

## 2 層系量子ホール効果

Bilayer Quantum Hall Effects

澤田安樹

京都大学 低温物質科学研究センター

A. Sawada

Research Center for Low Temperature and Materials Sciences, Kyoto University

### 1. 量子ホール効果との出会い

量子ホール効果は、ホール抵抗がマクロに量子化する特異な物理現象である。四半世紀前の 1980 年に、薄い伝導層をもつ半導体試料のホール抵抗が、図 1 に示すように量子化された値を持つ、いわゆる量子ホール効果が発見された[1]。しかし私が量子ホール効果を知ったのは、発見から 4 年も過ぎた 1984 年である。発見当時、物性物理学における 20 世紀後半の最大の発見と言って大騒ぎをしていたのであるから、もっと早く知っていなければならないことで、ずいぶんボンヤリしていた。ともかく 1984 年に東大物性研の福山秀敏さんから名大の集中講義で「シリコン MOS のような汚い試料でホール抵抗  $R_H$  が  $h/e^2$  に 6 桁の精度で量子化する。」という話を聞いたのが最初である。さらに 1985 年、K.v. Klitzing が量子ホール効果の発見でノーベル物理学賞を受賞し、東大物性研の安藤恒也さんと学習院の川路紳治さんも前段階の研究[2][3]でいっしょに受賞してもよかったのではないかとの話を聞き、さらに興味を深めた。それ以来量子ホール効果の研究をしたいと思い論文を読み漁ったりしていたが、しかし何をどう研究してよいかわからないまま、またさらに 8 年が過ぎてしまった。このようなスローモーションな対応であれば、バイキング・パーティーに遅れて行ったときのように、研究課題の多くは解決され、極めて困難な問題以外、残された課題は無くなっているのがふつうである。幸い量子ホール効果は、パーティーの遅刻者にも多くの新しい基礎物理学の問題を次々と提起する大変奥の深い研究分野であった[4,5]。

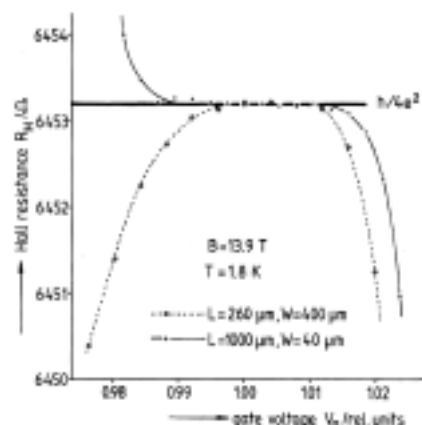


図1 ホール抵抗の量子化.シリコン MOS のゲートの下にできる数 10 nm の伝導層のホール抵抗を測定した.ゲート電圧で電子密度を変えてもホール電圧を測定電流で割った値であるホール抵抗が  $h/4e^2$  のまま変わらないことを示している.文献[1]からの転写.

### 2. 量子ホール状態はボース凝縮状態か?

1992 年に米国のコーネル大学に滞在する機会があり,そこで木下東一郎さんが量子電磁力学の限界を調べるために電子の異常磁気能率を微細構造定数の 4 次摂動による精密計算を長期にわたってして

おられた[6]．量子化ホール抵抗の逆数に定義値である真空のインピーダンスを掛けると微細構造定数になるので，量子化ホール抵抗から9桁の高い精度で導かれた微細構造定数を精密計算の結果と比較ができる．このような話を聞き，さらに量子ホール効果に興味を募らせていた．

米国から帰国した直後のあるパーティーで東北大の江澤潤一さんから「量子ホール効果はボース凝縮状態だと思うんだけど，澤田さん実験しない？」[7]と言われ，量子ホール効果の研究課題に飢えていた私は，大学院1年生が指導教官から研究テーマをもらったときのように，話の内容も理解しないまま，嬉しそうな顔をして「やる，やる。」と言ってしまった．江澤さんの話のあらすじは，以下のようなことである[8]．

2次元空間で電荷をもったフェルミオンである電子が磁場中で運動する時，アハラノフ・ボーム効果によって波動関数の位相が，磁束量子1本につきフェルミオン1個と位置交換したことに相当する変化をする．そこで，奇数個の磁束量子と電子を合わせて複合ボソンと考えることができる．ランダウ準位占有率は，電子密度  $n_e$  と磁束量子数密度  $n_\phi$  を用いて  $\nu = n_e/n_\phi$  と書けるので，例えば，

占有率  $\nu$  が1の時，電子1個に磁束量子1個が対応する．すなわち，電子に奇数個の磁束量子が対応している量子ホール状態は，有効磁場ゼロでの複合ボソンのボース凝縮状態とみなすことができる．しかし量子ホール状態は非圧縮性と呼ばれる電子数の確定した状態であるため，ボース凝縮状態であったとしても，電子数のゆらぎがゼロのため不確定性関係からマクロな位相が定まらない．従って超伝導や超流動で起こるボース凝縮特有のジョセフソン効果のような現象が観測できないので，量子ホール状態を複合ボソンのボース凝縮状態と捉えることが本当に妥当なのか調べる実験がないのである．その打開策として2層系の量子ホール状態を考える．ラフリンの波動関数と呼ばれる多体の波動関数を用いて2層系の量子ホール状態も記述されるのであるが，式を使わず視覚的に解るように図2に特徴的な量子ホール状態を模式的に書いてみた．(a)は層間の相互作用が弱いために，それぞれの層で独立に  $\nu = 1$  量子ホール状態を形成し，2層合わせて  $\nu = 2$  状態を作っており，「独立2層量子ホール状態」と呼んでいる．(b)は強い層間クーロン相互作用があるときに2層の電子がお互いに協力して一つの  $\nu = 1$  量子ホール状態を形成しており，「強相関2層量子ホール状態」と呼んでいる．強相関2層量子ホール状態は，両層の電子密度差によらず安定な状態である．詳しい説明は5に書いた．江澤さんは，2層系の量子ホール状態ではマクロな位相が定まり，ジョセフソン効果のようなボース凝縮特有の現象が観測されるのではないかと主張するのである[7]．電子密度差の揺らぎが許される強相関2層量子ホール状態では，電子密度差を  $n_d$ ，マクロな位相差を  $\theta_d$  とすると，電子密度差のゆらぎ  $\Delta n_d$  はゼロでなくなり，不確定性関係  $\Delta n_d \Delta \theta_d > 1$  からマクロな位相差のゆらぎ  $\Delta \theta_d$  も有限の小さな値にすること

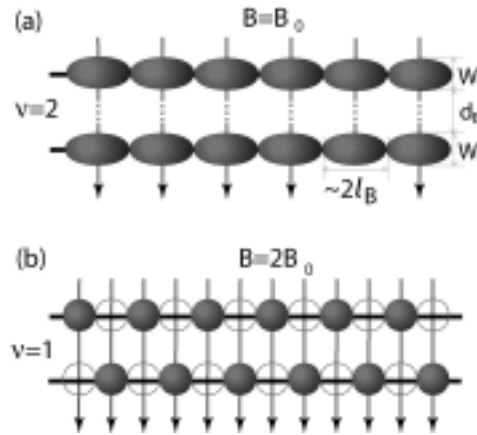


図2 2層系の量子ホール状態．2層間の電子密度が等しい場合の典型的な量子ホール状態である(a)  $\nu=2$ ，(b)  $\nu=1$  の電子軌道と磁束量子の関係を示した．矢印は一本の磁束量子を示している．黒丸は電子が存在することを示し，白丸は別な層の電子の存在を認識する軌道の大きさ（空孔）を示す． $\nu=2$  の状態は，白丸がないので独立にそれぞれの層で量子ホール状態を形成している． $\nu=1$  の状態は，強い層間クーロン相互作用によって安定化した量子ホール状態である． $W$  と  $d_t$  は伝導層および障壁の幅を示す． $l_B$  は電子のラーモア半径を示す．

が可能になる．従ってこの様な2層系量子ホール状態では，超伝導と同じようにボース凝縮特有のマクロ・コヒーレンスが存在する可能性がある．マクロ・コヒーレンスは超流動性やジョセフソン効果などボース凝縮特有な現象の起源である．これが2層系の量子ホール効果の重要な研究ポイントとなる．

最初は内容も分からずに飛びついてしまったが，落ち着いてフォローしてみてもなかなか魅力的な話である．

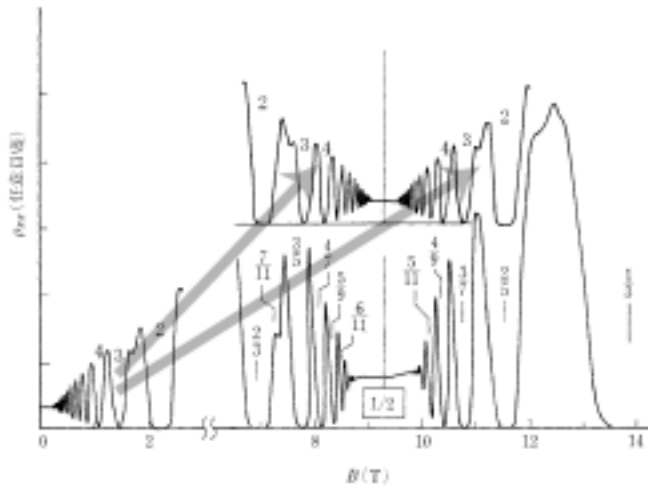


図3 複合フェルミオンによる分数量子ホール効果の説明．ゼロ磁場部分の磁気抵抗をコピーしてランダウ準位占有率=1/2の所へ貼り付ける．極小値がピタリと一致する．

### 3. 複合フェルミオン描像

江澤さんの提案をきっかけに実験

準備を始めたのであるが，江澤理論の評判はいまひとつで，私のことを心配する方々からいろいろ忠告を受けた．例えば「複合粒子描像などと粒子でもない磁束量子を粒子のように考える理論は正しいのか？」とか，酷いものになると「もっと正しい理論屋とコンタクトをとって実験をやってはどうか。」といった内容である．周囲の評判ではどうも旗色が悪い．しかし評判に従っているだけでは新しい研究は望めない．本当に正しい理論なのかどうか，少し自分自身で勉強してみる必要がある．しかし論争の有る問題でよくあることであるが，タマネギの皮を剥くように，剥いても剥いても芯に到達しないような感じで，いくら難解な複合ボソン理論を勉強しても本当に正しい理論なのかどうか判断がつかないのである．仕方なく実験屋の直感で判断することにした．

複合粒子理論には複合ボソン理論の他に，分数量子ホール効果を概念的に理解する方法として J.K. Jain によって提唱された複合フェルミオン理論がある[9]．複合フェルミオン理論と複合ボソン理論は，お互いに対立する理論ではなくゲージ変換によって磁束量子を付着させる数を変えるだけで同じ現象を異なるモデルで考えることができる．2次元空間で電荷をもったフェルミオンである電子が磁場中で運動する時，アハラノフ・ボーム効果によって波動関数の位相が，磁束量子1本につきフェルミオン1個と位置交換したことに相当する変化を引き起こす．そこで，偶数個の磁束量子と電子を合わせて複合フェルミオンと考えることができる．ランダウ準位占有率 $\nu$ は，電子密度  $n_e$  と磁束量子数密度  $n_\phi$  を用いて  $\nu = n_e/n_\phi$  と書けるので，例えば，占有率が 1/2 の時，電子1個に磁束量子2個が対応する．この場合，電子1個と磁束量子2個が結合した複合フェルミオンに作用している有効磁場はゼロになると考える．磁場がこの値からずれると有効磁場はゼロではなくなり，本来のゼロ磁場から出発したと同じように，複合フェルミオンの整数量子ホール効果が繰り返されるとして分数量子ホール効果を説明することができる(図3参照)．ちょうど私が理論の信憑性の判断に悩んでいた1995年頃にかけて複合フェルミオン理論で実験を極めてよく説明できることが明らかになってきた．現在では高移動度試料で50テスラ近くまで測定が行われ，磁束量子8個からなる複合フェルミオンに相当する繰り返しが確認されている[10]．したがって磁場の極性まで考慮すると-50テスラから+50テスラまで，全部で18回の相似の磁気抵抗の変化がくりかえされるのである．分数量子ホール効果の研究で1998年に



図4 試料構造図 .GaAs 基板に GaAs と AlGaAs を積層し, GaAs 層に伝導電子層を作る . 前面および背面ゲートの電圧  $V_f$ ,  $V_b$  をかけることにより, 電子密度を独立に変化させることができる .  $W$  は井戸,  $d_B$  は障壁層の幅を示す .

ベル研究所のグループがノーベル賞を受賞するが, 複合フェルミオン理論を提唱した J.K. Jain もいっしょに受賞資格があったのではないかと

いう人もいる . 私は実験屋の直感として, ここに紹介した複合フェルミオンモデルが正しいようなので 単に付着させる磁束量子が偶数から奇数になるだけの複合ボソンモデルも正しいような気がした . そこで江澤理論にかけてみることにした .

### 3 . 試料について

量子ホール効果の研究を行うには高い移動度の試料を必要とする . この実験では  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  の超格子を, 分子線エピタキシー装置と呼ばれる高性能な蒸着装置で成長させて製作する . 組成比  $x$  を 0 から 1 まで変えることにより, ポテンシャル井戸の深さを 0 から 1.35 eV の範囲で変えることができるので, 種々の深さと幅のポテンシャル井戸の伝導層を自由に作る事ができる . 身近なところでは, 携帯電話のマイクロ波増幅をする高移動度トランジスタ (HEMT) と呼ばれる素子もこのような超格子からできている .

分子線エピタキシー装置は, あちこちの研究室にあるし, 過去の試料のエピタキシー構造も公表されているので, 2 層系試料を作ってくれるところは, 探せばゴロゴロいくらでもあると思っていた . しかし数ヶ月電話をかけまくってみたのであるが, いつも「ぜひ作ってあげたいが, 今すぐには難しい状態にあります . 凸凹大学の × 先生に聞いてみては如何でしょうか .」といった返事ばかりで, 日本中を 3 周ほどタライましにされてしまった . 困り果てたあげく, GaAs 系半導体の専門家でもある当時の西澤潤一東北大総長に直訴した . ところが「理学部の人には工学部を使うことばかり考えている .」と逆襲されてしまった . 理学部を代表して「そのようなことはありません .」と反論すべきであったが, 情けないことに気迫に押されてスゴスゴと退散してしまった . しかし滅茶苦茶な努力も, すれば何とかなるもので, 北大におられた大野英男さんや NTT 基礎研におられた堀越佳治さんがやっと試料作成を引き受けて下さった . 後になってわかったことであるが, 高移動度試料は専用の特定メーカー製高額分子線エピタキシー装置を使って, 長い経験を持つ優れた試料作成技術者だけが製作可能

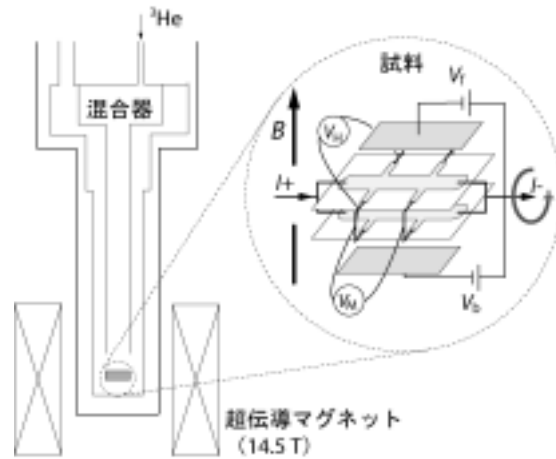


図5 実験及び測定装置概念図 . 試料はマグネットの磁場中心に置いている . 磁気抵抗およびホール抵抗はそれぞれ  $V_M$  と  $V_H$  の測定から求める . 超伝導ゴニオメータ [11] で試料の磁場に対する方向を変えて, 電子面に平行な磁場を加えることができる .

で、米国のベル研究所など世界の数力所ではしか作ることができないのである．NTT 基礎研もその数少ない中のひとつである．やはり情報通にならないとダメである．

NTT 基礎研の移転とぶつかったこともあり、実験を計画してから3年を要したが、ともかく図4のような貴重な2層系試料が得られた．GaAs のエネルギーギャップは AlGaAs より小さいので、GaAs のギャップ上のバンドが、電子の存在しない最もエネルギーの低い状態である．従って、上下の不純物層に入っている Si から放出された電子が GaAs のギャップの上にあるバンドに入り込み伝導層を形成する．本研究で用いた試料の伝導層の厚みは  $W=20$  nm で、障壁の厚みは  $d_b=3.1$  nm である．この様にキャリアの供給層と伝導層が分離した構造を持つことにより、高い移動度を持つ試料を製作することができる．ところで1原子層単位でこのようなエピタキシーができるのはとても凄い技術で、不思議でさえある．私であれば、原子がゴチャゴチャに混じりあってしまうと考える、とてもこのような技術開発をする気にはならない．江崎玲於奈さんはよくもこんなことを考案するトンデモ人間だと思ふ[12]．

#### 4．貴重な試料の測定結果

実験は14.5テスラの超伝導マグネットで磁場を加え、マグネットの中心に位置する希釈冷凍機の混合器の底に試料を入れて行っている（図5参照）．測定は、20 nA 程度の微小電流で行うためにロックインアンプを使用する．

図6は温度 30 mK でゲート電圧を調整して総電子密度  $n_t$  を一定に保ちながら、種々の電子密度差で量子ホール効果の測定を行った結果の一例である[13]．横軸のゼロから始まる曲線が等電子密度の場合の結果であり、その線から左右に離れる線ほど電子密度差の大きな場合の実

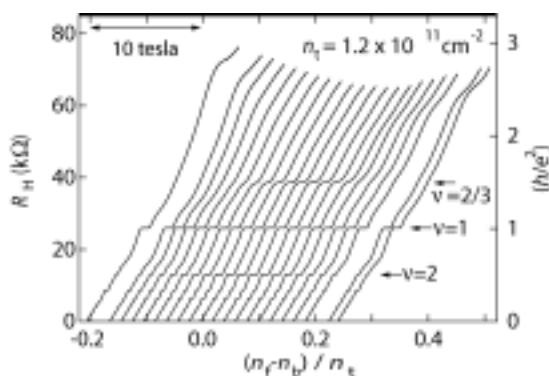


図6 ホール抵抗の磁場変化．2層の総電子密度を一定に保ちながら電子密度差を変えて、繰り返しホール抵抗の磁場変化を測定した結果である．横軸は規格化した電子密度差  $(n_f n_b) / n_t$  に比例させて磁場の原点を移動して図示してある．

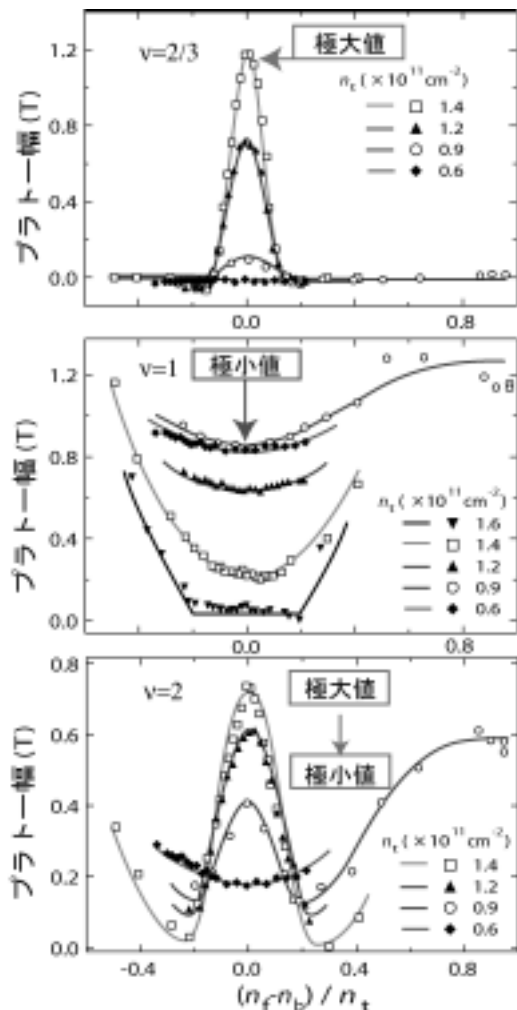


図7 総電子密度一定での2層の電子密度差に対するプラトー幅の変化．3種類の量子ホール状態について、総電子密度が一定になるように前面ゲート電圧  $V_f$  と背面ゲート電圧  $V_b$  を同時に変化させて量子ホール効果の測定を行い、両層の電子密度差に対する量子ホール状態のプラトー幅を調べ図示した．

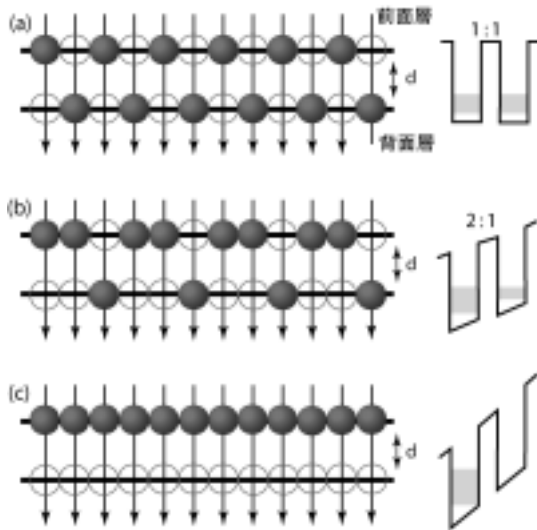


図8 強相関2層系 $\nu=1$ における電子状態. この状態では2層の電子密度差は如何なる値でも取ることができる. (a)は等しく, (b)は前面層に2倍, (c)ではすべての電子が前面層にある場合である.

が強相関2層量子ホール状態にあるとして理解できる. 詳しくは次節で説明する.

$\nu=2$  は $\nu=1$  と $\nu=2/3$  の性質を合わせたような複雑な変化を示す. それは極大値から極小値に変わることと明かなように $\nu=2$  状態は総電子密度を小さくしていくとともに独立2層量子ホール状態から強相関2層量子ホール状態へ相転移することを意味している. 5. で説明するように強相関2層量子ホール状態はあらゆる密度差で安定なので, 密度差のゆらぎ $\Delta n_d$  がゼロでないことが許される状態であり, 位相差のゆらぎ $\theta_d$  も有限になりうることを示している. すなわちマクロ・コヒーレンスが存在してもよいことを意味する.

この測定データが出始めたとき, 宝くじ特賞の当たり券を拾ったような気持ちになった. 高額の科研費が取得できるのではとか, あいつとこいつに学位を取らせることができるのではとか, 割と現実味のある美味しいタヌキの皮算用ができたのである. このような試料を持っていたのはベル研究所だけだったので, 彼らが見逃して通過したあと, 当たり券は誰も通らない道路に長い間放置されていて, スローモーな私でも拾うことができたのだ.

## 5. 強相関2層量子ホール状態

強相関2層量子ホール状態と称した状態について, 前節の実験結果と対比しながら, もう少し詳しく説明する. 2層系量子ホール状態 $\nu=1$  についてあらゆる電子密度差で安定であることを模式的に示したのが図8である. 図8(a)は図2(b)と同じである. 図8(b)は前面層の電子密度を背面層の2倍にした場合である. 図8(c)は前面層に全ての電子が集まった場合で1層系の $\nu=1$  状態と同じものである. 従って図8(a)から(c)の状態は, 電子密度差は異なるが, 連続的につながったひとつの2層系  $\nu=1$  量子ホール状態であるとして図7(b)の振る舞いを説明できる. 安定性も層内と層間のクーロン相互作用の大きさの比で決定するので, バランス点図8(a)が一番不安定であり, 層間クーロンエネルギーが無くなる(c)が一番安定になるので実験結果を説明できる. また,  $\nu=2$  の強相関2層量子ホール状態は, ス

驗結果を示す. この例では, ランダウ準位占有率 $\nu=2/3$ , 2 状態において等電子密度付近でのみ量子ホール状態が現れていることを示し,  $\nu=1$  では密度差に関係なく安定であることが判る. この様な測定をいろいろな総電子密度で行い, ホール抵抗が一定となる磁場の範囲(プラトー幅)を縦軸に取り, 図示したのが図7である.  $\nu=2/3$  は等電子密度でピークを作り, 総電子密度が小さくなるとともにピークも小さくなりついには消えてしまう(6で説明するが, 高移動度試料では複雑な振る舞いを示す). 2層それぞれが量子ホール状態を生じる電子密度を満足する条件が重なったときにのみ量子ホール状態が発生しているので, 従って $\nu=2/3$  は両層がそれぞれ  $\nu=1/3$  を形成した独立2層量子ホール状態の振る舞いとして説明できる. 一方,  $\nu=1$  は等電子密度で極小値をもち, 総電子密度が大きくなるとともに極小値はさらに小さくなりついには消えてしまう. この振る舞いを,  $\nu=1$

ピン自由度により、2重に $\nu=1$  状態のような電子状態が出現することによって説明できる。繰り返しになるが、この量子ホール状態では電子密度差のゆらぎが許されるので、マクロ・コヒーレンスの存在が期待できる。

その他にも量子ホール状態が複合ボソンの凝縮状態であることによるマクロ・コヒーレンスに関する実験を行った。このような量子ホール状態では、スカーミオンと呼ばれるコヒーレントなスピンの集団励起が存在する[14]。独立2層 $\nu=2$  量子ホール状態で調べたところ、2層で同時にスカーミオンが励起する興味深い現象が観測された[15]。また2層系 $\nu=1$  量子ホール状態に横磁場を加えると、基底状態がマクロな位相差の増大に伴うエネルギーの増加によって整合状態から非整合状態に転移する[16]。最近この転移点付近を詳細に調べたところ、擬スピンの周期的なドメイン構造ができていたことが明らかになった[17]。また試料を2軸回転して電流と面内磁場の関係を調べる実験が進行中であり、すでにマクロ・コヒーレンスと関係する異方性が見出されている[18]。

## 6. 複合フェルミオンの相互作用

3で紹介した複合フェルミオンは概念的にわかりやすく分数量子ホール状態を説明するが、もともとはクーロン相互作用によって分数の充填率で安定性が生み出された量子ホール状態である。したがってクーロン相互作用は複合フェルミオン状態をつくるために使われるので、複合フェルミオン間にはどのような相互作用が働くのか不明である。相互作用の全てが、複合フェルミオンを構成するために使われ、複合フェルミオン間の相互作用は無いのかもしれない。事実、これまで複合フェルミオンの有効質量に相互作用を繰り込んで相互作用を考えない一体近似で事足りていた。そこで2層系の分数量子ホール状態の測定を行って複合フェルミオン間の相互作用を調べてみた[19,20]。

移動度が低ければ、分数量子ホール状態は現れない。ここまで紹介した実験に用いた試料の移動度

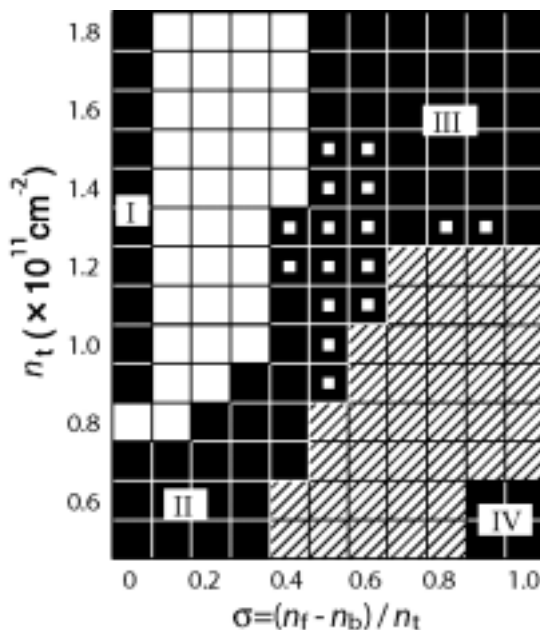


図9  $\nu=2/3$  量子ホール状態の相図。横軸は電子密度差 $\sigma$ 、縦軸は総電子密度 $n_t$ を示す。黒は量子ホール状態、白は非量子ホール状態を示す。ハッチおよび黒に小さな白角はヒステリシス現象があることを示す。

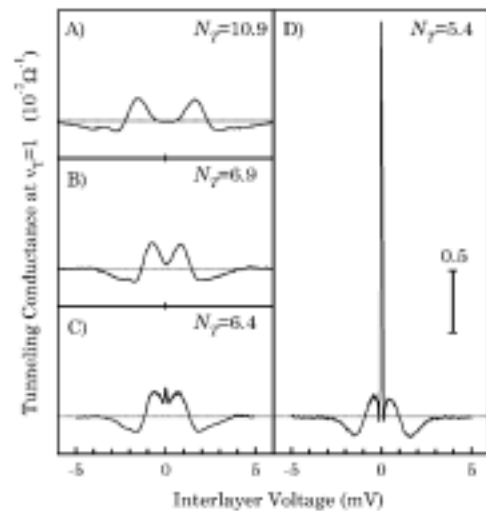


図10 バランス状態にある2層2次元電子系の40mKにおける $\nu=1$  量子ホール状態の層間電圧とトンネリング・コンダクタンス。図それぞれは、異なる電子密度(単位は $10^{10} \text{ cm}^{-2}$ )の結果を示す。最も電子密度が低いd)のとき、ゼロバイアス付近に巨大なコンダクタンスのピークが現れる。論文[21]より転写。

は  $0.3 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  である。分数量子ホール効果の実験に用いた試料は、N T T 基礎研の平山祥郎さん、村木康二さんらの協力で新たに製作したもので、移動度は 1 桁大きな  $2 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  で、現在のところ 2 層系試料としては最も良質である。図 9 は、一定の磁場中で、前面層と背面層の電子密度を変えながらランダウ準位占有率  $\nu = 2/3$  分数量子ホール状態の磁気抵抗の変化から量子ホール状態の存在の有無を測定したものである[19]。横軸は電子密度差、縦軸は総電子密度を示す。大きく  $\nu = 2/3$  の領域に黒で示した量子ホール状態が存在する。エネルギー・ギャップの測定などから、 $\nu = 2/3$  はスピン偏極・擬スピン非偏極状態、 $\nu = 1$  と  $\nu = 2$  はスピン偏極・擬スピン偏極、 $\nu = 3$  はスピン非偏極・擬スピン偏極量子ホール状態と同定できる。擬スピンというのは電子がどちらの層に存在するかを仮想スピンとして表している。この相図はサイクロトロン、ゼーマン、トンネリング・エネルギーの三つのエネルギーの競合で解釈することができる。ところが同じ有効質量を用いて解釈ができないのである。このことは相互作用を有効質量に取り込んだ一体近似では破綻をきたし、多体で考えなければいけないことを意味する。そこでいくつかトンネリング・ギャップの異なる試料での測定を行い、複合フェルミオンの感じる有効磁場中で、複合フェルミオンは電子と同じように相互作用していることを明らかにした[20]。

## 7. 次の目標

下馬評の悪さの割には、我々の研究で紹介したように複合ボソン理論もかなり信用できそうである。2000 年にトンネルコンダクタンスの測定が行われ[21]、図 10 に示すように DC ジョセフソン効果とよく似た結果が得られた。コンダクタンスが発散していないなど問題があるが、ジョセフソン効果の存在を強く示唆するデータである。じつはこの実験も我々は計画していたのであるが、あまりにスローモードで、Caltech のグループに先を越されてしまった。やはり当たり券を先に拾われてしまう場合もあるので、スローモードはダメである。しかし今後マクロ・コヒーレンスの存在を確実にするには、もう一つのジョセフソン効果である AC ジョセフソン効果の存在を実験で示すことである。電子密度差のゆらぎが許される強相関 2 層量子ホール状態に、期待通り超伝導体のようなマクロ・コヒーレンスが存在するのか調べる必要がある。マクロ・コヒーレンスがあるとプラズモン励起と呼ばれる密度差と位相差の固有振動モードが存在するので、プラズモン励起の存在を調べことは有力な実験方法である。

京大の皆さんのお陰で、今年度からこれまで以上の規模で研究ができるようになった。特に新井敏一さんと福田昭さんといっしょに研究を進めることができるようになったので、強力ブースターでスピードアップして、今回はぜひ先を越されずにドリームスーパージャンボ宝くじ特賞券を拾いたいと思う。

## 参考文献

- [1] K.v. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] T. Ando and Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn **36**, 1521 (1974); T. Ando, Y. Matsumoto and Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **39**, 279 (1975).
- [3] J. Wakabayashi and S. Kawaji, J. Phys. Soc. Jpn. **44**, 1839 (1978).
- [4] T. Chakraborty and P. Pietiläinen “The Quantum Hall Effects” Springer, 1995.
- [5] 中島龍也, 青木秀夫著, 「分数量子ホール効果」, 東京大学出版会, 1999.
- [6] T. Kinoshita and M. Nio, Phys. Rev. Lett. **90**, 021803 (2003).
- [7] Z.F. Ezawa, and A. Iwazaki, Phys. Rev. B **47**, 7295 (1993).



- [8] “Quantum Hall Effects”, Z.F. Ezawa, World Scientific 2000.
- [9] J.K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
- [10] W. Pan, H.L. Stormer, D.C. Tsui, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **88**, 176802 (2002)
- [11] M. Suzuki, A. Sawada, A. Ishiguro and K. Maruya, Cryogenics **37**, 275 (1997).
- [12] R. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Develop. **14**, 61 (1970).
- [13] A. Sawada, Z.F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, M. Yasumoto and A. Urayama, Phys. Rev. Lett. **80**, 4534 (1998).
- [14] S.E. Barret, G. Dabbagh, L.N. Pfeiffer, K.W. West and R. Tycko, Phys. Rev. Lett. **74**, 5112 (1995).
- [15] N. Kumada, A. Sawada, Z.F. Ezawa, S. Nagahama, H. Azuhata, K. Muraki, T. Saku and Y. Hirayama, J. Phys. Soc. Jpn. **69**, L 3178 (2000).
- [16] S.Q. Murphy, J.P. Eisenstein, G.S. Boebinger, L.N. Pfeiffer and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **72**, 728 (1994).
- [17] D. Terasawa, K. Nakada, S. Kozumi, Z. F. Ezawa, A. Fukuda, A. Sawada, N. Kumada, K. Muraki, Y. Hirayama and T. Saku, To be published in Int. J. Mod. Phys. **B**.
- [18] M. Morino, K. Iwata, M. Suzuki, Z.F. Ezawa, A. Fukuda, A. Sawada, T. Saku, N. Kumada, K. Muraki, Y. Hirayama, To be published in Int. J. Mod. Phys. **B**.
- [19] N. Kumada, D. Terasawa, Y. Shimoda, H. Azuhata, A. Sawada, Z.F. Ezawa, K. Muraki, T. Saku and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **89**, 116802 (2002).
- [20] N. Kumada, D. Terasawa, M. Morino, K. Tagasira, A. Sawada, Z.F. Ezawa, K. Muraki and Y. Hirayama, Phys. Rev. B **69**, 155319 (2004).
- [21] I.B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **84**, 5808 (2000).