研究ノート

18世紀前半の力学における「座標」概念

伊藤 和行*

‘Coordinates’ in the early 18th century mechanics

Kazuyuki ITO

§1　序

今日の力学において問題を解く際には，まず座標（直交座標や極座標など）を設定し，各座標に関して運動方程式を作る，あるいは運動エネルギーや運動量と行った保存量の式を作ることがなされる．このような基本的な解法が誕生したのはいつのことであり，どのようにして発展したのかを探ることが本稿の目的である．

解析力学の創始者であるラグランジュ（Joseph Louis Lagrange, 1736–1813）は，『解析力学』（*Mechanique analytique*, 1788）において，それまでの力学の歴史を振り返り，最初に直交する2つの方向に運動と力を分解して問題を考えたのはホイヘンスであるとした．さらに，ホイヘンスは遠心力を求める際に接線方向と円の中心方向に分解していたが，空間に固定した直交座標系を最初に使用したのはマクローリンの『流率法論』（1742）だったと述べている[1]．この見解に対してはトゥルーズデルが異論を唱え，最初の試みはヨハン・ベルヌーイの1742年の論考であり，1740年代後半になってオイラーが初めて体系的に用いたことを指摘した[2]．実際，マクロリーンの著作では，座標に相当するものが述べられているとみなせるが，具体的に各座標に関する運動方程式が立てられているのは見出されない．一方，ヨハン・ベルヌーイとほぼ同時期に．クレローも流体の平衡を論じる際に座標を設定していたことが知られている[3]．

本稿では，18世紀前半，とくに1730年代から1740年代に発表された，クレロー，

---

* 京都大学大学院文学研究科 kito@bun.kyoto-u.ac.jp

[1] Lagrange 1788, pp. 164–5. 18世紀の力学史に関しては，Blay（2002），Guicciardini（1999），Maltese（1992），山本（1997）などを参照. 数学史において「座標」（coordinata）という言葉を最初に用いたのはライプニッツだったが，その起源は古代ギリシアの円錐曲線論に見出される．カッツ（2005, pp. 486–91），中村（1980, pp. 49–56）を参照.

[2] Truesdell 1968, p. 170, n. 76. また山本（1997, p. 175）を参照.

[3] Greenberg 1995, pp. 454, 484.

ヨハン・ベルヌーイ，オイラーらの研究を検討し，1740 年代後半までに力学において座標の概念がどのように形成されていったのか，またオイラーの功績はどこにあったのかを考察する．

§2 クレロー

クレロー（Alexis-Claude Clairaut, 1713–65）は，『地球形状論』（*Theéorie de la figure de la terre*, 1743）において，流体の静力学的平衡の考察から地球の形状が回転楕円体となることを導出している[4]．そこで彼はある多変数関数が他の多変数関数の全微分である条件を論じているが，その際に直交座標系を導入していた．

彼は，地球の形状を見出すために，軸の周りに流体の塊が回転するときにそれが保つことのできる形状はどのようなものかを論じている．流体の中に経線に沿った任意の形状の水路 ON を設定し（図 1），重さの「作用」（effort）の和を計算し，同じ点 O, N を通過するまったく別の水路を取ったときもその値が変わらない条件を求めるのである[5]．「作用」というのは，ある方向における力と微小距離の積すなわち微小仕事と理解される．

具体的には水路 ON において二つの無限に近い点 S と s を考え，両方の点から軸 CP に垂線 SH と sh を下ろし，また軸に平行に Sr を引いて，各点 S における重力が二つの他の力，軸 CP に垂直に働く力と平行に働く力に分解されるとする．軸に垂直な方向に $CH = x$，軸の方向に $HS = y$ を取り，各々の微小量として $Sr = dx$，$sr = dy$ を導入する．流体に働く力は二つの力，CP に垂直な力 P と平行な力 Q に分解される．このときに力 P が，O へ向かって流出するために円筒 S に及ぼす「作用」は Pdy で表わされる．というのは，力 P が SH に沿って働くとき，水路 Ss の方向の部分は $\frac{P\times rs}{Ss}$ となり，この量に質量を掛けると $P\times sr$ すなわち Pdy が得られるからである．力 Q が，同じ側 O の方へ円筒 Ss に及ぼす「作用」も同様にして Qdx となる．よって $Pdx + Qdy$ は，二つの力による小さな円筒 Ss に対する「作用」全体を表わす．次いでクレローは，流体の平衡が成り立つのはこの $Pdy + Qdx$ は「完全微分」であるとき，すなわち $\frac{dP}{dx} = \frac{dQ}{dy}$ であるときであると主張する．

次いでクレローは議論を三次元へと拡張し，地球の形状が回転楕円体になることを導いている（図 2）．まず流体の粒子に働く力を三つの力に分解し，「それらの力の第

[4] Cf. Greenberg 1995, pp. 427–619.

[5] Clairaut 1743, pp. 33–39.

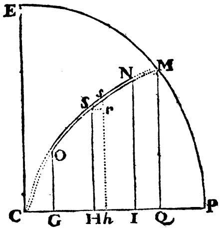

図 1

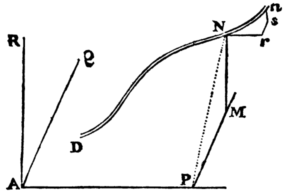

図 2

一のものは，平面 QAP に垂直に働き，第二と第三のものは，互いに直角をなす，この平面の二つの線分 QA，AP に平行な方向に沿って働く」[6] とする．水路 DN の中に含まれる小さな円筒 Nn すべての重さの和を曲線 DN の三つの「座標」(coordonnée) の関数によって表わす．NM を平面 QAP に，また MP を AP に垂直に下ろし，三つの座標 NM，MP，AP に平行な ns，sr，rN を引く．$AP = x$，$PM = y$．$MN = z$ とし，微小量を $Nr = dx$．$sr = dy$，$sn = dz$ とする．力に関しても，NM に沿った力を P，MP に沿った力を Q，PA に沿った力を R とする．

先ほどと同様に，平衡の条件は $Pdx + Qdy + Rdz$ が「完全微分」，すなわち $\frac{dP}{dy} = \frac{dQ}{dz}$，$\frac{dP}{dx} = \frac{dR}{dz}$，$\frac{dQ}{dx} = \frac{dR}{dy}$ のときである．

以上のクレローの議論はポテンシャル論の先駆として評価されているものである．このように静力学においては，クレローによって座標軸を設定し，各座標に関して力に成分を求め，それに関する関係式を導く方法が確立されていたとみなすことができるのだろう．

§3 ヨハン・ベルヌーイ

ヨハン・ベルヌーイ (Johann Bernoulli, 1667–1748) は，力学史においては流体の「ベルヌーイの定理」によって知られている[7]．トゥルーズデルが座標に関して言及している論文とは，一本の紐に順番に複数の錘りが付いた振子の周期を求める問題を扱った「多重振子について」(“De pendulis multifilibus,” 1742) であると考えられる[8]．

[6] Clairaut 1743, pp. 96–97.

[7] Cf. 伊藤 2010.

[8] マルテーゼは，その論文で展開されている議論は，すでに 1735 年の論文「活力の真なる概念とその動力学における使用について」(1735) において示されていたことを指摘しているが，本稿では 1742

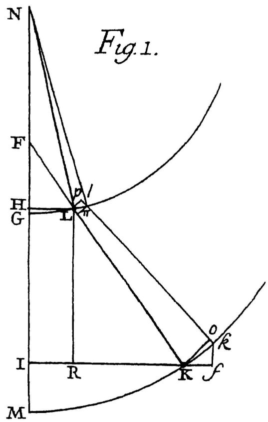

図 3

ヨハンはまず二個の錘りの場合を考察し，それから錘りの数を増やした場合へ進んでいるが，ここでは二個の場合だけを取り上げて検討する（図 3）．

振子は点 N を支点とし，二つの糸 NL と LK からなり，各々の端 L と K には二つの錘りが付けられている．二つの錘りは弧 LG，KM を描くとする．長さ NL と LK は等しく c に等しいと仮定するとき，振動の法則が求められる．

錘り L と K の重さを，「重力」（vis gravitatis）を g として ga と gb によって表わす．糸 LK の張力を T とする．円直線 NM に対して垂線 LH，KI を引き，$GH = y$，$MI = q$ とし，$GL = r$，$Ll = dr$，$MK = s$，$Kk = ds$，また HL 対 IK が $1 : n$ に等しいとして $HL = e$，$IK = ne$ とする．$NL = LK = c$ とし，さらに KL を延長し，鉛直線 NM との交点を F とする．振子が，最初の位置から無限小だけ移動したと考えよう．すなわち L は l に，K は k に移動する．L と K から lk に垂線を下ろすことによって得られる小部分 Lp と Ko について，$lp = ko$ を dx によって表わす．最後に L と K の速度を v と u によって表わすとする．

ここで恒等式 $dr : dy = ga : ga\frac{dy}{dr}$ が成り立つが，$ga\frac{dy}{dr}$ は錘り L の Ll に沿った成分に等しい．また恒等式 $dr : dx = T : T\frac{dx}{dr}$ において，$T\frac{dx}{dr}$ は糸 LK から生じる張力

年論文のみを検討する（Maltese 2001, p. 96, n. 229；Cf. Maltese 1992, pp. 152–5）．多重振子を含む物理振子の周期を求める問題は，それと同じ周期を持つ単振子の長さを求めることに還元されており，ベルヌーイもこの「振動中心」を求める方法を用いているが，その創始者はホイヘンスだった．詳しくは，Vilain（2000a, 2000b）を参照．

の反対の力の Ll 方向の成分を表わす．よって Ll に沿って L に働く「起動力」(vis motrix) は，それらの差 $\frac{gady-Tdx}{dr}$ によって与えられ，それを a で割ると，「加速力」(vis acceleratrix) が与えられる[9]．

$Ll = dr$ であるから，「動力学の原理」(Principium Dynamicum) より，$\frac{1}{a}(gady-Tdx) = vdv$ が成り立ち，積分すると，「活力」に関する式 $gy - \frac{1}{a}\int Tdx = \frac{1}{2}v^2$ が得られる．錘り K に関しても，同様にして，式 $gq + \frac{1}{b}\int Tdx = \frac{1}{2}u^2$ が導かれる．

この「動力学の原理」とは，加速力 p，微小な長さ dx，速度 v に関して，$pdx = vdv$ という関係式が成り立つというものである．ベルヌーイの時代には，加速力に関する運動方程式 $p = a = \frac{dv}{dt}$ という式は，$dv = pdt$ という形で用いるのが一般的であり，その両辺に v を掛けた $vdv = pvdt$ に対して，$dx = vdt$ を代入することによって $vdv = pdx$ という式が得られるのである．ベルヌーイはこの式を非常に重視し，「動力学の原理」として力学の問題を考える際には他の場所でも用いていた．

以上の議論において，ベルヌーイは明示的に座標軸や原点を設定してはいないが，固定された量の方向として鉛直線を取り，$LK = y$，$MI = q$ と置いている．円振子が問題の対象なので，運動方程式を糸に対して垂直な方向に立てているのは妥当であるが，角度を変数としては置かず，その方向の速度によって「活力」の式に変形していた．

ベルヌーイは，微小な量 lL，kK に対して $vv : uu = dr^2 : ds^2$ という式を導入し，速度から微小量間の式に書き換えている．すなわち

$$dr^2 : ds^2 = \left(gy - \frac{1}{a}\int Tdx\right) : \left(gq + \frac{1}{b}\int Tdx\right).\ \text{よって}\ T = \frac{gab}{dx} \times d\left(\frac{yds^2 - qdr^2}{adr^2 + bds^2}\right).$$

振子の周期を求めるベルヌーイの議論を最後までは辿らないが，彼は次の式を用いて，角変数を二つの長さによって表わす．

$$y = HG = NL(1 - \cos GNL) \doteqdot \frac{HL^2}{2NL} = \frac{e^2}{2c}$$

この問題は円振子の周期に関するものであるため，極座標を使わねば問題が複雑になってしまうので，重力方向を基本となる座標軸の方向とし，それに対する角変数を長さの関係によって置き換えて微小な二つの長さの関係式を導出している．ここでベルヌーイは，運動方程式を糸に垂直な方向に関して立てているのにも拘わらず，議論がわかりにくいのは，その運動方程式を「動力学の原理」によって「活力」に関する

[9] ここでベルヌーイは「加速力」p として「起動力」を質量で割ったもの，現代的な表現を用いれば f/m を考えており，運動方程式 $f = ma$ は $p = a$ となる．これは，ニュートンの『プリンキピア』の用語に倣ったものである．

形に変形してから，次のステップに進んでいるからである[10]．また流体の運動に関する「ベルヌーイの定理」を導出したことで知られる『動水学』（*Hydraulica*, 1742）においても同じ解法が見られ，ヨハンはそれを自らの独創として主張していた[11]．そこでも「多重振子について」と同じような形で，座標に当たる量が設定され，加速力に関する運動方程式から出発し，「活力」の式に変形している．

§4　オイラー

レオンハルト・オイラー（Leonhard Euler, 1707–1783）は，運動方程式の解析化を成し遂げるとともに，剛体や流体といった質点系に対してそれを適用しており，彼の業績は，剛体運動における「オイラー座標」や流体力学の「オイラー方程式」から伺われる[12]．以下では，彼の力学理論の主発点を示している初期の大著『力学』と，1740年代後半に発表された論文「天体の運動一般に関する研究」を比較検討する．

4.1　『力学』

『力学』（*Mechanica*, 1736）は，その副題「解析的に示された運動の科学」（motus scientia analytice exposita）が示しているように，ニュートンが『プリンキピア』において幾何学によって提示した力学理論を解析的に展開しようとした最初の著作である．そこでオイラーはまず最初に運動方程式を導出する．同一の物体に異なる力が働くとき，微小時間 dt における速さの増加 dc は力 p と微小時間の積に比例するので，$dc = pdt$ となる[13]．さらにこの式の両辺に c 掛けると $cdc = pcdt$ となるが，それに微小距離 ds に関する式 $ds = cdt$ を代入すると $cdc = pds$ が導かれる．オイラーはさらに $v = \frac{1}{2}c^2$（$dv = cdc$）という量を導入して上の式を $dv = pds$ と書き換え，具体的な問題を解く際にはこの式を用いるのである[14]．

---

10 この「動力学の原理」を用いた解法は，「活力の真なる概念とその動力学における使用について」（1735）において，紐でつながれて傾きの異なる斜面上に置かれた二つの錘りの運動を考察する際に用いられていた．Cf. Maltese 1992, pp.152–5.

11 伊藤 2010.

12 オイラーに関しては，2007 年のオイラー生誕 300 年を記念していくつかの研究書が出版されている．たとえば Bradley and Sandifer 2007; Suisky 2009.

13 Euler 1736, p. 55. ここで力 p は，ニュートンの「加速力」すなわち「起動力」を質量で割ったものを意味している．一つの物体あるいは同じ質量の物体に関しては，「加速力」によって議論を行なうことが当時は一般的だった．

14 この書き換え過程はもっと入り組んだものであるが，ここでは単純化してある，詳しくは伊藤（2006）を参照.

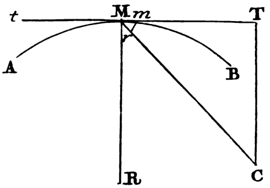

図 4

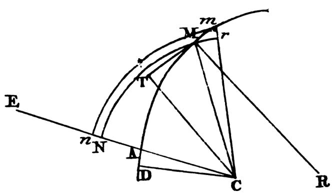

図 5

この運動方程式を二次元の運動に適応した例として，物体に斜めの方向から力が働いた際の運動を求めるという問題を検討しよう（図 4）．働く力の大きさは地表での重力に対して P 対 1 の比，空間の要素を $Mm = ds$ とし，M における速度は v が対応するとする．力は方向 MC に沿って働くとすると，角 CMT が与えられ，C から MT へ，また m から MC へ垂線を下ろして，交点を T，r とする．$Mr = dy$，$mr = dx$ とすると，$ds^2 = dx^2 + dy^2$ である．オイラーは，運動の接線方向と法線方向における方程式，$dv = pdy$ と $prdx = 2vds$（r は点 M における曲率半径）を導いている．どちらの式も速度 c ではなく v に関するものなので，我々には理解しづらいものになっている．現代的な観点からは，これは速度の二乗すなわちエネルギーや仕事の次元の式とみなされるが，法線方向では，曲率半径を求める式になっている．

物体に働く力が向心力の場合は次のようになる（図 5）．点 C に向かう向心力を P，距離 $CM = y$，接線に C から下ろした垂線を CT とし，p と呼ぶ．また要素 $Mr = dx$，曲率半径を r とする．三角形 Mmr と CMT は相似なので，$ds\sqrt{(y^2 - p^2)} = ydy$ かつ $dx\sqrt{(y^2 - p^2)} = pdy$．また曲率半径は $r = \frac{ydy}{dp}$ である．運動方程式は，接線方向には $dv = -Pdy$，法線方向には $Prdx = 2vds$ である．両式から P を消去して，$rdvdx = -2vdvdx$ すなわち $\frac{dv}{v} = \frac{-2dsdy}{rdx}$ となるが，$r = \frac{ydy}{dp}$ と $\frac{y}{p} = \frac{ds}{dx}$（三角形 Mmr と CMT が相似であるから）を代入して，$\frac{dv}{v} = \frac{-2dp}{p}$．積分することによって $v = \frac{C}{p^2}$（C は積分定数）すなわち $vp^2 = C$ が得られるが，これは速度と距離の積の二乗が一定であること，すなわち角運動量が一定であることに他ならない．ここで向心力下の運動における座標の取り方について，オイラーは次のような興味深いことを述べている．

> さて，与えられた向心力によって動かされる物体が描く曲線は，物体の中心からの距離と，中心から下ろされた垂線との等式によらなければ知られないので，見出される曲線がどのようなものであるかを判断することは非常に困難である．というのは，我々は，曲線の性質を，直交座標の間の等式でもって表わすこと

> に慣れているからである．[……] これらの曲線の性質や規則（ordo）が洞察できるように，ここで，距離と垂線の間の等式を馴染んでいる座標間の等式に還元するための方法を与えよう[15].

ついでオイラーは距離と垂線を直交座標 CP と AC に関係づける．先に用いられていた中心からの距離 $CM = y$，中心から接線に下ろした垂線の長さ $CT = p$ に加えて，直交座標 $CP = x$，$PM = z$ を導入すると，両者の関係は $CM = \sqrt{(x^2 + z^2)} = y$ あるいは $z = \sqrt{(y^2 - x^2)}$．また微小距離 $Mm = ds = \sqrt{x^2 + z^2}$ を，先ほど導かれた式に代入して，x と y の式に書き換えていけばよいという．

このように中心力下の運動は，中心からの距離と接線から中心へ下ろした垂線の長さを基本量として論じられる．『力学』におけるオイラーは，問題を考える際にはつねに軌道の接線方向と法線方向に対して運動方程式を立てるという方法を一貫して用いている．投射体の運動を論じた際にも，最終的に，その軌道が放物線となることは，直交座標における x と y の関係式を導くことによって示しているが，その際にも力の分解は軌道の接線方向と法線方向に行なわれ，その方向に運動方程式が立てられ，かなり入り組んだ計算をして放物線の式が導かれている．

4.2 「天体の運動一般に関する研究」

以上のようなオイラーの方法は，ベルヌーイらのやり方を受け継いだものと言えるが，先にも触れたように，1740 年代後半に入ると，まったく新しい形式の運動方程式が使用されるようになる．それは我々が慣れ親しんでいる，固定座標系を設定し，その各座標に関して距離と時間の二階微分方程式を立てるというものだった．その試みが最初に提示されたのは 1747 年の論文「天体の運動一般に関する研究」（“Recherches sur le mouvement des corps célestes en général ”）においてである．オイラーは物体に力が働くときに生じる運動の瞬間的変化を求めるための新しい方法について次のように述べている．

> これらの問題を解くために，この問題について著わしてきた他の人たちが用いたものとは少し異なる方法を私は用いよう．彼らは最初に，各瞬間における運動が探究されている物体の真の速度を決定しようと努めた．そしてこの速度を通過距離と比較することから，物体が各瞬間に現われねばならない場所を結論

[15] Euler 1736, p. 198.

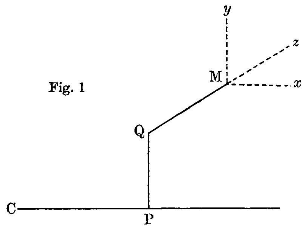

図 6

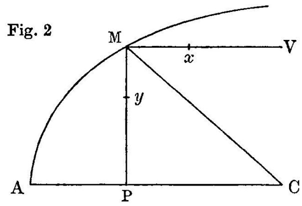

図 7

> として導いた．この十分に厄介な作業を避けるために，また天文学においては天体の真の速度はけっして問題とならないので，私はまず，経過した時間と惑星の見かけの位置の間の方程式に到達する方法を見出したが，それは必ずこの研究をきわめて短くするのである[16].

そして三次元の直交座標系が以下のようにして導入されている（図 6）．固定平面 CPQ を置き，この平面に対して物体 M から垂線を下ろす．平面 CPQ 上で，軸として直線 CP を取り，それに対して点 Q から垂線 QP を引くとする．各瞬間における物体 M の位置は三つの直交座標 CP，PQ，PM によって決定され，$CP = x$, $PQ = y$, $QM = z$ と置く．物体に働く力もそれらの方向に沿った三つの力 X，Y，Z に分解され，物体の質量を M とすると，対応する加速力は X/M，Y/M，Z/M となる．これより「物体の運動の瞬間的変化」を表わす式すなわち運動方程式は次の形になる.

$$\text{I.}\ \frac{2ddx}{dt^2} = \frac{X}{M}, \qquad \text{II.}\ \frac{2ddy}{dt^2} = \frac{Y}{M}, \qquad \text{III.}\ \frac{2ddz}{dt^2} = \frac{Z}{M}$$

係数 2 を除くならば，これらは我々の馴染んでいる「運動方程式」に他ならない[17].

この論文のテーマである「天体の運動一般」すなわち惑星の運動を考えると（図 7），物体 M に働く力がつねに点 C に向かうとして，軸として固定された直線 CA を取り，直線 MC を引き，CA に垂線 MP を下ろす．$CP = x$，$PM = y$，$CM = \sqrt{(xx + yy)} = r$ とし，物体に働く加速力を V と名付ける．その力を二つの方向 MP と MQ に沿って分解すると，$Mx = \frac{x}{r} \cdot V$，$My = \frac{y}{r} \cdot V$ が与えられる．先の運動方程式に代入して，$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{x}{r} \cdot V$，$\frac{2ddy}{dt^2} = -\frac{y}{r} \cdot V$．すなわち $\frac{rddx}{x} = -\frac{1}{2}Vdt^2$，$\frac{rddy}{y} = -\frac{1}{2}Vdt^2$.

16 Euler 1747, p. 8.

17 この係数 2 は，オイラーが $2g = 1$（g は重力定数）となる独自の単位系を取っていたことによる．詳しくは伊藤（2006）を参照.

しかし前節でも触れたように，回転運動や中心力下の運動を扱うのには直交座標は適さなかった．オイラーは角 ACM を導入して二次元の極座標を定義する．角 ACM を ϕ とすると，$x = r\cos\phi$，$y = r\sin\phi$ と表わされるが，両式を微分して，先の直交座標系における運動方程式に代入し整理すると，極座標系の運動方程式が導かれる．

$$\mathrm{I.}\quad 2drd\phi + rdd\phi = 0 \qquad \mathrm{II.}\quad drr - rd\phi^2 = -\frac{1}{2}Vdt^2$$

第 1 式を積分すると[18]，$rrd\phi = Adt$ となる．これは，いわゆるケプラーの惑星運動の第 2 法則「面積速度一定の法則」に他ならない．

明確な形で極座標系の運動方程式が提示されたのは，おそらくここが最初であろう．それまでの中心力下の運動に関する議論は，ベルヌーイにおける多重振子の議論がそうであったように，極座標系が明示的に使用されていなかったために我々には非常に理解しづらいものだった．このオイラーの極座標表示によって，我々は一気に馴染みのある世界に到達するのである．オイラーはこの論文以降，直交座標および極座標の運動方程式を，力学理論の基礎としてあらゆる問題の考察の出発点としている．質点のみならず流体や剛体といった質点系の力学においても運動方程式が理論的基盤となることは，すぐ後に発表された論文「力学の新しい原理の発見」（“Decouverte d’un nouveau principe de Mecanique,” 1750）において宣言されていた．実際 1750 年代には，剛体及び流体に運動方程式を適用した論文が次々と発表されている．

§5　まとめ

静力学においては，クレローによって 1740 年代前半には固定直交座標が使用されていた．一方動力学においては，1740 年代後半にオイラーによって空間に固定された座標系による解法が提示されたと言うことができるが，それは同時に運動方程式の形式と用法の転換を伴うものだった．ヨハン・ベルヌーイと同様，オイラーもそれまでは運動軌道の接線方向と法線方向に対して運動方程式を立てており，接線方向の式は「活力」の変化を与え，また法線方向の式は曲線半径を与えるものだったのである．この解法は，ラグランジュが述べていたようにホイヘンスが遠心力を求める際に用いたものであり，振子や惑星の運動といった当時の力学において重要な位置を占めていた回転運動を扱うのに適していた．それに対して空間に固定された直交座標系はこの種の運動の解法には適しておらず，オイラーが行なったように極座標系への変換によっ

[18] 両辺に r を掛けると，$2rdrd\phi + r^2d^2\phi = 0$，すなわち $d(r^2d\phi = 0)$ となる．

て初めて有用なものになったのである．極座標をどのようにしてオイラーが使用するようになったかということを検討する必要があるだろう．

このオイラーにおける運動方程式の転換の契機としては，質点系すなわち複数の物体の運動を扱うことがそれまでの方法で扱うことが困難だったことが考えられる．たしかにオイラーは，1750 年代に入り流体や剛体の運動の考察にこの新しい方法を適応して目覚ましい成果を挙げているが，両者の関係はまだほとんど明らかにされていない状況である．18 世紀に入り力学の対象領域は拡大し，1740 年代には，物理振子の運動や惑星運動といった前世紀以来の問題の他，摩擦運動，流体の運動，剛体の回転運動，弦の振動といった様々な問題にオイラーらは挑戦していった．現在では異なる分野の属するそれらの問題を彼らがどのように扱ったのかを横断的に分析し，どのような問題意識の下でオイラーは新しい方法を見出していったのかを問わなければならないだろう．

参考文献

Bernoulli, Johannes. 1742. De pendulis multifilibus. In *Opera omnia*, Tomus 4, pp. 313–331. Lausannae et Genevae: Sumptibus Marci-Michaelis Bousquet et Sociorum; *Die Werke von Johann I und Nicolaus II Bernoulli, Band 6: Mechanik I*, pp. 625–645. Basel: Birkhäuser, 2007.

Blay, Michel. 2002. *La science du mouvement : de Galilèe à Lagrange*. Paris: Belin.

Bradley, Robert E. and C. Edward Sandifer eds. 2007. *Leonhard Euler: Life, work, and legacy*. Amsterdam: Elsevier.

Clairaut, Alexis-Claude. 1743. *Théorie de la figure de la terre*. Paris: David Fils.

Euler, Leonhard. 1736. *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*. Petropoli: Ex typographia academiae scientarum. In *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 1. Lipsiae: In aedibus B. G. Teubneri, 1912.

———. 1747. Recherches sur le mouvement des corps célestes en général. *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin* (pub. 1749) 3: 93–143. In *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 5, pp. 1–44. Turici: Venditioni exponunt O. Füssli, 1957.

———. 1750. Decouverte d'un nouveau principe de Mecanique. *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin* (pub. 1752) 6: 185–217. In *Opera omnia*, Ser. 2, Vol. 5, pp. 81–108. Turici: Venditioni exponunt O. Füssli, 1957.

Greenberg, John L. 1995. *The problem of the earth's shape from Newton to Clairaut*. Cambridge: Cambridge University Press.

Guicciardini, Niccolò. 1999. *Reading the* Principia*: The debate on Newton's mathematical methods for natural philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lagrange, Joseph Louis. 1788. *Mechanique analytique*. Paris: La Veuve Desaint.

Maltese, Giulio. 1992. *La storia di $f = ma$: La seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Firenze: Olschki.

Suisky, Dieter. 2009. *Euler as physicist*. Berlin: Springer.

Truesdell, Clifford. 1968. *Essays in the history of mechanics*. Berlin: Springer.

Vilain, Christiane. 2000a. La question du centre d'oscillation de 1660 à 1690. *Pysis* 37: 21–51.

———. 2000b. La question du centre d'oscillation de 1703 à 1743. *Pysis* 37: 439–466.

伊藤和行．2006 年．「オイラーの運動方程式」『科学哲学科学史研究』第 1 号，153–169 頁.

———. 2010 年. 「ヨハン・ベルヌーイ『水力学』における 運動方程式」『科学哲学科学史研究』第 4 号，115–126 頁.

カッツ．2005 年.『数学の歴史』上野健爾・三浦伸夫監訳．東京：共立出版.

中村幸四郎．1980 年.『近世数学の歴史』東京：日本評論社.

山本義隆．1997 年.『古典力学の形成：ニュートンからラグランジュへ』現代数学社.