

## 「マルクス派最適成長論」における政府\*

劉 洋

### I はじめに

マルクス経済学を近代経済学のように数理経済学としてブラッシュ・アップする作業は過去において置塩や森嶋によって飛躍的に発展させられたが、その議論の対象は価値論・剰余価値論が中心で、かつ経済主体の最適化行動をしないモデルとして展開されているために近代経済学者から縁遠いものとみなされ続けてきた。しかし、山下・大西 [2002] 以来、「マルクス派最適成長論」と自称するモデルが現れ、そこでは経済主体の最適行動を前提とする近代経済学の枠組みで資本主義の生成、発展、死滅という史的唯物論の基本命題が表現されるようになり、またさらにこのモデルは大西・藤山 [2003] 以降、2階級モデルに発展させられて階級間の「搾取」もが論じられるようになっている。すでにこの分野では数多くの成果が国際的にも発表されるようになっており、「マルクス派最適成長論」はマルクス派内のひとつの潮流として認知することができるようになったと思われる。

しかし、この新しい枠組みが近代経済学と並ぶ枠組みとして成功するための課題は依然として多く、そのひとつは税財政政策といった政府の基本的な政策分析にも応用可能なものかどうかという点にある。現実の経済分析は政府行動を無視するわけにいかないから、これができて初めてモデルはモデルとして完

---

\* 本稿の作成にあたって、京都大学経済学研究科大西広教授、博士後期課程金江亮さん、博士前期課程田添篤史さん及び大西ゼミの方々から多くのご指導とアドバイスをいただき、感謝を申し上げます。

成すると言える。あるいは、これはマルクス経済学的にも非常に重要なテーマである。そのため、本稿は、この「マルクス派最適成長論」モデルに政府部門を導入する作業を行なう。実際、税財政政策の分析の前提としての「マルクス派最適成長論」モデルの分権経済モデルへの拡張はすでに金江 [2009] によってなされ、その準備はなされているので、このモデルの改良として本稿は作業を行なう。

なお、近代経済学がすでに明らかとしていることに、外部性の存在しない経済への税財政の導入は資源配分にゆがみをもたらすということがある。本稿も税財政分析の出発点として一切の外部性を仮定しないため、この結論がもたらされることとなり、その意味では新味はない。しかし、本稿の主なる目的は、この「マルクス派最適成長論」でも税財政の効果を論じられるか否かを知り、ないし「マルクス派最適成長論」モデルと近代経済学的な結論との関係を明らかとすることにある。そうした目的の論文であることを最初に明示しておきたい。

## II 基本モデルと先行研究

山下・大西 [2002] が当初定式化した「マルクス派最適成長論」モデルは社会計画者モデルとして次のような2部門の生産関数と目的関数を持っていた。このモデルは基本モデルと呼ぶ。

$$\text{消費財生産部門生産関数} \quad Y^c = AK^\alpha (sL)^{1-\alpha}$$

$$\text{資本財生産部門生産関数} \quad Y^K = \dot{K} = B(1-s)L$$

$$\text{目的関数} \quad \max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log Y^c$$

ここで  $Y^c$ 、 $Y^K$ 、 $K$ 、 $L$ 、 $s$ 、 $\alpha$ 、 $U$ 、 $\rho$  はそれぞれ消費財生産、生産財生産、資本ストック、総労働、消費財生産に使われる労働の割合と消費財部門における生産の資本弾力性、無限期間の効用の割引現在価値、時間選好率である。資本の減価償却は簡単化のためここでは無視されている。

しかし、この社会計画者モデルはその後、金江 [2009] において以下のように

に分権経済モデルに拡張されている。本稿のモデルは政府財政の問題を扱い、よって「価格」のレベルの事象を扱うのでこのモデルを簡潔に紹介すると次のようになる。

消費財生産部門に振り分ける労働の量を  $L_1$ 、賃金を  $w_1$ 、資本財生産部門に振り分ける労働の量を  $L_2$ 、賃金を  $w_2$  とすると  $L_1 + L_2 = L$  となる。また、消費財の価格を 1 と基準化し、資本財の価格を  $p$  とし、さらに  $R$  を利子率とおくと、

消費財生産部門の利潤は

$$\Pi = Y^c - RK - w_1 L_1$$

資本財生産部門の利潤は

$$\pi = p\dot{K} - w_2 L_2$$

で表される。

これらの式においては二種類の生産物があるので、

消費財企業の最適条件は

$$Y_K = R$$

$$Y_{L_1} = w_1$$

資本財企業の最適条件は

$$pB(1-s) = w_2$$

と書くことができる。

さらに、このモデルの合理化は市場均衡によって証明できる。即ち、まず、資本市場均衡においては、

$$A = pK$$

がある。

この式の左辺  $A$  は資産、貨幣の価値が含まれており、右辺は資本かける価格である。

次に、労働市場においては、均衡では二つの部門の賃金が等しくなる。

$$w_1 = w_2$$

上で、 $Y_f = w_1$  と  $(1-s)pB = w_2$  であるので、

$$(1-\alpha)AK^\alpha(sL)^{1-\alpha} = (1-s)pB$$

になる。

また、市場均衡において、企業の産出は完全に分配される。即ち、

$$Y^c = RK + w(sL)$$

になる。

家計の予算制約式は、

$$\dot{A} = r \cdot A + [sw_1 + (1-s)w_2]L - Y^c$$

で表されるが、ここに資本と労働市場の均衡条件を代入すると、

$$pK + p\dot{K} = rK + wL - Y^c$$

になる。それと資本市場の裁定条件から、それは、

$$p\dot{K} = RK + wL - Y^c$$

と変形できる。

また、上の式  $(1-\alpha)AK^\alpha(sL)^{1-\alpha} = pB$  と  $Y^c = RK + w(sL)$  を  $pK = RK + wL - Y^c$  に代入すると、

$$\dot{K} = B(1-s)L.$$

になるが、この式は、当初山下・大西 [2002] が定式化した資本財生産部門の生産関数とちょうど同じになる。こうして上記のような形での分権モデルへの書き換えは合理化することができるのである。

### III 分権経済の中の政府<sup>1)</sup>

本稿は分権モデルと社会的計画者モデルにそれぞれ政府支出と各種の税金を導入する。税率は時間に関して一定と仮定し、完全競争市場および完全雇用と人口一定も仮定する。

また企業の税金は生産物にかかり、「利潤税」ではなく、「生産税」とする。政府は  $\tau_f$  の率で消費財企業に税金をかけ、その税金が家計部門に移転される。

1) 計算方法は、Barro & Sala-i-Martin [2004] を参考にした。

## 1 企 業

ここでまず企業部門であるが、生産関数は

$$\text{消費財生産部門： } Y^c = A(sL)^{1-\alpha} K^\alpha$$

$$\text{資本財生産部門： } Y^k = \dot{K} = B(1-s)L$$

ただし、消費財生産部門で使う労働  $L^c$  は  $L^c = sL$ 、資本財生産部門で使う労働  $L^k$  は  $L^k = (1-s)L$ 、総労働  $L$  は  $L = L^c + L^k$  である。

このとき消費財生産部門の税後利潤は

$$\pi_c^t = (1-\tau_f) Y^c - wL^c - RK$$

になる。

競争市場の企業は、以下一階条件のように、利潤最大化をする。

$$\frac{\partial \pi_c^t}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow (1-\tau_f) Y_K^c - R = 0$$

$$\frac{\partial \pi_c^t}{\partial L^c} = (1-\tau_f) Y_{L^c}^c - w = 0$$

ただし、 $Y_K^c$  は消費財生産部門における資本財の限界生産物であり、 $Y_{L^c}^c$  は消費財生産部門における労働の限界生産物である。

従って、消費財生産部門において、

資本財の限界生産物は

$$Y_K^c = \frac{R}{1-\tau_f}$$

労働の限界生産物は

$$Y_{L^c}^c = \frac{w}{1-\tau_f}$$

になる。

それから、資本財生産部門においては、利潤  $\pi_k^t$  は

$$\pi_k^t = pBL^k - wL^k$$

になる。

また、利潤最大化の一階条件により、

$$\frac{\partial \pi_k^t}{\partial L^k} = 0 \Leftrightarrow B = \frac{w}{p}$$

以上は消費財生産部門に政府要素を導入して、利潤最大化による結果である。

さらに、賃金は両部門において等しいので、消費財生産部門の  $Y_{Lc} = \frac{w}{1-\tau_f}$  と資本財生産部門の  $B = \frac{w}{p}$  より、

$$(1-\tau_f)(1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^\alpha = pB$$

即ち、

$$\left(\frac{K}{L}\right) = \left[\frac{pB}{(1-\tau_f)(1-\alpha)A}\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

となる。

## 2 家 計

次に、政府要素は家計にどのように影響を与えることかを考察するために、政府購入を効用関数に導入する。そして、消費としては、一部は消費財生産部門の生産物であり、もう一部は政府購入から移転されたので、効用関数は次のように設定する。

$$u = u(c, g) = h \log c + (1-h) \log \bar{g}$$

基本モデルの中、消費財生産部門の産出物は全て消費されるという設定がある。即ち、

$$C = Y^c$$

である。

ここで、政府要素が導入され、消費財生産部門の一部の生産物は税金になったので、式は次のように変更される。 $Y_f^c$ を税後に残された消費財とすると

$$C = Y_f^c$$

そして、次のように設定する。

$$Y_f^c = (1-\tau_f)Y^c$$

政府移転は、私的財の等価物と非競合的公共財という二種類の消費財を提供するので、ここで二つのケースを考える。

① 私的財産の等価物について、 $\bar{g}=g$

通時的な効用関数は

$$u = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log(c^h g^{1-h}) dt$$

になり、家計の効用制約は

$$\dot{a} = ra + w - c$$

になる。

従って、家計の効用最大化は、

$$\max u = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log(c^h g^{1-h}) dt$$

$$\text{s.t. } \dot{a} = ra + w - c$$

になる。ハミルトニアンは

$$H = \log(c^h g^{1-h}) + \lambda [(1 - \tau_a)ra + (1 - \tau_w)w - c]$$

一階条件は

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow \frac{h}{c} = \lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = \rho\lambda - \dot{\lambda} \Leftrightarrow \lambda r = \rho\lambda - \dot{\lambda}$$

になる。

それらの式から、

$$-\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$$

$$(1 - \tau_a)r = \rho - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$$

を得る。

最後に、結果は

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho$$

になる。

② 政府購入は非競合の公共財を提供するケースを考えよう。

$$\bar{g} = G$$

と仮定する。

前のケースと同様に、家計の最適化は

$$\begin{aligned} \max u &= \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log(C^h G^{1-h}) dt \\ \text{s.t. } \dot{a} &= ra + w - C \end{aligned}$$

になる。

同じように、

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho$$

になる。

政府参入なしのケースでは、消費の成長も

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho$$

になる。しかし、 $r$ の経路が同じであるかどうか分からないので、形が同じでも、経路が同じかどうかは現段階では分からない。

### 3 均 衡

以上のように、政府が参入して、 $\tau_f$ の率で消費財企業に税金をかけ、その税金が家計部門に移転されるという条件の下で、企業においては

$$Y_k^e = \frac{R}{1 - \tau_f}$$

$$Y_{Lc}^e = \frac{w}{1 - \tau_f}$$

$$B = \frac{w}{p}$$

になり、家計においては、均衡で  $\frac{\dot{c}}{c} = 0$  になるので

$$r = \rho$$

になる。

また裁定条件  $rp = R + p$  は、定常において

$$rp = R$$



になる。従って、金江 [2009] と同じような計算仕方より、政府参入の下で、分権経済において定常での資本労働比率は

$$\left(\frac{K}{L}\right)^* = \frac{B\alpha}{\sigma(1-\alpha)}$$

になる。

実際に、政府参入がなくても、分権経済において定常での資本労働比率は同じ

$$\left(\frac{K}{L}\right)^* = \frac{B\alpha}{\sigma(1-\alpha)}$$

となる。

従って、政府の参入は、分権経済において定常での資本労働比率に影響しないことが分かった。

#### IV 社会的計画者のケース

経済全体の最適状態を考察するために、ここでは社会的計画者のアプローチを取り上げる。

基本モデルに、社会全体の効用を最大化するために、以下のように分析した<sup>2)</sup>。

$$\begin{aligned} \max u &= \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \log Y^c dt \\ \text{s.t. } \dot{K} &= B(1-s)L \\ Y^c &= AK^\alpha (sL)^{1-\alpha} \end{aligned}$$

ハミルトニアンは

$$H \equiv \log Y^c + \mu B(1-s)L$$

一階条件は

$$\frac{\partial H}{\partial s} = 0$$

2) 山下・大西 [2002], 25-33ページ。

$$\Leftrightarrow \frac{1-\alpha}{s} = B\mu L$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = -\dot{\mu} + \rho\mu$$

$$\Leftrightarrow \frac{\alpha}{K} = -\dot{\mu} + \rho\mu$$

さらに、持続状態の資本は

$$K^* = \frac{\alpha BL}{(1-\alpha)\rho}$$

というように導かれる。

本稿は、政府要素を導入して、政府の支出は消費財部門税収によって賄うことを仮定する。政府は、消費財部門から税金を  $\tau^c$  の比率で徴収し、また家計に公共財  $G$  を提供する。

従って、政府予算制約は

$$G = \tau^c Y^c$$

さらに、生産関数は以下ようになる。

$$\text{消費財生産企業} \quad Y^c = AK^\alpha (sL)^{1-\alpha}$$

$$\text{資本財生産企業} \quad Y^K = Y^K(L)$$

$$\dot{K} = B(1-s)L$$

家計の効用は、一部は個人消費から得た効用であり、もう一部は政府提供の公共財である。なお、「マルクス派最適成長論」モデルの中に、個人消費は常に消費財企業が提供した総消費財と等しいという仮定がある。従って、効用関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} U &= U(C, G) \\ &= U((1-\tau)Y^c, G) \\ &= \log[((1-\tau)Y^c)^h G^{1-h}] \end{aligned}$$

従って、社会的計画者は次のように効用最大化をする。

$$\max u = \int_0^\infty e^{-\rho t} \log((1-\tau)Y^c)^h G^{1-h} dt$$

$$\text{s.t. } \dot{K} = B(1-s)L$$

$$G = \tau^c Y^c$$

ハミルトニアンは

$$H \equiv \log((1-\tau^c)Y^c)^h (\tau^c Y^c)^{1-h} + \mu B(1-s)L$$

一階条件は

$$\frac{\partial H}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow \frac{h}{Y^c} \frac{\partial Y^c}{\partial s} + \frac{(1-h)}{Y^c} \frac{\partial Y^c}{\partial s} - B\mu L = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\alpha}{s} = B\mu L$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = -\dot{\mu} + \rho\mu \Leftrightarrow \frac{h}{Y^c} \frac{\partial Y^c}{\partial K} + \frac{(1-h)}{Y^c} \frac{\partial Y^c}{\partial K} = -\dot{\mu} + \rho\mu$$

$$\Leftrightarrow \frac{\alpha}{K} = -\dot{\mu} + \rho\mu$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau^c} = 0 \Leftrightarrow h\tau^c = (1-h)(1-\tau^c)$$

ここで、 $h\tau^c = (1-h)(1-\tau^c)$  を満たす  $\tau^{c*}$  は、社会的計画者が選択した最適税率になる。

基本モデルと同じ計算仕方で解く<sup>3)</sup>。まず、次のように変形する。

$$\frac{\dot{s}}{s} = -\frac{\dot{\mu}}{\mu}$$

$$\mu = \frac{(1-\alpha)}{BsL}$$

$$\dot{s} = s \left( \frac{BL}{K} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} s - \rho \right)$$

持続状態では、 $\dot{s} = 0$  であるので、次の式を得る。

$$s = \frac{\rho(1-\alpha)K}{\alpha BL}$$

さらに、持続状態では、 $\dot{K} = 0$  でもあるので、 $s = 1$  を得る。

最後に、持続状態の資本はこのように導出される。

3) 山下・大西 [2002], 25-33ページ。

$$\left(\frac{K}{L}\right)^* = \frac{\alpha B}{(1-\alpha)\rho}$$

したがって、政府があるケースと政府なしのケースで、一階条件、成長経路、持続状態の資本はすべて同じ結果になる。

以上のように、社会計画者のもとで、政府参入は、経済成長経路と持続状態に何も影響がないということが分かった。

## V 結 論

我々の対象とする「マルクス派最適成長論」は、これまで財政金融政策というような価格レベルの政策分析ができなかったが、金江 [2009] がこれを分権的市場経済モデルに拡張をしたがためにそうした分析を可能とする道が開けた。そして、本稿はその成果の上に以上のような形で消費財生産部門への課税とそれによる政府収入増分全額の消費者への分配というもっとも単純な財政政策を定式化し、その結果を導くことができた。具体的には次のような結果であった。すなわち、

第1に、定常均衡では、分権経済においても、社会的計画者経済においても、このタイプの政府参入は定常状態の資本労働比率を変えない。また、企業と家計がそれぞれ利潤最大化と効用最大化をする分権経済でも、その解が社会的計画者経済と結果が一致することが分かったことから、こうした特殊な財政政策をとる限り、帰結に変化をもたらさないこと、つまり、社会厚生上、この種の財政政策は資源配分上の歪みをもたらさないことが分かった。この政策では要するに、生産された消費財の一定部分を政府が吸い上げ、それをそのまま消費者に分配しているのであるから、(この政策によって消費者が受け取る公共的消費財と私的消費財との比率の変化、よって効用関数を通じた効用上の変化は生じるが)何もしていないということになるのである。

ただ、第2に、この帰結は成長経路にも変化をもたらさないのかどうかは分からない。結果では財政政策のあるケースでもないケースでも消費の成長経路

が

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho$$

となって同じ形となったが、財政政策のあるケースとないケースで利子率  $r$  の経路に差が生じる可能性も残っているからである。この点は引き続き検討されなければならないだろう。

いずれにせよ、以上によって「マルクス派最適成長論」でも財政効果を分析し、論じることのできる事が分かった。本稿では簡単化のために極めて単純な政策しか検討できなかったが、より複雑な政策によって異なる帰結の導かれる可能性もある。これも今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] 山下裕歩・大西 広 [2002] 「マルクス理論の最適成長論的解釈——最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル——」『政経研究』第78号, 2002年, 25-33ページ。
- [2] Robert J. Barro, Xavier Sala-i-Martin [2004] *Economic Growth*, 2nd ed., Cambridge, Mass., MIT Press, 2004.
- [3] 大西 広・金江 亮 [2008] 「『マルクス派最適成長論』の到達点と課題」『立命館経済学』第56巻第5・6号, 2008年3月。
- [4] 大西 広 [2005] 「市場と資本主義の関係についての史的唯物論的理解について」『季刊経済理論』第42巻1号, 2005年。
- [5] 金江 亮 [2009] 「『マルクス派最適成長論』の現実性と価値・価格問題」mimeo.
- [6] 大西 広・藤山英樹 [2003] 「マルクス派最適成長論における労働による資本の『搾取』」京大大学経済学研究科 Working Paper No. J-33, 2003年。

(2009年3月25日受付, 2009年6月1日受理, 編集委員会)