリエ・ヤコビ展開の係数への作用によって定義する。この作用により実際に保型形式が得られることが主定理である。この保型形式は一般には別のユニタリー群上の保型形式となる。主定理の証明にはユニタリー志村多様体のシンプレクチック志村多様体への埋め込みを利用する。また主定理の証明と関連して、算術的保型形式の空間はユニタリー群の有理点の群の作用で stable であることが示されている。

主定理からユニタリー群上の算術的保型形式へのガロワ群と G のアデール群の直積群の作用が導かれる。この作用は志村多様体の理論での保型函数への作用を拡張したもので、求めていたものであるが、ガロワ群を reflex の体 K^* の上に自明な同型に制限していて、主定理より少し弱い形である。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

複素上半平面で定義された算術的な保型函数が虚二次体に属する点でとる値は、この虚二次体のアーベル拡大体を生成する。この事実は古典的な虚数乘法論として19世紀以来知られており、整数論で基本的である。高次元への一般化は志村による算術的な保型函数の一般理論、所謂志村多様体の理論として1970年までに確立された。この理論において、算術的な保型函数へのガロワ群（より正確にはガロワ群とあるアデール群の直積）の作用が明確に記述されることが本質的である。

保型函数は保型形式の商として表されるから、算術的な保型形式へのガロワ群の作用が記述できれば、さらに一般的で応用範囲も広い訳である。この様な理論はやはり志村によって、1970年代にシンプレクチック群と虚二次体上のユニタリー群

について確立された。

一般のユニタリー群上の算術的保型形式への作用については、いままでにまとまった研究がないが、ガロワ群を所謂 reflex の体の上に自明な同型に制限すると、証明は比較的容易であると考えられる。申請者の論文ではこの種の仮定をはずして、一般的にフーリエ・ヤコビ展開をもつという条件のみで主結果を導いており、価値が高い。主定理からユニタリー群上の算術的保型形式へのガロワ群と G のアデル群の直積の作用を得たところで、reflex の体の上に自明という条件を置いているが、これはテクニカルなもので、はずすことも原理的には可能と思われる。

またアイゼンスタイン級数が申請者の定義の意味で算術的であることを示すことは、残された重要問題である。この問題が解決できれば、さらに L 函数の特殊値の研究への応用も見込まれる。このように本論文は、保型形式論への有用な道具と興味ある問題を提供している。

よって本論文は、博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

なお、平成13年1月25日、主論文に報告されている研究業績を中心とし、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。