

氏 名	はやま さとし 早 間 慧
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学位記番号	論 理 博 第 1389 号
学位授与の日付	平 成 13 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	複雑な Basin 構造を持つ系におけるカオス崩壊の 2 つの新しいシナリオ について ——リドル崩壊と薄膜衝突型崩壊——
論文調査委員	(主 査) 教 授 蔵 本 由 紀    教 授 吉 川 研 一    教 授 小 貫 明

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、低次元散逸力学系におけるカオスアトラクターの崩壊に関するものである。申請者は、本論文においてカオス崩壊の 2 つの新しいタイプを見出しており、それらを「リドル崩壊 (riddling crisis)」および「薄膜衝突型崩壊 (intertwining crisis)」と命名した。しかるに、従来はいわゆる境界衝突型崩壊 (boundary crisis) がカオス崩壊として知られている唯一のタイプであった。

「リドル崩壊」および「薄膜衝突型崩壊」は、いずれも崩壊すべきカオスアトラクター B のほかにいま一つのカオスアトラクター A が存在し、後者が滑らかな部分位相空間  $N$  内に存在するような低次元力学系に現れる現象である。このような状況においては、アトラクター A のベイスン  $\beta(A)$  内の任意の点を中心とする任意に小さな開球にアトラクター B のベイスンの破片が含まれるという、いわゆる riddled basin と呼ばれる複雑なベイスン構造が現れる。申請者が見出したカオス崩壊タイプはいずれも riddled basin 存在下における普遍的現象であると期待される。

申請者は、カオスアトラクター B がパラメタの変化とともに成長し、それがやがて riddled basin  $\beta(A)$  に衝突する状況が可能であることを見出した。これによりアトラクター B は崩壊し、長時間の過渡カオスを経た後にカオスアトラクター A に吸引される、これが第一の崩壊型「リドル崩壊」である。原理的には崩壊の臨界点は明確に存在するが、現象的には崩壊はきわめて緩やかに始まり、広いパラメタ領域で軌道はもとのカオスアトラクターが占めていた領域から大きく飛び出し長時間にわたってカオスの放浪を行う。また、崩壊後のパラメタ領域において、周期アトラクターの窓が繰り返し現れるという特徴を持つ。申請者はこれらの事実を具体的な 2 次元離散力学系の詳細な数値解析から見出した。また、理論的考察からこのような現象がある条件をみだす低次元力学系に普遍的な現象であることが主張された。申請者はまた、崩壊発生点近傍における過渡カオスの寿命をある仮定に基づいて評価し、数値シミュレーションと比較検討を行った。

一方、「薄膜衝突型崩壊」は、滑らかな部分空間  $N$  の外部に B 以外に今一つのアトラクター B' が存在する状況で可能である。このような状況下では、アトラクタ B と B' のベイスンが  $N$  内における A のベイスン  $\beta_N(A)$  近傍でいたる所微細にからみあうことが示される。このような複雑なベイスン構造は申請者によってはじめて見出されたものであり、局所的に絡み合ったベイスン (locally intertwined basin) と命名された。「薄膜衝突型崩壊」は、このようなベイスンの存在下でアトラクター B がアトラクター B' のベイスンに衝突することによって起こる。これは崩壊発生時においては従来から知られていた「境界衝突型崩壊」と変わるところはないが、崩壊後微小なパラメタ変化によってアトラクタ B がきわめて薄い B' のベイスンを繰り返し衝き抜けることから過渡現象に大きな違いを生じる。すなわち、過渡カオスの寿命が「境界衝突型」に比べてきわめて長いこと、周期アトラクターの窓が繰り返しあらわれることなど、「リドル崩壊」と類似の性質を示す。申請者はこれらの事実を具体的な 2 次元および 3 次元離散力学系の解析によって示した。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

低次元カオス力学系によってモデル化される自然現象は広く存在し、したがってこのような力学系において見出された定

性的に新しい普遍現象は自然科学の各方面に大きなインパクトを与えうる。この意味において、申請者が本論文においてカオス崩壊の2つの新しいタイプを発見したことは重要な意義をもっている。本論文において仮定されているようなカオス力学系の性質、すなわちカオスアトラクターが位相空間の滑らかな部分空間に拘束される状況は、たとえば同一のカオス力学系が対症的に結合した合成力学系など、物理的に意味のある力学系の多くに見られるものである。事実、近年の低次元カオス力学系研究の中心的テーマの一つはこの種の力学系の性質に関するものであり、riddled dbasin やいわゆるオン・オフ間欠性に関する近年の多くの研究はこれに属する。本論文もこの流れに沿う研究であるが、複雑なベイスン構造をカオス崩壊のシナリオの問題との関連で捉えた点に申請者の独創性が見られる。

申請者によって見出されたカオス崩壊の2つのタイプは、従来型（境界衝突型）とは現象において非常に異なっている。それらの最大の特徴は、過渡カオスの寿命が極めて長いことである。本論文においてはその原因が定性的に論じられている。しかし、崩壊を分岐現象と見て、分岐点近傍における諸量の特異性を完全に明かにすることは重要な問題として今後に残されている。過渡時間がきわめて長いことから、数値解析によってその統計性を良い精度で決定することは容易ではない。また、ベイスン構造の途方もない複雑さゆえに、アトラクターとベイスンが共有する領域の測度を分岐的付近で理論的に評価することもきわめて困難である。申請者はこれらの困難にもかかわらず、「リドル崩壊」については、ある単純化仮定に基づいてこれを評価し、数値シミュレーションとの整合性を論じたことは現時点においては高く評価できる。

「薄膜衝突型崩壊」を論じる前提となる「局所的に絡み合ったベイスン」構造の発見自体特筆に値する。この崩壊型はカオスアトラクターが他のアトラクターのきわめて薄いベイスンに突入することによって引き起こされるものであるが、ベイスンの薄さにも関わらずそれは有限の幅をもっており、それゆえにこの崩壊型が従来の境界衝突型と本質的に区別されるべきものであるかどうかについてはなお議論の余地があると思われる。

カオスアトラクター、不変多様体、ベイスン構造などの複雑な構造を明らかにするためには的確な狙いに基づく詳細をきわめた数値解析が必要である。また、結果の解釈においては透徹した物理的考察が要求される。これらの点においても本論文は高く評価される。

以上の理由により、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

なお、主論文に報告されている研究業績を中心として、これに関連する研究分野について口頭試問を行った結果、合格と認めた。