氏　　　名　岸本　功（きしもと　いさお）

学位(専攻分野)　博　士（理　学）

学位記番号　理　博　第 2286 号

学位授与の日付　平成 13 年 3 月 23 日

学位授与の要件　学位規則第 4 条第 1 項該当

研究科・専攻　理学研究科物理学・宇宙物理学専攻

学位論文題目　Noncommutative gauge theories on nontrivial backgrounds
（非自明な背景での非可換ゲージ理論）

論文調査委員　（主　査）教授 川合　光　教授 九後太一　教授 二宮正夫

論　文　内　容　の　要　旨

1990年代の半ば以降，超弦理論の双対性が盛んに議論され，その中で開弦がその上に端をもつことのできる膜であるD-braneの研究がとりわけ重要な役割を果たしてきた。そのD-braneの低エネルギー有効理論として従来Born-Infeld作用による記述がなされてきたが，N. SeibergとE. Wittenにより定数計量かつ定数のNS-NS B場の背景のもとで可換な普通の積で書かれたBorn-Infeld作用と等価な非可換な＊積（Moyal積）で書かれた非可換Born-Infeld作用による記述があることが示された。その前後から，非可換な＊積で書かれた非可換ゲージ理論あるいは非可換場の理論が爆発的に研究されるようになった。その中で通常の可換な積の場の理論には存在しない非可換特有の古典解が見つかるなど，弦理論との対応とは独立な物理の模型としても興味深い様相を示すことが明らかにされつつある。ただし，これらの研究のほとんどは＊積としてMoyal積という定数の非可換パラメータ $\theta^{\mu\nu}$ で決まる積だけを用いて議論している。これは元の弦理論からみると背景の場である $g_{\mu\nu}$, $B_{\mu\nu}$ が定数の場合のみ扱っていることになる。

このような状況において申請者は非可換ゲージ理論とその非自明な背景への一般化に注目した。

参考論文2では，上述の非可換Born-Infeld作用の $\theta^{\mu\nu}$ independenceの証明でSeibergとWittenが提案したgauge equivalence relationから決まる非可換ゲージ場の変換には，大きな不定性があることを指摘した。またその不定性は彼らの証明が意味をもつ近似の範囲内では見えないことも示した。

申請者は主論文1で非可換ゲージ理論の一般化を試みた。これは非可換な＊積としてFedosovがsymplectic多様体 M 上の変形量子化の手法として構成したものを用いるものである。これは M として特に R^{2n} をとれば通常非可換ゲージ理論の積として議論されるMoyal積を再現するものである。Fedosovの＊積を構成する手続きは，まず M の上にWeyl代数束 W を導入してそこにAbelian connection D を入れ，そのkernelである $W_D(\subset W)$ と非可換スカラー場の空間の1対1対応を用いて W に入れた非可換な $\circ$ 積から＊積を誘導するというものである。申請者は W の自己同型写像の一部である W_D の自己同型写像を非可換ゲージ変換と同一視し，それに対応するゲージ場として非可換ゲージ場を定義した。またFedosovの構成したtraceを用いることでここで定義した非可換ゲージ変換に関するゲージ不変量を作れるので，非可換ゲージ場のfield strengthの2次式のtraceをとることで非可換Yang-Mills理論の一般化された作用を作ることができる。

このようにして主論文1で構成した非可換ゲージ理論は特に弦理論の定数背景場に対応する状況，すなわちFedosovの＊積がちょうどMoyal積になる状況において通常よく議論されている非可換ゲージ理論を再現するものになっており，少なくともその意味において自然な一般化になっている。弦理論では定数背景場で $B_{\mu\nu}\sim\theta_{\mu\nu}{}^{-1}$ だったので，背景の $B_{\mu\nu}$ が定数でない場合はsymplectic form Ω_0 が非自明，つまり $\Omega_{0\mu\nu}$ が定数でない場合に対応すると思われるが，主論文1で構成した非可換ゲージ理論はまさにその状況である。またFedosovの構成法では手で選べる多くの関数自由度をもつパラメータがあり，それらを背景場とみなすと非自明な背景における非可換ゲージ理論ということになる。申請者はこれが弦理論の非自明な背景で実現される非可換ゲージ理論の候補になり得ると期待している。

また主論文1では，一般化した非可換ゲージ理論の立場から gauge equivalence relation をみると参考論文1で議論した非可換ゲージ場間の変換は，およそ W の自己同型写像あるいは W_D 間の同型写像に対応し，その不定性は W の自己同型群の非可換性あるいは∘積の非可換性に起因していると解釈できることも指摘している。

主論文1の構成法は原理的には order by order で計算することができるが，一般の状況では非常に複雑で＊積をあらわに書き下すことさえ難しい。申請者は非自明な例として M が2次元の場合にある程度計算があらわに遂行できることを示し，特に2次元の定曲率空間において実際に Fedosov の＊積をあらわに計算した。特に2次元球面 S^2 の場合にはこの＊積から fuzzy sphere の代数として知られている $su(2)$ 代数を再現することが確かめられた。2次元双曲空間 H^2 の場合も同様に su (1, 1) 代数が得られている。したがってこの＊積を一般論に適用すれば非可換 S^2 および非可換 H^2 上の非可換ゲージ理論を議論できる可能性があると主張している。

論文審査の結果の要旨

申請者は，非可換空間上のゲージ理論とその非自明な背景への一般化を考察した。1990年代の半ば以降，超弦理論の双対性が盛んに議論されるようになってきており，最近ではそれに関連して，＊積とよばれる非可換な積で書かれた場の理論，すなわち非可換空間上の場の理論が精力的に研究されている。特に，非可換空間特有の古典解が見つかるなど，非可換空間上の場の理論は弦理論とは独立した物理の模型としても興味深い様相を示すことが明らかにされつつある。しかしながら，これらの研究のほとんどは＊積として定数値の非可換パラメータを用いて議論している。これは元の弦理論からみると，背景の場が定数の場合のみ扱っていることになり，必ずしも十分に一般的な解析をしているとはいえない。このような状況において申請者は，非可換空間上のゲージ理論を非自明な背景へ一般化することに注目した。

主論文で申請者は，Fedosov がシンプレクティック多様体上の変形量子化として構成した＊積を用いて，非可換空間上のゲージ理論の一般化を試みた。Fedosov の理論は，考えている多様体上に Weyl 代数束 W と Abelian connection D を導入し，その kernel である W_D と非可換スカラー場の空間の間の1対1対応を用いて，Wに入った非可換な積から＊積を誘導するというものである。申請者は W_D の自己同型写像をゲージ変換と同一視し，それに対応するゲージ場として非可換空間上のゲージ場を定義した。また，Fedosov が構成した trace を用いることにより，非可換空間上の Yang-Mills 理論の作用を作ることができた。このようにして主論文で構成した理論は，背景場が定数である場合には通常の非可換空間上のゲージ理論を再現するものになっており，今までなされてきたことの自然な一般化になっている。

また参考論文では，非可換空間上のゲージ理論に関して，Seiberg と Witten が提案した gauge equivalence relation から決まるゲージ場の変換には，大きな不定性があることを指摘し，さらにその不定性は彼らの証明が意味をもつ近似の範囲内では見えない量であることも示した。

以上のように，本申請論文は非可換空間上の場の理論に関して以前から知られていたことを大幅に一般化し，この分野の従来の議論を見通しよくしたのみならず，今後の発展にも大きく寄与していくと思われる。よって，本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

平成12年1月19日，主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として，これに関連した研究分野について口頭試問した結果，合格と認めた。