チャールズ・ゴドフレーの数学教育論

― イギリスにおける数学教育改造運動の展開 ―

大下　卓司

京都大学大学院教育学研究科紀要 第58号
2012

京都大学大学院教育学研究科紀要　第58号　2012

チャールズ・ゴドフレーの数学教育論

―イギリスにおける数学教育改造運動の展開―

大下　卓司

１．はじめに

本稿では、イギリスにおける数学教育改造運動（以下、改造運動と記す）の展開を明らかにすべく、数学教師チャールズ・ゴドフレー(C. Godfrey, 1873-1924)の数学教育論に焦点を当てる[1]。改造運動とは、1901 年同国の工学者ジョン・ペリー（J. Perry, 1850-1920）のグラスゴーにおける講演「数学の教育」（The Teaching of Mathematics）を契機とし、中等学校の数学科に関数や微分積分学の基礎的な内容を導入するなどの数学教育の近代化を進めた改革である。同運動は類似した課題を抱えていたドイツやフランス、アメリカ、日本における数学教育まで波及し、国際的に展開した[2]。

しかしながら、改革の始原であるイギリスにおいて、ペリーの数学教育論に沿って改造運動は実現されなかった。ペリーの講演の直接の影響から、1902 年に英国学術協会のもとで、ケンブリッジ大学の数学教授フォーサイス（A. R. Forsyth）を議長とし、ペリーを書記官とする、数学教育を改革する委員会が設立された。同委員会は成果として、同年報告書を出版した。ここでは、幾何学に議論が集中し、授業においてユークリッドの『原論』に基づく従来の指導を唯一のものとせず、教師の創意や生徒の実態に照らして、多様な指導を認めるという基本方針が提案された[3]。しかしながら、試験では従来型の『原論』を範とした問題が温存され、影響は表面にとどまっていた。したがって、科学の基礎として数学を教えるというペリーの主張は受容されなかったといえよう。ペリーの直接の影響は技術学校など専門教育機関に影響に残ったものの、イギリス国内の中等学校には十分に浸透しなかった。

その背景には、第一に、ペリーは工学者であったため、数学教育を掌握していた数学者や名門のパブリック・スクールの数学教師の賛同が得難かった点があげられる。ペリーの数学教育論は技術者養成論として受け止められ、一般教育を行ってきた中等学校には適さないとする反発を招いた[4]。第二に、数学教育に何らかの改革が必要である点で数学者や教師も一致していたものの、指導法や内容についての具体的な方向性については意見が分かれた点が指摘できる。以上の二点から、ペリーの影響は技術学校など専門教育機関に残ったものの、一般教育を行っていた中等学校には十分に浸透しなかった。

では、イギリスにおいて改造運動はどう展開したのか。イギリス本国の先行研究において、ペリーに代わって改造運動を具体化した人物として、ゴドフレーが着目されている。例えば、数学教育史を研究したサウサンプトン大学のハウスン（A. G. Howson）は、改造運動が展開された 20 世紀初頭に活躍した人物としてペリーではなくゴドフレーを挙げている。ここで

は、改造運動の展開とともにゴドフレーの数学教育論が描かれており、同運動とゴドフレーの活躍が連動していることが示されている[5]。また、プリマス大学の藤田太郎らは教科教育学の立場から、近代における数学教育を研究している。その中で、ゴドフレーの数学教育論を研究し、たとえば、数学教育における直観の育成という論点のもとで、1910 年のゴドフレーの数学教育論に示された「幾何学の目(geometrical eye)」に着目し、教科書の構成に「実験的な課題は、証明を示し、要求することにいたるように慎重に選ばれ、デザインされている点」[6]、「こうしたデザインを用いることで、ゴドフレーやシドンズは『幾何学的な目』を発達させることを目指した点」[7]を見出している。このように今日の数学教育をめぐる論点に対し、改造運動で活躍したゴドフレーらから示唆を得ている[8]。以上のようにイギリスの近代数学教育史に関する先行研究においてゴドフレーが着目されている。

これに対し、日本の先行研究では、改造運動はペリーを軸に整理されてきた。こうした立場に立つ代表的な先行研究として、19 世紀末から 20 世紀中葉までのイギリスを含む諸国の数学教育史を体系的に論じた小倉金之助の研究があげられる。ここで、ゴドフレーは教科書執筆者として、わずかに言及されるに留まる。こうした背景には、小倉が改造運動を日本に導入するためにイギリスの数学教育史を研究した点が指摘できよう。小倉は、ペリーに反対する立場を「保守的」と断じ、「数学教育にペリーの主張はだんだん取り入れられてきつつあったが、それはごく微温的な程度であった」[9]と整理している。しかしながら、先述のようにペリーの直接の影響は限定的であったことから、このような描き方によってイギリスにおける改造運動の展開を把握することは困難であろう。

そこで、本稿ではゴドフレーの数学教育論を検討することで、イギリスにおける改造運動の展開について足がかりを得たい。そのために、2. では、ゴドフレーの略歴から、改造運動において果たした役割とともに、人物像に迫る。そのうえで、3. において彼の数学教育論を目標とカリキュラム、授業という視点から描いていく。最後に、4. において彼が関わった改造運動に関わる 2 つの事例から展開の一側面を明らかにする。尚、本稿では改造運動において特に議論が重ねられた幾何学に着目する。

2.　チャールズ・ゴドフレーの略歴

まずはゴドフレーの略歴を確認する[10]。1873 年に生まれたゴドフレーはパブリック・スクールであるキング・エドワード校で学んだ。1892 年にケンブリッジ大学の数学科に進学し、1895 年に同大学を卒業したゴドフレーは 1896 年から 3 年間、カーディフ準大学で教鞭をとった。その後、1899 年から 1905 年までパブリック・スクールであるウィンチェスター校において数学を教えた。ここでゴドフレーは教授法の改良や実験室のデザインなどの学校改革を行った。

このように、1901 年の時点では、パブリック・スクールで教鞭をとる若手の数学教師であった。同じ年にすでに工学の権威であったペリーとは、年齢に大きな隔たりがあったため、改造運動において両者の間で激しい論争が行われたことはなかった。1901 年のペリーの講演に対しては、数学協会（Mathematical Association）の機関誌 Mathematical Gazette において「パブリック・スクールにおける指導の改善からいかに離れているか我々は疑問に思

ったに違いない」[11]と改革の方向性の違いを述べつつも、自らの改革案を示すなど、改革の必要性を共有していた。

同年、ペリーの改革に対し、数学者や数学教師らの手によって改造運動を進めるべく、フォーサイスはゴドフレーに対し、パブリック・スクールを含む有力なグラマー・スクールの教師に手紙を通じて運動への協力を要請するように指示を出した。内容を概観すると、幾何学での作図と測定の導入、内容の精選、科目の融合による簡略化など従来の数学教育の修正を目指すものであった。これを Mathematical Gazette 誌や Nature 誌に公開することで、数学者や数学教師が改造運動を進めることをアピールした[12]。加えて、1902 年ゴドフレーは、教科書を執筆するようにフォーサイスから指示を受けた。こうして書かれたのが、Elementary Geometry(1903)であり、以降、教科書を通じて改造運動の理念を具体化していった。ゴドフレーは教科書執筆者として実績を積み、広く名を馳せていった。

その後、1905 年、彼はオズボーンにあった士官学校、勅許海軍カレジ（Royal Naval College）で数学教師となった。改造運動の影響を受け、実学を重んじる士官学校の校風の中で、ゴドフレーは数学教育論を形成していった[13]。同時にゴドフレーは、国際数学者会議（International Congress of Mathematicians）の下で結成された数学教育に関する国際委員会（International Commission on the Teaching of Mathematics）のイギリスの代表者の一人であった。委員として数多くの報告を行った中でも、1912 年、同会がケンブリッジ大学にて開催された際、ゴドフレーは報告に向けて自らの数学教育論を練り上げるとともに、国内の数学教育改革の進展を報告した[14]。その後、ゴドフレーはグリニッジにある勅許海軍カレジの教師となり、1924 年に亡くなった。このようにゴドフレーは、教師や数学者、教科書執筆者として一貫して数学教育を担っていたことがわかる。

3. チャールズ・ゴドフレーの数学教育論

3.1 数学教育における目標の転換

では、彼はどのような数学教育論を展開したのだろうか。その前提として、改造運動が批判した伝統的な数学教育について確認する。そもそも 19 世紀後半、中等学校における数学科は古典の一教科として、推論の能力を陶冶する教科として確立された。その性格はユークリッドの『原論』を範とした教科書を利用し、論証の方法を学ぶ幾何学に顕著に表れていた。

ここで『原論』について確認すると、同書は紀元前３世紀までの数学の発見を集成したものであり、全 13 巻から構成される。このうち第Ⅰ巻から第Ⅵ巻までは、平面幾何学であり、これらがイギリスの中等学校で教えられていた。当時教えられていた各巻の内容の概要は次のとおりである[15]。第Ⅰ巻においては図形の基礎的な性質や、三角形・平行四辺形などが扱われ、最終的にピタゴラスの定理が証明される。第Ⅱ巻では、図形の面積の変形が扱われ、代数学における展開公式が図形的に証明される。第Ⅲ巻は、円に関する内容である。第Ⅳ巻では、多角形が扱われる。第Ⅴ巻は比例論を扱うものの、中等学校ではしばしば省略された。第Ⅵ巻は比例論を幾何学へ応用し、相似な図形を対象とした。

第Ⅰ巻の内容を詳しく見ると、「線とは幅をもたない長さである」などの基礎的な定義や公理が列挙されたのち、命題１「与えられた有限な直線の上に等辺三角形をつくること」[16]が

証明される。このように、定義を確認したのち、既習の命題も利用しながら、順に命題の証明を繰り返すことにより幾何学を体系化した点に『原論』の特徴がある。

一例として、改造運動の以前の代表的な幾何学の教科書 *The Elements of Euclid for the Use of Schools and Colleges* (I. Todhunter, 1867)を見ると、平面幾何学の内容である第Ⅰ巻から第Ⅵ巻までの内容が『原論』とまったく同様の配列で展開されるカリキュラムとなっていた。こうした幾何学が指導されていた背景には、第一にギリシャ語やラテン語で書かれた古典人文学に基づく一般教育による人格の陶冶を目指す中等学校において、古典である『原論』を指導する教科として数学が確立された点である。第二に、各学校が独立運営されていた中等学校において、大学入学試験や職業資格試験など外部試験で一定の共通性を保証する基準、いわばスタンダードが必要とされていた点である。以上を背景に、幾何学において演繹的思考を訓練し、転移可能な推論（reasoning）の能力を形成することが目指されていた。

しかしながら、こうした数学教育観は、改造運動を契機に転換を迫られるようになった。改造運動に共鳴していたゴドフレーは、数学教育において教師が持つ目標を「形式主義的な（fomal）目標」、「ヘルバルト主義的な目標」、「実用主義的な目標」に分類した[17]。ここで従来の幾何学は第一の「形式主義的な目標」に対応している。この目標に立つとき、生徒は『原論』に沿って表現や論理を学び、「知的鍛錬（mental gymnastics）」を行うことになる。しかしながら、この立場では内容ではなく形式に重きが置かれるため、生徒の理解や興味、学習内容としての価値は軽視されてしまう。第二の「ヘルバルト主義的な目標」は、ヘルバルト主義の心理学に基づく目標である。これは、幾何学を通じて思考訓練を行う点、すなわち形式陶冶説に基づく点では「形式主義的な目標」と一致している。しかしながら、この立場は実験や作図、測定などの操作を通じて思考方法を獲得することを目指す。加えて、ゴドフレーは学習者の理解や興味を重視する点で異なっていると考えていた[18]。第三の「実用主義的な目標」は、学習内容の価値に重きを置く立場である。しかしながら、この立場では教育的な視点が欠落しがちであり、学習者の状態に関心を向けることがない点に注意が必要であるとゴドフレーは考えていた。

このように数学教育の目標を３つに整理した上で、ゴドフレーは第二の「ヘルバルト主義的な目標」と第三の「実用主義的な目標」を折衷する必要性を主張した。すなわち、あらゆる教科において「陶冶的価値」と「実用的価値」の両面がある[19]。数学科における「陶冶的価値」は、真偽や成功の度合いを生徒自らが評価できる点、すなわち正答が存在し、それを自己評価できる点に特徴がある。加えて、自然科学としての側面を持つため、「数学は演繹的な思考力と同様に帰納的な思考力をもたらす」[20]。「ヘルバルト主義的な目標」で目指される思考力の形成という点に関して「数学は演繹的な思考力と同様に帰納的な思考力をもたらす」[21]教科なのであり、自然科学に共通する思考法を簡単な形式で学ぶことができると考えた。第三で目指される実学に関しては、数学は「科学が使用する道具」[22]であり、「現代の文明は応用数学の土台の上に確立されている」[23]ため、有用な教科であると考えた。ただし、この点に関しては、学習者の大半にとって数学が生活の糧に直結することはないこともまた事実である。しかしながら、現代人として数学を応用した結果得られる「手段の概念についてある程度は知っておくべき」[24]、すなわち、共通の教養として必要であるとゴドフレーは

考えていた。

この 2 つの目標を折衷した数学科を通じて、「数学的な方法で思考することができ、現代的な生活と数学の関係を理解できる世代を養成する」[25]ことを目指していた[26]。このように、ペリーの講演以降高まりつつあった、工学や科学の基礎と位置付ける実用主義的な数学教育論に対し、ヘルバルト心理学から思考力の陶冶としての数学自体の価値をゴドフレーは再定義した。これにより、従来の形式主義的な立場を克服しながら、数学教育固有の意義を見出すことに成功した。

3.2　幾何学のカリキュラム

さて、以上の目標の下で、内容とその配列、すなわちカリキュラムはどのように設計されるのか。一例として教科書 *A Shorter Geometry*（C. Godfrey and A. W. Siddons, 1912）において示された目次からカリキュラムの具体像を見てみよう。ここでは、幾何学のカリキュラムを 3 つの段階に分けている。第一段階から第二段階にかけて、身近で平易な幾何学的な事実を、定規やコンパスの他分度器などの器具を用いた実験や作図などの操作を通じて、徐々に幾何学へと発展させている。このように直観的に知識を獲得し、最終的に理論と結び付けている。

第三段階において第１巻、第２巻と記載されているように、この段階では『原論』の構成を一部残している。ただし内容上の関連に沿って配列されている点に注意が必要である。例

表１　ゴドフレーが考案したカリキュラムの一例

第1段階（First Stage）　pp.1-20	第3段階 pp.75-256	第3巻　円
立体	第1巻（Book I）	第1節　準備
面	定理や事実に関する表	第2節（弦と中心）
直線	定規とコンパスによる構成	第3節　孤、角、弦
点	図形の連続的な変化	第4節　タンジェント
立体のモデル	平行四辺形	第5節　円の接点
直線の測定	直線の分割	第6節　角の性質
方向	軌跡	第7節　タンジェントの作図
角	対称	第8節　円の面積
	さまざまな練習問題	第9節　軌跡に関する例
第2段階 pp.23-74		
点における角	第2巻　面積	第4巻　相似
平行な直線	正方形を数えることによる面積—方眼紙	比と比例
三角形の角	平行四辺形の面積	内分と外分
多角形の角	三角形の面積	直線の分割
概算によるさらに正確な測定	多角形の面積	相似な図形
十分な条件から三角形を作図	ピタゴラスの定理	相似な図形の面積
三角形の合同	射影	長方形の性質
さまざまな練習問題	ピタゴラスの定理の拡張	さまざまな練習問題
平行線と垂線の実践的な作図	練習問題—アポロニウスの定理	
直線により描かれた図形の写し方	幾何学的図形の意味による代数学的特徴の説明	附録
縮尺による作図	さまざまな練習問題	
高さと距離		

出所：C. Godfrey and A. W. Siddons, *A Shorter Geometry,* Cambridge, 1912, pp. ix-xxi 筆者訳出。

えば、『原論』では、第Ⅰ巻の命題34以降、面積にかかわる証明が行われ、第Ⅱ巻において、面積の変形に関する証明が行われていた。これに対しゴドフレーはこの教科書において『原論』第Ⅰ巻の後半と、第Ⅱ巻の内容を「第２巻　面積」として集約し、内容の関係性に即してまとめている。『原論』第Ⅰ巻の命題47のピタゴラスの定理も、他の図形の面積の学習と関連付けることで理解が促されている。

このようなカリキュラムを考案した背景には、次の2つの改造運動の展開があった。一つ目は、1903年、ケンブリッジ大学の試験機構が試験の要項を変更した点である[27]。「(1)論証幾何学において、ユークリッド『原論』は教科書として選択できるものとする。ユークリッドの配列は強制されるべきものではない。命題を証明するにあたり、体系的なものとして扱う形式を満たす証明であればいかなるものでも認める」、「(2)実践的な（practical）幾何学は論証幾何学に沿って指導されるべきである。また問題において、製図で必要とされる注意深い技術や効果的な道具の利用が要求される」。これにより、命題の配列の自由が認められると同時に、作図や測定が幾何学において市民権を得た。こうした大学入試改革は他大学でも実施され、中等学校において『原論』の配列に縛られることなくカリキュラムを編成することが可能となった。

二つ目は、1909年、幾何学のカリキュラムのガイドラインが示されたCircular 711が教育院（Board of Education）によって配布された点である[28]。ゴドフレーはこれを数学協会の下で紹介し、ここで示された幾何学における生徒の三つの段階を説明している。第一段階は、基本的な概念や用語の理解を目指す段階である。従来と異なる点は、用語を定義としてではなく、道具を用いて実験的に学ぶ点にある。第二段階は、基本的な幾何学的な事実を論証幾何学の基礎として学習する段階である。ここでは、幾何学的な事実の配列や説明に用いられる表現として、『原論』の表現以外にも多様性が認められた点が従来と異なる。そして、最後の第三段階は、以上の学習から、『原論』の論理が復習される段階であるとされた。こうした段階を経ることで、「ユークリッドの道筋を通らずにユークリッドの目標に到達する」[29]ことが目指された。先の、*Shorter Geometry*を見ると、ゴドフレーがこれを引き取り教科書として具体化していたことが分かる。

この二点の変化から、先のようなカリキュラムを可能とする条件が整った。カリキュラムの自由化が認められたことで、ゴドフレーの教科書において『原論』からの脱却を進めた内容の配列が行われている。また、Circular711において提唱された三段階をゴドフレーが教科書として具体化することで、改革を後押ししていたことが分かる。

しかしながら、教科書*Practical Geometry*(Godfrey and Siddons, 1920)においては、次のように修正された。「カリキュラム三段階に至る飛躍には心理学的な根拠はない。論理的な思考習慣は漸次成長するものである。15歳かそれより少し上ぐらいの平均的な少年の思考は、厳密な思考をするほどには発達していない。第三段階では、過渡期的な方法が利用される必要があり、それぞれの場合に最も適切であると考えられるような、学問的な論理あるいは直観によって命題に至る必要がある」[30]。このように、ゴドフレーは、移行する段階である第三段階と、幾何学の論理構造に着目する段階として第四段階が必要であるとの認識に至り、カリキュラムを練り直した。こうして、表2に示した同書の目次では、第三段階までが

表２　修正された幾何学のカリキュラム

章	内容				
1	直線や角の測定	12	図形の連続的な変化	23	円：弧の交点
2	定規を用いた作図Ⅰ	13	軌跡	24	軌跡の例：包絡線
3	点における角	14	相似図形	25	角柱と円柱
4	平行な直線	15	面積	26	角錐
5	定規を用いた作図Ⅱ	16	ピタゴラスの定理	27	円錐
6	三角形、多角形の角	17	円：孤	28	面に対する直線や面の傾き
7	三角形、多角形の構成	18	円：弦	29	球
8	実践的な構成	19	円：タンジェント	30	正多面体
9	定規を用いた作図Ⅲ	20	円の交わり	31	正面図・立面図
10	対称性	21	円：角の性質		
11	点対象	22	円の面積		

出所：Godfrey and Siddons, *Practical Geometry*, Cambridge, 1923, pp. xi - xv.を筆者訳出。

示され、続編とされた *TheoreticalGeometry*(Godfrey and Siddons, 1920)において、『原論』の形式で平面幾何学における命題の論理的なつながりを学習する第４段階が示された。このように、ゴドフレーは学習者の発達段階に即して、学習者が徐々に論理的な思考を獲得できるようにカリキュラムを修正していった。

3.3　ピタゴラスの定理の授業

以上見てきた目標、カリキュラムの下で、授業はどのように具体化されるのか。『原論』第Ⅰ巻の命題47､48の内容であるピタゴラスの定理の例に､ゴドフレーの授業を検討する[31]。ピタゴラスの定理を指導するにあたり、教師は生徒に「100個の異なった直角三角形の辺を測定」させるかもしれない。しかし、それだけでは結果を眺めるだけになる可能性がある。そこで、「もし教師が正方形を作らせて足し合わせるように少年を方向づけると、少年はおそらく定理を発見するだろう」。「しかしこれでは、証明過程の全体は曖昧である。そこに、直観はない。そこで、最初に左のような図を見せ、次に右のような図を出してみると、ほとんどの少年は定理を帰納する」。

このことは、次のように理解できる。図１に示した左の図において、直角二等辺三角形の各辺に正方形を描いている。これを点線により再び直角二等辺三角形に分割することで、すべての直角二等辺三角形が等しくなり、二辺の二乗の和が斜辺の二乗に等しくなる。この図が示されたのち、ここで、「直角をはさむ２辺の長さがそれぞれ３cm と 4cm の直角三角形を描け。そこで斜辺の長さを測定せよ。直角をはさむ２辺の上に作図された正方形と、斜辺の上に書かれた正方形の関係は何か」[32]と問う。そして、右の図を示すことで、直角を挟む２辺の２乗の和が斜辺の２乗に等しいことを発見する。その後、このことを直角三角形の辺の長さを変えて繰り返すことで定着させたのち、「直角三角形において、斜辺の上に描かれた正方形の面積は、直角を挟む他の２辺の面積の和に等しい」という定理に至る。

その後、図２に示した「ペリガル（H. Perigal）の分割」という 19 世紀に入って発見された興味深い証明法を示したのち、定理を代数学的な表記方法によって証明している。こうして、ピタゴラスの定理を理解したのち、「高さ 60 フィートの梯子が、20 フィート離れて壁

図１　ピタゴラスの定理の説明に用いられた図

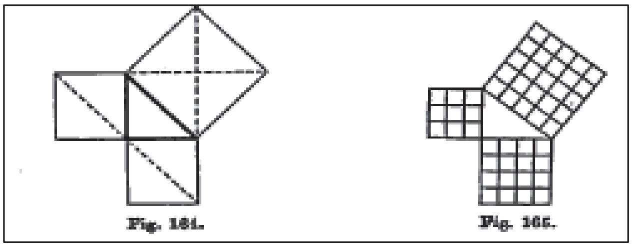
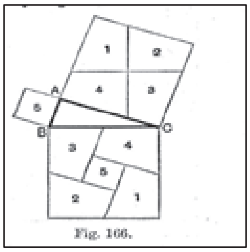


図２　ペリガルの分割



出所：C. Godfrey and A. W. Siddons, *Practical Geometry*, Cambridge, 1923, p.114（図１）, p.115（図２）。

に立て掛けられている。梯子の頂点はどれぐらいの高さか」[33]といった練習問題を解くことでこの定理を応用し、定着を図っている。

このような授業を設計した背景には、ゴドフレーが数学における学習者の思考過程に着目していた点が指摘できる。ゴドフレーによると、そもそも数学の研究において「数学的な真理は演繹的ではないし、数学的な真理は演繹的に発見されるわけでもない」[34]。他方、学習においては、「生徒は何らかの発見をする」[35]ことで興味を持って効果的に学ぶ必要がある。研究が演繹的な思考過程を経ないため、これに即して学習を行い、発見に至ることは難しい。したがって、研究・学習の両面において演繹的な思考に偏る妥当性はない。ピタゴラスの定理においても、従来の授業で行われていたように、他の定理を用いた定理の証明から始まり、それを演習問題に適用する授業は学習者の思考過程に合致しないことになる。

また、生徒の発達段階という点においても演繹的な思考は適当ではない。そもそも生徒は論理的に思考する途上にあるため、「結論に飛躍する」[36]傾向にある。しかしながら、こうした思考こそが直観なのであり、おさえ込んで演繹的な思考を強制すると、創造的な思考はできない。そこで、飛躍を防ぐために、「実験や測定、特定の数値の具体例、あるいは演繹的な推論などにより、結果をチェックする」[37]ことが有効なことを指導する必要があるとゴドフレーは考えた。先の授業で考えると、単に結果を直観するだけなく、なぜそれが一般的に証明できるのか、その過程の理解まで射程に含めて指導する必要があるということになる。

そして、このように、実験や直観、それを演繹的にとらえる一連の思考過程が帰納的思考として総合されるとゴドフレーは考えた。これは次の 4 つの過程を経ている[38]。①例えば、多角形の内角の和のように、一見直接のつながりがないデータの収集、②結果を満たす様々な仮説に基づく試行、③成功したと思われる仮説の選択、④様々な方法によるこの仮説の検証、である。ここで、演繹的な推論は一つの可能な検証方法となる。すなわち、実験を通じて直観した法則を具体例によって確かめ、証明を行って一般的に理解したのち、さらに練習問題で定着させていくという帰納的な思考過程に基づく学習が、ゴドフレーの授業において、確立されていた。

こうした帰納的な思考過程は科学における思考過程としてニュートン（I. Newton）により確立されていたものである。帰納的な思考過程は、自然科学としての側面を持つ数学においても同様の側面である。ゴドフレーは数学者が研究において辿るプロセスを、演繹的思考

に基づくとされていた数学教育に導入することで、発見を通じた学習を実現することを意図していたのである。

以上、ゴドフレーの数学教育論における目標、カリキュラム、そして授業について見てきた。ゴドフレーは、学習者が数学を通じて思考法を学習するとともに、必要とする共通の教養として学ぶことで、数学的な思考を形成するように目標を設定した。これがカリキュラムにおいては、学習者の発達段階に即した構成として具体化され、内容と思考方法が有機的に連関していた。さらに、より具体的なレベルで検討するために授業に目を向けると、学習者の思考過程に即した展開となっていたことが明らかになった。こうした授業を通じて、生徒は帰納的思考といった思考法を学ぶとともに、日常生活へも応用可能な有用な知識を獲得していたといえよう。

4.　数学教育改造運動の展開

最後に、ゴドフレーが関わった 2 つの例から改造運動の展開を描く。先述のように『原論』をスタンダードとした幾何学教育は、実験や作図・測定の導入、内容の関係性の重視といった方針の下で再編成されていった。

しかしながら、こうした展開に対する批判もあった。1912 年、バンガー準大学の数学科教授ブライアンは『原論』を再びスタンダードとして採用し、中等学校で単一のカリキュラムの下で幾何学を指導することを *School World* 誌上で提唱した[39]。数学の試験を担う試験官として彼は『原論』からの脱却の結果、大学入学試験や資格試験において、さらには試験準備を行っていた平素の授業において生じていた混乱を、『原論』に回帰することで解消することを目指していた。

この提起に対し、15 名の数学者や数学教師が議論に参加した。この中で、ゴドフレーは、改造運動はいまだ途上にあるのであり、単一のスタンダードが存在しないことで試験において不便があり、そうしたコストを払わざるを得ないとしても、よりよい幾何学教育を模索する価値があると述べ、単一のカリキュラムに回帰する動きを批判した。これに対し、ブライアンは、『原論』からの脱却が先行し、それに代わるスタンダードや、基準となるような教科書について議論されていないことから、改造運動が拙速な改革となっていると懸念を表明した。当時のイギリスにおいて中等学校の幾何学において『原論』が果たしていた役割に比例して、改造運動に対する反動は大きかったことが分かる。

他方で、改造運動の展開の一定の成果としてあげられるのが、1923 年に数学協会から出された幾何学教育に関する報告書 *The Teaching of Geometry in Schools* である[40]。同報告書は数学協会の教育委員会の下で作成され、ネビル（E. H. Neville）を委員長とし、ゴドフレーやナン（T. P. Nunn）らが委員として執筆した。同報告書では、導入部での幾何学教育における一般的な原則や、幾何学のカリキュラムにおいて注意すべき生徒の三つの段階、幾何学を教える際教師が陥りがちな論理的な欠陥、内容の配列などについて報告された。特に、カリキュラムに関しては、特定の固定的な配列を想定しないことが数学協会において公的に認められることになったことで、『原論』の配列からの脱却とともに特定のスタンダードを各学校に課さないという方針が打ち出された。

以上、2 つの例から幾何学教育に関する改造運動の展開の一側面を見てきた。第一の例から、ペリーの 1901 年の講演から約 10 年を経てなお、『原論』に回帰する動きがあったことが分かった。第二の例からは、1901 年から約 20 年を経て、『原論』だけでなく、特定のスタンダードを想定しないカリキュラムが公的に認められることになったことが明らかになった。以上から、改造運動において『原論』によらず幾何学教育を確立することが大きな論点となったことが分かる。こうした中で、ゴドフレーは数学教育の目標を思考法と有用な知識の獲得として設定し、教科書としてこれを具体化することで、学習者の発達に即した体系に基づいて幾何学を編成した。これにより、スタンダードとして機能していた『原論』からの脱却を促し、改造運動を実現していった。

5. 終わりに

本稿では、改造運動において主導的な役割を果たしたゴドフレーの数学教育論から、同運動の展開に迫った。2.において、ゴドフレーの略歴を概観し、ゴドフレーが一貫して学校において数学教育に携わっていたことを明らかにした。3.において、ゴドフレーの数学教育論における数学教育の目標とカリキュラム、そして授業を検討した。その結果、目標に関しては、ゴドフレーが数学を通じて、思考法と有用な知識を習得することで、数学教育の意義を再定義したことが分かった。カリキュラムは、学習者の発達段階に即し、内容と思考方法が有機的に連関した構成を目指していた。授業においては、学習者の思考過程に即し、思考法の形成と知識の獲得を具体化したものとして展開されていたことを明らかにした。4.において、1912 年におけるブライアンによる『原論』への回帰の提案と、1923 年に出版された数学協会による報告書という 2 つの事例から、ゴドフレーが関わった幾何学における改造運動の展開の一側面を明らかにした。

以上から、当時のイギリスの改造運動において『原論』からの脱却が重大な論点となったことが分かった。ゴドフレーは、ペリーの講演以降に着目されるようなった実用主義的な数学教育を包摂しながら、従来の数学教育を再検討することで、『原論』とは別に、学習者の思考に即して幾何学の体系を打ち立てた。これを教科書などによって具体化することで、改造運動を実現していった点を本稿では明らかにした。しかしながら、ゴドフレーの死後、緊迫した欧州情勢も相まって、改造運動は退潮した。

そこで、今後イギリスにおける改造運動を読み解くためには、次の 2 方面からのアプローチを行う必要があろう。第一に、数学教育史として迫る必要がある。本稿において幾何学に絞って検討した。今後は、ゴドフレーの数学教育論とともに、改造運動において他の科目から迫る必要があろう。加えて、ゴドフレーだけでなく、他の有力な数学者や数学教師による教科書を検討する必要がある。これにより、ゴドフレーの死後、どのような判断から改造運動が退潮したのかが明らかになるだろう。第二に、教育制度に着目して改造運動を読み解くことも必要となろう。本稿で明らかにしたように、『原論』が長きに渡って幾何学教育に影響を及ぼし続けた背景には、入学試験や資格試験をはじめとする教育制度に深く根ざしていたことが指摘できる。このような試験において、『原論』のように命題の配列が単一であれば、証明問題を解く際も採点が容易になる。また、当時の有力な数学者や数学教師は試験官

を兼務する場合があり、4.で見たブライアンが単一のスタンダードの必要性を主張したのはそのような事情に起因していた。そこで、改造運動の進展をより仔細に読み解くためには、近代中等教育における教育制度、特に評価という視点から検討する必要があろう。

---

[1] 尚、本稿でイギリスとはイングランドをさす。英国と表記する場合は連合王国をさす。

[2] 拙稿「ジョン・ペリーの数学教育論―「有用性」概念に焦点を当てて―」『教育方法学研究』日本教育方法学会、36、2011 年、pp.121-132。

[3] J.Perry, 'The Teaching of Mathematics', *Discussion on the Teaching of Mathematics,* 2nd ed Macmillan and Co., 1902, p.114.

[4] A. W. Siddons, 'From a Public School Point of View', *Mathematical Gazette*, vol. II, No. 30, 1902, pp.108-111。同様の指摘はゴドフレーも行っていた。

[5] A. G. Howson, *A History of Mathematics Education in England*, Cambridge, 1982 など。

[6] Taro Fujita and Keith Jones, "The Design of Geometry Teaching: Learning from the Geometry Textbooks of Godfrey and Siddons" *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 22(2), p.16.

[7] Ibid.

[8] 例えば、T. Fujita and K. Jones , 'The process of re-designing the geometry curriculum: the case of the Mathematical Association in England in the early 20th century', *International Journal for the History of Mathematics Education*, 6, (1), 2011 , pp.1-23.

[9] 小倉金之助、鍋島信太郎『現代数学教育史』大日本図書、1957 年、p.129。

[10] A. W. Siddons, 'Charles Godfrey, M.V. O., M. A.', *Mathematical Gazette*, Vol. XII, No. 171, 1924, pp.137-139.

[11] C. Godfrey, 'The Teaching of Mathematics A Compromise', *Mathematical Gazette*, Vol. II, No. 30, 1901, pp.106-108.ここで、ゴドフレーは論理的な論証を行う前に、作図や測定などの課題を通じて学習すること、『原論』の内容は簡略化すること、代数や算術など他の科目と融合し、重複を減らす、と言った修正案を提案した。

[12] 数学協会について説明すると、同会は AIGT が改称されて、1895 年に数学全体を研究対象とする組織となった。数学教師や数学者を主な会員とし、現在も存続している。毎年イギリス内で開催される年会とともに、機関誌 *Mathematical Gazette* を通じて数学の研究成果の共有や、書評などの交流を行う場として機能した。ペリーの講演を契機に、1901 年以降、数学教育をテーマとした論考が数多く寄せられるようになり、教育問題を扱うようになった。ゴドフレーは、同会において中心的な役割を果たすとともに、同誌を通じて数学教育論を公にしていた。'The Teaching of Mathematics in public schools', *Mathematical Gazette*, Vol. II, No. 31, pp.143-146.同様の手紙は、Nature 誌にも掲載されている。手紙は数学協会においてペリーの講演を受けて設立された委員会に宛てられているが、執筆時点では存在していなかった。

[13] なお、本校に関しては、同書に詳しい。M. Partridge, *The Royal Naval College Osborne a History 1903-1921*, Sutton Publishing, 1999.

[14] Howson, op. cit., p170. また、同会議を経て「平均的な生徒のための微分積分学」問題にも関心が集まるようになっており、Mathematical Gazette 誌上でも論考が数多く寄せられるようになった。

[15] 中村幸四郎・寺沢秀孝・伊藤俊太郎・池田美恵訳・解説『ユークリッド原論　縮刷版』共立出版、2009 年。

[16] 中村ら、前掲書、p.3。I. Todhunter, *Elements of Euclid for the Use of Schools and Collages*, Macmillan, 1867, p.7.

[17] C. Godfrey and A.W. Siddons, *The teaching of elementary mathematics*, Cambridge, 1931, p.8. 尚、本書において、1911 年について執筆されたゴドフレーの論文が掲載されている。

[18] C. Godfrey, 'The Board of Education Circular on the Teaching of Geometry', *Mathematical Gazette*, vol. 5, No. 84, 1910, pp.196-197.
[19] C. Godfrey, 'The teaching of mathematics in English public schools for boys', *Mathematical Gazette*, Vol. 4, No. 49, 1908, p.251.
[20] C. Godfrey and A.W. Siddons, *The teaching of elementary mathematics*, p.6.
[21] Ibid.
[22] Ibid., p.7.
[23] Ibid., p.6.
[24] Ibid., p.7.
[25] Ibid.
[26] Ibid., p.43.
[27] 'Mathematical Reform at Cambridge', *Nature,* Vol.68, No. 1756, 1903, p.179.
[28] *Teaching Mathematics in Secondary Schools, Ministry of Education Pamphlet No. 36,* Her Majesty's Stationery Office, 1958, p.10.
[29] C. Godfrey, 'The Board of Education Circular on the Teaching of Geometry', *Mathematical Gazette,* vol. 5, No. 84, 1910, p.200.
[30] Godfrey and Siddons, *Practical Geometry*, Cambridge, 1923, p.114.
[31] Ibid., p.25.
[32] Ibid., p.114.
[33] Ibid., p.117.
[34] Godfrey and Siddons, *The teaching of elementary mathematics*, p.19.
[35] Ibid., p19.
[36] Ibid., p.23.
[37] Ibid.
[38] Ibid., pp.23-24.
[39] 'The Question of Sequence in Geometry', *The School World*, May, 1912, pp.173-182.
[40] *The Teaching of Geometry in Schools A Report Prepared for the Mathematical Association*, G. Bell and Sons, 1923 (4th ed, reprinted 1959).

（教育方法学講座　博士後期課程２回生）
（受稿 2011 年 9 月 2 日、改稿 2011 年 11 月 25 日、受理 2011 年 12 月 26 日）

A Study of Charles Godfrey's Theory on Teaching Mathematics : The Development of Reform in Mathematics Teaching

OSHITA Takuji

This paper examines the educational theory of Charles Godfrey (1874-1924), focusing on geometry. Godfrey, an English mathematics teacher and textbook author, played an important role in the reformation of mathematics education in the early twentieth century in England. At that time, the Elements of Euclid was the standard of geometry in school mathematics, so tests and curricula were dominated by this book. One issue in this reform was how the mathematics educators departed from Euclid's Elements. On behalf of John Perry, an engineer and reformer of mathematics education, Godfrey showed the new educational goals, curricula, and lessons in his textbooks and articles. He attempted to overcome the conflicts between Euclidean and utilitarian paradigms. In his theory, students learn mathematics not only deductively, but also experimentally, intuitively, and inductively, to build an "outlook" in mathematics. He focused attention on the process of leaning mathematics and the developmental stages. Then, he helped geometry in secondary schools in England depart from Euclid's Elements.