MT 法 TM モード電磁応答を用いた電気伝導度異方性の検出

岡本 拓*・後藤忠徳**・木村俊則*3・真田佳典*4・三ケ田均**・芦田 讓*5

要 旨

MT 法の二次元解析において、測線方向および深度方向をそれぞれ y 軸および z 軸とした場合, MT 法の TM モードの比抵抗情報は測線方向 (*ρyy*) と深度方向 (*ρzz*) に分解することができるが、等方 モデリングでは二つの比抵抗値は互いに等しいとして扱われる。しかし、異方モデリングを用いて、 二方向の比抵抗が異なる (異方性) 構造を含んだ数値モデルに対しフォワード計算を行ったところ、 *ρzz* の変化により、TM モードの MT 法電磁応答 (MT レスポンス) に変化が認められた。また、感度 行列の計算により、*ρzz* の MT レスポンスへの寄与を確認した。そこで、本論文では、TM モードの MT レスポンスを用いて y・z 軸の二軸方向の比抵抗構造を求めるインバージョンコードを開発し、異 方性の検出可能性を検証した。本インバージョンコードでは、*ρyy* と*ρzz* の比抵抗間に制約を与え、そ の制約の大きさによって対象モデルの異方性を表現する。制約の大きさは情報量基準 ABIC を用いて 客観的に決定できるように設定した。数値モデルに対して本手法を適用し、異方異常体モデルに対し ては異方性を反映したインバージョンと同等な結果が得られた。この手法によって、対象モデルの異 方性に関わらず精度よくインバージョンを行えることが確認された。

キーワード:異方性・TM モード・MT 法・インバージョン

1. はじめに

MT(magnetotelluric)法は、大地の電磁応答を測定し て地下の比抵抗構造を推定する電磁探査法の一種である。 信号源としては、太陽の黒点活動、赤道付近の雷放電な どによる非常に広い周波数帯域を持つ自然電磁場を用い る。測定する周波数帯により、地下数 m から数千 km の 大深度までの探査が可能であり、測点の展開も地震探査 や電気探査といった他の手法と比べ比較的容易であるこ とから、広域かつ深部の調査が要求される調査において 盛んに用いられている。最近では複雑な地下構造に対す る調査が求められており、計算機の進歩に伴って三次元 解析(例えば、Siripunbaraporn et al.,2005)や異方性検

2007年 5月 10日原稿受付; 2008年 12月 26日受理 * 株式会社地球科学総合研究所 〒112-0012 東京都文京区大塚 1-5-21 (前・京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻) **京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 *3 サンコーコンサルタント株式会社 〒136-0071 東京都江東区亀戸 1-8-9 出を目指した研究もなされている。

本論文はMT法における二次元断面内の比抵抗異方性 の検出を目的としている。比抵抗異方性の誘因としては、 上部地殻ではフラクチャに伴う孔隙の選択配向性、層状 の岩石構造及び定向性不均質などがある。下部地殻では、 メルトの選択配向性やグラファイトのせん断帯、また、 マントル上部では配列したオリビン内の脱水などが挙げ られる(Wannamaker,2005)。実際に、岩石実験の結果か らも異方性の検出がなされている。例えば、 Omura(2004)は、断層深部岩石であるマイロナイトの室 内実験を行っており、湿潤状態では方向によって電気伝 導度が異なることを報告している。Hagrey(1994)は、原 位置での測定で、深度 55~85m の区間にあるフラクチ

*4 独立行政法人海洋研究開発機構地球深部探査センター 〒236-0001 神奈川県横浜市金沢区昭和町 3173-25 *5 NPO 法人環境・エネルギー・農林業ネットワーク

〒606-8448 京都市下京区松原通新町西入藪下町24

第116回(平成19年度春季)学術講演会にて一部発表

ャを含む岩盤から 400~1,225Ωm の方向異方性を検出 した。Rauren and Lastovickova(1995)は、ドイツ大陸 超深度掘削(KTB)での孔井検層の結果から、深度 3,100m の白雲母、黒雲母、片麻岩の領域では、比抵抗の最大値 と最小値の比の二乗根が 2.5 であったという報告をして いる。

MT 法では、TM モードと TE モード間の異方性検出 に関する研究は過去に多く行われており、現場データを 用いた解析からも異方性を示唆する結果が得られている (例えば, Bologna et al., 2005)。一方, TM モード断面内 にある二方向の比抵抗の異方性に関する研究はあまりな されておらず,本論文ではそこに焦点を当てて議論する。 MT 法の二次元解析において、測線方向および深度方向 をそれぞれ y 軸および z 軸とした場合, 等方モデリング では, ρ_{yy} とρ_{zz} の比抵抗は互いに等しいとしており, 異 方な地盤で取得したデータをインバージョンして得られ る各要素ブロックの比抵抗は各方向の平均的な値となっ たり、実際には存在しないところに高比抵抗や低比抵抗 のブロックが偽像として現れることが予期される。それ に対し、もしTMモード内の二軸方向の比抵抗をそれぞ れ独立したものとして扱うことができれば、 $\rho_{yy} \ge \rho_{zz}$ の 比抵抗構造の推定が可能になる。また、電気的異方性は 地震学のS波偏向異方性と相関があることが示唆されて おり(Bernard et al., 1997), S 波偏向異方性の結果に対し 補完的な情報を与えられる手法としても期待される。

そこで本研究ではMT法TMモード電磁応答を用いて, 二次元断面内の走向直交二成分(ρyy とρzz)の比抵抗異 方性の検出を目的としたインバージョン手法の開発を行 った。ただし地下の異方性の情報は必ずしも地表で観測 される MT 法電磁応答(MT 法における見掛け比抵抗値 および位相差:以下, MT レスポンスと記述) に影響を 与えるとは限らない。例えば1次元水平成層構造の場合 は地中を鉛直方向に流れる電場は存在しないため、ある 層中のpyyとpzzの値が異なっていてもそれを地表の MT レスポンスから求めることは不可能である。つまり地下 構造の2次元性が弱ければ異方性の検出は難しくなる可 能性が予想される。しかし、このような条件下であって も、前述のメルト域や活断層域では異方性と水平方向不 均質性が同時に観測される可能性があるため(例えば海 嶺下のメルト: Baba et al.,2006),本研究のインバージ ョン手法により得られる異方性の情報は水平方向不均質 構造の解釈を行う場合に有益であると思われる。

本論文では、まず異方モデリングを用いてフォワード 計算を行い、TM モード内の異方性が MT レスポンスに 与える影響を調べる。次に、異方インバージョンによっ て、TM モード内の二軸方向の比抵抗構造推定を行う。 実際のデータでは地下構造の異方性は未知であるので、 新しいインバージョン手法の開発にあたって、観測され る MT レスポンスが $\rho_{yy} = \rho_{zz}$ であるモデルよりも $\rho_{yy} \neq \rho_{zz}$ なモデルでよく説明できる場合に後者のモデルを最適モ デルとする手法の開発を目指した。具体的には、異方性 を決めるハイパーパラメータを新たに導入し、これを自 動計算により的確に求め、 $\rho_{yy} \geq \rho_{zz}$ を独立に求める手法 を提案する。

なお本研究では異方体のサイズは地下構造モデルの ブロックサイズと同程度と考えている。一般に,等方な 小さな比抵抗ブロックからなる不均質構造と,異方な大 きなブロックからなる均質的構造は,観測データからは 見分けがつきにくくトレードオフの関係にある(例えば Ogawa, 2002 の Fig.9)。このため異方インバージョンに よって"異方性を持つ比抵抗構造"が得られたとしても, 前述したメルトやフラクチャといった異方構造ではなく, 小規模な等方異常体の集合によって構成されている可能 性も残される。しかし,インバージョンを実施する前に 適正なブロックサイズを知ることは困難である。従って, ブロックサイズ中に含まれる等方・不均質構造も「異方 性」構造として表現し,観測データをよりよく説明する モデルを構築することとした。

2. 有限要素法による TM モードの異方モデリング

異方モデリングに関する論文については Reddy and Rankin(1975)が端緒である。最近では, Pek and Verner(1997)が有限差分法を用いて, Li(2002)が有限要 素法を用いて研究を行っている。本論文では Rodi(1976) の手法を基に異方モデリングを作成した。Rodi は TM モ ード内の各要素ブロックのρ_{yy}とρ_{zz}は互いに等しい(等方 的)として解いているが,ここではそれらが互いに独立し た(異方な)場合にも対応できるように拡張した。

2.1 理論

座標系はx、y方向が地表面に沿った水平方向であり, z方向が深度方向であるとする。また,地下構造が2次 元構造であると仮定し,x方向に媒質の比抵抗変化がな く,また電磁場が変化しないと考え,y方向を測線方向 としたyz断面について考える。ここで,x方向の偏微分 が0であるから,マクスウェル方程式は互いに独立な2 つのモードに分離できる。1つは磁場が地下構造の走向 に沿って存在するTMモード,もう1つは電場が走向に 沿って存在するTEモードである。 **MT**法では電場**E**と磁場**H**の関係はマクスウェルの方 程式

$$\nabla \times E = i\omega\mu H \tag{1}$$

 $\nabla \times H = \sigma E \tag{2}$

で表される。ここで,ωは角周波数,σは媒質の導電率, μは透磁率を表す。

一般に導電率は次のようにテンソルで表すことができる。

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$
(3)

また,導電率テンソルは対称性を持っているので対角化 することができ,軸方向の3つの導電率σ_{xx}、σ_{yy}、σ_{zz}と 3つの回転マトリクスによって(4)式のように表すことが できる(Pek et al., 2006)。

$$\sigma = R_z(-\alpha_S)R_x(-\alpha_D)R_z(-\alpha_L)$$

$$\times \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} R_z(\alpha_L)R_x(\alpha_D)R_z(\alpha_S)$$
(4)

 R_x , R_z はそれぞれ, x、z軸に関する要素回転マトリ クスである。また, αs , αp , αt はオイラー角であり, そ れぞれ, strike, dip, slant の角度を表す。本論文では, 簡単のためにテンソルの主軸が x, y, z軸に一致する場 合, すなわち、 $\alpha s = \alpha p = \alpha t = 0$ である場合を考え, 導電率 が以下のように表せるとする。

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$
(5)

(1), (2), (5)式より磁場のx成分 *H*_xに関する2階偏微分 方程式

$$\frac{1}{\sigma_{zz}}\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{1}{\sigma_{yy}}\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -i\omega\mu H_x \tag{6}$$

を得ることができる。これは, TM モードの電磁方程式 を表す。この式を Rodi(1976)の手法と同様に有限要素近 似し, 異方モデリングを行う。

2.2 異方モデリングの検証

ここでは、Li(2002)の数値計算結果との比較により、 本論文で作成した異方モデリングの検証を行う。検証に 用いる数値モデルは、1,000 Ω m の半無限媒質中に ρ_{yy} = 10 Ω m、 ρ_{zz} =500 Ω m であるような異方異常体を含んだ 二次元不均質媒質である。Fig.1 に数値モデルを示す。y



Fig.1. Anisotropic model of Li (2002).



Fig.2. Comparison of apparent resistivities at period=10s for the anisotropic model of Li (2002). Solid line, modeling results by Li (2002); circles, results obtained by the present FE algorithm.

軸は地表面を表す。Fig.2 は Fig.1 のモデルに対してフォ ワード計算を行った結果で、地表面の各測定点で得られ た 10 秒周期の見掛比抵抗を示す。実線が Li(2002)の結 果であり、プロットした点は今回作成した異方モデリン グにより得られた結果である。プロットした点は実線上 に乗っており、概ね一致した結果が得られたといえる。

2.3 異方性が MT レスポンスに与える影響について

TM モード内の異方性が MT レスポンスに与える影響 については、Saraf et al.(1986)が異方性率(測線方向と深 度方向の導電率の比)の違いによる見掛比抵抗の変化を 検証している。異方性率を変えると MT レスポンスは変 化するが、見掛比抵抗の変化への寄与は測線方向の導電 率によるものが大きく、MT レスポンスは測線方向の導 電率に敏感であると報告されている。ここでは等方モデ ルから得られる MT レスポンスと異方モデルから得られ る MT レスポンスとを比較することにより異方性の影響 を調べる。この数値実験には Fig.3 の二つのモデルを用 いる。(a)は 100 Ω m の半無限媒質中に 1,000 Ω m の等方 異常体を含むモデルで,(b)は $\rho_{yy}=1,000\Omega$ m, $\rho_{zz}=10\Omega$ m であるような異方異常体を含むモデルである。図中,地 表面の黒丸は測定点を示す。

Fig.3 のモデルに対し、フォワード計算を行った結果 を Fig.4 に示す。二つの曲線はそれぞれ 1,024Hz の周波 数の MT レスポンスである。周波数が 1,024Hz の場合、 100Ωm 均質媒質での表皮深度は約 0.15km であり、電磁 波が異常体を横切った際の MT レスポンスとして考える ことができる。丸印は Fig.3(a)のモデルから、三角印は 異方異常体を含んだモデル(b)から得られた MT レスポ ンスである。ともに異常体を横切る距離 0.37km、0.62km で見掛比抵抗が急激に変化しているが、異方異常体モデ ルでの MT レスポンスの方が異常体に進入する際の過渡 現象が著しい。その原因として、異方異常体を含むモデ ルでは異常体領域でのρzzが小さく、z 方向への電気が流 れやすくなるために、y 方向への伝播が一層困難になっ たことが考えられる。

次に,感度行列の計算結果に見られる異方性の影響を 示す。数値実験として Fig.3(b)のモデルを使用した。例 として,異方性領域との境界付近の 0.35km 地点にある MT サイトで得られた周波数帯 2,048Hz のMTレスポン スに対する感度行列を調べた。周波数が2,048Hzの場合, 100Ωm 均質媒質での表皮深度は約 0.11km 程度である。 この場合,深さ0~0.05km,水平位置0.32~0.37kmに あるブロックについての感度行列が他のブロックの感度 行列よりも絶対値が際立って大きく(1、2桁以上異なり), そのブロックではpzzの感度行列がpyyの感度行列よりも 1.2 倍程度大きかった。ただし、pzzの感度行列が目立っ て大きいのは、異方異常体との境界付近のみであり、境 界からの距離が大きくなればなるほど, ρzzの感度行列は 小さくなり pyyの寄与が大きくなることがわかった。これ らの計算結果からもわかるように、比抵抗構造によって は異方性が MT レスポンスへ与える影響を無視できない。 特にρyyが大きく,ρzzが小さいときに,z方向への電気 伝導が増し、MT レスポンスが大きく変化することがわ かった。

3. ABIC 最小化法を用いた異方インバージョン

3.1 ABIC 最小化法を用いたインバージョン

本論文で開発した二次元異方インバージョンアルゴ リズムは ABIC を用いた平滑化制約つきの線形化最小二 乗法(Uchida, 1993)に基づくものであり, Uchida and Ogawa(1993)のインバージョンコードを改変したもの である。Uchida(1993)では,次式で定義される目的関数 Uが最小となるようにモデルパラメータ m を決定する。







Fig.4. Comparison of apparent resistivity of the model (a) and the model (b) in Fig.3. Circles, results of the isotropic model (a); triangles, results of the anisotropic model (b).

$$U = \left[Wd - WF(m)\right]^2 + \alpha^2 \left[Cm\right]^2 \tag{7}$$

ここで, d は測定データ, F(m)はモデルの理論応答, W はデータの誤差によって決定される重み行列である。ま た, C は隣接する比抵抗ブロック間の差分を取るための 行列である。aは平滑パラメータであり,以下の式で定 義される ABIC の値を最小にするように設定される。

$$ABIC(\alpha) = N \log\left(2\pi \frac{U}{N}\right) - \log\left|\alpha^2 C^T C\right|$$

$$+ \log\left|(WA)^T (WA) + \alpha^2 C^T C\right| + N + 2$$
(8)

ここで, A はヤコビアン行列, N はデータの数である。

3.2 異方性の表現方法

実際の観測データからは地下構造の異方性は未知で あるので、本研究ではインバージョン解析時に異方性の 指標となるハイパーパラメータを新たに導入し、 Uchida(1993)で用いられた ABIC 最小化アルゴリズム により異方性を自動的に推定する手法を提案する。前節 で述べたように(7)式の Cは、隣接する比抵抗ブロック間 の差分を計算する行列であり、比抵抗モデル全体の平滑 化を促し安定的に解を与える役割を担っている。ここで は、行列 *C*を拡張することにより、必要に応じて*pyy*の 比抵抗ブロックと*pzz*の比抵抗ブロック間に平滑化の制 約を課すことができるような操作を試みる。ここで、*pzz* の感度行列が小さくなる場合では、インバージョンによ るモデルの更新を行う際にモデル修正量が発散し、イン バージョン結果が得られないという場合が生じる。行列 *C*を拡張することで、この問題を解決し安定的な*pzz*の解 を得ることも目指した。

Fig.5 は一般的な比抵抗ブロックの例である。Wは要素ブロックの横幅, Dは縦の長さを表す。矩形に分割された比抵抗ブロックは,図のように四つのブロックと接する。Cikは接する比抵抗ブロック間の重みを表し,その大きさは(9)式~(11)式のように設定する。各ブロックが接している長さに比例して重み付けした平滑化が課せられる。

$$C_{i1} = C_{i4} = \frac{W}{2(W+D)}$$
(9)

$$C_{i2} = C_{i3} = \frac{D}{2(W+D)} \tag{10}$$

$$total = \sum_{k=1}^{4} C_{ik} = 1$$
(11)

 $\rho_{yy} \geq \rho_{zz}$ の比抵抗構造の推定をそれぞれ行うわけであ るが、ここでは、新たに両者の同位置の比抵抗ブロック 間に c という重みを導入する。Fig.6 に模式図を示す。cは TM モード内の二方向の比抵抗がどの程度似通ってい るか、つまり等方的なのか異方的なのかを制御する。さ らに、cの大きさを決定するためにハイパーパラメータ β を導入する。 β は(12)式~(15)式のような関係式を満たす ものとする。

$$C_{i1} = C_{i4} = \frac{W}{2(W+D)(1+\beta)}$$
(12)

$$C_{i2} = C_{i3} = \frac{D}{2(W+D)(1+\beta)}$$
(13)

$$c = \frac{\beta}{1+\beta} \tag{14}$$

$$total = \sum_{k=1}^{4} C_{ik} + c = 1 \tag{15}$$

βは、0.0~1.0 の範囲の値をとる。βが 0.0 に近い値をと るとき、Cは従来と同じく(9)式~(11)式のように作用し、 各比抵抗要素ブロックは隣接するブロックからの重みだ けを受ける。このとき、c による重みは 0 となる。従っ



Fig.5. An example of resistivity blocks.



Fig.6. Schematic diagrams of c.

て、y 方向と z 方向は互いに独立してインバージョンを 行うこととなり、解析対象モデルは異方的となり得る。 逆に β が 1.0 に近い値をとるとき、各比抵抗ブロックが受 ける重みは半分が c によるものとなり、 ρ_{yy} と ρ_{zz} は非常 に似通ったものとなる。すなわち、それはモデルの等方 性を示す。

3.3 βの決定方法

βの値を判定する指標としては、Uchida (1993)と同様 に情報量基準 ABIC を用いる。Baba et al.(2006)でもハ イパーパラメータを用いた異方インバージョンを提案し ているが、彼らの手法ではハイパーパラメータは経験的 に決定されている。これに対して本手法では ABIC を用 いて最適なハイパーパラメータの組み合わせを決定する ところが大きな相違点である。(8)式では、ABIC は平滑 パラメータαの関数として定義されているが、ここでは 次のようにβが含まれる式で再定義する。

$$ABIC(\alpha, \beta) = N \log \left(2\pi \frac{U'}{N} \right) - \log \left| \alpha^2 C_{\beta}^T C_{\beta} \right|$$
$$+ \log \left| (WA)^T (WA) + \alpha^2 C_{\beta}^T C_{\beta} \right| + N + 4$$

(16)

ここで、 β の含まれる *U*、*C*を新たに *U*、*C* $_{\beta}$ とする。 ここで問題となるのは、無数にある α 、 β の組み合わせ からどのように最適なものを選択するのかということで ある。これらを効率よく,正確に選択するために,反復 計算ごとに探索範囲を狭くしていくことで最適値を決定 する手法を採用する。以下に詳細を記す。

- (1) αの選択は、各反復計算で7種類のαについてそれ ぞれ ABICを計算し、ABICの値が最小となった 時のαを各反復計算における最適値とする。7種類 のαは各反復計算である一定の範囲で決定され、 反復計算を繰り返すごとにその範囲が狭くなる。 各反復計算でのαの選択はUchida(1993)に従うと する。
- (2) β については、各反復計算で3種類の中から最適 なものを選び出すこととした(木村,2005)。まず、 3種類の β を設定し、それぞれ β_1 , β_2 , β_3 とする。 なお、 $\beta_1 < \beta_3 < \beta_2$ であるとする。 $\beta_1 ~ \beta_3$, $\alpha_1 ~ \alpha_7$ 全ての組み合わせの中から、*ABIC*の値が最小と なる組を選び出すわけであるが、ここでは、まず βを固定して、 β_1 , β_2 , β_3 それぞれに対する最適 な α の値を決定する。さらに、その3組のモデル について*ABIC*の値が最小なものを選択し、その 時の α , β の組み合わせを最適なパラメータとす る。

Fig.7 にその簡単なフローチャートを示す。

各反復計算での 3 つの β の設定は次の規則に従うもの とする。まず、N=1 のときは、 β_{I} =0.4、 β_{S} =0.6、 β_{S} =0.5 とする。二回目以降については、反復回数 N 回目の各 $\beta(\beta_{1}^{N} \sim \beta_{3}^{N})$ について最適な $\beta(\beta_{best}^{N})$ が決定された 時、N+1回目の各 $\beta(\beta_{1}^{N+1} \sim \beta_{3}^{N+1})$ は (β_{best}^{N}) を元に決 定されるとする。

(1) β_{hast}^N が β_1 のとき

$$\begin{aligned} \beta_1^{N+1} &= 0.5 \times \beta_1^N \\ \beta_2^{N+1} &= \beta_3^N \\ \beta_3^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_1^{N+1} + \beta_2^{N+1}) \end{aligned}$$

(2) $\beta_{best}^N \breve{n}\beta_2 \mathcal{O} \succeq \diamond$

$$\begin{aligned} \beta_1^{N+1} &= \beta_3^N \\ \beta_2^{N+1} &= 0.5 \times (1.0 + \beta_2^N) \\ \beta_3^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_1^{N+1} + \beta_2^{N+1}) \end{aligned}$$

Iteration N



Fig.7. Flow chart of the way of deciding the optimum set of hyper parameters.



Fig.8. Schematic diagram of variable hyper parameter β as a function of the iteration.

(3) β_{best}^N が β_3 のとき

$$\beta_{1}^{N+1} = 0.5 \times (\beta_{1}^{N} + \beta_{3}^{N})$$
$$\beta_{2}^{N+1} = 0.5 \times (\beta_{2}^{N} + \beta_{3}^{N})$$
$$\beta_{3}^{N+1} = \beta_{3}^{N}$$

Fig.8 にβの値の変動の模式図を示す。βの探索範囲は反 復計算するごとに狭まっていき,次第にある値に収束す るように設定する。以上の理論の妥当性を検討するため に数値実験を実施する。

3.4 数值実験

数値実験の流れは以下の通りである。

- i). モデル(pyyとpzzの比抵抗構造モデル)を作成する。
- ii). モデルに関して異方モデリングを用いてフォワード計算を行い,MTパラメータを算出する。測定点は
 50m間隔に24点を設定。測定周波数はそれぞれの測定点で11(2ⁿHz, n=1~11)である。
- iii). 得られた MT パラメータに 3%の誤差を与える。
- iv). 初期モデルを設定する。
- v). ヤコビアン行列を算出する。
- vi). 二次元異方インバージョンを行う。
- vii). (α_i , β)(i=1~7、j=1~3)の 21 パターンについてイン バージョンを繰り返し行う。

viii). ABICによりvii)で得られたモデルの中から最適モデ ルを決定する。

ix). 最適モデルを次の繰り返し時での初期モデルとし, α , β を再設定して v)~vii)の操作を繰り返す。

x). 各繰り返し時での最適モデルの中からABICの値が 最小のものをこの解析での最適モデルとする。

尚,等方インバージョンとの違いは,等方モデリングが 異方モデリングになっていること,等方インバージョン が異方インバージョンになっていること,βが新たに組 み込まれていることである。

3.4.1 等方異常体モデル

まず, Fig.9 に示す等方異常体モデルについて数値実 験を行う。このモデルは 100Ωm の半無限媒質中に 1,000Ωm の等方異常体を有するモデルである。

Fig.9 に対して数値実験を行った際の ABIC, α, βの 反復計算ごとの変動を Fig.10 に示す。3 つのパラメータ はともに収束している。ABIC 最小化法に基づき,反復 回数 10 回目の時のモデルを最適モデルとする。最適モ デルを Fig.11 に示す。等方インバージョンにより解析し た結果を上段に,異方インバージョンにより得られた結 果を下段に示す。下段は左がρ_{yy},右がρ_{zz}の最適モデル である。

等方異常体モデルは、 pyy と pzz の比抵抗構造が互いに 等しい。従って, 異方インバージョンで得られるpyyとpzz の構造は等しくなることが期待される。実際に得られた 結果をみると、異方インバージョンで得られた二軸方向 の比抵抗構造と等方インバージョンで得られた比抵抗構 造はそれぞれ同じような形状をしており、予測通りの結 果が得られたといえる。一方,ハイパーパラメータβは 反復計算ごとに単調に1に向かって収束しており,最適 モデルではβは0.9848であった。従って、この実験を行 ったモデルは等方性が高いと判断できる。また、それぞ れの最適モデルの比抵抗値を比較したものを Fig.12 に 示す。図は破線上の比抵抗値をプロットしたものであり, 青線は、等方インバージョンによる結果で、赤線、緑線 はそれぞれ異方インバージョンによるpyy, pzz の結果で ある。多少の誤差があるもののそれぞれの比抵抗値は概 ね一致していると言える。

この数値実験結果より,等方異常体モデルでは,等方 インバージョンと異方インバージョンで同様な最適モデ ルが得られることが示された。

3.4.2 異常体が地表に露出している異方性モデル

次に、Fig.13 のような異方異常体を含むモデルについ て数値実験を行う。このモデルは 100 Ω m の半無限媒質 中に $\rho_{yy}=200\Omega$ m, と $\rho_{zz}=10\Omega$ m である異方異常体を含 んでおり,異常体は地表に露出している。このモデルに 関して得られる TM モードの MT レスポンスを用いて等



Fig.9. The isotropic synthetic model.



iteration for the model of Fig.9. ; (a)*ABIC*, (b)smoothness, α , (c)closeness, β .

方インバージョンを行った場合,比抵抗構造には偽像(高 比抵抗体の左右深部に,誤ってイメージされた低比抵抗 体:Fig.15 上参照)が現れた。

Fig.13 に対して異方インバージョンを行った際の *ABIC*, α, βの反復計算ごとの変動を Fig.14 に示す。3 つのパラメータがともに収束していく様子がわかる。 *ABIC* に基づき反復回数 19 回目の時に得られた比抵抗 構造を最適モデルとする。最適モデルを Fig.15 に示す。 上段が等方性インバージョンによる結果で、下段が異方 インバージョンによる結果である。下段は、左がρ_{sy}、



Fig.11. Comparison of the inverted models for the model of Fig.9. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.



Fig.12. Comparison of resistivity along the red line between results obtained by isotropic inversion and ones by anisotropic inversion for the model of Fig.9.

右が*p*zzの比抵抗構造モデルである。*p*yyと*p*zzの最適モデルを比較してみると、異方性領域でそれぞれ異なる比抵抗構造を示していることがわかる。また、最適モデルにおけるハイパーパラメータβは約0.0778と0に近い値である。従って、異方性が高いと判断できる。等方インバージョンにより得られた結果を異方インバージョンによる結果と比較してみると、*p*yyの比抵抗構造とおおよそ同じ形状であることがわかる。

次に定量的な視点から考察を行う。等方異常体モデル の時と同様に、三つの比抵抗構造モデルについて、同一 線上での比抵抗値の比較を Fig.16 に示す。青線は、等方 インバージョンによる結果で、赤線、緑線はそれぞれ異 方インバージョンによる*pyy、pzz*の結果である。異方性



Fig.13. The anisotropic synthetic model. Anisotropic prism is surfaced into an isotropic homogeneous half-space.



Fig.14. Parameter for the inversion as a function of the iteration for the model of Fig.13. ; (a)ABIC,
(b)smoothness, α, (c)closeness, β.

領域のある 0.37~0.62km 間の結果に大きな差が生じ ている。等方インバージョンの結果に比して、pyyの比 抵抗値は多少大きいがほぼ等しい。pzzの比抵抗は異方性 領域内では小さい値を示している。特に、異方性領域 との境界付近でのpyyとpzzの比抵抗値の差が顕著である。 ただし、一部では水平方向の比抵抗よりも高く求まって



Fig.15. Comparison of the inverted models for the model of Fig.13. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.



Fig.16. Comparison of resistivity along the red line between results obtained by isotropic inversion and ones by anisotropic inversion for the model of Fig.13.

いる。

3.4.3 異常体が地中に埋没している異方性モデル

最後に、Fig.17 のモデルについて数値実験を行う。こ のモデルは 100 Ω m の半無限媒質中に、 $\rho_{yy}=200\Omega$ m、と $\rho_{zz}=10\Omega$ m である異方異常体を含んでおり、異常体は地 下に埋没している。

インバージョンを行った結果, Fig.13のモデルの場合 と同様に ABIC, α, βは一様に収束した。最適モデルを Fig.18に示す。上段が等方インバージョンによる結果で ある。異常体が地表に露出している場合に比べると,比 抵抗構造に現れる偽像は小さくなっている。下段が異 方インバージョンによる結果である。下段は、左がρ₅₇, 右がρ₂₂の比抵抗構造モデルである。ρ₅₇とρ₂₂の最適モデ ルを比較してみると,異方性領域でそれぞれ異なる比抵



Fig.17. The anisotropic synthetic model. Anisotropic prism is embedded into an isotropic homogeneous



Fig.18. Comparison of the inverted models for the model of Fig.17. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.

抗構造を示していることがわかる。また,最適モデルに おけるハイパーパラメータβは約0.0215と0に近い値で あった。従って,異方性が高いと判断できる。Fig.13の モデルの場合と同様に等方インバージョンによる比抵抗 構造と異方インバージョンによるρyyの比抵抗構造は非 常に似ている。

4. まとめ

本論文ではMT法のTMモード電磁応答を用いて電気 伝導度の異方性が検出できるかどうかを調べた。まず TMモード内の異方性がMTレスポンスに与える影響を, 異方モデリングを用いたフォワード計算により調べた。 その結果, pzz の変化によってMTレスポンスが変化する ことが確認された。これにより,TMモードのMTレス ポンスを用いた異方性検出の可能性が示された。

そこで、TM モード内の二軸方向の比抵抗構造を推定 する異方インバージョン手法を考案した。本手法ではイ ンバージョンを安定的に実施するために、必要に応じて ρ_{yy}とρ_{zz}の比抵抗間に制約を加えることができるように した。この制約の大きさは、新たに導入したハイパーパ ラメータβによって表現した。βは情報量基準 ABIC を用 いて客観的に決定できるように設定した。

本手法を数値モデルに適用した結果を以下に記す。

- (1)等方異常体モデルでは、反復計算ごとにβの値は1
 に近づき、得られる最適モデルは等方インバージョンによる結果と類似している。
- (2) 異方異常体モデルでは、反復計算ごとにβの値は0
 に近い値に収束する。すなわち、βが異方性を判断する指標として機能することが確認できた。
- (3) 異方異常体が地表に露出している場合では異常体 の境界付近において,異方異常体が埋没している 場合では異常体領域において, *pyy>pzz*の構造を 反映したインバージョン結果を得ることはできた が,正しい*pzz*を求めることはできなかった。この 原因としては,本論文で用いた手法が*pyyとpzz*が できるだけ同じ値を取るような制約を与えたイン バージョンであることが考えられる。

本研究ではTMモードのMTレスポンスのみを用いた異 方インバージョン手法の開発を試みた。異方インバージ ョンの信頼性,特に偽像発生の原因とpzzの検出能力につ いては,数値実験例を増やすことによって検討する必要 がある。併せて,アルゴリズムの再検討を含めて改良を 進める予定である。その上で,あらかじめ他の傍証デー タから異方性の存在が示唆されている現場データに異方 インバージョンを適用し,本手法の有効性を検討したい。 また,将来的にはTMモード内の測線方向と深度方向の 二軸の比抵抗に加え,走向方向の比抵抗すなわちTEモ ードの比抵抗も含めた三軸の異方性へと発展させていき たい。

謝 辞

本研究では,(独)産業技術総合研究所の内田利弘氏,東 京工業大学の小川康雄氏が開発したMT法二次元インバ ージョンの Fortran コードを改変して使用させて頂きま した。また,本論文の作成に際し,査読者のお二方には 有益なご指摘,ご助言を賜りました。ここに記して深く 感謝の意を表します。

参考文献

Baba, K., Chave, A. D. Evans, R. L., Hirth, G., Mackie, R. L.(2006): Mantle dynamics beneath the East Pacific Rise at 17°S: Insights from the Mantle Electromagnetic and Tomography (MELT) experiment, *J. Geophys. Res.*, 111, B2, B02101, doi:10.1029/2004JB003598.

- Bernald, P., Chouliaras, G., Tzanis, A., Briole, P., Bouin, M.P., Tellez, J., Stavrakakis, G. and Makropoulos (1997): Seismic and electrical anisotropy on the Mornos delta, Gulf of Corinth, Greece and its relationship with GPS strain measurements, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2227-2230.
- Bologna, M.S., Padilha, A.L. and Vitorello, I.(2005): Geoelectrical crustral structures off the SW border of the Sao Francisco craton, central Brazil, as inferred from a magnetotelluric survey, *Geophys.J.Int.*, **162**, 357-370.
- Hagrey, S.A. (1994): Electric study of fracture anisotropy at Falkenberg, Germany, *Geophysics*, 59, 881-888.
- 木村俊則(2005):構造境界面を組み込んだ MT 法のハイブリッドインバージョンに関する研究,京都大学工学研究科社会 基盤工学専攻修士論文.
- Li, Y. (2002): A finite element algorithm for electromagnetic induction in two-dimensional anisotropic conductivity structrues, *Geophys.J.Int*, 148, 389-401.
- Ogawa, Y. (2002): On two-dimensional modeling of magnetotelluric field data, *Surveys in Geophysics*, 23, pp.251-272.
- Omura, K. (2004): Anisotropies of electrical conductivities and P wave velocities of cataclasites and mylonites under ambient conditions : Laboratory measurements of Hatagawa fault zone samples, Report of the National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, 66.
- Pek, J. and Verner, T. (1997): Finite-difference modeling of magnetotelluric fields in two-dimensional anisotropic media, *Geophys.J.Int*, **128**, 505-521.
- Pek, J. and Santos, A.M. (2006): Magnetotelluric inversion for anisotropic conductivities in layered media, *Phys. Earth planet. Inter.*, **158**, 139-158.
- Rauren, A. and Lastovickova, M. (1995): Investigation of electrical anisotropy in the deep borehole KTB, Surveys in Geophysics, 16, 37-46.
- Reddy, I.K. and Rankin, D. (1975): Magnetotelluric response of laterally inhomogeneous and anisotropic media, *Geophyics*, 40, 1035-1045.
- Rodi, W.L. (1976): A Technique for Improving the Accuracy of Finite Element Solutions for Magnetotelluric Data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 44 483-506.
- Saraf, P. D., Negi, J. G. and Cerv, V. (1986): Magnetotelluric response of a laterally inhomogeneous anisotropic inclusion, *Phys. Earth planet. Inter.*, 43, 196-198.

Siripunvaraporn, W., Egbert, G. and Uyeshima, M. (2005):

Interpretation of two-dimensional magnetotelluric profile data with three-dimensional inversion: synthetic examples, *Geophys.J.Int.*, **160**, 804-814.

Uchida, T. (1993): Smooth 2-D Inversion for Magnetotelluric Data Based on Statistical Criterion ABIC, J. Geomag. Geoelectr., 45, 841-858.

Uchida, T., and Ogawa, Y. (1993): Development of Fortran

code for two-dimensional magnetotelluric inversion with smoothness constraint, Geological Survey of Japan Open-File Report, No. 205, 115p.

Wannamaker, P.E. (2005): Anisotropy versus heterogeneity in continental solid earth electromagnetic studies, Surveys in Geophysics, 26, 763-765.

Detection of resistivity anisotropy using TM-mode MT response

Taku Okamoto*, Tada-nori Goto**, Toshinori Kimura*3, Yoshinori Sanada*4, Hitoshi Mikada** and Yuzuru Ashida*5

ABSTRACT

The magnetotelluric response in the transverse magnetic (TM) mode has information of two diagonal components of the resistivity tensor with the cross-strike(ρ_{yy}) and vertical directions (ρ_{zz}). Although these two values are regarded as the same single value in the ordinary isotropic inversion, forward MT responses and their sensitivity matrix calculated by anisotropic modeling suggest that TM-mode response is affected by ρ_{zz} . In this study, a new anisotropic inversion technique that takes into different resistivity values in two directions was proposed. The trade-off between the isotropy and anisotropy is determined objectively by the statistical criterion called ABIC. This method can be applied to both isotropic and anisotropic structures. When applied to the anisotropic structures, we could reconstruct the identical ρ_{yy} and ρ_{zz} suggesting anisotropy, while applied to the isotropic structures, we could reconstruct the isotropic structures similar to the ones acquired by ordinary isotropic inversion. The calculations with the synthetic data have showed the effectiveness of the proposed method.

Keywords : anisotropy, TM-mode, magnetotelluric, inversion

Manuscript received May 10, 2007; Accepted December 26, 2008.

* JGI,Inc.

- 1-5-21, Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo 112-0012, Japan ** Kyoto University
- Kyotodaigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8540, Japan *3 Suncoh Consultants Co.,Ltd
 - 1-8-9, Kameido, Koutou ku, Tokyo 136-0071, Japan

- *4 Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology 3173-25, Syowa, Kanazawa-ku, Yokohama, 112-0012, Japan
- *5 Environment, Energy, Forestry and Agriculture Network (EEFA)
 - 24, Yabushita-cho, Simogyo-ku, Kyoto, 600-8448, Japan
- A part of this paper was presented at the 116th SEGJ spring conference, 2007.