非同質的鉱山企業の意思決定と金属資源価格の相互作用に関する研究

新熊 隆嘉

目　次

緒論 …………………………………………………… 1

第１章 先行研究のレビュー

第１節 先行研究全体のレビューと本研究の位置づけ…………………… 11

第２節 金属資源価格が非同質的鉱山企業の意思決定に与える影響に関する先行研究………… 15

第３節 金属資源価格経路に関する先行研究…………………… 18

第２章　金属資源価格の動向が鉱山の開山・閉山・生産規模に関する決定に与える影響の分析

第１節 はじめに…………………… 31

第２節 基本モデル…………………… 32

第３節 最適生産規模の決定…………………… 38

第４節 任意時点で生産規模の拡張が可能なケース…………………… 42

第５節 結論…………………… 46

第３章 金属資源価格の動向が開山後の鉱山の生産決定に与える影響の分析

第１節　はじめに…………………… 50

第２節 Krautkraemer モデルの一般化と基本ルールの経済的合理性…………………… 51

第３節 数値シミュレーション…………………… 58

第４節 ＭＩＳデータによる理論結果の検証…………………… 59

第５節 結論…………………… 63

第４章 金属資源の価格形成メカニズムとその銅価格への適用

第１節　はじめに…………………… 81

第２節 金属資源の価格形成ダイナミクス…………………… 82

第３節　第二次大戦後の銅価格の解明と今後の価格動向…………………… 86

第４節 結語的注意…………………… 89

結論…………………… 101

付録 1 (Hotelling モデルの拡張と厚生経済学の基本定理) ………………………………… 103

付録 2 (Cairns and Lasserre(1986)論文の命題Ⅳ．３．(ｂ) とその拡張) ………………… 109

付録 3 (Smooth pasting condition の証明) ……………………………………………… 113

付録 4 ($P_0(T)>P_c(T)$ の証明) ………………………………………………………………… 115

付録 5 ($\dfrac{\partial P_O}{\partial T_0}<0$、および、$\dfrac{\partial P_C}{\partial T}<0$ の証明) ……………………………………………… 117

付録 6 (将来の予想可能曲線の予測不可能なシフトと基本ルールの経済的合理性の証明) …… 118

付録 7 (Pf(x)d の等収入曲線が原点に対して凸となることの証明) ……………………… 120

付録 8 (図３－５における点D' において、(MP)条件(2)、(3)が成立しないことの証明) ………121

付録 9 (稼動鉱山において生産規模を拡張するための臨界価格が、未開発鉱山が開山するための臨界格よりも低いことを示す数値例) ……………………………………………………… 122

付録 10 (鉱山における品位調整が外生的ショックに対して果たす役割) ………………… 123

謝辞…………………………………………………………………………………… 127

参考文献…………………………………………………………………………………… 129

緒 論

２１世紀は、中国をはじめとする発展途上国の都市化が急速に進む時代である。その都市化によって、金属資源の消費人口およびその需要は爆発的に増大することが確実視されている。ところが、現実においては、図０－1～図０－５において見られるように、金属資源の価格は、短期的には乱高下するが、中期的には、アルミニウムを除いて（この理由については第４章第４節で触れられる)、15-20 年の周期で上昇と下降を繰り返し、長期的には U 字型の価格経路をもつといわれている (Slade(1982a))。さらに、金属資源価格はおおむね低い水準で推移しており、それが近い将来の需要の急増を反映したものであるとは言い難い。

金属資源は、製造業におけるような工場工程において供給されるのではなく、鉱山における開山、採掘、製錬プロセスといった一連の生産過程を経て供給されるものである。また、開山に伴う初期投資額が大きく、閉山までの途中で生産を中止すると以後再稼動に莫大な費用がかかるため、開山には不可逆性が伴う。こうした特異な鉱山企業による金属資源の供給行動は、金属資源価格に影響を受け、また、それに影響を与える関係にある。

また、金属資源価格の動向を解明することは、環境保全という立場からも重要な課題である。第一に、金属資源価格の低迷と周期的な乱高下は、リサイクル活動を妨げ、結果として金属資源の需要の多くが処女資源からの供給に依存している。第二に、供給行動の一つに金属資源価格低迷による稼動鉱山の閉山があるが、適切な管理がされぬまま放置された鉱山は水質汚染を引き起こす (Warhurst(1994)) ばかりでなく、中途閉山は、稀少な金属資源の長期的な有効利用を阻害することにもなる。

したがって、２１世紀の金属資源需要の増加に備え、また環境保全の観点からも、リサイクルを含めた金属資源の有効利用を促進するためには、金属資源価格と鉱山企業の供給行動との相互作用の解明が不可欠である。

枯渇性資源の経済分析は、古典派経済学者 (Malthus(1798), Ricardo(1917), J. S. Mill(1848))、あるいは、限界革命時の Jevons(1865)、さらにその後の近代経済学者 (Hotelling(1931)) によってなされてきた。古典派経済学者達が増加する需要に直面した枯渇

性資源の供給面を主として扱ったのに対して、Hotelling(1931)は、供給制約が存在する下で、競争市場としての枯渇性資源市場を評価することによって、近年の枯渇性資源に関する社会的最適利用問題の分析への途を開くとともに、はじめて枯渇性資源の最適価格経路を導出した。また、Hotelling は、枯渇性資源の経済分析において、はじめて需要関数を分析枠組みに取り入れた。

最初に、Hotelling(1931)モデルから得られる結果をまとめておく。Hotelling(1931)論文においては、まず、競争市場の場合、価格受容者である一人の代表的な消費者を想定し、資源ストック量一定、完全予見、きわめて単純な生産過程、品位の同質性という仮定をおき、競争市場において市場均衡が維持されるためには、資源価格から限界採掘費用を引いた実質資源価格（net price）が利子率 r で上昇せねばならないことを示した（第１章第１節）。これは Hotelling 定理と呼ばれている。また、これと同じ結果は、消費者余剰の現在割引価値を最大化する社会的最適化問題を解いても得られる。

このように Hotelling モデルは、資源価格の低下局面の存在を認めない。ところが、上述したように、実際の金属資源価格は、15-20 年という周期性と長期的なU字型を併せ持っている。Hotelling 定理と実際の資源価格の相違は、Hotelling による分析が需要面に偏り供給面の分析がおろそかであったという反省を生み、多くの資源経済学者によって、鉱業における供給面での技術的諸特性を取り入れる形で Hotelling モデルの拡張がなされてきた。

Hotelling モデルの拡張ないし一般化の観点には、次の五つが考えられる。すなわち、(a)市場構造、(b)財の特性、(c)不確実性、(d)財の生産過程、(e)品位に関する非同質性である。ただし、このうちの一部については、Hotelling 自身によって拡張・分析されているか、あるいは、その分析枠組みが提示されている。まず、(a)市場構造からの拡張についてである。Hotelling は、独占市場における価格経路が競争市場におけるそれとは異なることを示し、競争均衡と社会的最適化問題の解が一致するという命題を根拠とした自由放任主義（*laissez faire*）に対して注意を促した（第１章第１節）。

次に、(b)財の特性という観点からの拡張についてである。ここで、財の特性とは、金属資源を消費財としてみるか耐久財としてみるかという観点を表し、耐久財としてみた資源がその使用過程において減耗しない場合を完全耐久性といい、それが減耗する場合を不完全耐久性という。とくに金属資源は資源性耐久財としての性格をもっている。Hotelling は、枯渇性資源を消耗財のように扱った Hotelling モデルの拡張として、完全耐久性のケースについて定式化を行った。資源性耐久財の需要関数は採掘フローではなく、ストックとしての資源性耐久財の総量に依存する。そのような資源性耐久財としての性格だけでなく、その使用過程での減耗の仕方によっても、価格経路は大きく影響を受ける（第１章第３節）。

(c)不確実性という観点からの Hotelling モデルの拡張についてである。Hotelling モデルは、完全予見を仮定していたが、実際の鉱山企業の意思決定は様々な不確実性に直面している。不確実性には、資源ストック量に関する不確実性、将来の需要に関する不確実性、将来入手可能な非枯渇性の代替物の生産費用に関する不確実性など様々なものが存在する。それらはすべて鉱山企業の供給行動に影響を与えるものと考えられる（第１章第１節）。ここで、供給行動とは、各時点での採掘量の決定、開山・閉山決定、生産規模の拡張などに関する意思決定で特徴づけられる。

(d)財の生産過程の観点から、Hotelling モデルを拡張した場合を考える。Hotelling モデルにおける生産過程は、採掘－販売という単純化されたものである。ところが、実際の鉱山における生産過程は、探査－開山－生産規模の拡張・採掘－選鉱・製錬によって構成されている。それらの生産過程をモデルにいれるとそれだけ費用構造が複雑になり、複雑な供給行動様式が派生する。たとえば、単位時間あたりの生産規模の拡張には上限が存在する。そのような投資制約は、開山当初の供給量に大きな制約を課すことになるので、もし開山ブームが発生すれば、それは開山後の資源価格に大きく影響を与えるものと考えられる（第４章）。

(e)品位に関する非同質性からの拡張について。品位に関する非同質性は、鉱山内での非同質性と鉱山間での非同質性に分けられる。鉱山内での品位の非同質性は、具体的には、鉱床内で二つ以上の異なる品位が存在することを意味する。鉱山間での品位の非同質性は、鉱山間で品位分布が異なることを意味している。

本研究においては、第一に、上述した Hotelling モデル拡張の観点のうち、(c)不確実性、(d)生産過程と(e)品位の非同質性の観点に着目し、それが個別鉱山の意思決定にどのような影響

をもたらすかを分析する。第二に、そうした個別鉱山の意思決定が金属市場価格にどのようにフィードバックするかについて考察する。本研究において、(a)市場構造という観点からの拡張を扱わないのは、次の理由による。すなわち、枯渇性資源の生産者カルテルのうち、結成当初に期待された価格統制力を発揮しているのは、OPEC と IBA（ボーキサイト輸出国機構）だけであること(入江(1985))による。また、(b)財の特性という観点からの拡張は非常に重要な観点であるが、それはリサイクル活動に対する包括的な経済分析を必要とし、鉱山企業の意思決定を主要な分析対象とする本研究の守備範囲を超えてしまうのでここでは扱わない。

本研究では、特に、(e)の品位の非同質性に注目する。というのは、品位の非同質性は Ricardo 以来多くの経済学者達によって分析されてきたものの、従来においては、それはかなり抽象度の高いレベルで扱われており、鉱床タイプの違いによる品位分布の相違など、より現実の鉱山経営に促した形で分析することが必要と考えられるからである。最初に、(e)品位の非同質性がどのように鉱山企業の意思決定に影響を与えるかについて、鉱山内での品位は同質であるが、鉱山間で品位が非同質的である場合を考えよう。これは、鉱山間で品位格差が存在するケースに対応する。開山や生産規模拡張の決定は、通常、市場での金属資源価格に依存してなされる。すなわち、ある閾値が存在して市場価格がその閾値を超えたとき開山（生産規模拡張）の決定が下されるのである（この問題は、第２章で扱う）。明らかに低品位の未開発鉱山が開山するにはそれだけ高い金属資源価格の実現が要求される。鉱山間での品位格差は、未開発鉱山の開山や稼動鉱山の生産規模拡張のタイミングに影響を与え、同時に、それは価格形成自体にフィードバックする。したがって、鉱山間での品位格差が企業の意思決定に与える影響とともに、そのような企業の意思決定が価格形成にフィードバックする影響をも考察する必要がある。

次に、一鉱山内で異なる品位をもつ鉱石が二種類以上存在する場合、企業は、どの品位の鉱石をどれだけ採掘すればよいかという問題に直面する。実際、鉱山における品位調整において、次のような経験則としての基本ルールが存在する。すなわち、メタル価格が上昇しているときには、採掘鉱石の品位を下げ、メタル価格が下降しているときは採掘鉱石の品位を上げるというのがその内容である。また、基本ルールの逆の品位調整方法（メタル価格が上

昇しているときに採掘鉱石品位を上げ、メタル価格が下降しているときに採掘鉱石品位を下げるという品位調整ルール）もまた経験則として存在する。どのような鉱山においてどちらの品位調整ルールが経済的合理性をもつのかということがこれまでの既存研究によって解明されていない。この問題を解明するには、品位分布が鉱山間でも異なるケースを分析する必要があり、その意味でより一般的なモデルが必要となる。また、鉱山における二つの品位調整ルールは、ともに価格動向との関係において主張されているので、ここでもそれらが価格形成にフィードバックする影響も分析する必要がある。

図０－６は、本研究のフローチャートを示しているが、各章の内容は以下の通りである。

第１章「先行研究のレビュー」

最初に、第１章第１節において、先行研究全体を Hotelling モデルの拡張という観点から整理し、その中で本研究の位置づけを明らかにする。第１章第２節においては、金属資源価格が非同質的鉱山企業の意思決定に与える影響に関する先行研究のレビューを行う。まず、不確実性を伴う金属資源価格の下で、開山という意思決定がどのようになされるのかに関する先行研究をレビューする。次に、金属資源価格が開山後の意思決定に与える影響として、鉱山における品位調整ルールに関する先行研究を整理し、とくに、基本ルールの経済的合理性について理論的検討を行った Krautkraemer(1988, 1989)モデルの結論を評価する。第１章第３節においては、従来の資源経済学における金属資源価格形成メカニズムに関する先行研究を整理する。とくに、実際の金属資源の価格経路に周期的にみられる、価格低下局面がいかなる要因によって理論的に説明が可能であるかを中心に先行研究を整理する。その結果、鉱山間での品位の非同質性、生産規模における制約、および単位時間あたりの投資額における制約が価格低下局面を説明するのに不可欠な要素であることが示される。特に、鉱山間での品位の非同質性（品位格差）が大きければ大きいほど、より長い価格低下局面が現れることが示される。

第２章「金属資源価格の動向が鉱山の開山・閉山・生産規模に関する決定に与える影響の分析」

資源価格に不確実性が存在する場合、鉱山企業が直面する最も重要な問題は、資源価格が

どの水準に達したとき開山あるいは閉山すればよいかという問題である。ここでは、このような問題を不確実性下での投資決定の理論を適用して分析し、開山あるいは閉山のための最適な臨界価格を導出する。また、開山時点で最適な生産規模を選べるケース、さらに、開山後の生産規模の拡張が可能なケースをも分析する。

第３章「金属資源価格の動向が開山後の鉱山の生産決定に与える影響の分析」

まず、鉱山において基本ルールと呼ばれる品位調整ルールのもつ経済的合理性について、Krautkraemer モデルを一般化することで理論的に検証した結果、次のことが示される。1)鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい場合には、Krautkraemer モデルにおいて得られたように基本ルールの逆のルールが経済的合理性をもつ。2) 鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い場合には、基本ルールが経済的合理性をもつ。次に、ここで得られた理論的結果をアメリカ、カナダ、チリ、ザイール、ザンビア、オーストラリア、日本の４４の銅鉱山において検証し、その結果、現実の品位調整方法と理論結果が大方において合致することを確認する。

第４章「金属資源の価格形成メカニズムとその銅価格への適用」

第２章と第３章が、金属資源価格の動向が非同質的鉱山企業の意思決定にどのような影響を与えるかについて考察を行ったのに対して、第４章は、そのような企業による意思決定が金属資源の価格形成にどのようにフィードバックするかについて考察を行う。まず、第２章で考察された鉱山企業による開山・閉山・生産規模の拡張に関する意思決定をもとに、金属資源の価格形成メカニズムを次のように推論する。すなわち、ベトナム戦争、石油ショックなどの外生的ショックによる金属資源価格の一時的な上昇は、未開発鉱山の開山ブームを発生させることで、その後の４−５年にわたる価格の低迷と既存鉱山の閉山ブームを引き起こす(履歴効果Ｉａ)。さらに、その時生じた開山ブームは数十年後に閉山ブームを引き起こし、価格の上昇をもたらす(履歴効果Ｉｂ)。このように金属資源価格は、さまざまな外生的ショックとその履歴効果が複雑に組み合わさって形成されると推論する。ここで提示される価格形成メカニズムは、従来の資源経済学が与えた価格形成メカニズム（第１章第３節）を包括するものである。すなわち、従来の資源経済学が与えた価格形成メカニズムは履歴効果Ｉｂ

に対応している。また、第３章において分析された品位調整ルールが価格形成にどのようにフィードバックするかについてシミュレーションを試み、鉱山企業における品位調整が、外生的ショックによる価格上昇を緩和させる働きをすることを示唆する。最後に、このような価格形成メカニズムを銅に適用したところ、それが過去の価格動向をうまく説明しうることを確かめる。

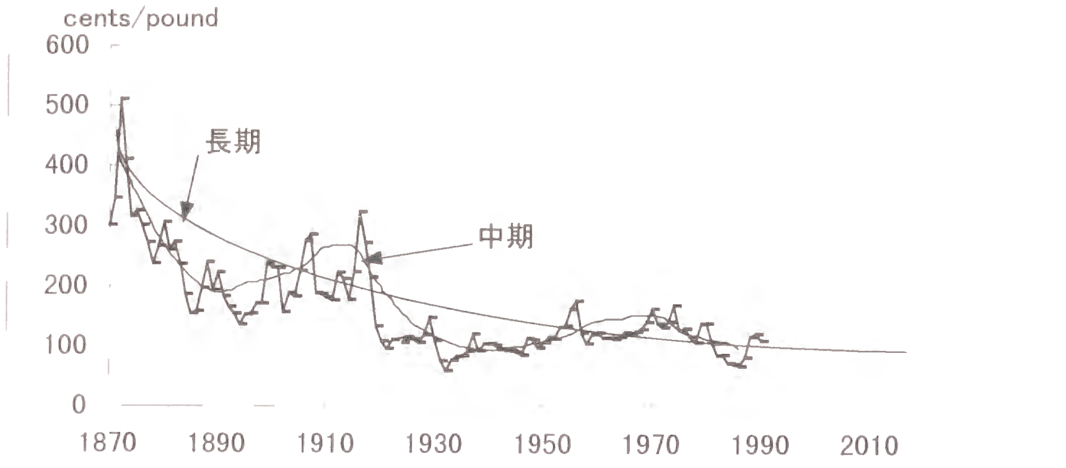


図0－1　銅価格

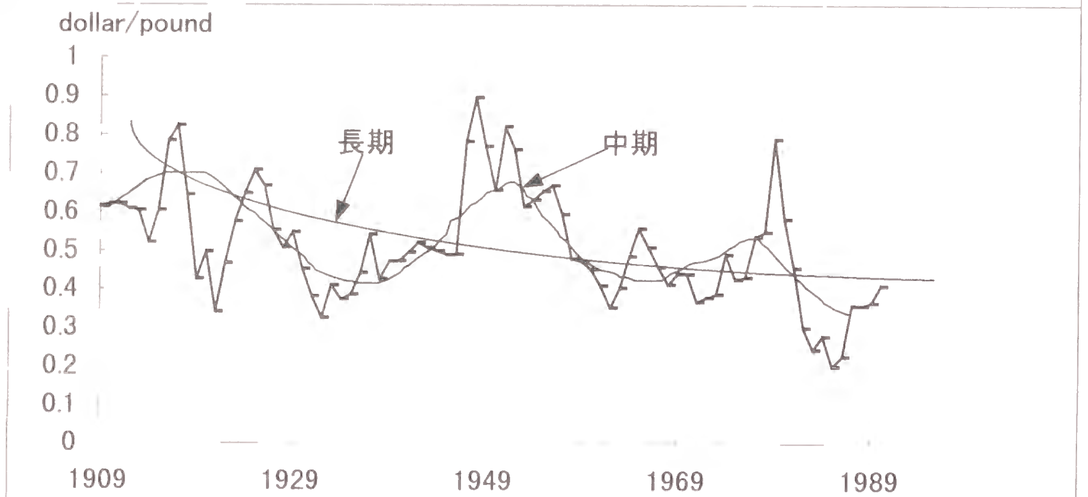


図0－2　鉛価格

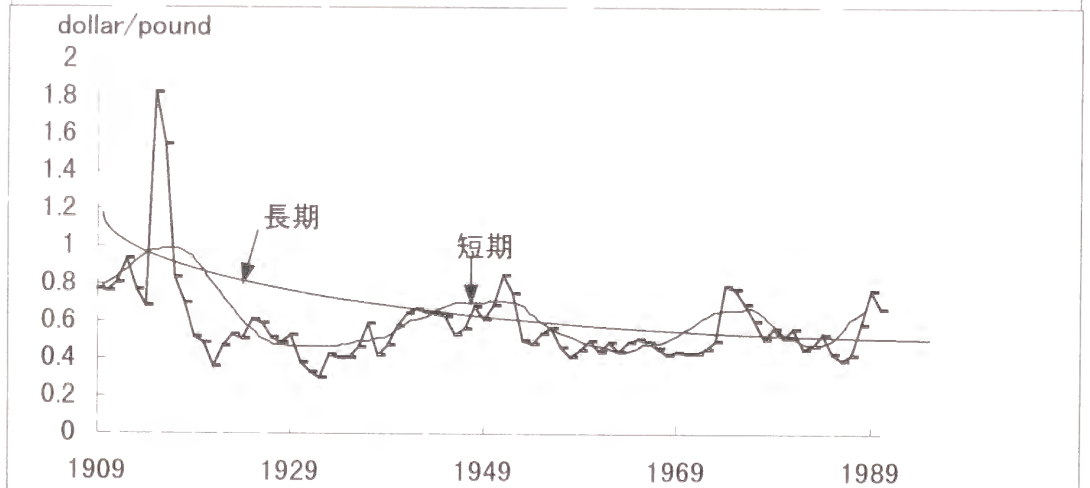


図0－3　亜鉛価格

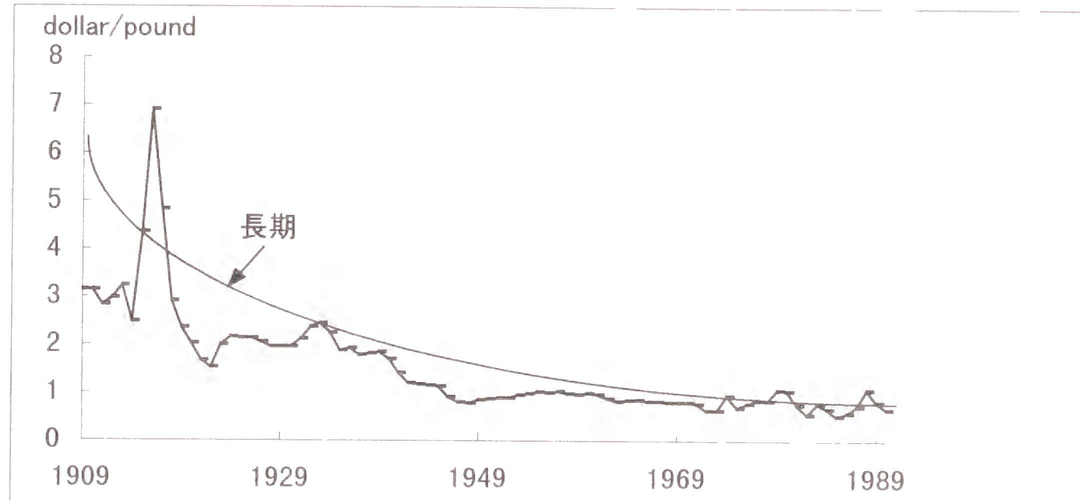


図0－4　アルミニウム価格

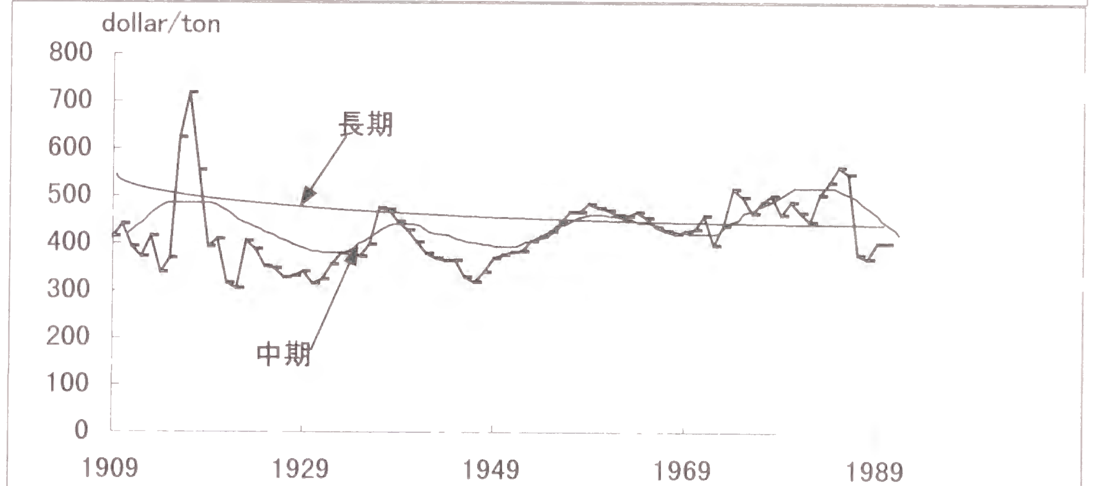


図0－5　鉄価格

(注)上の図0－1から図0－5は、それぞれ、「鉱物資源データブック　I．鉱種別統計」の表Cu－P、表Pb－P、表Zn－P、表Al－P、表Fe－Pをもとに、筆者において作成された。さらに、すべての図において、価格は、1987年を基準とした価格を表す。

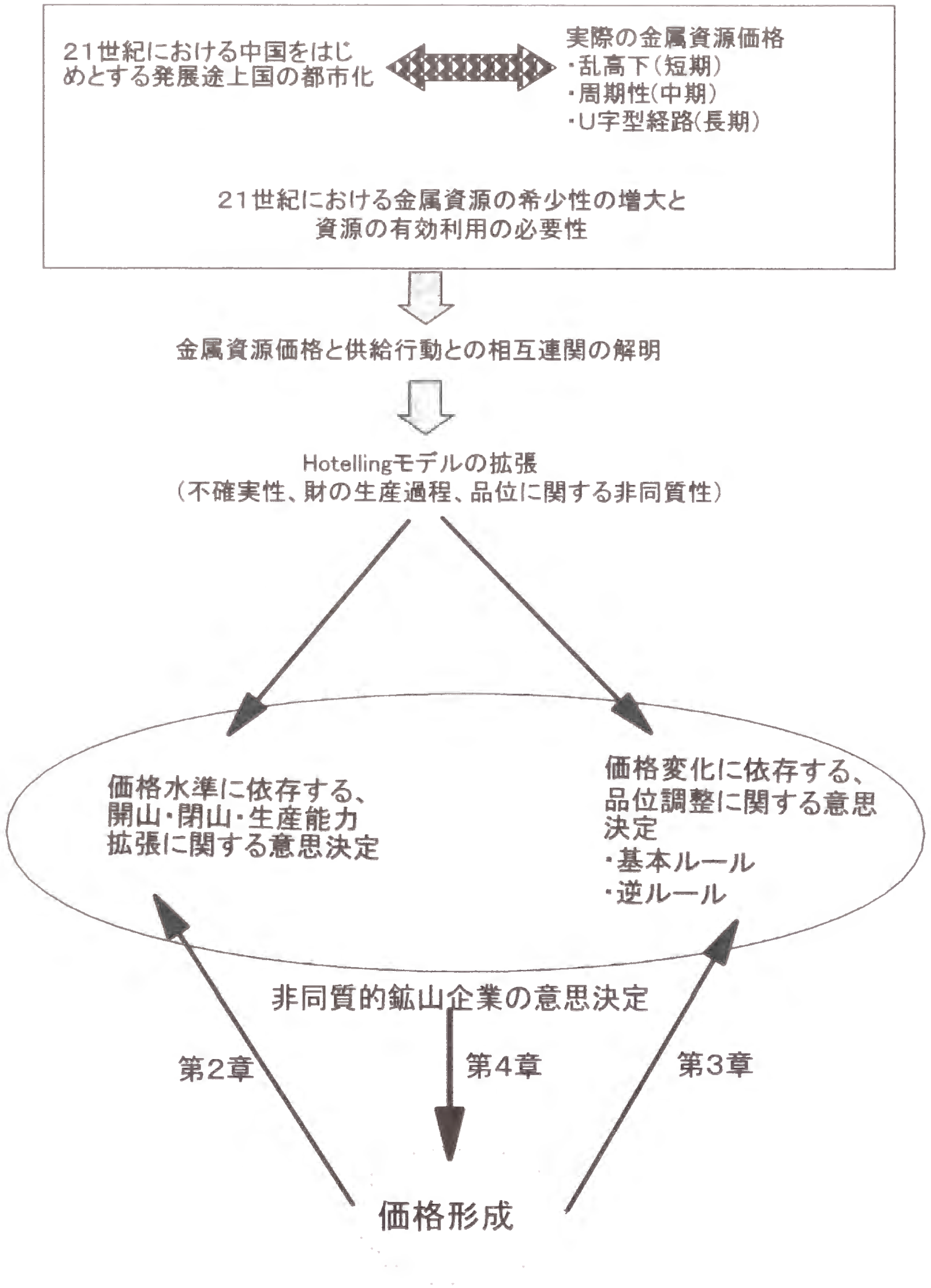


図0-6 本研究のフローチャート

第１章 先行研究のレビュー

第１節 先行研究全体のレビューと本研究の位置づけ

本節では、先行研究全体を①Hotellingモデルの拡張という観点から整理し、その中で本研究の位置づけを明らかにする。ひきつづき、第２節では、金属資源価格が非同質的鉱山企業の意思決定に与える影響に関して先行研究を整理し、第３節では、金属資源の価格形成に関する先行研究を整理する。なお、表１－１は、本章で取り上げる先行研究の分析枠組みを要約したものである。また、本節における論文番号は、表１－１における論文番号に対応している。

最初に、①Hotelling(1931)モデルの分析枠組みと、そこから得られる結果をまとめておく。①Hotelling(1931)論文においては、まず、競争市場の場合、価格受容者である一人の代表的な消費者を想定し、資源ストック量一定、完全予見、きわめて単純な生産過程、品位の同質性という仮定をおいて、次のように議論が展開される。単純化のため、一単位あたり採掘費用ｃは一定であるとする。各時点で資源市場、金融市場などの全市場の均衡が成立していて、市場利子率がｒであるとしてみる。この時、市場でお互いに競争的に行動する鉱山企業の利害の調整が各時点で実現していなければならない。すなわち、枯渇性資源一単位を現時点で採掘・販売して利潤（p_0－ｃ）を受け取る場合と、ｔ時点後にそれを採掘・販売して利潤（p_t－ｃ）を受け取る場合が無差別とならなければならない。現時点で（p_0－ｃ）の資金を金融市場で運用すれば、ｔ時点後には（p_0－ｃ）e^{rt}の収入になるから、このことは、競争市場において市場均衡が維持されるためには、資源価格から限界採掘費用を引いた実質資源価格（net price）が利子率ｒで上昇せねばならないことを意味している。これと同じ結果は、消費者余剰の現在割引価値を最大化する社会的最適化問題を解いても得られる。

Solow（1974）は、①Hotelling(1931)が競争市場において得た結論を次のように一般化している。すなわち、枯渇性資源は一種の資本資産とみなすことができる。資産市場が均衡するのは、各時点ですべての資産が同一の収益率を獲得するときのみである。その共通の収益率とは利子率である。枯渇性資源は、地下に保っている限りは、何の収益ももたらさないと

いう特異な性質をもっているために、結局、資産市場の需給均衡が保持されるためには、地下で保有される資源ストックの価値は利子率で上昇しなければならない。資源ストックの価値は、それから得られる将来純収益の現在価値なので、資源価格から限界採掘費用を引いた実質価格（net price）が利子率で上昇せねばならないということである。以上の結果はHotelling 定理と呼ばれている。

緒論でも述べたように、①Hotelling モデルを拡張・一般化するときの観点として、次の五つがあった。すなわち、(a)財の市場構造、(b)財の特性、(c)不確実性、(d)財の生産過程、(e)品位の非同質性である。まず、(a)市場構造からの拡張についてであるが、独占企業による採掘が枯渇性資源価格に与える影響は、①Hotelling(1931)自身によって分析されている。彼は、線形の需要曲線を仮定して、競争市場に比べて独占企業は現在時点における採掘を控え目に行うことを示した。ところが、その後の研究によって、この結論は、需要関数の形状に依存したものであることがわかった。すなわち、価格弾力性が資源消費量の増加関数であるか、減少関数であるかによって、それぞれ、現在時点における独占企業による採掘量は競争市場による採掘量と比べて、多くなったり、少なくなったりする（付録１）。⑤Gilbert(1978)論文は、資源市場が寡占的構造をもっていることに着目し、競争的市場参入者（competitive fringe）が存在する下での、支配的大規模生産者による価格政策を分析した（以下の(d)財の生産過程において詳述）。

(b)財の特性という観点からの拡張について。枯渇性資源に関する既存研究のほとんどが枯渇性資源を消耗財のように扱ってきたのに対し、③Levhari and Pindyck(1981)論文は、枯渇性資源を資源性耐久財とみなし、当該資源が不完全耐久性を示す場合に長期的な U 字型価格経路が導出されることを示した（本章第３節）。

(c)不確実性という観点からの拡張について。代表的な不確実性は、資源ストック量に関する不確実性と将来の需要に関する不確実性である。資源ストック量が不確実である場合、Kemp(1976)論文と Loury(1978)論文は、不確実性の存在しない場合（決定論のケース）に比較して、採掘がより慎重になることを示した。これは、Kemp(1976)論文らが、現在の資源ストックに不確実性が存在しており、資源利用の過程の中で枯渇は突然訪れるという仮定をおいたためである。それに対して、⑨Pindyck(1980)論文は、現在の資源ストックは正確に把握されているが、将来それがどれだけ増減するのかは不確実であるというより現実的な仮定をおき、また、平均採掘費用Ｃは資源ストック量Ｒの減少関数であるとした。⑨Pindyck(1980)は、Ｃ(Ｒ)の形状によって、資源ストックＲに関する不確実性が採掘経路に与える影響は大きく異なることを示した。まず、鉱山企業は、リスク回避的であると仮定される。$C''(R)>0$ であるときは、Ｃ(Ｒ)が下に凸の関数となるので、資源ストックＲに関する不確実性は、決定論のケースよりもＣ(Ｒ)の期待値を上げる。ところが、不確実性は連続時間で生じるので、より確実な結果を好む鉱山企業には、採掘を早めようとするインセンティブが生じる。これと同様の論理によって、$C''(R)<0$ のときは、資源ストック量に関する不確実性は、採掘を遅らせようとするインセンティブを生じさせるが、$C''(R)=0$ のときは、資源ストック量に関する不確実性は採掘経路に関して何らバイアスを生じさせるものではないことがわかる。

将来の需要に関して不確実性が存在する場合については、⑩Weinstein and Zeckhauser(1975)論文および⑨Pindyck(1980)論文によって分析された。それらは将来の需要に関する不確実性が、競争均衡と社会的に最適な結果の乖離を生み出す原因になりうることを示した（付録１）。以上の論文は、不確実性下での、鉱山企業による各時点での生産量に関する意思決定について分析したが、不確実性下では、いつ開山あるいは閉山するのかという起業家の視点に立った意思決定が重要であり、また、そのような意思決定は価格形成を考える上で非常に重要な要素となるので、本研究でも第４章においてこの問題を扱う。不確実性下での開山と閉山という鉱山の意思決定を最初に考察したのは、⑪Brenann and Schwartz(1985)論文であるが、これについては第２章においてとりあげる。

(d)財の生産過程の観点から、①Hotelling モデルを拡張した理論的諸研究として、②Pindyck(1978)論文、④Slade(1982b)論文、⑤Gilbert(1978)論文、⑦Olsen(1989)論文、⑧Cairns and Lasserre(1986)論文がある。②Pindyck(1978)論文は生産過程に探査活動をいれることによって、また、④Slade(1982b)論文は生産過程に技術革新をいれることによって、金属資源価格が U 字型価格経路を形成することを示した（本章第３節）。⑤Gilbert(1978)論文は、競争的市場参入者（competitive fringe）の初期時点における生産能力が小さく、か

つ、投資制約がある場合、支配的大規模生産者は、後発の競争的市場参入者の生産能力拡張を承知の上で、初期において価格を高く設定して競争的市場参入者の参入を受け入れた方が、競争的市場参入者の参入を未然に防ぐために、初期において価格を低く設定するよりも、利潤を最大にできることを示した。また、⑤Gilbert(1978)論文は、競争的市場参入者が参入し、その生産能力を徐々に拡大する中で一時的な価格低下局面が出現することを示した。⑦Olsen(1989)論文では、価格が一定となる期間の存在することが示され、⑧Cairns and Lasserre(1986)論文においては、価格の非上昇期間が存在することが示されたが、彼らの得た結論は、鉱山間での品位の非同質性とともに、生産能力における制約（⑦Olsen(1989)論文）と、生産能力における制約および投資額における制約（⑧Cairns and Lasserre(1986)論文）の存在に決定的に依存している（本章第３節）。

(e)品位の非同質性からの拡張について。まず、鉱山内での品位の非同質性を現実の鉱山経営に適合する形で取り入れ、品位調整ルールについて分析を与えたのは、⑬Cairns(1986)論文と ⑭Krautkraemer(1988)論文である。⑬Cairns(1986)論文が、この問題を社会的最適化問題として定式化したのに対して、⑭Krautkraemer(1988)論文は、外生的な金属資源価格の下での私的企業の意思決定問題として定式化した（第３章で扱う)。次に、品位の鉱山間での非同質性が、鉱山の開山時期決定へ影響を与えることによって、それが価格形成に大きく影響していることを示したのは、⑧Cairns and Lasserre(1986)論文である。

最後に、競争市場均衡における結果が（パレートの意味で）社会的に最適な結果と一致するという厚生経済学の基本定理と①Hotelling モデルとの関係について触れておく。①Hotelling モデルにおいては、厚生経済学の基本定理が成立するが、それは次のような限定的な枠組みにおいてであることに注意する。Hotelling は、一人の代表的な消費者を想定したので、厚生経済学の基本定理において述べられている、（パレートの意味で）社会的に最適な結果を導くことは、その代表的な消費者の効用の割引現在価値を最大にすることに等しい。資源を消費することによる効用は、ヒックスの需要関数を積分した値によって測ることができる。ところが、Hotelling が解いた社会的最適化問題における目的関数は、通常の（マーシャルの）需要関数を積分にしたものであった。この両者は一般には一致せず、所得効果ゼロ（予算制約式における所得が増加しても消費量は変化しない）という条件の下でのみ一致することが知られている（Varian(1984, p. 266))。さらに、Hotelling モデルの拡張が、以上のような限定的な枠組みにおいてさえも、厚生経済学の基本定理と両立しないのではないのかという疑問が生じる。ところが、実際に厚生経済学の基本定理の成立を破るのは、財の生産過程からの拡張において、set up コストの存在を考慮した場合のみである。この問題は、付録１で扱われる。

第２節 金属資源価格が非同質的鉱山企業の意思決定に与える影響に関する先行研究

［１］金属資源価格のもつ不確実性が鉱山における投資決定に与える影響

金属資源価格には不確実性が存在するので、鉱山における投資決定（開山あるいは生産規模の拡張）には、大きなリスクが伴う。さらに、地下に生産現場を構築するというその特異性により、鉱山における投資決定は不可逆である場合が多い。鉱山の投資決定においては、価格がどの水準に達したとき開山し、さらに、どれくらいの生産規模で生産を行うかが極めて重要な問題となる。

このように不確実性を伴い、かつ、不可逆な投資決定について、鉱業に限定しない一般的な枠組みで分析を行った文献は多く存在する（例えば、Dixit and Pindyck(1994)など)。それらの文献が扱った問題は、無限の生産期間をもつ投資プロジェクトの決定であり、資源ストックの有限性に直面する鉱山における投資決定問題とはこの点で大きく異なる。そのような一般的な分析手法を最初に鉱業における投資決定問題に適用したのは、Brennan and Schwartz(1985)論文である。彼らの定式化は非常に一般的な枠組みでなされたが、実際に解析的に分析されたのは資源ストックが無限大のケース、すなわち、結果として無限計画期間の投資決定問題であった。したがって、まず、このような資源ストックの有限性が投資決定問題にどのような影響をもたらすのかをみることが必要である。また、Brennan and Schwartz(1985)論文における定式化は、生産能力制約という点を無視しているので、開山時点における最適な生産規模の決定、あるいは、開山後の生産規模の拡張という点が分析され

ていない。第２章では、Brennan and Schwartz(1985)論文で無視されたこれらの点を中心に考察を行う。

［２］金属資源価格が、鉱山内での品位の非同質性に直面する企業の意思決定に与える影響

鉱山内での質（品位）の非同質性を最初に認めた経済学者は、Gray(1914)であるが、鉱石の品位分布を明示的に取り入れた最初の数理モデルとしては、Schulze(1974)論文、Solow and Wan(1976)論文およびCairns(1981)論文らのモデルがある。それらは、いずれも次の仮定を置いている。すなわち、鉱石の品位分布において、任意に与えられた品位の区間（g_1, g_2)に存在するすべての鉱石を自由に採掘できると仮定されている。その仮定の下で、品位の高い鉱石から順に採掘することが最適な採掘パターンとなることを示した（Solow and Wan(1976)論文）。彼らの想定した採掘パターンを図示したのが図１－１である。図１－１におけるF(g)は、鉱石の品位分布を表している。このように品位の高い鉱石から順に採掘することが可能かどうか判断するには、実際の鉱山経営における生産過程の特徴、とくに採掘方法を知る必要がある。

まず、探査が終わった鉱山では、立坑が建設される。この立坑から水平方向に開発という採掘の準備が行われ、その後、開発部分の採掘が終わると、さらに深部の開発が行われる。このとき、鉱山企業は、開発した鉱石のうちすべてを実際に採掘するわけではなく、cut-off品位という出鉱最低品位を決め、その品位以上の鉱石のみを採掘する。この段階で cut-off品位以下の鉱石は、坑内の構造維持のために鉱柱や充填材として坑内に残されるため、以後、地上に持ち出されることはない。採掘を中心に、鉱山経営の諸過程の概念図を示したのが、図１－２である。ここで、図１－１が示すような、品位の高い鉱石から順に採掘するという採掘パターンを選択することはできないことに注意する。

図１－２に示した鉱山経営の概念図に近い採掘パターンを図１－１と同じ品位分布上に表現すると、図１－３のようになる。図１－３において、F(g)は、今期の採掘が行われる前の鉱石の品位分布を表す。斜線部は、今期に開発された鉱石を表している。その開発された鉱石のうち、cut-off 品位 g_c 以上の鉱石は採掘されて、選鉱・製錬過程に送られる。したがって、同図のF'(g)は、今期の採掘が行われた後の鉱石の品位分布を表している。

鉱山の生産過程の特徴を踏まえて、図１－３に示した採掘イメージをモデル化したのが、Cairns(1986)論文および Krautkraemer(1988, 1989)論文の円筒形採掘モデル（cylindrical extraction model）である。これまでの先行研究は、市場の価格変動に直面している企業が、鉱山内の品位の非同質性（品位分布）を踏まえて、いかに意思決定を行うかについて分析している。とくにそれらの先行研究は、経験則としての品位調整方法（基本ルールおよび逆ルール）の経済的合理性について分析してきた。ここで、

基本ルール…「メタル価格が上昇しているときには、採掘する鉱石の品位を下げ、メタル価格が下降しているときは採掘鉱石の品位を上げることを要求する」

逆ルール…「メタル価格が上昇しているときに採掘鉱石品位を上げ、メタル価格が下降しているときに採掘鉱石品位を下げることを要求する」

である。

Krautkraemer(1988, 1989)論文によって得られた主要な結論を整理すると次のようになる。

1)完全予見の下では、基本ルールは経済的合理性をもたず、むしろ、逆ルールこそが経済的合理性をもつ。

2)将来の予想価格経路全体についての予測不可能なシフトに対しては、基本ルールは経済的合理性をもつ。

将来の予想価格経路全体についての予測不可能なシフトとは、現在の価格変化が一時的なものではなく、それ以後長時間にわたってその影響が持続すると期待させるような価格の変化を意味する。また、このような将来の予想価格経路全体についての予測不可能なシフトが生じるのは、具体的には、石油ショックや戦争のような大きい外生的ショックが発生したときである。したがって、Krautkraemer(1988, 1989)論文によって得られた結論は、次のように言い換えることができる。すなわち、石油ショックや戦争のような大きい外生的ショックが発生したときは、基本ルールが経済的合理性をもつが、それ以外のときは逆ルールが経済的合理性をもつ。

個別鉱山のデータを分析する本研究第３章第４節の結果からは、外生的ショックの発生し

ていない平常時での逆ルールの経済的合理性については、それを支持する鉱山と支持しない鉱山の二種類が存在することがわかる。鉱石の品位がどのように鉱床内で分布しているかが、基本ルールに従う鉱山と逆ルールに従う鉱山を分けているものと考えられる。したがって、鉱山内だけでなく、鉱山間でも品位が非同質的であるケース、すなわち、品位分布が鉱山間で異なるケースを分析する必要がある。

第３章においては、Krautkraemer(1988, 1989)モデルを一般化することで、上の最適な品位調整問題を解明する。そこにおいて、Krautkraemer(1988, 1989)モデルで用いられた費用関数が、鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい場合にのみ、現実的妥当性をもつことが明らかとなる。そのため鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い場合にも適用可能なより一般的な費用関数の下で、最適な品位調整問題の分析を行うことになる。

第３節 金属資源価格経路に関する先行研究

［１］長期的なＵ字型価格経路

まず、長期的なＵ字型価格経路の説明を試みた先行研究についてである。Pindyck(1978)論文は、(a)財の生産過程からの Hotelling モデルの拡張として、生産過程に探査活動を入れることでＵ字型価格経路を説明した。資源ストックが多ければ多いほど、最適な採掘量水準も増える。採掘開始当初においては、探査活動によるストックの増分が採掘量よりも多く、資源ストック量が採掘とともに増大することも十分考えられる。このように採掘初期においては、資源ストック量の増加は採掘活動自体を刺激し、採掘量も増加するとともに、価格は低下する。ところが、探査活動による資源の累積発見量が増加するにつれて、新たに資源を発見することがますます困難になり、資源ストック量も次第に減少に転じる。その結果、採掘量自体も減少し、価格も上昇する。これが、Pindyck(1978)論文によるＵ字型価格経路の説明である。

次に、Levhari and Pindyck(1981)論文は、(b)財の特性からの Hotelling モデルの拡張を行った。すなわち、彼らは枯渇性資源の耐久財としての性格に着目し、資源価格は資源性耐久財の総量に依存して決まると考えた。採掘開始当初においては、資源性耐久財の総量の使用過程での減耗分を採掘量が上回るので、資源性耐久財の総量は増加し、価格は低下する。ところが、資源性耐久財の総量が増加するにつれて、その使用過程での減耗分も増加し、やがて採掘量を上回るようになる。その結果、価格は上昇に転じるというわけである。

Slade(1982b)論文は、鉱業の採掘・製錬技術における技術革新（例えば、浮遊選鉱）が、資源価格に与えてきた影響に着目し、長期的なＵ字型価格経路を説明した。Slade(1982b)は、技術はつねに進歩しつづけるが、進歩の度合いは時間とともに逓減すると考えた。その結果、初期においては、技術進歩の度合いが資源の稀少性の増分を上回るので、価格は低下するが、やがては資源の稀少性の増分が技術進歩を凌駕するようになるので、価格は上昇に転じる。

［２］鉱山間での品位の非同質性と金属資源価格の周期性

鉱山間での品位の非同質性が企業の意思決定（開山、あるいは生産規模の拡張）に与える影響とそのような企業の意思決定がどのように金属資源の価格形成にフィードバックするかについて先行研究をレビューしてみることにする。ここでは、金属資源価格のもつ周期性、とくにその中で現れる価格の低下局面を中心に考察する。ここで整理される成果は、金属資源の価格形成メカニズムを考察する第４章において利用される。すなわち、第４章においては、金属資源の価格形成メカニズムにとって重要な価格の動きを履歴効果Ⅰａ、履歴効果Ⅰｂ、履歴効果Ⅱに分類して分析するが、以下でみる Cairns and Lasserre(1986)論文の結果は、第４章における履歴効果Ⅰｂに対応している。

鉱山開発には費用と時間がかかることを考慮すると、価格の低下局面は、現在稼働中の鉱山から新規に開発された鉱山への、主要供給源の新旧交代の時期に生じるのではないかということが予想される。以下では、第一に、鉱山間での品位の非同質性と価格の低下局面との関係に着目し、第二に、生産過程における次のような技術的諸特性と価格の低下局面との関係に着目する。すなわち、（イ）莫大な set up コスト（固定費用）の存在、（ロ）生産能力における制約（鉱業が資本集約的であるため、他の産業に比べて、生産能力をこえた大幅な増処理には困難が伴う）、（ハ）投資における制約（鉱業における生産拠点が地下に存在するた

め、単位時間あたりの投資額には上限が存在する）をとりあげる。したがって、主要供給源の新旧交代の時期に生じるであろう、価格の低下局面が上の（イ）、（ロ）、（ハ）のどの要因によって説明され、そこに鉱山間での品位の非同質性がどのように関係するのかを検討してゆく。

まず、上の（イ）から（ハ）の要素のいずれをも考慮しないが、鉱山間での品位の非同質性のみを考慮したケースを検討する。このケースは、Hartwick(1978)論文によって分析されている。そこでは、n個の鉱山が存在し、鉱山 i は、品位g_iと資源ストック量S_iによって区別される。この場合、社会的最適化問題の観点からは、採掘費用が低い鉱山から順に開発していくのが最適であり、さらに、最適価格経路はつねに上昇していく。すなわち、（イ）から（ハ）のいずれをも考慮に入れない場合は、価格経路の低下局面を示すことはできない。

次に、（イ）の set up コストの存在を取り入れたモデルとして、Hartwick, Kemp and Long(1986)論文がある。ただし、ここでは鉱山間において品位は同質であると仮定される。以下で、set up コストの存在が価格の低下局面を導き得ないことをみよう。彼らのモデルは、社会的最適化問題の枠組みで記述されているが、そこで展開される論理から、完全競争市場の枠組みで set up コストが価格経路に与える影響を容易に推測することができる。彼らは、社会的効用関数 U の割引現在価値が最大になるように、複数の鉱山を順に開発する問題を考えた。ただし、社会的計画者は、各鉱山を開発する時点で各鉱山共通の set up コストを支払わなくてはならない。また、社会的効用関数 U は、単位時間あたりに採掘される資源フロー量 q のみに依存するものとし、採掘費用はゼロとする。そこで得られた結論は、限界効用（$U'(q)$）が、次の鉱山を開発する時点において、不連続的に下落するというものである。その理由は以下の通りである。

社会的最適化の立場からは、一つの鉱山を完全に採掘してから、次の鉱山を開発するのが最適となる。というのは、そうすることで、コミュニティーの利害を代表する社会的計画者が支払うコスト（set up cost のみ）の割引現在価値を最小にできるからである。一つの鉱山が採掘されている間は、$U'(q)$が利子率で上昇するのが最適となる。そうでなければ、社会的計画者は、その鉱山から引き出しうる便益のフローの価値を増加させることができる。問

題は次の鉱山の採掘に移行する時点である。その時点においては、set up コストを支払わなければならないが、金融市場との裁定条件から、その利払いが補償されなくてはならず、そのためには、$U-qU'$で表される効用単位の消費者余剰は不連続的に上昇しなければならない。U は q の凹関数なので、$U-qU'$はqの増加関数である。したがって、次の鉱山の採掘に移行する時点においては、限界効用$U'(q)$は、不連続的に下落する。この論理を競争市場の枠組みに適用すれば、$U'(q)$は、資源価格と考えられるので、ある鉱山の採掘が開始される時点において、価格は不連続的に下落せねばならない。ところが、その時点において、金融市場との裁定条件から、set up コストの利払いが補償されるためには、競争市場においては、価格はむしろ不連続的に上昇しなければならない。というのは、社会的計画問題における目的関数が、効用関数の割引現在価値であるのに対し、競争市場でのそれは、各鉱山の利潤のそれであるからである。このことは、set up コストが存在する場合、社会的最適化問題の解と競争市場均衡解が一致しないことをも意味している（付録1）。

次に、（ロ）生産能力における制約をいれた Olsen(1989)論文をみよう。Olsen は、投資制約（一時点において可能な投資の上限）がないかわりに、生産能力において制約がある場合について、複数の鉱山における、社会的に最適な投資・採掘計画問題を考えた。ただし、ここでも鉱山間において品位は同質であると仮定されている。生産能力にのみ依存する投資費用について、収穫逓減を仮定すれば、初期時点（t ＝ 0）において、すべての鉱山に生産能力を分散させることが社会的に最適となる。Olsen(1989)論文での主要な関心は、$t>0$における、生産能力の拡張にある。生産能力拡張への投資が生じるとともに、価格が一時的に低下するのではないかと思われるが、そうはならない。以下でそれをみよう。

qを現在時点における、すべての鉱山からの採掘量とし、そこから得られる便益をB(q)とし、限界便益をM(q)とする。すなわち、$M(q)=B'(q)>0$、かつ、$M'(q)<0$とする。q^iを鉱山 i の採掘量、Q^iをその生産能力とし、v^iをその追加的生産能力とする。$C_i(Q^i)$を鉱山 i において、Q^iを設置する費用とする。さらに、$C_i(Q^i)$は凸で、$C_i(0)=0$ とする。すると、生産能力$Q^i(1)$から$Q^i(2)$への拡張にかかる投資費用は、$C_i(Q^i(2))-C_i(Q^i(1))$と表すことができる。したがって、もし、生産能力が連続的に時間区間 J において拡張されるならば、投資費用の

割引現在価値は、

$$\int_J C_i'(Q^i(t))\dot{Q}_i(t)e^{-rt}dt$$

と表される。また、採掘費用はゼロとする。すると、社会的最適化問題は、v^i と q^i を制御変数として、次のようになる。

$$\max\int_0^\infty [B(\sum q_i(t)) - \sum C_i'(Q^i(t))v^i(t)]e^{-rt}dt - \sum C_i(Q^i(0))$$

$$s.t.\ \dot{Q}^i(t) = v^i(t) \geq 0, \dot{R}_i(t) = -q^i(t), 0 \leq q^i(t) \leq Q^i(t), i = 1,\ldots,n \qquad (1)$$

$q_t = \sum q^i(t)$ であるので、(1)のハミルトニアンおよびラグランジアンは、

$$H_t = [B(q_t) - \sum C_i'(Q^i(t))v^i(t)]e^{-rt} - \sum \lambda^i q^i(t) + \sum \theta^i(t)v^i(t) \qquad (2)$$

$$L_t = H_t + \sum \gamma^i(t)(Q^i(t) - q^i(t)) \qquad (3)$$

次に、最適化の必要条件は、

$$\theta^i(t) - C_i'(Q^i(t))e^{-rt} \leq 0, v^i(t) \geq 0, i = 1,\ldots,n \qquad (4)$$

$$M(q_t)e^{-rt} - \lambda^i - \gamma^i(t) \leq 0, q^i(t) \geq 0, i = 1,\ldots,n \qquad (5)$$

$$q^i(t) - Q^i(t) \leq 0, \gamma^i(t) \geq 0, i = 1,\ldots,n \qquad (6)$$

$$\dot{\theta}^i(t) = -\partial L/\partial Q_i = C_i'(Q^i(t))v^i(t)e^{-rt} - \gamma^i(t), i = 1,\ldots,n \qquad (7)$$

また、初期時点における、最適な初期生産能力 $Q^i(0)$ を決定するための条件として、

$$\theta^i(0) - C_i'(Q^i(0)) = 0, i = 1,\ldots,n \qquad (8)$$

が必要である。双対変数 λ^i, $\theta^i(t)$, $\gamma^i(t)$ は、それぞれ、資源ストック量、追加された生産能力一単位、即戦力としての生産能力一単位の現在価値シャドウ・プライスである。

今、ある鉱山 k において、区間 J_k で、生産能力の拡張（$v^k(t)>0$）が生じるものとする。そのとき、(4)を t で微分して、(7)を用いると、

$$\gamma^k(t) = rC_k'(Q^k(t))e^{-rt} \qquad t \in J_k \qquad (9)$$

となる。$\gamma^k(t)$ は、即戦力としての生産能力一単位の現在価値シャドウ・プライスなので、(9)は、生産能力の拡張が行われる限り、この限界価値が次の生産能力一単位の投資を限界的に前倒しすることの費用に等しくなることを意味する。明らかに、生産能力の拡張が行われる

ときには、生産能力の制約は顕在化しており、かつ、(5)より、

$$M(q_t) = \lambda^k e^{rt} + rC_k'(Q^k(t)), \qquad t \in J_k \qquad (10)$$

を得る。$C_k'' > 0$ なので、(10)の右辺は t の増加関数で、したがって、総生産量 q_t は、拡張が行われている限り、減少していなければならない。このとき、生産が減少している鉱山が少なくとも一つ存在していなければならない。これを鉱山 j とする。j においては、生産能力の制約は顕在化しておらず、かつ、(5)と(6)より、

$$M(q_t) = \lambda^j e^{rt} \qquad (11)$$

が言える。したがって、任意のある鉱山において生産能力の拡張が行われている限り、「資源価格が利子率で上昇するという」Hotelling 定理は成立している。このように、社会的最適化の枠組みにおいては、生産能力の拡張は、資源価格（資源一単位から得られる限界便益、M(q)）が利子率で上昇しているときのみ生じる。

Cairns and Lasserre(1991)は、上の Olsen(1989)論文における、限界便益（M(q)）の時間経路を分析している（Cairns and Lasserre(1991)論文の付録 2）。すなわち、生産を行っているすべての鉱山 i について、(5)より、$\gamma^i = M(q_t)e^{-rt} - \lambda^i$ が成立し、したがって、$\dot{\gamma}^i = (\dot{M} - rM)e^{-rt}$ となる。もし、生産を行っている任意の鉱山 i に対して、$\gamma^i = 0$ ならば、$\dot{M}/M = r$ （(11)と同じ）が成立する。逆に、もし、生産を行っているすべての鉱山に対して、$\gamma^i > 0$ ならば、上の Olsen(1989)の議論によって、いかなる鉱山においても生産能力の拡張は生じない。この場合、生産を行っているすべての鉱山において、$q^i = Q^i$。よって、$\dot{M}/M = 0$。すなわち、社会的最適化の枠組みにおいては、資源価格は、利子率で上昇するか、一定にとどまるかのどちらかである。

以上のように、Olsen(1989)は、社会的最適化の枠組みにおいて、資源価格が一定となる局面を導出した。ところが、Hartwick, Kemp and Long(1986)論文でみたように、set up コストが存在する場合や、資本制約等の制約が存在する場合、社会的最適化問題の解と、競争市場を仮定した問題の解とは必ずしも一致しない。また、Olsen(1989)論文では、最も価格の低下局面が現れやすいと思われる、ある鉱山から次の鉱山へ採掘が移行する期間の分析がなされていない（すべての鉱山は、t＝0において開発されてしまう）。そこで、次に競争市場を仮

定した、Cairns and Lasserre(1986)論文をみよう。

Olsen(1989)は、（ロ）生産能力における制約をいれた場合に、資源価格が利子率で上昇する局面とそれが一定となる局面が存在することを社会的最適化の枠組みで示したが、Cairns and Lasserre(1986)（以下では、C―Lとする）は、（ロ）に加えて、（ハ）投資制約をいれたモデルを考えた。また、鉱山間での品位の非同質性が仮定されている。さらに、そこでは、競争市場の仮定がおかれている。

C―Lは、（鉱山間において品位が）非同質なｎ個の鉱山を仮定し、資源価格経路に関して、次の結論を得た。すなわち、任意の価格上昇期間のあとに価格の非上昇期間が存在する（C―L論文の命題Ⅳ．3．(b)）。後に、この命題の経済的意味を考察するが、その考察を簡単にするため、以下では、この命題をn=2のケースについて示す。

各鉱山は、それが所有する鉱石の品位g_iによって、区別され、平均採掘費用は各鉱山共通のｃ（一定）である。鉱山ｉにおける生産能力拡張への投資を$I_i(t)$、採掘量をq_iとする。また、その生産能力をK_iとし、投資額の上限をＪとする。さらに、それが保有する資源量を$M_i(t)$とする。また、通常の右下がりの需要曲線が仮定される。一単位あたりの投資費用をＹ（一定）とする。すると、各鉱山の所有者は、割引現在利潤が最大になるように次の変数を決定しなければならない。すなわち、S_i(投資開始時点)、A_i（採掘開始時点)、T_i（採掘終了時点）および、$q_i(t)$と$I_i(t)$を各時点で決定する。すると、鉱山ｉの直面する問題は、次のように表すことができる。

$$Max\int_0^\infty e^{-rt}\{[pg_i-c]q_i-YI_i\}dt$$

s. t.

$$-q_i=\dot{M}_i, \qquad \int_{A_i}^{T_i} q_i(t)dt\le M_i(0)$$

$$I_i=\dot{K}_i, \qquad K_i(0)=0$$

$$0\le q_i\le K_i, \qquad 0\le I_i\le J, \qquad i=1,2$$

この問題の時価ラグランジアンは、

$$L_i=(pg_i-c)q_i-YI_i-u_iq_i+v_iq_i+w_i(K_i-q_i)+x_iI_i+y_iI_i+z_i(J-I_i)$$

最適化のための必要条件は、次のようになる。

$$0=\partial L_i/\partial q_i=pg_i-c-u_i+v_i-w_i \tag{12}$$

$$0=\partial L_i/\partial I_i=-Y+x+y-z \tag{13}$$

$$\dot{u}_i-ru_i=-\partial L_i/\partial M_i=0 \tag{14}$$

$$\dot{x}_i-rx_i=-\partial L_i/\partial K_i=-w_i\le 0 \tag{15}$$

u_iは、鉱山ｉにおける資源(鉱石)一単位の時価シャドウ・プライスである。(14)より、$u_i=u_i(0)e^{rt}$となり、Hotelling定理が成立する。x_iは、鉱山ｉにおける追加された生産能力一単位の時価シャドウ・プライス、w_iは、鉱山ｉにおける即戦力としての生産能力一単位の時価シャドウ・プライスを表す。資源の価格経路に関する、C―Lの命題Ⅳ．3．(b)とその拡張(付録２)を要約すると次のようになる。第一に、品位の劣る鉱山２は鉱山１の開山後に開山される。第二に、両鉱山の品位格差が小さいならば、鉱山２は、その採掘経路を前倒しする（このとき、より長い期間、鉱山１と鉱山２が同時に生産を行う）ことで、利潤の割引現在価値を増加させることができる。第三に、両鉱山の品位格差が大きければ、鉱山２の採掘経路を前倒しすると、その採掘経路を鉱山１の採掘経路と重ねることによる損失が、投資期間を前倒しすることによる割引現在利潤の増加分を上回るために、鉱山２はできるだけ開山を遅らせようとする。このとき、鉱山１が枯渇してから後まで、鉱山２の生産能力の拡張が続き、その結果、価格の低下が生じる。

以上をまとめれば、競争的市場経済下で、価格の一時的な低下局面の説明要因となりうるのは、前述した三つの候補のうち、（ロ）生産能力おける制約と、（ハ）生産能力への投資における制約の両方を組み合わせ、かつ、それに鉱山間における品位の非同質性をいれたものであると言える。

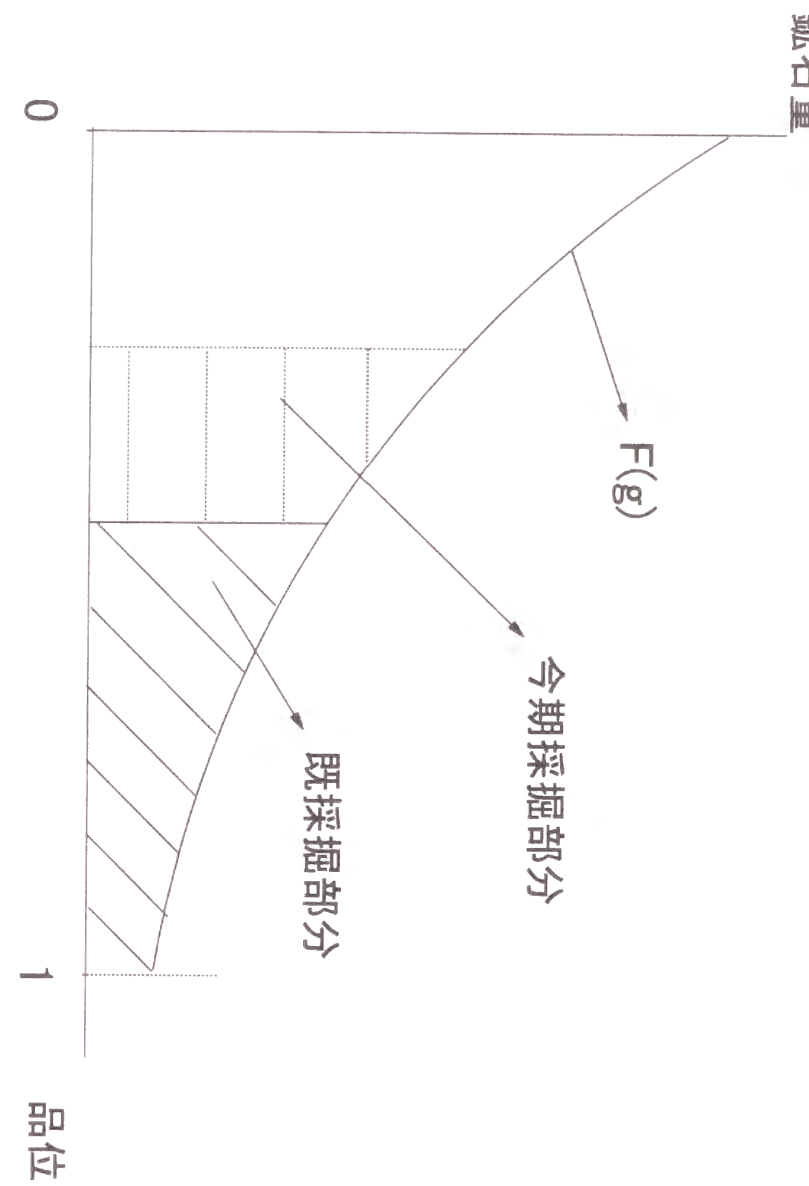


図1-1 Solow and Wan(1976) とCairns(1981)の採掘パターン

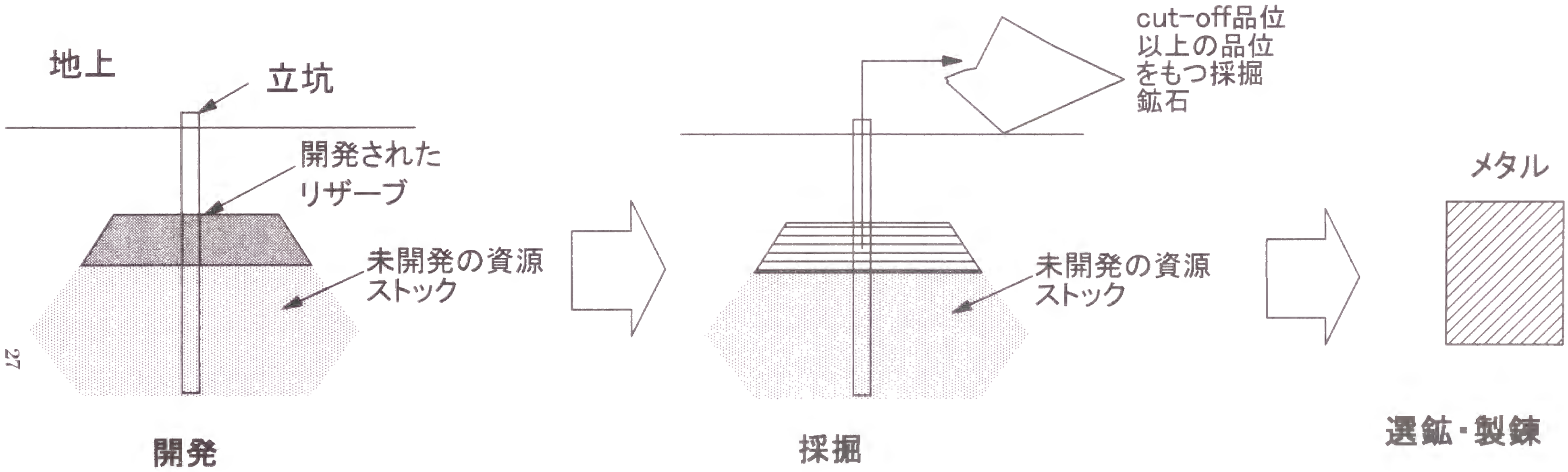


図1－2 鉱山経営における生産過程の概念図

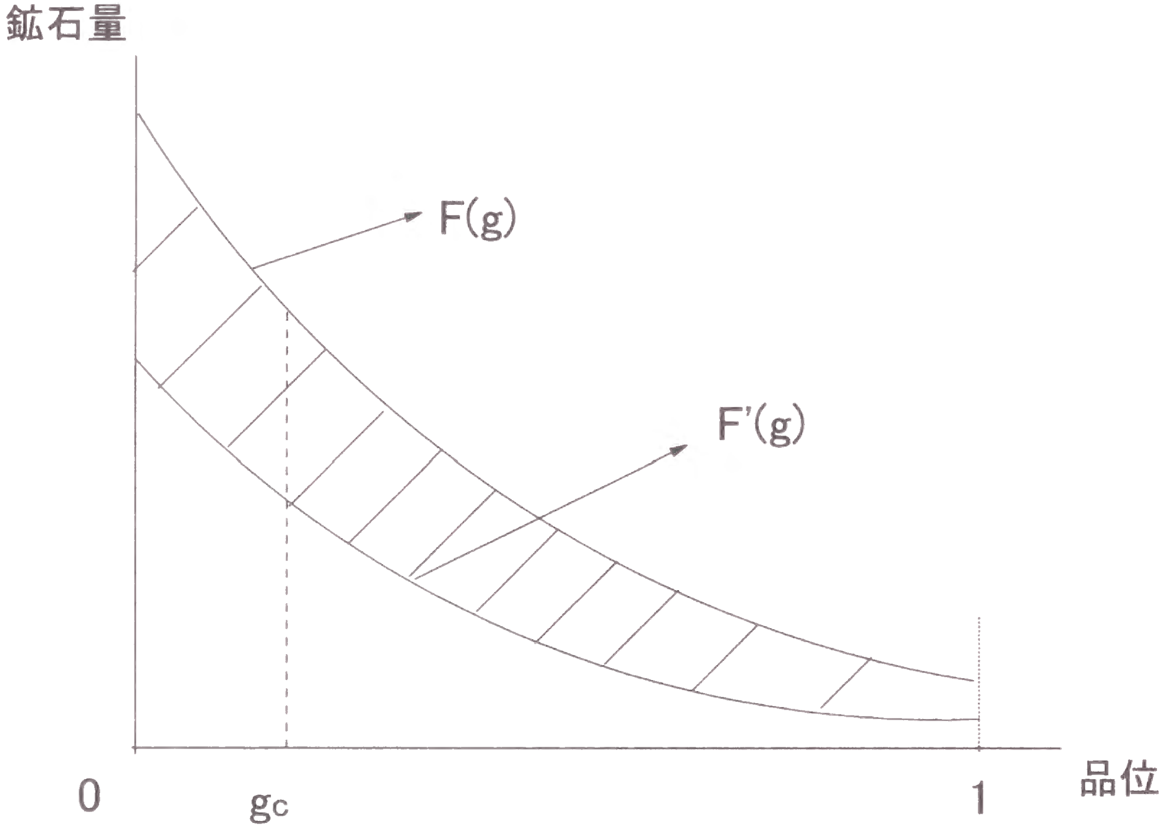


図1-3

表1－1　先行研究の分類

分類項目 ＼ 理論的諸研究			① H	② P1	③ L&P	④ S	⑤ G	⑥ H,K&L	⑦ O	⑧ C&L	⑨ P2	⑩ W&Z	⑪ B&S	⑫ 第2章	⑬ C	⑭ K	⑮ 第3章
市場構造	完全競争市場		○	○	○					○	○	○	○	○		○	○
市場構造	社会的計画者		○		○	○		+	○		○	○			○		
市場構造	独占		○														
市場構造	寡占						+										
財の特性	消費財		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
財の特性	耐久財	完全耐久財			○												
財の特性	耐久財	不完全耐久財			+												
不確実性	外生的価格												○	○		○	
不確実性	内生的価格	資源ストック量									+						
不確実性	内生的価格	需要									+	+					
財の生産過程	開山									+			+	+			
財の生産過程	閉山									+			+	+			
財の生産過程	探査			+													
財の生産過程	採掘	平均採掘費用一定	○			○		ゼロ	ゼロ	○		ゼロ		○			
財の生産過程	採掘・平均採掘費用可変	確認埋蔵量に依存		+		○	○				+		○				
財の生産過程	採掘・平均採掘費用可変	採掘量に依存	○		○	○							○	○	○	○	○
財の生産過程	採掘・平均採掘費用可変	採掘鉱石の品位に依存															○
財の生産過程	資本	生産能力制約					+		○	+				○			
財の生産過程	資本	投資制約					+			+							
財の生産過程	資本	set up コスト						+					+	+			
財の生産過程	技術進歩					+											
品位の非同質性	鉱山内での非同質性														○	○	○
品位の非同質性	鉱山間での非同質性									+			+	+			○

注)筆者において作成。上のH，P，L＆P，S，G，H，K＆L，O，C＆L; B&S, 第３章, K, C, 第４章は、それぞれ以下の諸論文を表す。

①H; Hotelling(1931)論文
②P1; Pindyck(1978)論文
③L&P; Levhari and Pindyck(1981)論文
④S; Slade(1982b)論文
⑤G; Gilbert(1978)論文
⑥H,K,&L; Hartwick, Kemp and Long(1986)論文
⑦O; Olsen(1989)論文
⑧C&L; Cairns and Lesserre(1986)論文
⑨P2;Pindyck(1980)論文
⑩W＆Z；Weinstein and Zeckhauser(1975)論文
⑪B＆S; Brennan and Schwartz(1985)論文
⑫第２章; 本研究第２章
⑬C; Cairns(1986)論文
⑭K; Krautkraemer(1988)論文
⑮第３章; 本研究第３章

また、表中のOは、それが当該研究に取り入れられていることを表し、＋は、価格形成に大きく影響を与えている、あるいは、与えるものと推測される要素を表している。

第２章　金属資源価格の動向が鉱山の開山・閉山・生産規模に関する決定に与える影響の分析

第１節 はじめに

金属資源価格には不確実性が存在するので、鉱山における投資決定（開山あるいは生産規模の拡張）には、大きなリスクが伴う。さらに、地下に生産現場を構築するというその特異性により、鉱山における投資決定は不可逆である場合が多い。鉱山の投資決定においては、価格がどの水準に達したとき開山し、さらに、どれくらいの生産規模で生産を行うかが極めて重要な問題となる。

このように不確実性を伴い、かつ、不可逆な投資決定について、鉱業に限定しない一般的な枠組みで分析を行った文献は多く存在する（例えば、Dixit and Pindyck(1994)など)。それらの文献が扱った問題は、無限の生産期間をもつ投資プロジェクトの決定であり、資源ストックの有限性に直面する鉱山における投資決定問題とはこの点で大きく異なる。不確実性下での鉱業における投資決定問題を最初にモデル化したのは、Brennan and Schwartz(1985)であるが、彼らが実際に解析的に分析したのも資源ストックが無限大のケース、すなわち、資源ストックの有限性を考慮しない無限計画期間の投資決定問題であった。

そこで、このような資源ストックの有限性が投資決定問題にどのような影響をもたらすのかをみるのが本章の主眼である。第２節は、鉱山企業が開山と閉山という二つのオプションをもつが、生産規模を選べないケースを考察する。第３節は、解析を可能とするために、閉山オプションを除外するかわりに開山時点で最適な生産規模を選択できる場合を考察する。第４節は、第３節での仮定を緩めて、任意時点で生産規模の拡張が可能なケースを考察する。第５節は結論である。

第２節 基本モデル

まず、本章において用いられる記号および仮定についてまとめると次のようになる。

［記号］

鉱物価格：Ｐ

資源ストック：Ｑ

初期資源ストック：Q_0

単位時間あたり生産量（生産規模）：ｑ

初期残存採掘年数：T_0（＝Q_0／ｑ）

残存採掘年数：Ｔ（＝Ｑ／ｑ）

採掘費用：Ｃ(q)

開山時における初期投資額：Ｉ(q)

閉山時にかかる諸費用：E(ｑ)

割引率：ρ

［仮定］

鉱物価格Ｐは、次のような幾何的ブラウン運動によって生成されるものとする。

$$dP = \alpha P dt + \sigma P dz \qquad (1)$$

ここで、ｄｚは、平均０、分散ｄｔをもつ正規確率変数。αは定数で、幾何的ブラウン運動のドリフト率。ｄｚの期待値がゼロなので、Ｐの期待変化率はαである（$\alpha>0$ならば、Ｐは平均して上昇率αで上昇する）。σも定数で、これが大きければ大きいほど不確実性も大きいことを意味する（$\sigma=0$ならば、モデルは決定論的となる）。以下では、最適解の存在を保証するために、$\delta=\rho-\alpha>0$を仮定する。$\delta<0$のときは、つねに開山待ちの状態をとり続けることが最適政策となる。

以下では、まず、鉱山企業が開山と閉山の二つのオプションをもつ一般的なケースを扱い（(その１))、次に、鉱山企業が開山オプションのみをもつケース（(その２))、および、鉱山が閉山オプションのみをもつケース（(その３)）を考察する。

（その１）鉱山が開山と閉山の二つのオプションをもつケース

本節では、生産量ｑを所与とする。すると、平均採掘費用は定数となるので、それをｃと表わす。よって、Ｃ(q)＝ｃｑ（ｃは定数）と表わすことができる。同様に、ｑが与えられた定数であるという本節の設定の下では、初期投資額 I(q)=kq（k は定数）、閉山時にかかる諸費用 E(q)=ｘｑ（ｘは定数）と表わすことにする。鉱山企業が開山と閉山の二つのオプションをもつケースでは、閉山している状態で、鉱物価格 Ｐ が上昇すれば、鉱山は開山することができる。同様に、開山している状態において、鉱物価格が低下すれば、鉱山は閉山することができる。鉱山企業が開山と閉山の二つのオプションをもつ場合、理論的には何度でも開山することが可能であるが、ここでは、再開山する場合でも、I(q)=kq（k は定数）が必要であると仮定している。したがって、ここでは、次の二つの問題を解く。すなわち、資源ストックＱ、あるいは、残存採掘年数Ｔを所与として、

- 鉱山が閉山している状態において、価格Ｐがどの水準に達したときに開山するかという、開山するための臨界価格P_Oの決定。
- 鉱山が開山している状態において、価格Ｐがどの水準に達したときに閉山するかという、閉山するための臨界価格P_Cの決定。

開山している鉱山の価値をＶとし、閉山している鉱山の価値をＦとすると、それらは価格Ｐと残存採掘年数Ｔの関数で表される。すなわち、

$F = F(P,T)$ と $V = V(P,T)$。

以下では、動的計画法の手法にしたがって V(P,T) と F(P,T) を求めてから、最適性の条件（後述）より開山価格P_Oと閉山価格P_Cを求める。

（Ｉ）開山している鉱山の価値 V(P,T)

一期間の長さを△ｔとする。△ｔ後のＰとＴをそれぞれＰ′とＴ′とする。さらに、毎期生じる利潤フローをπ(P,T)で表す。すると、各期において V(P,T)は次の関係式（Bellman equation）を満たさなければならない。

$$V(P,T) = \pi(P,T)\Delta t + \frac{1}{1+\rho\Delta t} E[V(P',T'|P)] \qquad (2)$$

ここで、Ｅ［・］は、Ｐを所与としたときの△ｔ後のＰに関するＶの条件付き期待値を表す。

両辺に$1+\rho\triangle t$をかけて、(2)を変形すると、

$$\rho\Delta t V(P,T)=\pi(P,T)\Delta t(1+\rho\Delta t)+E[\Delta V]$$

となる。ここで、$E[\Delta V]=E[V(P',T'|P,T)]-V(P,T)$。さらに、この両辺を$\triangle t$で割って、$\triangle t\to 0$とすれば、

$$\rho V(P,T)=\pi(P,T)+\frac{1}{dt}E[dV] \qquad (3)$$

を得る。（3）式の経済的意味は次のとおりである。（3）の左辺は、ρを割引率としてもつ意思決定者が、この資産（鉱山）の保有に対して要求する単位時間あたりの正常利益（normal return）を表す。（3）の右辺第一項は、この資産（鉱山）の配当、すなわち、利潤フローを表し、右辺第二項はキャピタル・ゲインの期待率を表す。したがって、（3）は、裁定方程式、すなわち、市場均衡条件を表している。Ito's Lemmaより、

$$dV=\frac{\partial V}{\partial T}dT+\frac{\partial V}{\partial P}dP+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial P^2}(dP)^2 \qquad (4)$$

dT/dt=-1と(1)を(4)に代入すると、(4)は、

$$dV=[-V_T+\alpha PV_P+\frac{1}{2}\sigma^2P^2V_{PP}]dt+\sigma PV_Pdz$$

となる。これを(3)に代入してE(dz)＝0に注意すると、(3)は、

$$-V_T+\alpha PV_P+\frac{1}{2}\sigma^2P^2V_{PP}-\rho V+\pi(P,T)=0 \qquad (5)$$

と書き換えられる。この場合の$\pi(P,T)$は、$\pi(P,T)=(P-c)q$であることに注意すると、(5)の解は次によって与えられる。

$$V(P,T)=Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_1P^{\beta_1}+B_2P^{\beta_2} \qquad (6)$$ [1]

ここで、$\delta=\rho-\alpha$であり、さらに、β_1、β_2は次の特性方程式の解である。

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1)+(\rho-\delta)\beta-\rho=0$$

これより、$\beta_1>1$、$\beta_2<0$となることがわかる。

[1] $B_1P^{\beta_1}+B_2P^{\beta_2}$は、初期条件T=0の下での解の一つにすぎず、一般には他にも解が存在する。ところが、$B_1P^{\beta_1}+B_2P^{\beta_2}$は、以下で見るように合理的な経済的解釈をもつので、本研究においてはこれを解として選択した。

(6)における特異解 $Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}$ と同次方程式の解$B_1P^{\beta_1}+B_2P^{\beta_2}$は、それぞれ次のような経済的意味をもつ。まず、特異解は次のように書き直すことができる。

$$Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}=\int_0^T(Pqe^{\alpha t}-cq)e^{-\rho t}dt$$

これは$\sigma=0$として、閉山オプションを持たない場合に得られるであろう割引現在利潤をあらわす。したがって、これはV(P, T)の基本的要素（fundamentals）を構成する。すると、同次方程式の解は、閉山オプションの価値を反映するものでなくてはならない。閉山オプションの価値は、$P\to\infty$のときゼロになると考えられるので、$\beta_1>1$より、$B_1=0$でなくてはならない。したがって、閉山オプションの価値は、$B_2P^{\beta_2}$で表わされる。結局、

$$V(P,T)=Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2P^{\beta_2} \qquad (7)$$

を得る。

（II）閉山している鉱山の価値F(P, T)

利潤フローπ(P, T)をゼロとおいて、V(P, T)を求めたときと同様に解けば、

$$F(P,T)=A_1P^{\beta_1}+A_2P^{\beta_2}$$

となる。これは、前と同様、開山オプションの価値を表わしているものと考えられる。開山オプションの価値は、$P\to 0$のときゼロとなるので、$\beta_2<0$より、$A_2=0$でなくてはならない。結局、

$$F(P,T)=A_1P^{\beta_1} \qquad (8)$$

を得る。

（III）開山時（$P=P_O$）および閉山時（$P=P_C$）における最適性の条件

開山のための臨界価格（$P=P_O$）においては、次の二つの条件が成立しなければならない。

$$F(P_O,T)=V(P_O,T)-kq \qquad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial P}F(P_O,T)=\frac{\partial}{\partial P}V(P_O,T) \qquad (10)$$

閉山している状態から開山している状態への状態の移行において、投資額kqを支払って、F(P_O, T)を放棄するかわりにV(P_O, T)を手に入れることであるから、両者の価値は等しくなっ

ていなければならない。このことを示したのが、(9)式（Value matching condition）である。開山のための臨界価格が存在するために、二つの関数 V(P, T) と F(P, T) が $P=P_O$ のもとで、なめらかに接し合っていなければならないというのが、(10)式（Smooth pasting condition）である（証明については、付録３をみよ）。

同様に、閉山のための臨界価格（$P=P_C$）においては、次の二つの条件が成立していなくてはならない。

$$V(P_C,T)=F(P_C,T)-xq \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial P}V(P_C,T)=\frac{\partial}{\partial P}F(P_C,T) \tag{12}$$

(11)の経済的意味は、開山している状態→閉山している状態への状態の移行において、閉山のための諸費用ｘｑを支払って、$V(P_C, T)$ を放棄するかわりに $F(P_C, T)$ を手に入れることである。(7)と(8)を(9)、(10)、(11)、(12)に代入すれば、それらは、それぞれ、

$$A_1{P_O}^{\beta_1}=P_O q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2{P_O}^{\beta_2}-kq \tag{13}$$

$$\beta_1 A_1{P_O}^{\beta_1-1}=q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}+B_2\beta_2{P_O}^{\beta_2-1} \tag{14}$$

$$P_C q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2{P_C}^{\beta_2}=A_1{P_C}^{\beta_1}-xq \tag{15}$$

$$q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}+B_2\beta_2{P_C}^{\beta_2-1}=A_1\beta_1{P_C}^{\beta_1-1} \tag{16}$$

ここで、無限計画期間の一般投資プロジェクト問題を扱った Dixit(1989)の証明をそのまま適用することによって、$P_C(T)<P_O(T)$ となることを示すことができる（付録４）。ところが、上の一般的なモデルにおいては、T の大きさによって $P_C(T)$ と $P_O(T)$ がどのように変化するかを判断することはできない。それらを調べるために、本節（その２）では、閉山オプションを除外し、開山オプションのみが存在するケースを考察する。本節（その３）では、逆に、開山オプションを除外し、閉山オプションのみが存在するケースを考察する。

（その２）鉱山が開山オプションのみをもつケース

閉山オプションが存在しないことに注意すると、V(P, T) と F(P, T) は、

$$V(P,T)=Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}$$

$$F(P,T)=A_1P^{\beta_1}$$

となる。したがって、開山のための臨界価格（$P=P_O$）における最適性の条件は次のように表わされる。

$$A_1{P_O}^{\beta_1}=P_O q\frac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}-kq \tag{17}$$

$$\beta_1 A_1{P_O}^{\beta_1-1}=q\frac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta} \tag{18}$$

(17)と(18)から、開山価格 P_O を直接求めることができて、

$$P_O=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{c\dfrac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}+k}{\dfrac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta}} \tag{19}$$

(19)より、$\dfrac{\partial P_O}{\partial T_0}<0$ となることを示すことができる（付録５）。すなわち、残存採掘年数が大きいほど開山価格も低い。この経済的合理性は次のとおりである。逆に、T_0 が小さいときに P_O を小さく設定するものとする。すると、開山後に価格 P が期待に反して低下したとしても、その後、開山前に期待していた水準まで価格が上昇することを期待することはできない。というのは、残存採掘年数が少ないので、価格が開山前に期待していた水準まで上昇するには時間が十分ではないからである。

（その３）鉱山が閉山オプションのみをもつケース

開山オプションが存在しないことに注意すると、V(P, T) と F(P, T) は、

$$V(P,T)=Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2P^{\beta_2}$$

$$F(P,T)=0$$

となる。このとき、閉山のための臨界価格（$P=P_C$）における最適性の条件は次のように表わされる。

$$P_C q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2P_C^{\beta_2}=-xq \qquad (20)$$

$$q\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}+B_2\beta_2P_C^{\beta_2-1}=0 \qquad (21)$$

(20)と(21)から、閉山価格Ｐ$_C$を直接求めることができて、

$$P_C=\frac{\beta_2}{\beta_2-1}\frac{c\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}-x}{\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}} \qquad (22)$$

(19)と(22)を比較すると、$\frac{\beta_2}{\beta_2-1}<\frac{\beta_1}{\beta_1-1}$ から、Ｐ$_C$(T)＜Ｐ$_O$(T$_0$)となることがわかる（ただし、T=T$_0$のとき）。また、(22)より、閉山のための生産量あたり費用ｘがそれほど大きくなければ、$\frac{\partial P_C}{\partial T}<0$となることを示すことができる（付録５）。実際、開山のための初期投資額と比較すると、閉山のための諸費用は無視しうるほど小さい。すなわち、残存採掘年数が大きいほど閉山価格も低い。これは、残存採掘年数が少ないと、価格が低いＰ$_C$以下の価格水準から上昇して利益をもたらすことを期待しにくいためである。図２－１は、ｃ＝１０、ｋ＝３、ｘ＝０、σ＝０．２として、Ｐ$_C$(T)とＰ$_O$(T$_0$)を描いている。

第３節 最適生産規模の決定

前節では、単位時間あたり生産量ｑ、あるいは、初期資源ストック量Q$_0$を所与とした場合の初期残存採掘年数 T$_0$は所与とされた。ここでは、解析的に分析可能とするために閉山オプションを除外するが、そのかわりに初期資源ストック量Q$_0$を所与とした場合の初期残存採掘年数 T$_0$を最適に選ぶことが可能なモデルを考察する。したがって、本節において解く問題は次の二つである。

・価格Ｐがどの水準に達したときに開山するかという、開山するための臨界価格Ｐ$_O$の決定。

・開山時における、最適な初期残存採掘年数T$_0$（生産規模ｑ）の決定。

また、ここでは前節とは異なり、生産規模ｑは変数なので、採掘費用関数 C(q)と初期投資額

I(q)は、一般には線形関数として表わすことはできない。q=Q$_0$/T$_0$ を用いて、$l(T_0,Q_0)=\frac{Q_0}{T_0}\frac{(1-e^{-\delta T_0})}{\delta}$、$m(T_0,Q_0)=C(Q_0/T_0)\frac{(1-e^{-\rho T_0})}{\rho}$とおけば、前節（その２）の(17)と(18)は、次のように表わされる。

$$A_1P_O^{\beta_1}=P_Ol(T_0,Q_0)-m(T_0,Q_0)-I(Q_0/T_0) \qquad (23)$$

$$\beta_1A_1P_O^{\beta_1-1}=l(T_0,Q_0) \qquad (24)$$

となる。次に、これまで所与としてきたｑ、あるいはＴ$_0$を最適に選ぶ。Ｔ$_0$は、開山時（Ｐ＝Ｐ$_O$、Ｔ＝Ｔ$_0$）におけるＦ(P$_O$、T$_0$)あるいはＶ(P$_O$, T$_0$)－I(Q$_0$/T$_0$)を最大にするように選ばれなければならない。ここで、$V(P_O,T_0)=P_Ol(T_0,Q_0)-m(T_0,Q_0)$である。したがって、

$$\frac{\partial(V(P_O,T_0)-I(Q_0/T_0))}{\partial T_0}=\frac{\partial P_O}{\partial T_0}l(T_0,Q_0)+P_Ol_{T_0}-m_{T_0}-I_{T_0}=0 \qquad (25)$$

となる。(23)と(24)からＡ$_1$を消去して、

$$P_O=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\{\frac{m(T_0,Q_0)+I(Q_0/T_0)}{l(T_0,Q_0)}\} \qquad (26)$$

を得る。さらに、(26)より$\frac{\partial P_O}{\partial T_0}$を求めて、(25)に代入し、それを整理すれば、

$$m_{T_0}+I_{T_0}=0 \qquad (27)$$

を得る。これは次のように書き換えることができる。

$$C'\frac{Q_0}{T_0^2}\frac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}+I'\frac{Q_0}{T_0^2}-Ce^{-\rho T_0}=0 \qquad (28)$$

ここで、(28)において最適解が存在するための十分条件、

$$-C''(\frac{Q_0}{T_0^2})^2\frac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}+2C'\frac{Q_0}{T_0^2}e^{-\rho T_0}+(\rho-\frac{2}{T_0})Ce^{-\rho T_0}-I''(\frac{Q_0}{T_0^2})^2<0 \qquad (29)$$

は満たされているものと仮定する。

(26)が開山価格であり、(28)は最適な生産規模を決定する。以下では、(26)と(28)について考察を行う。通常のマーシャル流の投資決定では、$P_Ol(T_0,Q_0)-m(T_0,Q_0)\geq I(Q_0/T_0)$のとき開山が容認される。この経済的意味は次の通りである。すなわち、開山することによって得られる期待利潤の割引現在価値（左辺）が、開山に必要な費用$I(Q_0/T_0)$（右辺）を上回るときに開山が決定される。したがって、マーシャル流の開山価格は

$\dfrac{m(T_0,Q_0)+I(Q_0/T_0)}{l(T_0,Q_0)}$ となり、したがって(26)は、不確実性下での開山価格がそれに $\dfrac{\beta_1}{\beta_1-1}$ >1 を乗じたものとなることを意味する。これは、Dixit and Pindyck(1994)において、無限の生産期間をもつ投資プロジェクトの問題において得られた結果と同じである。他方、(28)は次のような経済的意味をもつ。T_0を限界的に一単位大きくすると、$\dfrac{\Delta q}{\Delta T_0} \cong \dfrac{q}{T_0} = \dfrac{Q_0}{T_0^{\,2}}$ だけ生産規模は小さくなるので、初期投資額および、毎期支払う採掘費用も減少するが、左辺第一項および第二項は、それぞれ、T_0を限界的に一単位大きくしたときの初期投資額および、毎期支払う採掘費用の減少分をあらわす。ここで、$\dfrac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho} = \displaystyle\int_0^{T_0} e^{-\rho t}dt$ に注意する。他方、T_0を限界的に一単位大きくすると、採掘期間が延長されるので、$t=T_0+dt$ においても採掘費用を支払わなくてはならない。(28)の第三項は、このような追加的に支払われる採掘費用の割引現在価値を表す。したがって、(28)の左辺は、最適性の下では、T_0を変化させたときの限界便益と限界費用の和がゼロにならなければならないことを主張している。

次に、初期資源ストックQ_0の大きさが最適な採掘期間T_0、最適な生産規模q、および開山価格P_Oに与える影響をみる。まず、(28)より、$\dfrac{\partial T_0}{\partial Q_0}$ を計算すれば、

$$\frac{\partial T_0}{\partial Q_0} = -\frac{\dfrac{(1-e^{-\rho T_0})}{\rho}\dfrac{C''}{T_0} - \dfrac{T_0}{Q_0}C'e^{-\rho T_0} + (\dfrac{Q_0}{T_0})^2 Ce^{-\rho T_0} + I''\dfrac{1}{T_0}}{-\dfrac{(1-e^{-\rho T_0})}{\rho}\dfrac{Q_0}{T_0^{\,2}}C'' + 2C'e^{-\rho T_0} - (2-\rho T_0)\dfrac{T_0}{Q_0}Ce^{-\rho T_0} - \dfrac{Q_0}{T_0^{\,2}}I''} > 0 \qquad (30)$$

となる。(30)の右辺の分子と分母のそれぞれに(29)を用いることによって、分母＜0、分子＞0となることを容易に示すことができる。したがって、$\dfrac{\partial T_0}{\partial Q_0} > 0$ となる。ところが、最適な生産規模に関しては、$q = \dfrac{Q_0}{T_0}$ なので、

$$\frac{\partial q}{\partial Q_0} = \frac{1}{T_0} - \frac{Q_0}{T_0^{\,2}}\frac{\partial T_0}{\partial Q_0}$$

となり、$\dfrac{\partial q}{\partial Q_0}$ の符号は一般に正にも負にもなりうる。

次に、初期資源ストックQ_0の大きさが開山価格P_Oに与える影響をみるためには、(26)より、

$$\frac{dP_O}{dQ_0} = \frac{\partial P_O}{\partial Q_0} + \frac{\partial P_O}{\partial T_0}\frac{\partial T_0}{\partial Q_0} \qquad (31)$$

の符号を調べなければならない。右辺第一項は、

$$\frac{\partial P_O}{\partial Q_0} = \frac{C(\dfrac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta}e^{-\rho T_0} - \dfrac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}e^{-\delta T_0}) - Ie^{-\delta T_0}}{(\dfrac{Q_0}{T_0}\dfrac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta})^2} < 0$$

となる。分子におけるカッコ（ ）内の符号は、付録5より負となる。(31)の右辺第二項について、(25)と(27)より、

$$\frac{\partial P_O}{\partial T_0} = -\frac{P_O l_{T_0}}{l}$$

$$= -\frac{P_O}{l}\frac{Q_0}{\delta T_0^{\,2}}\{(\delta T_0+1)e^{-\delta T_0} - 1\} > 0 \qquad (32)$$

となることがわかる。さらに、(30)より、$\dfrac{\partial T_0}{\partial Q_0} > 0$ なので、(31)の右辺第二項の符号は正である。したがって、(31)式の $\dfrac{dP_O}{dQ_0}$ の符号は正にも負にもなりうる。

次に、不確実性が最適な採掘期間T_0、および開山価格P_Oに与える影響をみよう。β_1が、特性方程式を通じて不確実性の代理変数σの関数であることに注意すると、(28)において最も重要な点は、最適なT_0（同じことであるが、最適なq）が不確実性の大きさと独立に決定されるということである。これは、開山時に生産規模を決定したらその後生産規模を変えることができないからである。実際、第4節において、任意時点で生産規模の拡張が可能なケースを考察するが、そこでは、不確実性の増大とともに、最終的に達成される生産規模は小さくなることが示される。次に、不確実性の増大が開山価格P_Oに与える影響をみよう。特性方程式から、$\dfrac{\partial \beta_1}{\partial \sigma} < 0$ となることに注意する。すると、(26)より、

$$\frac{\partial P_O}{\partial \sigma} = -\frac{1}{(\beta_1-1)^2}\{\frac{m(T_O,Q_0)+I(Q_0/T_0)}{l(T_0,Q_0)}\}\frac{\partial \beta_1}{\partial \sigma} > 0 \qquad (33)$$

を得る。すなわち、不確実性が増大すると、開山価格P_Oは高く設定される。以上から、不確実性への対応手段は開山価格P_Oであり、最適な生産規模qは不確実性の大小と独立に決定さ

れることがわかる。

第４節 任意時点で生産規模の拡張が可能なケース

開山時点のみ生産規模を決定できるという、第３節における仮定を緩めて、ここでは任意時点で生産規模の拡張を行うことができるケースを考える。このとき鉱山は開山後徐々に生産量水準を拡張するものと予想される。以下では、Pindyck(1988)論文にならって、現在稼動している生産規模がｑであるときに、$q \to q+\Delta q$ へ生産規模を限界的に一単位拡張することを考え、そのような拡張を容認する臨界価格を求める。

以下では、前節と同様、閉山オプションを除外し、一単位あたり採掘費用をｃ（ｃは定数)、追加的生産規模Δｑの拡張費用をｋ（ｋは定数）とする。今、追加的生産規模Δｑが拡張された場合の、それがもつ価値をΔV(P,T)とすると、

$$\Delta V(P,q,Q) = \frac{\partial}{\partial q}V(P,q,Q)$$

$$= P\left(\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta} - Te^{-\delta T}\right) - c\left(\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho} - Te^{-\rho T}\right) \quad (34)$$

ここで、$V(P,q,Q) = Pq\dfrac{1-e^{-\delta\frac{Q}{q}}}{\delta} - cq\dfrac{1-e^{-\rho\frac{Q}{q}}}{\rho}$ である。次に、拡張待ちの追加的生産規模Δｑの価値を、ΔF(P,T)とすると、それは第２節および第３節と同様の論理によって、

$$\Delta F(P,T) = aP^{\beta_1} \quad (35)$$

によってあらわされる。前と同様に、Δｑだけ拡張するための臨界価格 P*においては、次の二つの条件が満たされなくてはならない。

$$aP^{*\beta_1} = P\left(\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta} - Te^{-\delta T}\right) - c\left(\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho} - Te^{-\rho T}\right) - k \quad (36)$$

$$a\beta_1 P^{*\beta_1 - 1} = \frac{1-e^{-\delta T}}{\delta} - Te^{-\delta T} \quad (37)$$

これらは、それぞれ Value matching condition と Smooth pasting condition である。(36)と(37)より、拡張のための臨界価格 P*はＴだけの関数として次のように書くことができる。

$$P^*(T) = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\frac{c\left(\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho} - Te^{-\rho T}\right) + k}{\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta} - Te^{-\delta T}} \quad (38)$$

ここで、$T = \dfrac{Q}{q}$ は、開山してから閉山にいたるまで、∞→０に単調減少することに注意する。鉱山は、実際の価格Ｐが(38)で表される拡張のための臨界価格曲線 P*(T)をヒットしたとき生産規模を拡張し、P*(T)＞Ｐとなった時点で生産規模の拡張を中止する。初期の資源ストックが大きいと、Ｔの減少速度は小さくなるので、初期の資源ストックの増加とともに最終的に達成される生産規模も増加するといえる。拡張のための臨界価格 P*(T)について、次のことがわかる。

$$\lim_{T\to 0} P^*(T) = \infty \quad (39)$$

$$\lim_{T\to\infty} P^*(T) = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\delta\left(\frac{c}{\rho} + k\right) \quad (40)$$

また、$\left(\dfrac{\rho}{\delta} - \dfrac{\delta}{\rho}\right)c - \delta k < 0$ ならば、 P*(T)が単調減少となることを容易に示すことができる。すなわち、拡張の費用ｋが比較的高ければ、残存採掘年数が少なくなればなるほど拡張のための臨界価格 P*(T)は高く設定される。

(38)によれば、前節と同様、不確実性（σ）の増大は、拡張のための臨界価格 P*(T)を押し上げることもわかる。ところが、ここでは開山後の生産規模の拡張が可能であるので、拡張のための臨界価格曲線 P*(T)の上方へのシフトは、最終的に達成される生産規模の縮小を意味する。したがって、最適な生産規模が不確実性の大小と独立に決定されるという前節の結論とは異なり、最終的に達成される生産規模は不確実性の増大とともに小さくなる。

次に、マーシャル流の臨界価格曲線を P^M(T) とすれば、前節と同様、$P^*(T) = \dfrac{\beta_1}{\beta_1 - 1}P^M(T)$ が成立することを容易に確かめることができる。P^M(T)と P*(T)を図示したのが図２－２である。

この節においては、これまで生産規模を徐々に拡張できるケースについて分析を行ってきた。しかしながら、鉱山においては、これまで想定されてきたような微少単位の生産規模の

追加が不可能な場合が多く、しばしば、追加される生産規模はある一定以上の大きさをもっている。そこで、以下では、既存の生産規模に追加できる最小の生産規模をＳとして、最適な開山・生産規模拡張ルールを求めたい。ただし、Ｓは定数とする。

まず、追加的生産規模Ｓが拡張された後の新しい生産規模（これまでに追加された生産規模の合計）をｑとする。すると、ｑもｑ－ＳもともにＳの自然数倍の数である。今、生産規模が追加される前の生産規模ｑ－Ｓの下での残存採掘年数をＴとし、新しい生産規模ｑの下でのそれを$T^{\#}$とする。そのとき、明らかに次の関係が成立する。

$$T(q-S)=Q=T^{\#}q$$

前と同様に、追加的生産規模Ｓの価値$\Delta V(P,T,T^{\#})$は、それが拡張される前と後の期待利潤の増加分である。したがって、

$$\Delta V=(P\frac{1-e^{-\delta T^{\#}}}{\delta}-c\frac{1-e^{-\rho T^{\#}}}{\rho})q-(P\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-c\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho})(q-S)$$

を得る。さらに、拡張待ちの追加的生産規模Ｓの価値$\Delta F(P,T,T^{\#})$も、前と同様に、

$$\Delta F=aP^{\beta_1}$$

で表される。Ｓの拡張のための臨界価格をP^{+}とすれば、そこでは、次の二つの条件が満たされなくてはならない。

$$aP^{+\beta_1}=(P^{+}\frac{1-e^{-\delta T^{\#}}}{\delta}-c\frac{1-e^{-\rho T^{\#}}}{\rho})q-(P^{+}\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-c\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho})(q-S)-kS \qquad (41)$$

$$a\beta_1 P^{+\beta_1-1}=\frac{1-e^{-\delta T^{\#}}}{\delta}q-\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}(q-S) \qquad (42)$$

(41)と(42)より、

$$P^{+}=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{c(\frac{1-e^{-\rho T^{\#}}}{\rho}q-\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}(q-S))+kS}{\frac{1-e^{-\delta T^{\#}}}{\delta}q-\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}(q-S)} \qquad (43)$$

次に数値例を用いて、(38)と(43)を比較しよう。そこで、今、$q-S\to q$への生産規模の拡張を考えよう。パラメータσ、β_1、δ、ρ、c、k、Ｓを次のように設定する。

$\sigma=0.1$、$\beta_1=1.84$、$\delta=0.05$、$\rho=0.1$、$c=1$、$k=10$、$S=5$

したがって、(43)の下では、生産規模は、$0\to5\to10\to15\to\cdots$という拡張経路をもつ。

例として、Ｑ＝１００とすると、(38)と(43)における拡張のための臨界価格P^{*}およびP^{+}はともにｑの関数となる。それらを表したのが図２－３である。図２－３より、つねに$P^{*}(nS)<P^{+}(nS)$が成立することがわかる。ここで、ｎは自然数である。すなわち、生産規模の拡張において柔軟性を欠いている分だけ拡張のための臨界価格P^{+}は高くなる。さらに、同図より、

$$P^{*}(nS)<P^{+}(nS)<P^{*}((n+1)S)$$

が成立していることもわかる。

第５節 結論

本章において得られた主な結論をまとめると次のようになる。まず、第２節においては、鉱山企業が開山・閉山オプションのみをもつケースが考察され、次のような結果を得た。

- 開山のための臨界価格P_Oは、残存採掘年数T_0の減少関数である。
- 閉山にかかる生産規模一単位あたり諸費用ｘが十分小さいとき、閉山のための臨界価格P_Cは、残存採掘年数Ｔの減少関数である。

次に、開山時点においてのみ最適な生産規模を決定できるケース（第３節）においては、主として次のような結論を得た。

- 最適な生産規模は不確実性の大きさと独立に決定される。
- 不確実性の増加は開山価格を引き上げる。
- 資源ストックの増加は、最適な採掘年数を増加させる。
- 資源ストックの増加が、最適な生産規模を増加させることも減少させることもありうる。
- 資源ストックの増加が、開山価格を引き上げることも引き下げることもありうる。
- 開山価格P_Oとマーシャル流の開山価格P^Mの間には、$P^{*}=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}P^M$という関係が成立する。

また、第４節では、任意時点において生産規模を拡張できるケースを分析し、主として次のような結論を得た。

・不確実性の増大は、拡張のための臨界価格曲線を上方にシフトさせるので、最終的に達成される生産規模は不確実性の増大とともに減少する。

・初期の資源ストックの増加は、最終的に達成される生産規模を増加させる。

・既存の生産規模に追加できる最小の生産規模がある一定以上の大きさをもつ場合、勝手な大きさの生産規模の追加が可能な場合と比較して、拡張のための臨界価格はさらに高くなる。

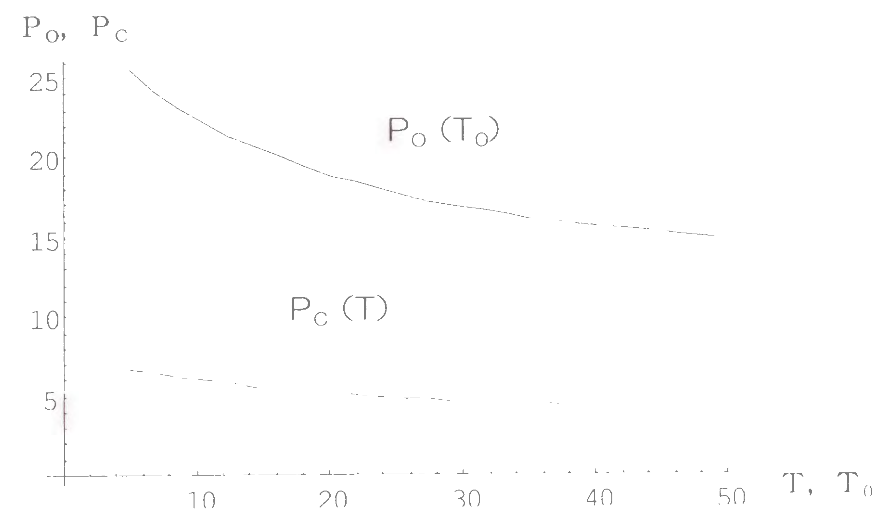


図２－１

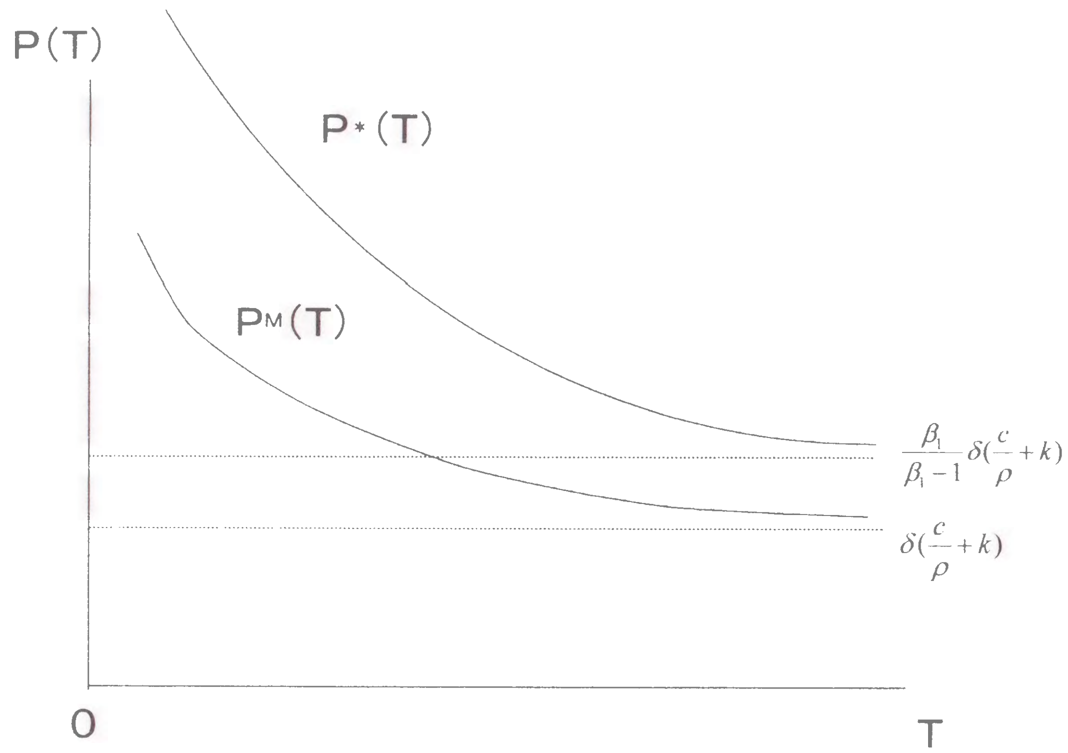


図2-2　$P^*(T)$と$P^M(T)$

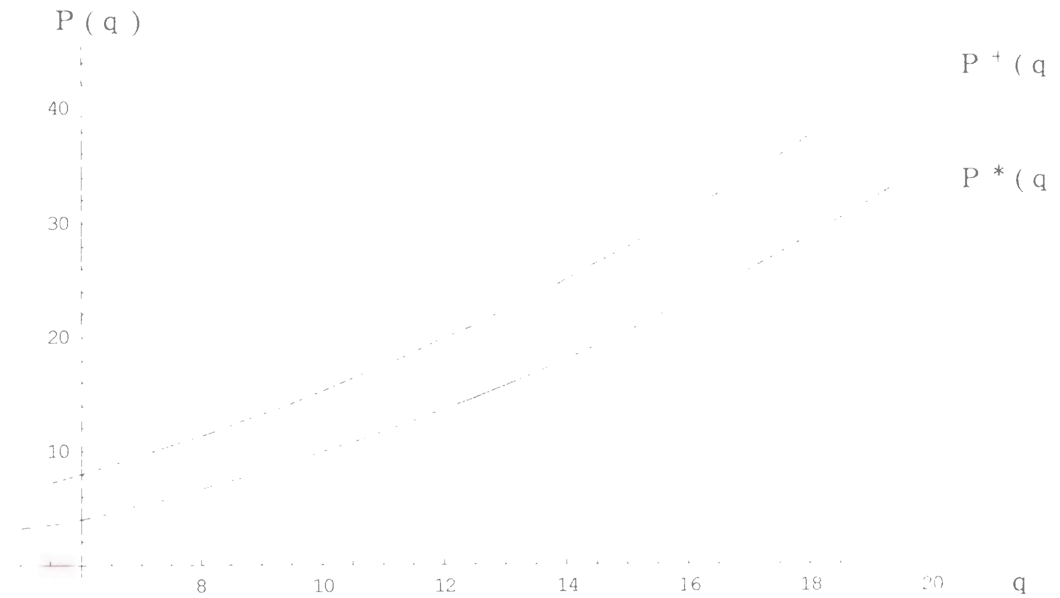


図２－３　Q=100のときの$P^*(q)$と$P^{\dagger}(q)$の比較

第３章 金属資源価格の動向が開山後の鉱山の生産決定に与える影響の分析

第１節　はじめに

鉱山における品位調整において、次のような基本ルールが存在する。すなわち、メタル価格が上昇しているときには、採掘する鉱石の品位を下げ、メタル価格が下降しているときは採掘鉱石の品位を上げるというのがその内容である。実際、南アフリカの金鉱山およびいくつかのアメリカの非鉄金属鉱山において基本ルールにしたがった品位調整がなされていることが実証されている（Farrow and Krautkraemer(1989)論文)。ところが、Napier(1983)論文をはじめ、多くの鉱山技術系の研究者らは、この基本ルールのもつ経済的合理性を疑問視する議論を展開してきた。

そこで、Krautkraemer(1988,1989)論文は、このような現実の鉱山経営と理論研究の間に存在するギャップに対して、次のような解答を与えた。すなわち、予測可能な価格変化に対しては、逆ルール（基本ルールの逆の品位調整方法で、これは、メタル価格が上昇しているときに採掘鉱石品位を上げ、メタル価格が下降しているときに採掘鉱石品位を下げることを要求する）に従うことが経済的合理性をもつ。それに対して、将来の予想価格経路全体の予測不可能なシフトに対しては、基本ルールが経済的合理性をもつ。ここで、将来の予想価格経路全体の予測不可能なシフトとは、現在の価格変化が一時的なものではなく、それ以後長時間にわたってその影響が持続すると期待させるような価格の変化を意味する。将来の予想価格経路全体の予測不可能なシフトに対して、基本ルールが経済的合理性をもつことの証明（Krautkraemer(1989)論文）については、付録６をみよ。

Krautkraemer(1988,1989)のいう、将来の予想価格経路全体の予測不可能なシフトとは、具体的には、石油ショックや戦争のような比較的大きい外生的ショックのことを意味するが、そのような外生的ショックは、過去頻繁に生じているわけではない。したがって、Krautkraemer(1988,1989)の結論は、南アフリカの金鉱山とアメリカの非鉄金属鉱山の一部における上述の実証研究（Farrow and Krautkraemer(1989)論文）とは、整合しないように思われる。本章では、基本ルールに従うのが合理的な鉱山と、逆ルールに従った方が合理的な鉱山の二種類が存在すると考え、第２節では、Krautkraemer(1988,1989)論文の円筒形採掘モデル（cylindrical extraction model）を一般化することによって、基本ルールと逆ルールが経済的合理性をもつための十分条件が示される。なお、本章においては、金属資源価格の完全予見が仮定されるが、その妥当性については、実際に金属資源の価格形成メカニズムが考察される第４章第４節において議論される。第３節においては、品位調整に関する数値例が示される。また、第４節では、５１の銅鉱山における 1970-1992 年の採掘鉱石品位のデータをもとに、第２節で得られた理論結果を検証する。第５節は、結論である。

第２節 Krautkraemer(1988,1989)モデルの一般化と基本ルールの経済的合理性

Krautkraemer(1988,1989)は、鉱山における品位調整問題を次のように定式化した。まず、鉱山における品位分布について、鉱床の中心からの距離が大きければ大きいほど品位は一様に低下することが仮定される。したがって、鉱床の中心からの距離をｒとすれば、鉱石の品位はｇ（ｒ）で表され、仮定より$g'<0$となる。鉱山企業は毎期次のような円筒形をした鉱石を採掘する。すなわち、鉱床の中心からの距離(半径)をｒとし、高さをｌとすれば、採掘される円筒形をした鉱石の体積Ｖは、

$$V=\pi r^2 l$$

と表される。また、採掘された円柱のメタル含有量は、

$$M=l\int_0^r 2\pi\gamma g(\gamma)d\gamma$$

と書くことができる。さらに、メタル価格をＰとし、採掘費用をC(r,l)とすれば、利潤関数Πは、

$$\Pi=PM(r,l)-C(r,l)$$

と表される。このようにKrautkraemer(1988,1989)は、採掘される円柱の半径ｒでもって

cut-off 品位（採掘鉱石の最低品位）を表現している。すなわち、ｒを上げることが、cut-off 品位を下げることを意味している。

以下では、上の Krautkraemer(1988, 1989)による定式化に若干の修正を試みる。鉱山における生産過程は開発と採掘に分けることができる。まず、企業はどれだけの鉱石を開発すべきかを決定し、次に、開発された鉱石のうち実際に採掘する部分を決定する。ｄとｘをそれぞれ開発する鉱石の体積と採掘率（開発された鉱石の体積に対する採掘される鉱石の体積の比率）とすれば、企業は毎期ｄとｘを同時に決定する。ここで、企業は、通常、鉱床の上部から下部にむけて順に開発しなければならないことに注意しよう。Krautkraemer(1988, 1989)と同様、上から順に開発される鉱石は、どの一単位をとっても同一の品位分布をもつものと仮定する。すなわち、鉱床の断面図に描かれた品位分布は、任意の深度に対して同一であることが仮定される。鉱床の採掘率をｘにしたときに、任意のｄ一単位に含まれるメタル量をｆ（ｘ）とする。企業は、品位の高い部分から採掘するものと考えられるので、$f'(x)>0$ および $f''(x)<0$ を仮定する。採掘される鉱石の体積 V、そのメタル含有量 M、および利潤関数Πは、それぞれ次のように表される。

$V = dx$

$M = f(x)d$

$\Pi = Pf(x)d - C(x,d)$

ｘとｄは、それぞれ Krautkraemer(1988, 1989)モデルにおいてπｒ²とｌに対応しており、本研究でのモデルは、以下で述べる総費用関数を除けば、Krautkraemer(1988, 1989)モデルと本質的には同じである。ただし、ｒが鉱床の中心からの距離を表わすのに対して、ｘは採掘率を表わすことに注意する。ここでもｘを大きくすることが、cut-off 品位を下げることに対応している。以下での分析の前に、鉱山における基本ルールおよび、逆ルールを再度記述しておく。すなわち、

＜鉱山における基本ルール＞

$\frac{\dot{P}}{P}>0$、とくに、$\frac{\dot{P}}{P}-\delta>0$ のとき、$\dot{x}>0$。逆に、$\frac{\dot{P}}{P}<0$ のとき、$\dot{x}<0$。

＜逆ルール＞

$\frac{\dot{P}}{P}>0$、とくに、$\frac{\dot{P}}{P}-\delta>0$ のとき、$\dot{x}<0$。逆に、$\frac{\dot{P}}{P}<0$ のとき、$\dot{x}>0$。

すると、鉱山企業の直面する問題は、

$$MAX\int_0^T [Pf(x)d - C(x,d)]e^{-\delta t}dt$$

$$s.t.\quad \dot{D} = -d \tag{1}$$

D(0)は所与とし、すべてのｔにおいて、$d(t)\geq 0, D(t)\geq 0$ とする。ここで、Ｄ（ｔ）は、未開発の鉱石量（体積）を表しており、δは割引率を表わす。この問題の時価ハミルトニアン $\tilde{H}$ は次のように表される。

$$\tilde{H} = Pf(x)d - C(x,d) - \lambda d$$

MP 条件、PB 条件、横断面条件は、それぞれ、

（ＭＰ）

$$\Pi_x = Pf'(x)d - C_x(x,d) = 0 \tag{2}$$

$$\Pi_d = Pf(x) - C_d(x,d) - \lambda = 0 \tag{3}$$

（ＰＢ）

$$\dot{\lambda} = \delta\lambda. \tag{4}$$

（横断面条件）

$$\lambda(T)\geq 0\text{、かつ、}\quad e^{-\delta T}\lambda(T)D(T) = 0. \tag{5}$$

となる。ここで、$\lambda(t)$ は、未開発鉱石一単位のもつｔ時点の時価で評価されたシャドウ・プライスを表す。上の(2)－(4)式は、Krautkraemer(1988)の(15)－(17)式に対応し、上の(5)式は、Krautkraemer(1988)の(7)式に対応している。以上のＭＰ条件をｔで微分して結果を整理することで、Krautkraemer(1988)の(20)－(21)式に対応した次式を得る。すなわち、

$$\dot{x} = [(C_d\Pi_{xd} - C_x\Pi_{dd})\frac{\dot{P}}{P} + \lambda\Pi_{xd}(\frac{\dot{P}}{P}-\delta)]\frac{1}{\Gamma} \tag{6}$$

$$\dot{d} = [(-C_d\Pi_{xx} + C_x\Pi_{xd})\frac{\dot{P}}{P} - \lambda\Pi_{xx}(\frac{\dot{P}}{P}-\delta)]\frac{1}{\Gamma} \tag{7}$$

ここで、$\Gamma = \Pi_{xx}\Pi_{dd} - \Pi_{xd}{}^2$ で、利潤関数の凹性のために、$\Pi_{xx}<0$、$\Pi_{dd}<0$、かつ $\Gamma>0$。

いずれのルールが合理的となるかをみるには、Π_{xd}、$C_d\Pi_{xd} - C_x\Pi_{dd}$ と $-C_d\Pi_{xx} + C_x\Pi_{xd}$ の符号を検証する必要がある。以下では、$\Delta X = C_d\Pi_{xd} - C_x\Pi_{dd}$、$\Delta Y = -C_d\Pi_{xx} + C_x\Pi_{xd}$ と表し、利潤関数の凹性と矛盾しないΠ_{xd}、ΔX、ΔYの３つの符号において可能な組み合わせを検討する。

(a) $\Pi_{xd} > 0$のとき

このとき、明らかに$\Delta X > 0$となる。今、$\Delta Y < 0$と仮定する。すると、$\Delta X > 0$が、凹性の条件$\frac{\Pi_{xd}}{\Pi_{dd}} > \frac{\Pi_{xx}}{\Pi_{xd}}$に矛盾することがわかる。よって、$\Delta Y > 0$。

（b）$\Pi_{xd} < 0$のとき

$\Delta X < 0$と$\Delta Y < 0$が凹性の条件$\frac{\Pi_{xd}}{\Pi_{dd}} < \frac{\Pi_{xx}}{\Pi_{xd}}$と両立しないことがわかる。したがって、利潤関数の凹性と矛盾しないのは、次の３つのケースである。すなわち、($\Delta X > 0, \Delta Y > 0$)、($\Delta X > 0, \Delta Y < 0$)、($\Delta X < 0, \Delta Y > 0$)である。

次に、Π_{xd}、ΔXの符号と品位調整ルールとの関係を議論する。(6)、(7)式より、$\Delta X > 0$かつ、$\Pi_{xd} > 0$ならば、基本ルールが成立し、逆に、$\Delta X \le 0$かつ、$\Pi_{xd} < 0$ならば、逆ルールが経済的合理性をもつ。Krautkraemer(1988)は、$\Delta X \le 0$を逆ルールが経済的合理性をもつための十分条件であるとした。ここで、$\Delta X \le 0$ならば、$\Pi_{xd} < 0$となることに注意しよう。ところが、このことは基本ルールが経済的合理性をもつための十分条件が$\Pi_{xd} > 0$であることをも意味している。

ここでは次のようなCES型費用関数を考える。

$$C(x,d) = (a_1 x^{\frac{\rho}{\phi}} + a_2 d^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{1}{\rho}} \qquad (8)$$

ϕと$\frac{\rho}{\phi}$は、次のような経済的な意味をもつ。まず、ray scales economies (Bailey and Friedlaender(1982)論文)の概念を適用しよう。ray scales economiesは、もともと多数財生産企業における規模の経済を測る指標である。RAC(ray average cost)は、我々のコンテクストにおいては次のように定義することができる。すなわち、

$$RAC(Z) = \frac{C(tZ_0)}{t}$$

である。ここで、Zは投入ベクトル(x, d)で、Z_0は単位ベクトルである。すると、ray scales economies、Sは、投入要素に関する総費用の弾力性の逆数として次のように定義することができる。すなわち、

$$S = \frac{dt}{t}\Big/\frac{dC}{C} = \frac{C(tZ_0)}{t\frac{dC(tZ_0)}{dt}} = \frac{C(x,d)}{xMC_x + dMC_d}$$

ここで、$Z \equiv (x,d)$, $Z = tZ_0$, $MC_x \equiv \frac{\partial C}{\partial x}$, $MC_d \equiv \frac{\partial C}{\partial d}$である。もし、総費用関数がCESタイプの費用関数ならば、

$S = \phi$

となる。ϕと$\frac{dRAC}{dt}$の符号との間には次のような関係が存在する。すなわち、

$$\phi \begin{Bmatrix} > \\ < \end{Bmatrix} 1 \text{のとき、そしてそのときのみ} \frac{dRAC}{dt} \begin{Bmatrix} < \\ > \end{Bmatrix} 0$$

したがって、$\phi \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} 1$ならば、規模に関して$\begin{Bmatrix} \text{収穫逓減} \\ \text{収穫一定} \\ \text{収穫逓増} \end{Bmatrix}$となる。

次に、$\frac{\rho}{\phi}$は等費用曲線の曲率を決定する。このことをみるために等費用曲線の傾きを計算すると、

$$\frac{dd}{dx} = -\frac{a_1 x^{\frac{\rho}{\phi}-1}}{a_2 d^{\frac{\rho}{\phi}-1}} = -\frac{a_1}{a_2}(\frac{x}{d})^{\frac{\rho}{\phi}-1}$$

となる。$\frac{\rho}{\phi} - 1 < 0$ならば、等費用曲線は原点に対して凸となり、$\frac{\rho}{\phi} - 1 > 0$ ならば、等費用曲線は原点に対して凹となる。

さて、総費用関数のパラメータのもつ特性と鉱床内の品位分布の空間的秩序との関係を考えよう。図３－１と図３－２はともに鉱床の断面図を表わす。まず、図３－１のように品位が順序よく配置されている鉱床の場合、企業は、容易にある品位以上の鉱石を採掘することができる。このような場合、総費用関数は、採掘された鉱石量の関数として考えることがで

きる。

Krautkraemer(1988, 1989)は、費用関数として採掘された鉱石の指数関数を用いた。すなわち、

$$C(x,d)=(xd)^{\theta} \tag{9}$$

ただし、$\theta>1$ である。我々の費用関数(8)において、$\phi=\frac{a_1}{\theta}$ 、$a_1=a_2=\frac{1}{2}$ とし、さらに、$\rho\to 0$ とすれば、 Krautkraemer(1988, 1989)の費用関数を得ることができる。ここで、Krautkraemer(1988, 1989)が図３－１と同じ品位分布を仮定していることに注意しよう。

次に、図３－２に示すような、鉱床内の品位分布になんら秩序を見出せない鉱床において、cut-off 品位を高く（ｘを小さく）設定すると、採掘鉱石が地理的に散在してしまう。明らかに、散在したそれらの鉱石を選択的に採掘するのは効率的ではない。無秩序な鉱床内の品位分布は、総費用関数のパラメータのもつ特性に次のような影響を与える。第一に、等費用曲線の曲率を決定する $\frac{\rho}{\phi}$ が、(9)の総費用関数と比較して大きくなる。図３－３の二つの等費用曲線は、品位が規則正しく分布している鉱床と無秩序な品位分布をもつ鉱床のものである。同図において、二つの等費用曲線上の点はすべて同じ費用水準に対応している。また、二つの等費用曲線は、ｘが大きくなるにつれて接近することに注意しよう。

第二に、ray scale economies の指標であるφもまた、無秩序な品位分布をもつ鉱床タイプ（図３－２）の方が、空間的秩序のよい品位分布をもつ鉱床タイプ（図３－１）と比較して大きくなる（(9)においては、$\phi=\frac{1}{2\theta}$）。それもまた、無秩序な品位分布の下ではｘを大きくすると、採掘がより効率的になるという事実からくる。

以下では、(8)の費用関数について Π_{xd} 、ΔX 、ΔY の３つの符号を調べる。それらは簡単な計算ののちに次のように書くことができる。

$$\Pi_{xd}=(a_1x^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2d^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{1}{\rho}-2}a_1x^{\frac{\rho}{\phi}-1}\frac{1}{\phi d}[a_1x^{\frac{\rho}{\phi}}+(1-\frac{1}{\phi}+\frac{\rho}{\phi})a_2d^{\frac{\rho}{\phi}}]$$

$$\Delta X=(a_1x^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2d^{\frac{\rho}{\phi}})^{2(\frac{1}{\rho}-1)}a_1x^{\frac{\rho}{\phi}-1}a_2d^{\frac{\rho}{\phi}-2}\frac{\rho}{\phi^3}$$

$$\Delta Y=(a_1x^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2d^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{2}{\rho}-3}\frac{a_1}{\phi^2}x^{\frac{\rho}{\phi}-2}d^{-1}\{a_1^2x^{\frac{2\rho}{\phi}}+a_1a_2\frac{\rho}{\phi}x^{\frac{\rho}{\phi}}d^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2^2(\frac{\rho}{\phi}-1)d^{\frac{2\rho}{\phi}}\}$$

$$-Pdf_{xx}\frac{1}{\phi}(a_1x^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2d^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{1}{\rho}-1}a_2d^{\frac{\rho}{\phi}-1}$$

第一に、$\Pi_{xd}>0$ の一つの十分条件は、$1-\frac{1}{\phi}+\frac{\rho}{\phi}>0$ であることがわかる。また、$\lim_{\rho\to 0}\Pi_{xd}<0$ となることが、利潤関数が凹であることから従う。第二に、$\Delta X\geq 0$ が成立し、さらに、$\lim_{\rho\to 0}\Delta X=0$ となることも容易に確認できる。したがって、Krautkraemer(1988)が提示した基本ルールの逆が経済的合理性をもつための十分条件は等号でのみ成立する。これは、Krautkraemer(1988)論文の(22)式とも一致する。最後に、$\Delta Y>0$ の十分条件は、$\frac{\rho}{\phi}-1>0$ であることがわかる。

逆ルールの経済的合理性は、直感的には図３－４を用いて次のように説明することができる。今、鉱床が秩序だった品位分布をもつものと仮定する。すると、我々は Krautkraemer タイプの費用関数(9)を用いることができる。図３－４には、Krautkraemer タイプの費用関数をもとに二つの等費用曲線 C(x,d)=C* と C(x,d)=C**が描かれている。また、同図には、二つの等収入曲線 RV(x,d)=RV と RV(x,d)=RV**も描かれている[1]。明らかに C*<C** かつ RV*<RV**である。今、ｔ時点において企業は点Ａで操業しており、かつ、Δｔ後に価格が上昇すると予測されており、さらに、Δｔ後に企業は点Ａから点Ｂあるいは点Ｃに生産をシフトすることができるものとする。点Ａから点Ｂ（点Ｃ）へのシフトは、企業が逆ルール（基本ルール）に従うことを意味する。$\frac{\rho}{\phi}$ が小さいために、点Ｂにおいて得られる利潤は点Ｃで得られる利潤よりも大きい。また、ray scale economies、φが小さいことも（$\phi=\frac{1}{2\theta}<0.5$）、点Ｂへのシフトを有利にしている。よって、このとき企業は点Ｃよりも点Ｂを好む。

他方、基本ルールの経済的合理性は同様に図３－５によって説明することができる。今度

[1] 収入関数 Pf(x)d が厳密に準凹であることを示すことができる。したがって、等収入曲線は原点に対して凸である。また、最適な経路上では、等費用曲線の傾きの絶対値が等収入曲線の傾きの絶対値よりも大きいことも示すことができる(付録 7をみよ)。

は無秩序な品位分布をもつ鉱床を考えよう。すると、$\frac{\rho}{\phi}$とφがともに大きいと考えることができる。今、t時点において企業は点A’[2]で操業しており、かつ、Δt後に価格が上昇すると予測されており、さらに、Δt後に企業は点A’から点B’あるいは点C’に生産をシフトすることができるものとする。点A’から点B’（点C’）へのシフトは、企業が逆ルール（基本ルール）に従うことを意味する。$\frac{\rho}{\phi}$が大きいために、点C’において得られる利潤は点B’で得られる利潤よりも大きい。元来、生産の北東方向へのシフトは総費用をかなり押し上げる傾向がある。ところが、この場合、ray scale economies、φが比較的大きいので、生産の北東方向へシフトさせても総費用はそれほど上昇しない。したがって、点C’へのシフトが最適となる。

第３節 数値シミュレーション

ここでは、第 2 節の一般化された品位調整モデルを離散時間モデルに再定式化し、基本ルールの逆のルールに従うのが経済的合理性をもつケース（Krautkraemer タイプの鉱山）と基本ルールが経済的合理性をもつケース（鉱床内での品位分布が無秩序な鉱山）のそれぞれに対して数値例を与える。

離散時間の文脈においては、鉱山の品位調整問題は次のように定式化される。

$$MAX\sum_{t=0}^{T-1}\Pi(x_t,d_t)(\frac{1}{1+\delta})^t+(\frac{1}{1+\delta})^T\Pi(x_T,D_T)$$

s.t.

$$D_{t+1}-D_t=-d_t$$

ここで、D_0は所与とする。すると、必要条件は以下のように表される。

$$\frac{\partial\Pi(x_t,d_t)}{\partial x_t}=0 \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial\Pi(x_t,d_t)}{\partial d_t}-\frac{1}{1+\delta}\lambda_{t+1}=0 \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad (11)$$

2 （MP）条件(2)、(3)は点D’においては満たされないことを示すことができる（付録 8をみよ）。

$$\frac{1}{1+\delta}\lambda_{t+1}-\lambda_t=0 \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad (12)$$

$$D_{t+1}-D_t=-d_t \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad (13)$$

$$\lambda_T=\frac{\partial\Pi(x_T,D_T)}{\partial D_T} \qquad (14)$$

$$\frac{\partial\Pi(x_T,D_T)}{\partial x_T}=0 \qquad (15)$$

利潤関数として、次の二つを考える。

$$\Pi_1(x_t,d_t)=P_t x_t^{1/2}d_t-g_1(x_t d_t)^\theta \qquad (16)$$

$$\Pi_2(x_t,d_t)=P_t x_t^{1/2}d_t-g_2(a_1 x_t^{\frac{\rho}{\phi}}+a_2 d_t^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{1}{\rho}} \qquad (17)$$

ここで、T，D_0，g_1，g_2，θ，a_1，a_2，ρ，φはパラメータで、それらを次のように設定する。

T=10，D_0=3，g_1=60，g_2=30，θ=1.2，a_1=0.2，a_2=0.8，ρ=1，φ=0.56

Π_1は、Krautkraemer タイプの費用関数を用いており、そのもとでは基本ルールの逆が経済的合理性をもつ。Π_2は、上のように設定されたパラメータのもとでは、基本ルールが経済的合理性をもつための十分条件$1-\frac{1}{\phi}+\frac{\rho}{\phi}>0$を満たしている。また、以下では、外生的に与えられる価格経路を次のように与える。

$$P_t=25+5*\sin t$$

Π_1をもとにしたシミュレーションをケース１とし、Π_2をもとにしたシミュレーションをケース２とし、それらの計算結果をプロットしたのが、図３－６と図３－７である。前節における考察によって推察されたように、ケース１では、基本ルールの逆のルールに従った品位調整が、ケース２では、基本ルールに従った品位調整がそれぞれ行われているのがわかる。

第４節 ＭＩＳデータによる理論結果の検証

ここでは、第２節において得られた理論結果を、アメリカ、カナダ、チリ、日本、オーストラリア、ザイール、ザンビアの銅鉱山のデータ（ＭＩＳをもとに作成）を用いて検証する。図３－８は 1970 年から 1992 年の銅価格を表わしている。同図からこの期間の銅価格は、短

期的には上昇と下降を繰り返しながらも全体的に低下傾向を示していることがわかる。アメリカ、カナダ、チリ、ザイール、ザンビア、日本、オーストラリアの５１の銅鉱山について、各年の銅価格とその年の出鉱平均品位の時系列データをプロットした。理論的には、それら５１鉱山において得られるサンプル結果は次の３つのグループに分類される。

（１）逆ルール（$\Pi_{xd} < 0$、$\Delta X = 0$）と弱い意味での逆ルール（$\Pi_{xd} < 0$、$\Delta X > 0$、$\Delta X + \lambda\Pi_{dx} < 0$）

(6)式を変形すると、

$$\dot{x} = [(\Delta X + \lambda\Pi_{xd})\frac{\dot{P}}{P} - \delta\lambda\Pi_{xd}]\frac{1}{\Gamma}$$

(－)　　　(+)

となる。

逆ルールと弱い意味での逆ルールは実証段階では識別不可能なので、ここではそれらを一つのグループに入れる。$\Delta X + \lambda\Pi_{dx} < 0$ なので、短期的な価格の変動に対して出鉱平均品位は価格と同じ方向に動く。ところが、$-\delta\lambda\Pi_{xd} > 0$ なので、長期的な性向として出鉱平均品位は低下傾向をもつ。また、1970-1992 年の実際の銅価格は長期的な低下傾向をもつ。したがって、このタイプの鉱山について出鉱平均品位と価格の時系列データをプロットするならば、図３－９のような結果が得られるはずである。

（２）弱い意味での基本ルール（$\Pi_{xd} < 0$、$\Delta X > 0$、$\Delta X + \lambda\Pi_{dx} > 0$）

$$\dot{x} = [(\Delta X + \lambda\Pi_{xd})\frac{\dot{P}}{P} - \delta\lambda\Pi_{xd}]\frac{1}{\Gamma}$$

(＋)　　　(+)

この場合、$\Delta X + \lambda\Pi_{dx} > 0$ なので、短期的な価格の変動に対して出鉱平均品位は逆行する。ところが、$-\delta\lambda\Pi_{xd} > 0$ なので、長期的な性向として出鉱平均品位は低下傾向をもつ。また、1970-1992 年の実際の銅価格は長期的な低下傾向をもつ。したがって、このタイプの鉱山について出鉱平均品位と価格の時系列データをプロットするならば、図３－１０のような結果が

得られるはずである。

（３）基本ルール（$\Pi_{xd} > 0$、$\Delta X \geq 0$）

$$\dot{x} = [(\Delta X + \lambda\Pi_{xd})\frac{\dot{P}}{P} - \delta\lambda\Pi_{xd}]\frac{1}{\Gamma}$$

(＋)　　　(－)

$\Delta X + \lambda\Pi_{dx} > 0$ なので、短期的な価格の変動に対して出鉱平均品位は逆行する。ところが、$-\delta\lambda\Pi_{xd} < 0$ なので、長期的な性向として出鉱平均品位は上昇傾向をもつ。また、1970-1992 年の実際の銅価格は長期的な低下傾向をもつ。したがって、このタイプの鉱山について出鉱平均品位と価格の時系列データをプロットするならば、図３－１１のような結果が得られるはずである。

前節では、逆ルールは、鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい鉱山において経済的合理性をもち、基本ルールは、鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い鉱山において経済的合理性をもつ品位調整ルールであることが示された。したがって、前節で得られた理論結果を検証するには、鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい鉱山において図３－９のタイプのサンプルが多く得られ、かつ、鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い鉱山において図３－１０あるいは図３－１１のタイプのサンプルが多く得られることを確かめればよい。

ところが、ＭＩＳデータには、個々の鉱山の鉱床内における品位分布の空間的秩序に関する直接的なデータは含まれていない。そこで、鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい鉱山とは、鉱石の品位サンプルのＣＯＶ(Coefficient of variation)が小さく、かつ、鉱床が褶曲、断層などの影響をほとんど受けていないために鉱床の形状（deposit geometry）が単純であるような鉱山として考える。逆に、鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い鉱山とは、鉱石の品位サンプルのＣＯＶが大きく、かつ、鉱床が褶曲、断層などの影響を頻繁に受けてきたために鉱床の形状（deposit geometry）が複雑であるような鉱山として考える。ここで、鉱石の品位サンプルのＣＯＶは、標準偏差をサンプル平均（平均品位）で割ったものである。次に、図３－１２は、横軸と縦軸にそれぞれ、ＣＯＶと鉱床の形状（deposit geometry）の複雑さを選んでおり、それによってある鉱床の品位分布の空間的秩序について

判断が可能となる。同図には、斑岩鉱床（porphyry）、化学的堆積型鉱床（sedimentary/chemical）、スカルン鉱床（skarn）、噴気鉱床（exhalation）という代表的な鉱床タイプをプロットしている。それによれば、斑岩鉱床（porphyry）および化学的堆積型鉱床（sedimentary/chemical）タイプは、鉱床内の品位分布の空間的秩序がよく、それに対して、スカルン鉱床（skarn）、噴気鉱床（exhalation）タイプは、鉱床内の品位分布の空間的秩序が悪い。結局、データによって次のことが確かめられればよいことがわかる。すなわち、斑岩鉱床（porphyry）および化学的堆積型鉱床（sedimentary/ chemical）タイプにおいては、図３－９の逆ルールに従う鉱山が多く、他方、スカルン鉱床（skarn）、噴気鉱床（exhalation）タイプにおいては、図３－１０あるいは図３－１１の基本ルールに従う鉱山が多い。

まず、アメリカ、カナダ、チリ、ザイール、ザンビア、日本、オーストラリアの５１の銅鉱山について、各年の銅価格と採掘鉱石の平均品位の時系列データをプロットした。次に、その結果を鉱床タイプごとに、図３－９の逆ルール（および弱い意味での逆ルール）、図３－１０の弱い意味での基本ルール、図３－１１の基本ルール、およびその他の四つのグループに分類した。図３－１３、図３－１４は、逆ルールのタイプを示す代表的な銅鉱山の時系列データである。また、図３－１５、図３－１６は、弱い意味での基本ルールのタイプを示す代表的な銅鉱山の時系列データであり、図3－１７、図３－１８は、基本ルールのタイプを示す代表的な銅鉱山のものである。表３－１～表３－５は、それらの分類結果である。理論結果が予測したとおり、鉱床内の品位分布の空間的秩序が一般的によいとされる斑岩鉱床（porphyry）および化学的堆積型鉱床（sedimentary/ chemical）タイプの鉱山の多くは、逆ルール（あるいは、弱い意味での逆ルール）として分類され、鉱床内の品位分布の空間的秩序が一般的に悪いとされるスカルン鉱床（skarn）、噴気鉱床（exhalation）タイプの鉱山の多くは、基本ルール、あるいは弱い意味での基本ルールとして分類された（表３－５）。

ここで、図３－１３～図３－１８をみると、どのタイプに属する銅鉱山においても、外生的ショック（ここでは、二度の石油ショック）の生じた、1973-1974年と1979-1980年においては、出鉱平均品位が下がっている（基本ルールが成立している）ことに注意する。したがって、将来の予想価格経路全体の予測不可能なシフトに対して、基本ルールが経済的合理性

をもつというKrautkraemer(1988, 1989)論文の得た結論は、データによって支持されるものと考えられる。

第５節 結論

完全予見のもとでの、鉱山における最適な品位調整ルールについて考察を行った。その結果、次の理論的結果を得た。

・鉱床内の品位分布が規則正しい場合、基本ルールに従った品位調整が経済的合理性をもつ。

・鉱床内の品位分布が無秩序である場合、基本ルールの逆のルールに従った品位調整が経済的合理性をもつ。

さらに、以上の結論は、第３節のシミュレーション結果とも一致する。

実際の金属鉱山においては、基本ルールと逆ルールという二つの相反する品位調整ルールがともに実践されている。第４節では、ＭＩＳデータを用いて、アメリカ、カナダ、チリ、ザイール、ザンビア、日本、オーストラリアの銅鉱山について、第２節で得られた理論結果を検証した。その結果、上述の理論結果はデータによっておおむね支持されていることが確かめられた。

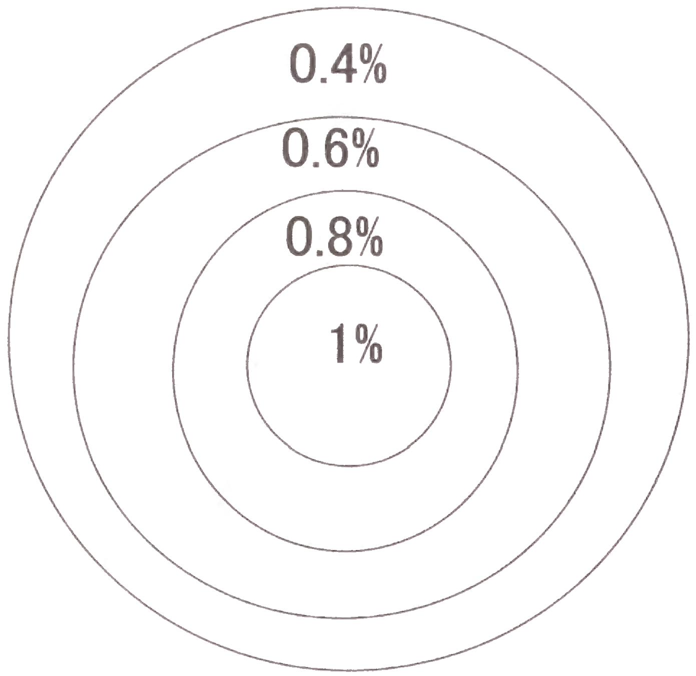


図3-1

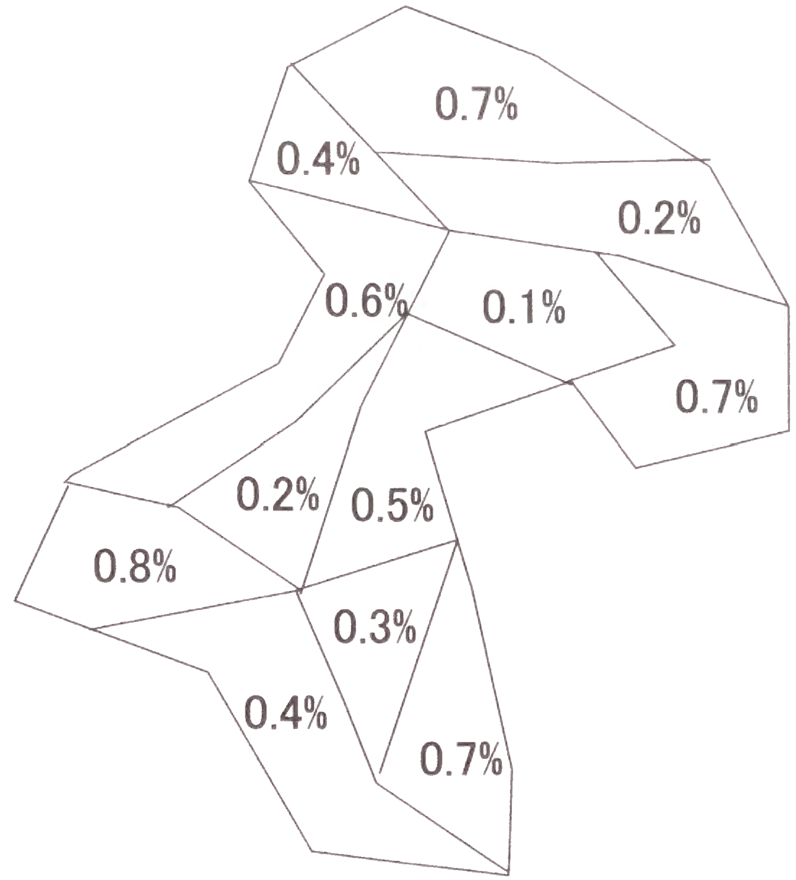


図3-2

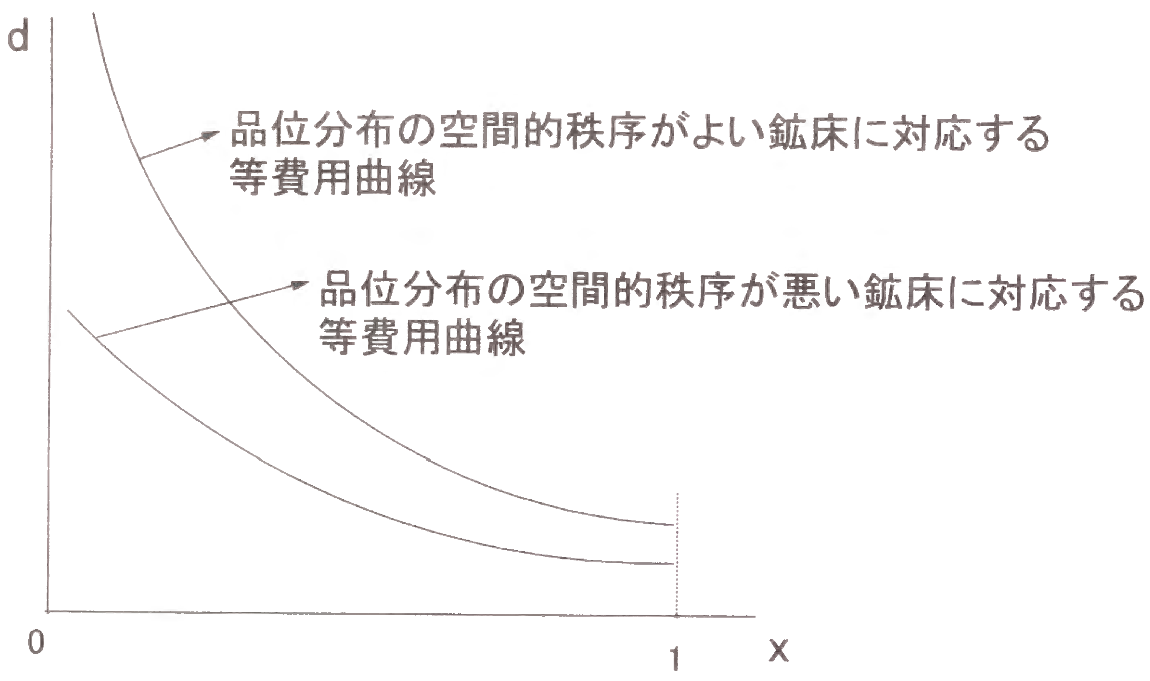

d
品位分布の空間的秩序がよい鉱床に対応する
等費用曲線
品位分布の空間的秩序が悪い鉱床に対応する
等費用曲線
0
1
x

図3-3

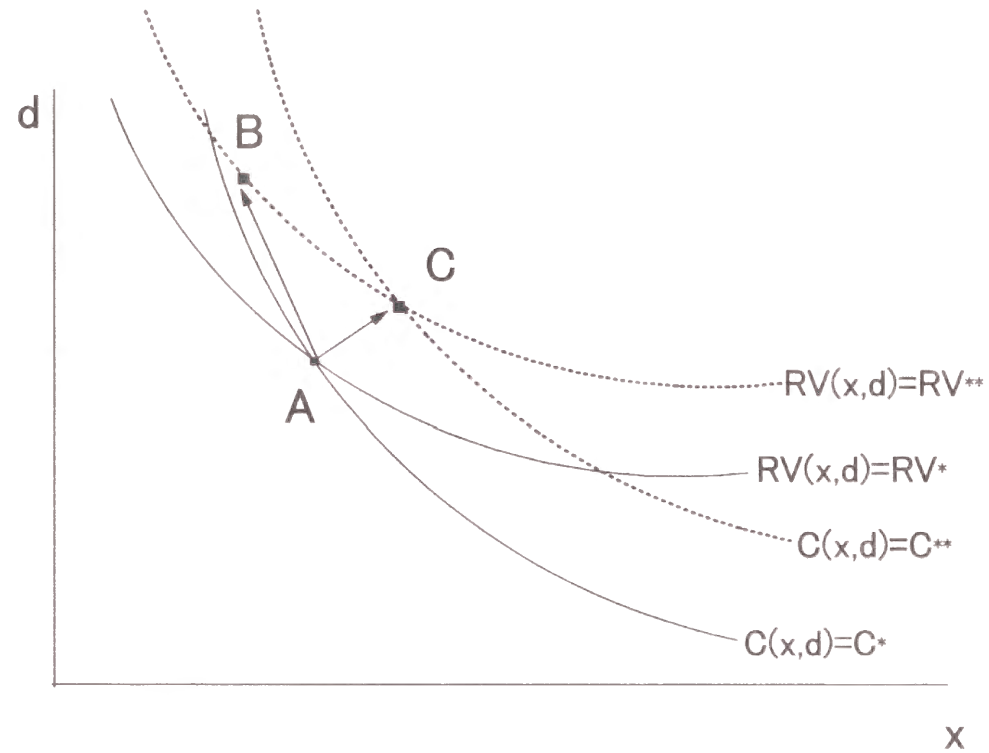

d
B
C
A
RV(x,d)=RV**
RV(x,d)=RV*
C(x,d)=C**
C(x,d)=C*
x

図3-4

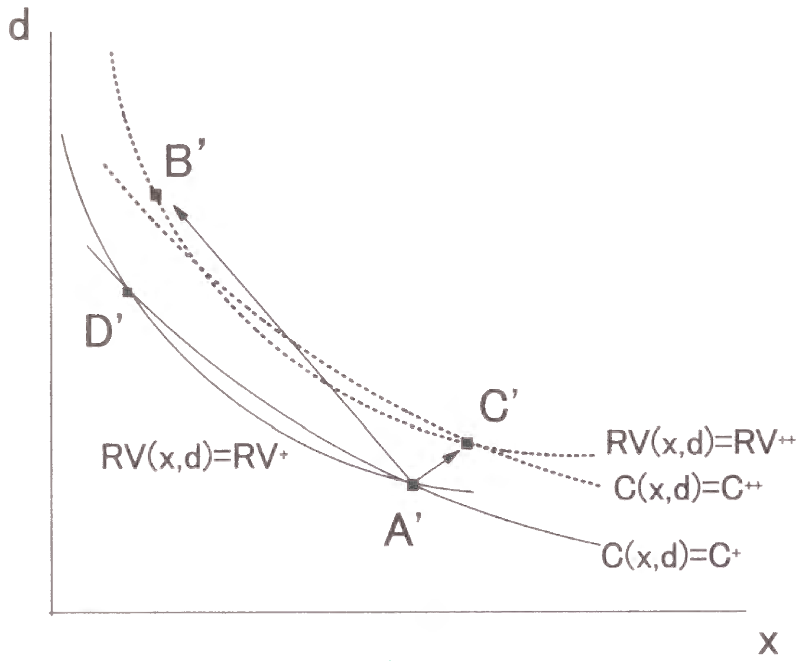


図3-5

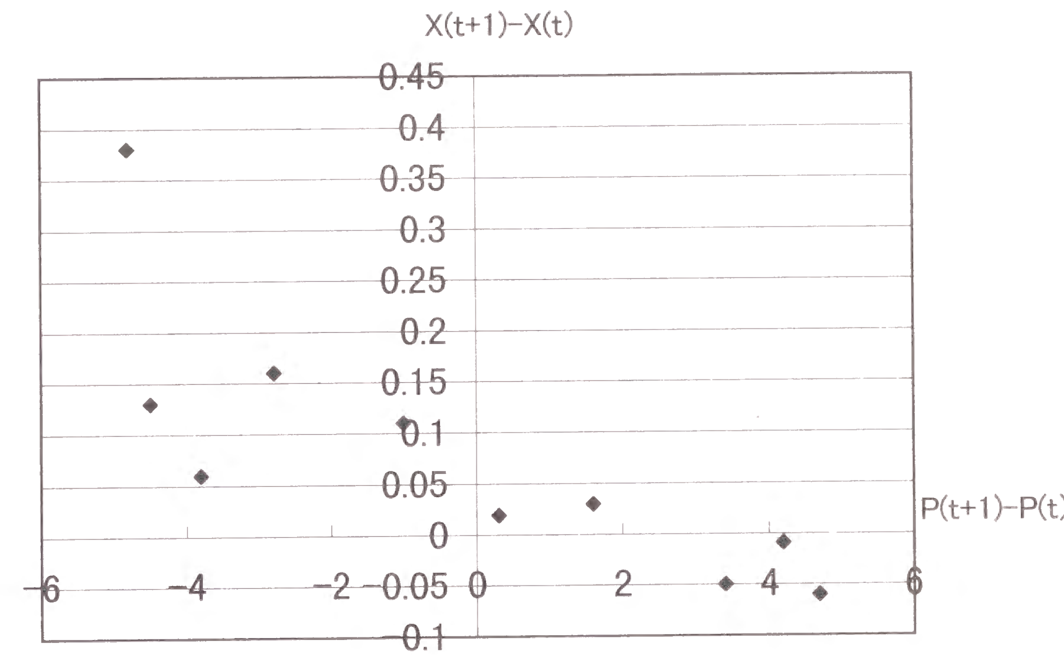


図3-6　ケース1：品位分布の空間的秩序がよい鉱床タイプのもつ費用関数と逆ルールに従った品位調整

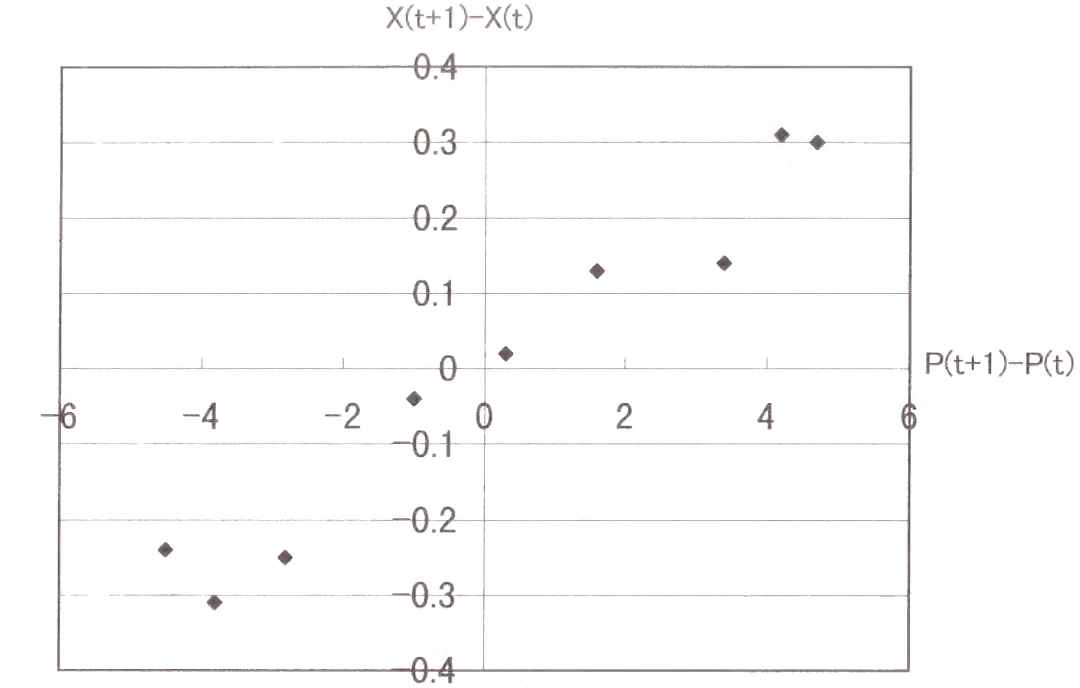


図3-7　ケース2：品位分布の空間的秩序が悪い鉱床タイプのもつ費用関数と逆ルールに従った品位調整

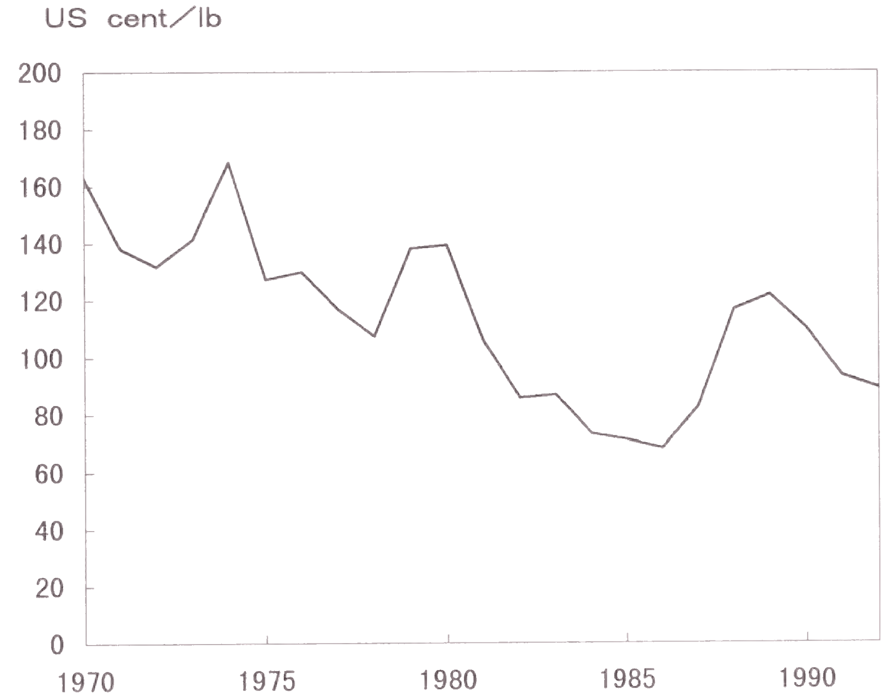


図3-8　1987年を基準とした1970-1992年の銅価格

（出典）Metal Prices in the United States through 1991, Metal Commodity Summaries

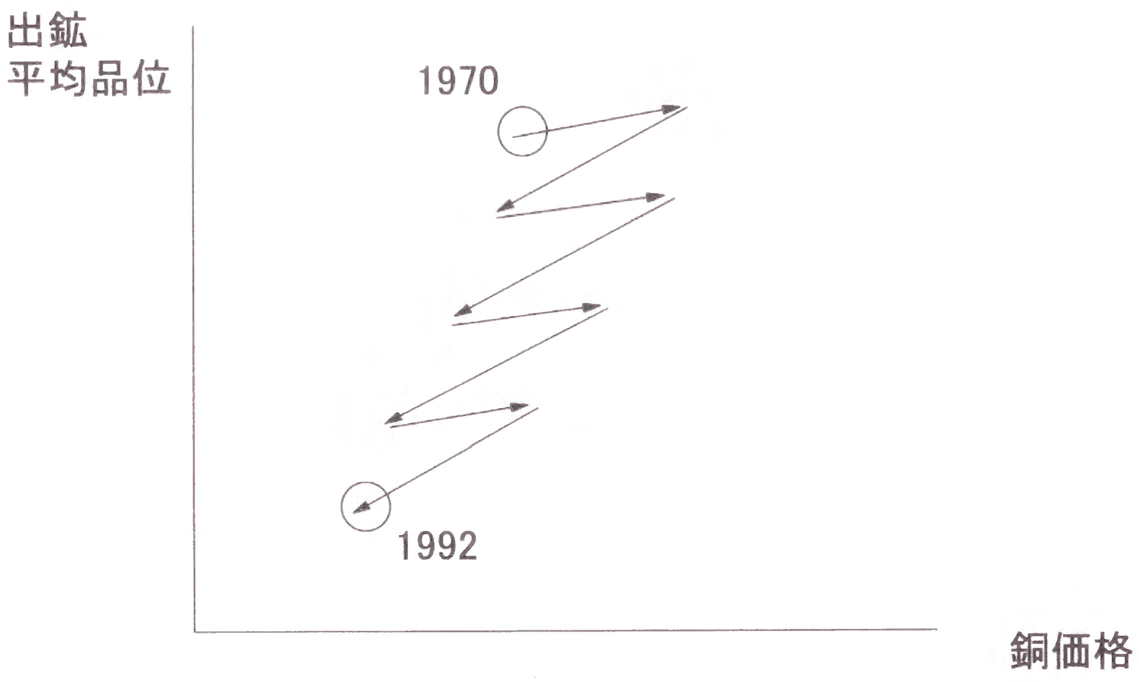


図3-9 逆ルール

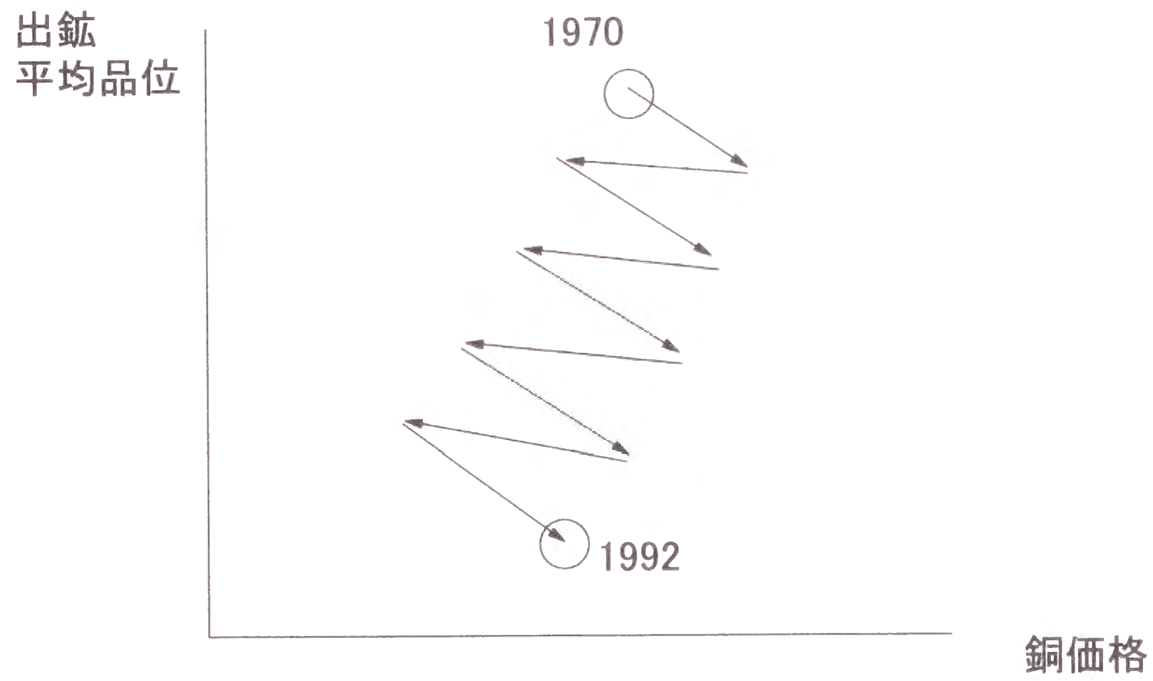


図3-10 弱い基本ルール

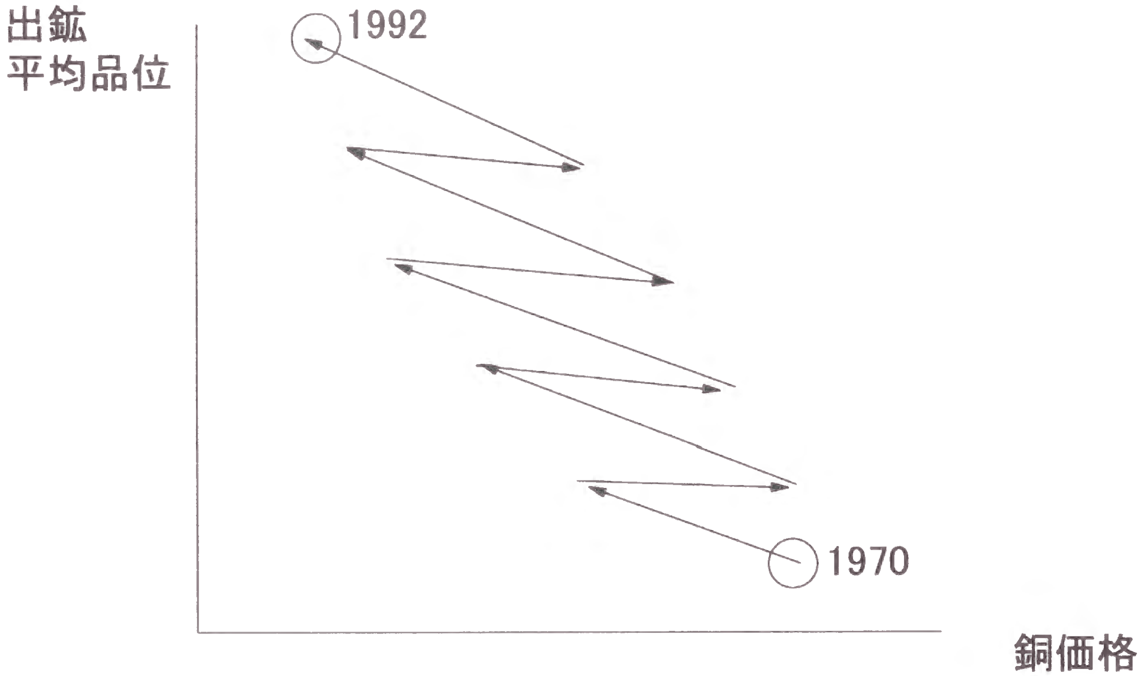


図3-11 基本ルール

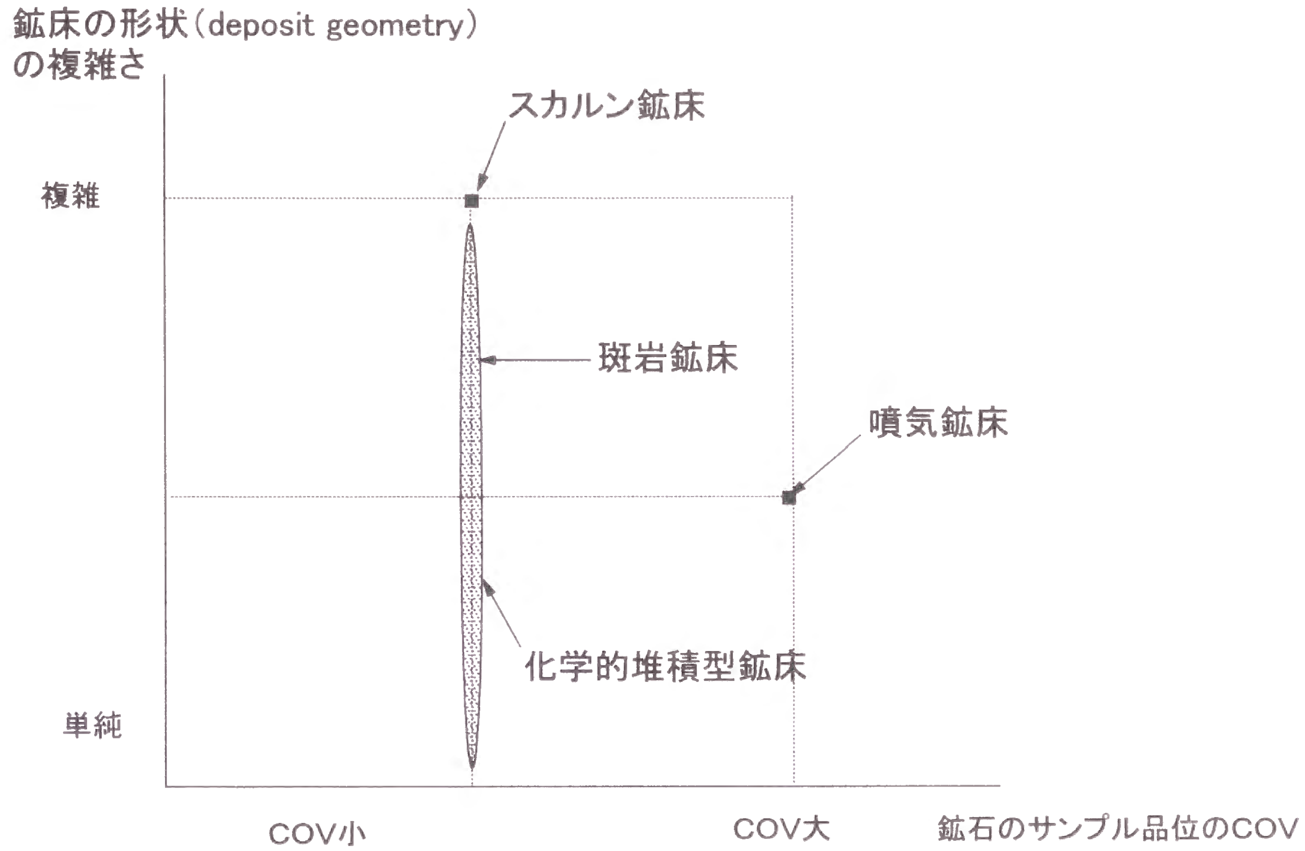


図3-12

（注）SME Mining Engineering Handbook Vol.1(1992, Table 5.6.1, p.359)をもとに作成した。参照したTable 5.6.1には、化学的堆積型鉱床に関する情報は含まれていない。ところが、化学的堆積型鉱床は、水中で化学的に沈澱した堆積型鉱床であり、連続的な鉱化によって生成したものと期待できるので、化学的堆積型鉱床については、鉱石の品位サンプルのCOVは比較的小さいものと判断した。

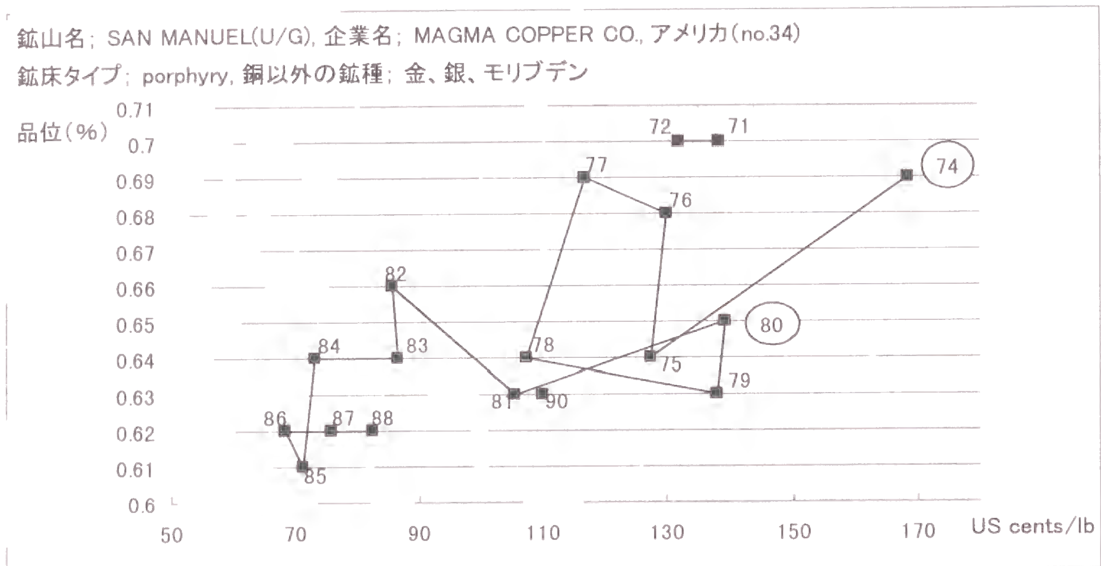


図3－13　採掘鉱石の平均品位（逆ルール）

(注) ○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

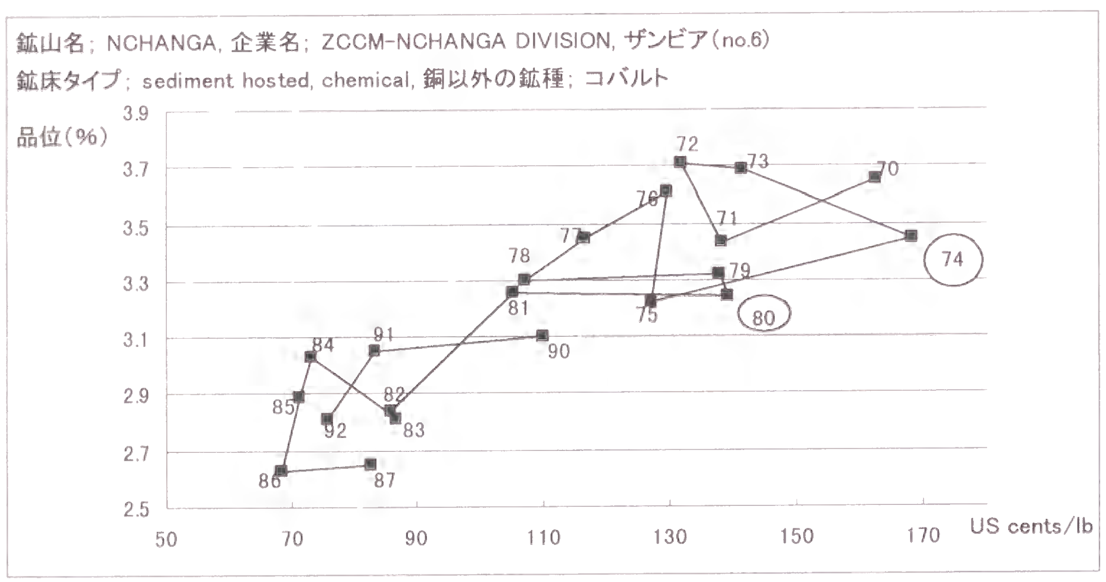


図3－14　採掘鉱石の平均品位（逆ルール）

(注) ○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

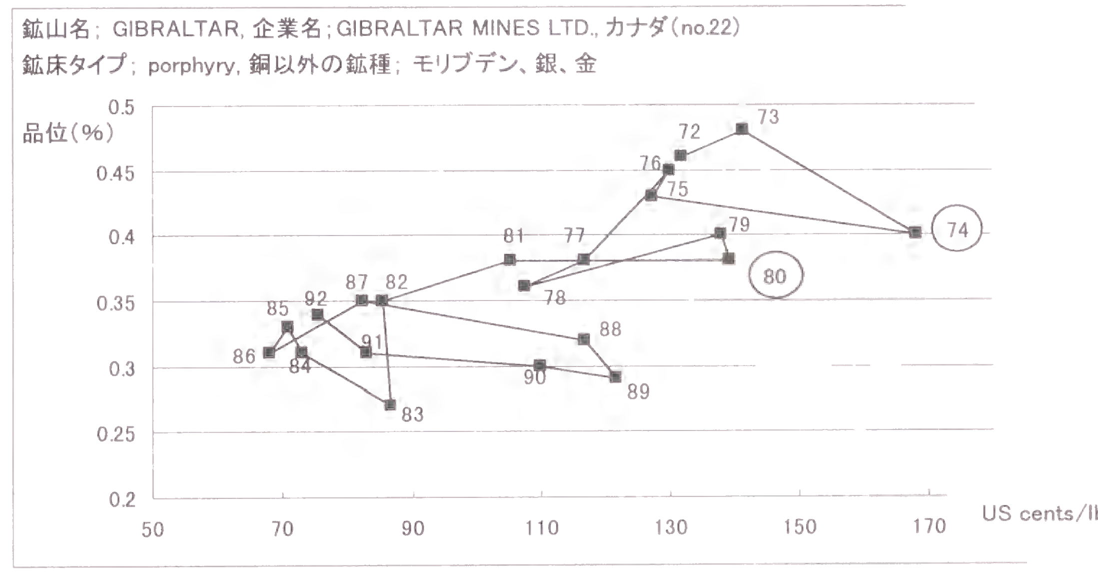


図3－15　採掘鉱石の平均品位（弱い基本ルール）

(注) ○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

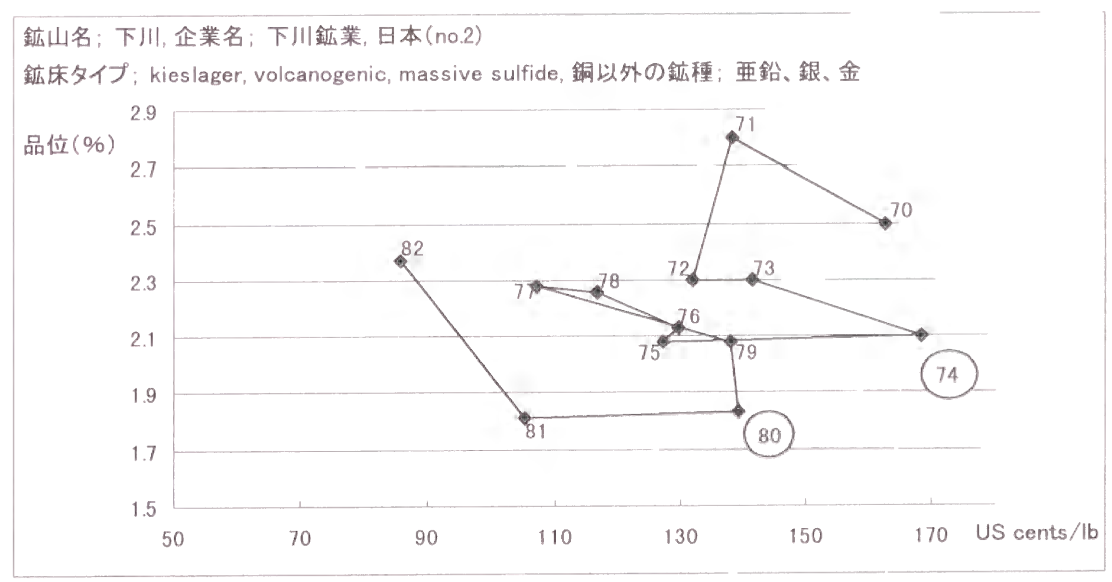


図3－16　採掘鉱石の平均品位（弱い基本ルール）

(注) ○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

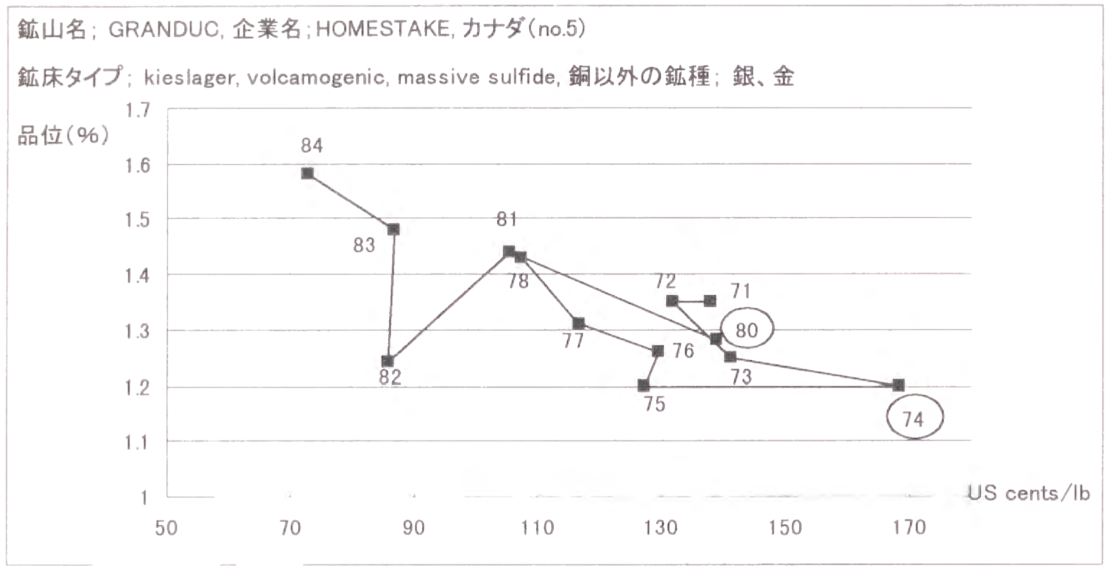


図3－17　採掘鉱石の平均品位（基本ルール）

（注）○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

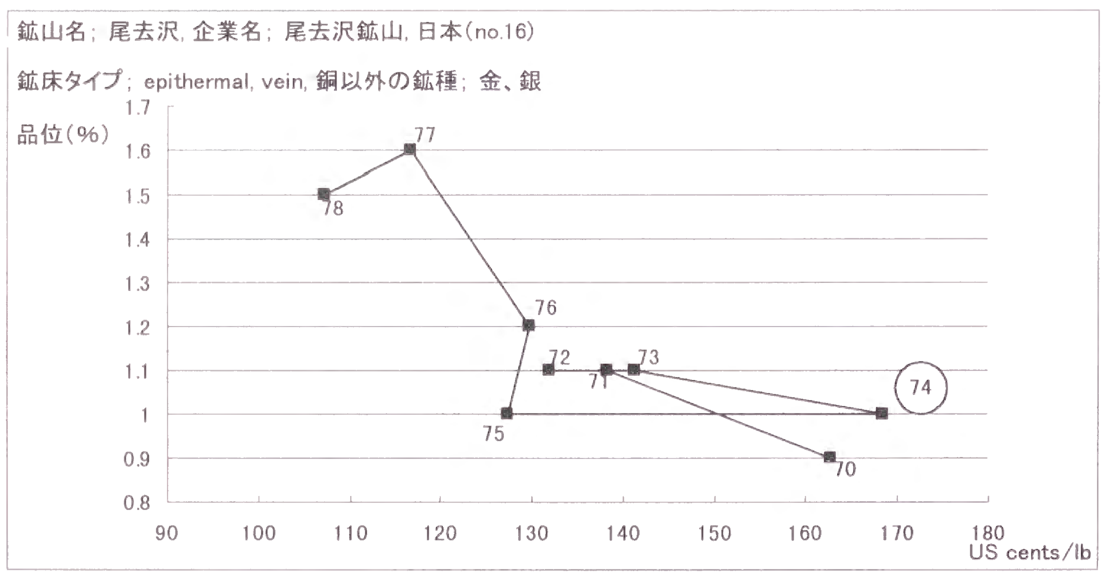


図3－18　採掘鉱石の平均品位（基本ルール）

（注）○で囲まれた年号は、外生的ショック（73-74 年；第一次石油ショック、79-80 年；第二次石油ショック）を表わす。

表3－1　各鉱床タイプと品位調整ルール（アメリカ、カナダ）

	逆ルール	弱い基本ルール	基本ルール	その他
斑岩鉱床	１０（3）	8（4）	0	4（0）
化学的堆積型鉱床	0	0	0	0
噴気鉱床	0	0	2（2）	1（1）
スカルン鉱床	0	1（0）	0	0

（注）カッコ（ ）は、そのうちのカナダの占める数を表わす。

表3－2　各鉱床タイプと品位調整ルール（チリ）

	逆ルール	弱い基本ルール	基本ルール	その他
斑岩鉱床	2	0	0	0
化学的堆積型鉱床	0	0	0	0
噴気鉱床	0	0	1	0
スカルン鉱床	0	0	0	1

表3－3　各鉱床タイプと品位調整ルール（ザイール、ザンビア）

	逆ルール	弱い基本ルール	基本ルール	その他
化学的堆積型鉱床	8（6）	4（3）	0	3（0）

（注）カッコ（ ）は、そのうちのザンビアの占める数を表わす。

表3－4　各鉱床タイプと品位調整ルール（日本、オーストラリア）

	逆ルール	弱い基本ルール	基本ルール	その他
斑岩鉱床	0	0	0	0
化学的堆積型鉱床	0	0	0	0
噴気鉱床	0	1（0）	2（2）	0
スカルン鉱床	0	1（0）	1（0）	1（0）

（注）カッコ( )は、そのうちのオーストラリアの占める数を表わす。

表3－5　各鉱床タイプと品位調整ルール（合計）

	逆ルール	弱い基本ルール	基本ルール	その他
斑岩鉱床	１２	8	0	4
化学的堆積型鉱床	8	4	0	3
噴気鉱床	0	1	5	1
スカルン鉱床	0	2	1	2

（注）

亜鉛が銅の２倍以上生産されている鉱山はサンプルから排除した。また、in situ leaching によって採掘された鉱山も次の理由によってサンプルから外した。すなわち、in situ leaching は、地上から地下の鉱床に対して、液体を流し込み、その液体に溶け出した金属を液体ごと地下から回収する採掘方法で、本章で想定された採掘方法とは根本的に異なるからである。なお、in situ leaching による採掘では、採掘品位を自由に制御することはできない。

第４章 金属資源の価格形成メカニズムとその銅価格への適用

第１節 はじめに

第２章と第３章が、金属資源価格の動向が非同質的鉱山企業の意思決定にどのような影響を与えるかについて考察を行ったのに対して、本章は、そのような企業による意思決定が金属資源の価格形成にどのようにフィードバックするかについて考察を行う。とくに第２章で考察された鉱山の開山・閉山に関する意思決定がどのように金属資源の価格形成メカニズムに反映されるかを中心に考察する。

従来、Jolly（1985, 1991）や MacAvoy（1988）に代表される鉱山関係者によって、上昇と低下を繰り返す金属資源の価格動向は、その各々の時点に起こった、最も影響力の大きいと思われる外生的ショック（戦争・好景気など需要に大きな影響を及ぼす外生的要因）のみに帰着させて説明されてきた。一方、資源経済学における金属資源の価格形成に関する理論研究では、第１章第２節で述べたように、Cairns and Lasserre（1986）論文によって分析された。ここで再度、彼らによって得られた結論を繰り返しておく。すなわち、需要関数は時間とともに不変という仮定をおくと、現在稼動している鉱山の生産量は、その資源ストックの減少とともに減少し、それが金属資源価格の上昇をもたらす。そのとき起こる価格の上昇は、今度は未開発鉱山の開山を誘発するが、それら新規に開山した鉱山の生産規模の拡張は、稼動鉱山の資源ストックが枯渇してから後も続く場合がある。そのとき金属資源価格は低下局面を迎える。

Cairns and Lasserre（1986）をはじめとする資源経済学者は、鉱山関係者がもっとも重視した外生的ショックを不可測で一時的な価格変化として分析の対象から外した。本章第２節では、外生的ショックを重視する鉱山関係者と Cairns and Lasserre（1986）をはじめとする資源経済学者の見方を融合的に取り入れた金属資源価格メカニズムを提示し、第３節において、そのような金属資源価格形成メカニズムを第二次世界大戦後の銅価格の動向をもとに検証する。

第２節 金属資源の価格形成ダイナミクス

Cairns and Lasserre(1986)論文における主要な仮定は、完全予見、投資制約（単位時間あたりに行うことができる投資額には上限が存在する)、鉱山間での品位格差である。本章では、鉱山関係者が重視する外生的ショックを取り入れるために、完全予見の仮定を除外する。

鉱山における投資制約を仮定①とし、生産量の時間経路（仮定②）に関する仮定を追加する。生産量の時間経路についての仮定（仮定②）によって示される生産経路（図４－１）は、仮定①の下では最適な生産経路となることがCampbell(1980)によって示された。したがって、仮定②は、仮定①から導かれる最適な結果であるが、以下の議論においてきわめて重要なので独立した仮定として明記する。

仮定②（各鉱山における生産量の時間経路に関する仮定)：生産規模の拡張、あるいは閉山（未採掘鉱石を残したままの自発的な閉山）を行わない場合の各鉱山における生産経路として、図４－１の固定された基本生産経路を仮定する。

鉱山にとってもっとも理想的な状況は、開山当初から最適な生産水準（基本生産経路における最大生産量）で生産を行うことである。ところが、仮定①のために生産量が最適な水準に達するまでに通常６-７年を要する。また、最適な水準から閉山にいたるまで通常１-２年かかる。

以上の二つの仮定をもとに、稼働鉱山と未開発鉱山（開山待ちの鉱山）のもつ最適な政策を考えよう。第２章より、平均採掘費用が小さければ開山価格も低いので、稼動鉱山は平均採掘費用が小さい順に開山していることに注意する。稼働鉱山のとりうる政策のうち、生産規模の拡張と閉山は、それぞれ、第２章の第４節と第２節でみたように、価格水準、残存採掘年数および平均採掘費用に依存する。まず、価格水準が比較的高い水準まで上昇し、かつ、残存採掘年数が比較的大なる鉱山にとっては、生産規模拡張プロジェクトの実行が最適政策となる。図４－１において、基本生産経路の上に描かれた拡張生産経路が生産規模拡張プロジェクトからの追加的な生産量を表している。逆に、価格が低迷しており、かつ、残存採掘年数の少ない鉱山にとっては、閉山が最適政策となる。

また、稼動鉱山のとりうる政策には、第３章でみたように、採掘鉱石の品位調整も含まれる。第３章の結論とKrautkraemer(1988,1989)論文によって得られた結論を統合すると次のようになる。すなわち、予測可能な価格変化に対しては、基本ルールに従う鉱山と逆ルールに従う鉱山の二つのタイプが存在するが、krautkraemer(1988,1989)のいう、「予測不可能な価格変化」に対しては、基本ルールが経済的合理性をもつ。

次に、未開発鉱山の最適な政策を考えよう。価格の上昇が、残存採掘年数や平均採掘費用などに依存して決められる臨界価格を超える場合にのみ、開山プロジェクトの実行が最適な政策となる。開山プロジェクトの実行に必要とされる価格水準は、生産規模拡張プロジェクトの実行に必要とされる価格水準よりも高い。というのは、すでに開山している稼動鉱山の平均採掘費用は、未開発鉱山のそれと比較して小さいので、追加的生産規模の拡張費用は、残存採掘年数がそれほど少なくなければ、未開発鉱山の開山価格よりも低いからである。付録７は、数値例としてそのような例を提示している。そのために、鉱業全体としてみると、価格の上昇に対して開山プロジェクトのブームは、拡張プロジェクトのブームよりも遅れて始まる。また、そのために価格の上昇幅が小さい時には、大きなリスクを伴う開山プロジェクトは敬遠されて、拡張プロジェクトのみが実行されることもありうる。以上の稼働鉱山と未開発鉱山の最適政策について整理したのが図４－２である。

以下では、外生的ショック（例えば、戦争や世界的な好・不景気）を中心に金属資源の価格形成メカニズムを考える。ここで、外生的ショックとは、需要曲線全体が上方あるいは下方にシフトすることとして定義する。

次に、そのように定義した外生的ショックによって資源価格が変動する場合を三つのケースに分け、さらに、各々のケースについて、外生的ショックによる価格変化がもたらす様々な履歴効果について分析する。

ケース１）外生的ショックによって大きな需要が創出される（需要曲線が上方に大きくシフトする）場合を考える。このとき生じる価格の高騰は、残存採掘年数の比較的大なる稼働鉱山および未開発鉱山に対して、それぞれ生産規模拡張プロジェクトと開山プロジェクトの実行を促す。このとき、需要に対する供給の不足分の大部分は、プロジェクト一件あたりの

資源供給量のより大きい開山プロジェクトによって補われる。こうして外生的ショックが生み出した価格の高騰によって、世界の総開山数は増加する。ところが、図４－１で示したように、開山当初の一鉱山あたりの生産量は小さいので、最初のうち価格への影響力は小さく、価格は上昇し続ける。その後、開山数がさらに増加し、次第に供給不足が解消されるようになると、価格の上昇は止まる。このとき新たな開山は控えられ、開山ブームが終わる。ところが、この時点では、まだ最適な生産水準に達していない鉱山が多数存在し、それらの鉱山が生産規模を拡張するにつれて、今度は供給過剰が顕在化し始め、在庫ストックの増加にしたがって価格が低下しはじめる。すでに述べたように、それらの鉱山にとっては、残存採掘年数が多いので、生産し続けることが価格低迷時での最適政策となる。こうしてさらに価格が低下し、その結果、残存採掘年数の少ない稼動鉱山が閉山に追い込まれる。さらに、この価格の低迷は、開山ブームで開山した鉱山の生産量が最適生産水準に達するまで続く可能性がある。外生的ショックによって大きな需要が創出されることによって引き起こされる以上の現象を、外生的ショックのもつ履歴効果Ｉａと呼ぶことにする。

また、外生的ショックによる不可測な価格の上昇が生じた場合、稼動鉱山は採掘鉱石の品位を引き下げる（すなわち、開発した鉱石のより大きい割合を採掘する）ことによって、メタル供給の増加を図ろうとする。したがって、外生的ショックによる価格の上昇は、稼動鉱山による品位調整によって幾分緩和されるものと考えられる。付録１０は、第３章第３節の数値例を用いてそれを例示している。

外生的ショックによる価格の上昇が、開山ブームを引き起こすのに十分大きいものである場合、それは履歴効果Ｉａ以外にもう一つ別の履歴効果をもつ。上述したように、外生的ショックによって価格が上昇すると開山ブームが発生するが、この開山ブームにおいて開山した鉱山の一部が偶然将来のある同じ時期に、価格低迷による自発的な閉山ではなく、鉱量枯渇のために閉山する可能性がある。すると、供給不足・価格の上昇が発生し、再び新たな開山ブームが形成される。これを外生的ショックのもつ履歴効果Ｉｂと呼ぶことにする。しかしながら、この履歴効果には、ある程度予測可能な面もあり、変動も漸次的であり、さらに、それが表面化するまでのタイム・ラグも相当大きい。ここで、この履歴効果Ｉｂは、本章第１節でみたCairns and Lasserre（1986）論文（この内容については、第１章第３節および付録２において詳しくレビューされている）によって導出された価格形成メカニズムに対応していることに注意する。

ケース２）外生的ショックが比較的小さい（需要曲線の上方へのシフトがそれほど大きくない）場合を考える。このとき、価格上昇の初期においては、開山プロジェクトは敬遠され、残存採掘年数の比較的大なる稼働鉱山によって生産規模拡張プロジェクトが実行される。ところが、この場合、外生的ショックはそれほど大きくないので、この拡張プロジェクトによる増産だけで、供給不足は緩和され、その後新たな開山ブームは発生しない。外生的ショックによって価格が大きく上昇する上のケースと同様に、稼働鉱山の生産規模が拡張されると、その後価格は低下するが、その価格低下の程度は、上のケースと比較して、相対的に小さい。というのは、未開発鉱山が開山してその最適な生産規模を達成するのに、６－７年の年月がかかるのに対して、すでに最適な生産規模を達成している鉱山において、生産規模の拡張を完成するのにかかる時間は１－２年と相対的に短いからである。すなわち、生産規模の拡張に要する時間が短い分だけ、供給過剰が顕在化した後に発生する追加的な供給量の増加が小さく抑えられる。この場合、価格は一時的に低下するのみであるから、その価格の低下に伴って、大量閉山が発生する可能性は一般に小さい。このように、比較的小さな外生的ショックによる価格の上昇が拡張プロジェクトの実行のみを促し、その後に価格の一時的な低下が起こることを、外生的ショックのもつ履歴効果Ⅱと呼ぶことにする。

ケース３）ある外生的ショック（例えば、有鉛ガソリンから無鉛ガソリンへの代替をはじめとする環境規制による、鉛需要の減退）によって需要が減少する（需要曲線が下方にシフトする）場合を考える。この場合、価格の低下に伴って、残存採掘年数の少なくなった鉱山が閉山するが、稼動鉱山の一部が閉山することによって供給過剰はただちに緩和されるので、上述したような履歴効果は発生しない。

このように実際の金属価格は、様々な外生的ショックによって生み出された一時的な価格の上昇と、それがもつ履歴効果が複雑に組み合わさって形成される。そこで、次に、第二次世界大戦後から現在までの銅価格について、これまでに分類した価格形成メカニズムにした

がって考察するとともに、今後の銅価格の予測を行う。

第３節　第二次大戦後の銅価格の解明と今後の価格動向

アメリカ鉱山局および住友金属鉱山データベース（ＭＩＳ）、*Metals & Minerals Annual Review* から、関連する資源統計を整理し、銅価格および鉱山数の推移等を図示した。まず、第二次世界大戦後から 1998 年現在までの銅価格を 1987 年の価格を基準にして表すと図４－３のようになり、1930 年以降の開山・閉山数および稼動鉱山の増減を表すと図４－４のとおりになる。また、個々の鉱山の開山年と閉山年との関係をプロットしたグラフが図４－５である。鉱山における生産規模の拡張プロジェクトの数を時系列データとして表したのが図４－６である。これら動向を、価格変動、開山・閉山および拡張ブームの時期などに分けて、模式化して表すと図４－７のようになる。

次に、外生的ショックを基準に考えると、1945-1964 年と 1965-1986 年、さらに、1987-1993 年の３つの区間に分けられる。まず、1945-1964 年区間について検討する。この区間は、47-53 年にかけて大量閉山が起こっており、次に、53-56 年の価格高騰とともに 53-57 年の開山ブームがあり、57-64 年にかけての価格低下で終わっている。なお、図４－５から、47-53 年に閉山した鉱山には、第二次世界大戦直前および戦時中に開山した鉱山が比較的多いこと、および、図４－３から、この時期の価格が決して低い水準にはないことがわかる。これらのことから、この時期の大量閉山を価格の低迷による自発的な閉山ではなく、鉱量枯渇による同時的閉山とみることができる。すなわち、世界情勢が不安定となりはじめた 1930 年代中頃から第二次世界大戦中にかけて発生した開山ブームにおいて開山した鉱山の一部が、同時期に閉山したものと考えられる。したがって、47-53 年の大量閉山から、53-56 年の価格の上昇と 53-57 年の開山ブームへと続き、57-64 年の緩やかな価格の低下で終わる一連の価格動向を、第二次世界大戦前からの大きな需要創出という外生的ショックのもつ履歴効果Ｉｂと考えることができる。

以上の説明に対して、Jolly（1985, 1991）に代表される従来の鉱山関係者は、53-57 年の

価格の高騰を、50-53 年まで続いた朝鮮戦争、このとき（51-53 年）に施行されていた価格統制の解除、54 年のアメリカにおけるストライキ、さらには、53-58 年のアメリカの戦略的ストックパイルの購入によって説明している。この説明では、53-57 年の価格の高騰は説明できたとしても、57-64 年の緩やかに持続する価格の低下局面を説明することはできない。

次に、1965-1986 年の区間についてみると、まず、65-69 年における価格上昇は、65-73 年まで続くベトナム戦争に原因があると考えられる。73 年の第一次石油ショックの影響も受けて、続く 69-74 年の価格の高騰は、同時に開山ブームを現出させている。この開山ブームにおいて開山した鉱山の生産規模の拡張は、図４－６からわかるように 82 年まで続く。その間、第二次石油ショックの影響によって価格の一時的な高騰がみられた 79-80 年を除くと、86 年まで価格は下がり続け、75-77 年および 82-86 年の二度にわたって大量閉山を発生させている。したがって、この時期の価格動向は、ベトナム戦争と第一次石油ショックという外生的ショックがもつ履歴効果Ｉａとして説明することができる。特に、82-86 年の大量閉山は過去最も大きいものであり、莫大な量の資源が廃棄された。この 82-86 年の大量閉山の内容をみると、69-74 年において開山したアメリカ、カナダの鉱山が多く含まれていることがわかる（図４－５）。また、第３章第４節でみたように、73-74 年と 79-80 年の二度の石油ショックにおいて、多くの稼動中の鉱山は採掘鉱石の品位を下げてメタル供給を増やした。鉱山における採掘鉱石の品位調整によって外生的ショックによる価格上昇は緩和されたものと考えられる。

この時期の価格動向に対して、Jolly（1985, 1991）は、75 年のアメリカ経済の不況および 80-82 年の世界的な不景気に価格低迷の主要な原因が存在し、それにチリをはじめとする発展途上国の生産の増加が供給過剰に拍車をかけたとしている。ところが、すでに述べたように、ベトナム戦争と第一次石油ショックがもたらした履歴効果Ｉａとして 86 年にいたる価格の低下を捉えることができ、75 年と 80-82 年の不景気は、価格の低下幅を大きくしたにとどまっており、86 年にいたるまでの全体的な価格低下傾向にかわりはない。すなわち、75 年と 82-86 年の不景気は、価格低下の追加的要因の一つに過ぎない。

さらに、もう一つの要因として、発展途上国における銅鉱山の接収・国有化があげられる。すなわち、69-74 年の価格の高度安定期は同時に、チリ、ペルー、メキシコ、ザンビア、ザイ

ールらの銅を生産する途上国において、アメリカおよびヨーロッパ諸国が所有する外国資本の接収・国有化が行われた時期でもあった。それらの国々において、銅鉱山は、経済発展のために必要な外貨の獲得という使命を負わされていた。そのために、銅の価格が下がりはじめた 75 年以降、アメリカ、カナダの鉱山の一部が次々に休山ないし閉山したのに対して、生産を続けなければならない事情があった。MacAvoy (1988) は、80年代の金属価格を考える上で、途上国における外国資本の国有化という現象が最も重要であると主張しているが、大きくみるとこれも追加的要因として理解することができる。

次に、1987-1993 年の区間については、87-89 年に価格は上昇するが、長くは続かず、91-93 年にかけて低下している。この時期、87-90 年にかけて世界経済に大きな拡大傾向がみられ、需要が増加したが開山ブームは起こらず、図４－６からわかるように、供給側は生産規模の拡張プロジェクトによって対応している。この理由として、図４－３をみてもわかるように価格上昇の大きさが十分なものではなかったことと、82-86 年の大量閉山の経験より、供給側の態度がより慎重になっていたことも考えられる。したがって、この時期の価格動向は、世界経済の急速な拡大（バブル経済）という外生的ショックがもたらした履歴効果Ⅱとして考えることができる。91-93 年の価格の低下は、外生的な価格の上昇に反応した稼働鉱山の生産規模拡張によって生じた。

最後に、1993 年以降の価格動向についてみる。経済改革を推進中である中国をはじめとする東アジア地域における銅の需要は、世界経済の拡大が終わる 1991 年以降も高い増加率を保持している（図４－８）。さらに、同図から東アジアにおける銅需要の伸びを支えているのが中国における需要であることがわかる。それを受けて銅価格も上昇し、1995 年まで、銅価格は上昇した。こうした最近の銅価格の上昇が、再びチリをはじめとする発展途上国において、69-74 年に匹敵する開山ブームを生み出した。したがって、中国における銅の需要がこれまでと同じように増加し続けない限り、中国の経済改革という外生的ショックがもつ履歴効果Ⅰａによって、今後 10 年ほどの価格動向が支配され、その間、銅価格は低迷し、82-86 年に匹敵する大量閉山が発生するものと予測される。実際、1998 年現在、日本、中国をはじめとしてアジア経済は低迷しており、その銅価格への影響がすでに現れている。さらに、1994 年以

降開山した鉱山には、これまでにない低品位鉱石から低いコストで銅を回収できるＳＸ－ＥＷという新技術を用いたものが多く含まれており、このことが今後の価格が低迷する可能性を一層増加させ、既存旧鉱山の閉山を促進させるものと思われる。

第４節 結語的注意

以上、金属資源の価格動向を、外生的ショックによる価格の上昇とそれが生み出す様々な履歴効果の組み合わせとして説明した。もっとも重要な点は、需要の創出を伴う外生的ショックが大きいと、開山ブームが発生し、それがその後 20-30 年にわたって価格動向を強く支配することである。したがって、外生的要因による価格変化は、資源経済学において考えられているような一時的なショックではない。また、従来の鉱山関係者の主張するように、金属資源の価格動向は単なる外生的要因の集合体ではなく、それは外生的要因による一時的な価格変化と、それがもつ様々な履歴効果によって理解することができる。そのような履歴効果が発生するためには、生産量の時間経路に関する仮定（仮定②）がきわめて重要である。実際、ボーキサイト（アルミニウムの生産原料）の採掘においては開山直後から最適生産量水準に近い水準での生産が可能であるが、アルミニウム価格には、図０－５でみたように、周期性が全くみられない。

また、第３節においては、実際の銅価格が上昇・低下する過程において、外生的ショックの発生とともに未開発鉱山が開山し、同時に多くの稼動鉱山が閉山したことを概観した。それは資源の過剰供給しいては大量廃棄につながっており、金属資源の有効利用が行われているとは言い難い。さらに、近い将来、莫大な量の資源の廃棄が再び行われる可能性があることを示唆した。このような金属資源供給のあり方がはたして社会的に最適な結果といえるのかという点について、今後の理論的解明が必要である。

ところで、一部の経済学者達（Slade(1988)、Ahrens and Sharma(1997)など）は、枯渇性資源価格動向が決定論的な枠組みで把握しうるか、あるいは、確率過程によって表現されるべきものなのかという問題について、実証研究を行った。

ある過程が、トレンド定常過程（決定論）によって記述されるべきものなのか、あるいは、確率過程で表現されるべきものなのかを知りたい場合、通常、unit root test という仮説検定を行う。確率過程の場合、定常性を得るためには、差分をとらなくてはならない。差分をとって定常性が得られれば、それは確率過程である。これが、unit root test が検定すべき内容である。ただし、定常性を得るために必要な差分は一階とは限らず、より高次の差分が必要であるかもしれない。[1]

Slade(1988)は、最も単純な unit root test を行った結果、銅、鉄、鉛、ボーキサイト、銀、石油、石炭のうち、検定を行ったすべての資源価格がランダム・ウォークで表わされることを示した。それに対して、Ahrens and Sharma(1997)は、Slade(1988)の行った unit root test を次のように批判した。第一に、問題となっている過程がより高次の階差を含んでいる可能性がある中で、差分の階数を１としたことによって、unit root test における帰無仮説（その過程が確率過程によって生成されているという仮説）が棄却されにくくなっている。第二に、価格経路が長期的にはＵ字型をとると考えられている中で、時間を含む項や定数項を削除して検定を行うことによっても、unit root test における帰無仮説が棄却されにくくなっている。

Ahrens and Sharma(1997)は、１１の資源価格（アルミニウム、石炭、銅、鉄、鉛、天然ガ

[1] 今、過程ｙ$_t$がトレンド定常過程と確率過程のどちらによって生成されているのかを知りたいとする。ｙ$_t$が、トレンド定常過程に従う場合、それは次によって表される。

$$y_t = \gamma_0 + \gamma_1 t + u_t \qquad (1)$$

もし、ｙ$_t$が、確率過程に従うならば、それは次のように表される。

$$y_t = \gamma_1 + y_{t-1} + u_t \qquad (2)$$

ここで、ｕ$_t$は、ある定常ＡＲＭＡ過程である。(2)の場合、確率過程はランダム・ウォークであることに注意する。

ｙ$_t$が、(1)と(2)のどちらによって生成されているかをデータによって検証するために、次の式について検定を行う。

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + (\alpha - 1) y_{t-1} + u_t \qquad (3)$$

ここで、$\beta_0 = \gamma_0(1-\alpha) + \gamma_1 \alpha$、$\beta_1 = \gamma_1(1-\alpha)$であり、Δは、一階の差分作用素（the first difference operator）である。$\alpha = 1$のとき、(3)は、(2)と同じになり、$\alpha < 1$のとき、(3)は、(1)と同じとなる。$\alpha = 1$を帰無仮説とし、$\alpha < 1$を対立仮説として仮説検定を行うのが、unit root test である。問題となっている過程ｙ$_t$が確率過程で表される場合（(2)）、差分をとることで定常性を得ることができる。上の(2)では、一階差分によって定常性が得られた（ランダム・ウォーク）が、確率過程によっては、定常性を得るために必要な差分は一階とは限らない（unit root test の実行方法の詳しい説明については、例えば、Davidson and MacKinnon(1993), Ch. 20 をみよ）。

ス、ニッケル、石油、銀、すず、亜鉛）について、Slade(1988)の行った検定方法を改良した様々な unit root test（ADF, LMC, Perron, OPP）を行ない、それらの検定結果（表４－１）を総合的に比較検討した上で、次のような結論を下した。すなわち、検定を行った１１の資源価格のうち、アルミニウム、石炭、鉛、ニッケル、石油、亜鉛価格は、トレンド定常過程（決定論）によって生成されており、残りの銅、鉄、天然ガス、銀、すず価格は、確率過程によって生成される。ところが、表４－１を見てもわかるように、天然ガスとすず価格を除いて、選択された unit root test によって検定結果は異なる。また、同じ金属資源価格の中で、アルミニウム、鉛、亜鉛価格がトレンド定常過程によって生成され、銅、鉄、銀、すず価格が確率過程によって生成されるという Ahrens and Sharma(1997)の結論には疑問が残る。したがって、資源価格がトレンド定常過程と確率過程のいずれによって表わされうるかという問題に対して、計量経済学の分野においても確定的な結論は出ていないといえる。

それに対して、本章において得られた金属資源価格経路のイメージを表わすと、次のようになる。

外生的ショックの発生と価格の上昇→未開発鉱山の開山ブームの発生→平均的に価格の低下が期待→外生的ショックの発生と価格の上昇→…………

このような金属資源価格経路から次の二つのことが言える。第一に、価格変化の中には予測可能なものも少なからず含まれていることがわかる。このことは、第３章において、価格経路の完全予見が仮定されたことに対して妥当性を与えるものと考えられる。

第二に、もし、金属資源価格経路を確率過程として捉えるならば、それは第２章において仮定された幾何的ブラウン運動ではなく、他の確率過程、例えば、ポワッソン過程として表現されるべきではないかということである。それにもかかわらず、次の二つの理由により、第２章においては、金属資源価格過程を幾何的ブラウン運動で表現した。第一に、解析的な結論が得られること。第二に、臨界価格をもとに開山・閉山に関する決定が行われるという結論は、不確実性下での意思決定様式として説得力をもつことである。

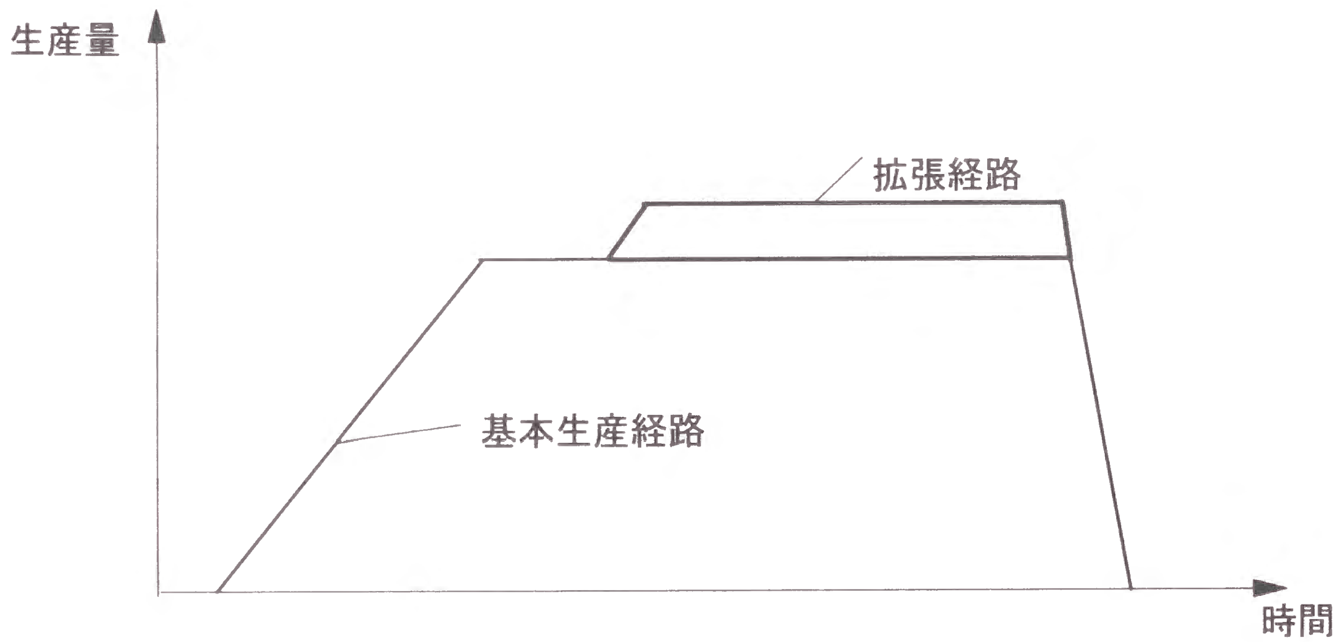


図4-1 基本生産経路と拡張経路

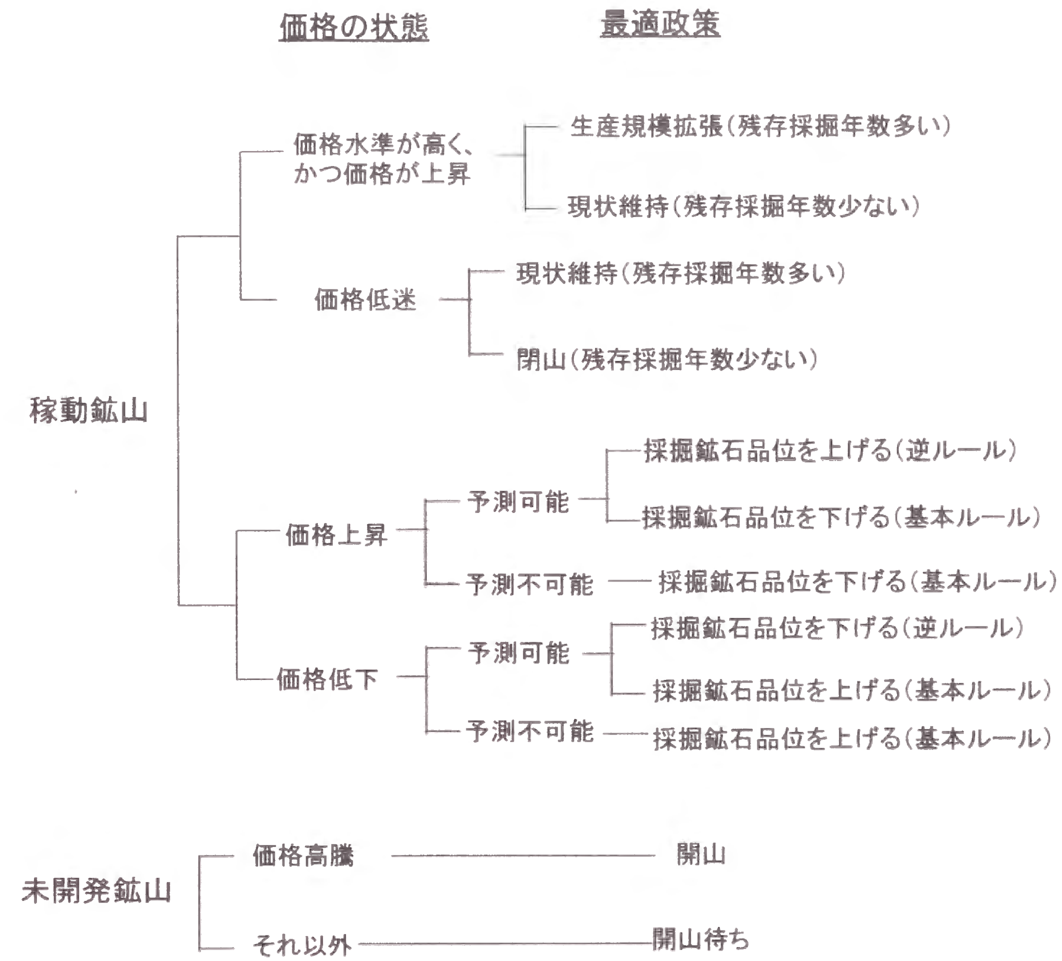


図4-2 稼動鉱山および未開発鉱山の最適政策

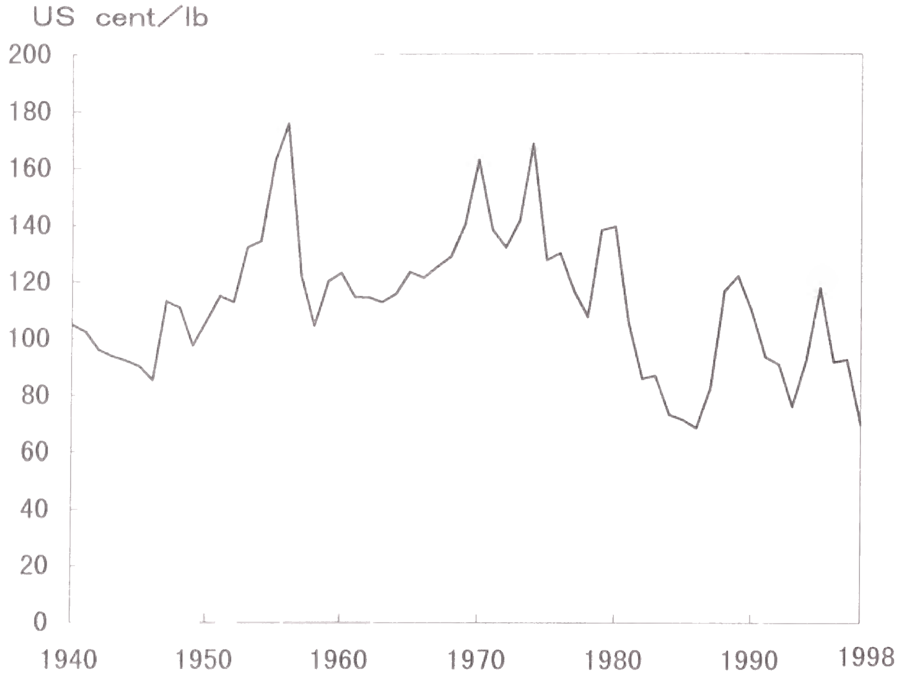


図4-3　1987年を基準とした1940-1996年の銅価格

（出典）　Metal Prices in the United States through 1991, Monthly Bulletin of Statistics(1997,1998)

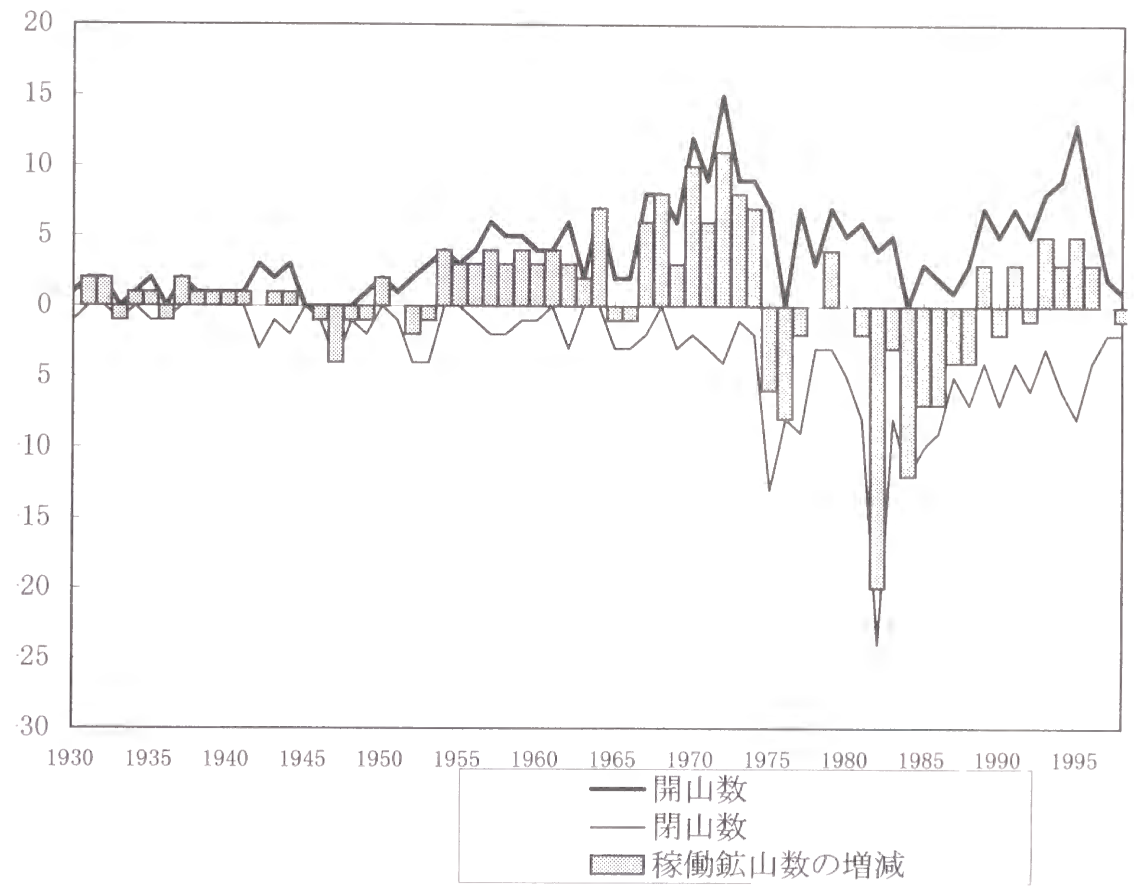
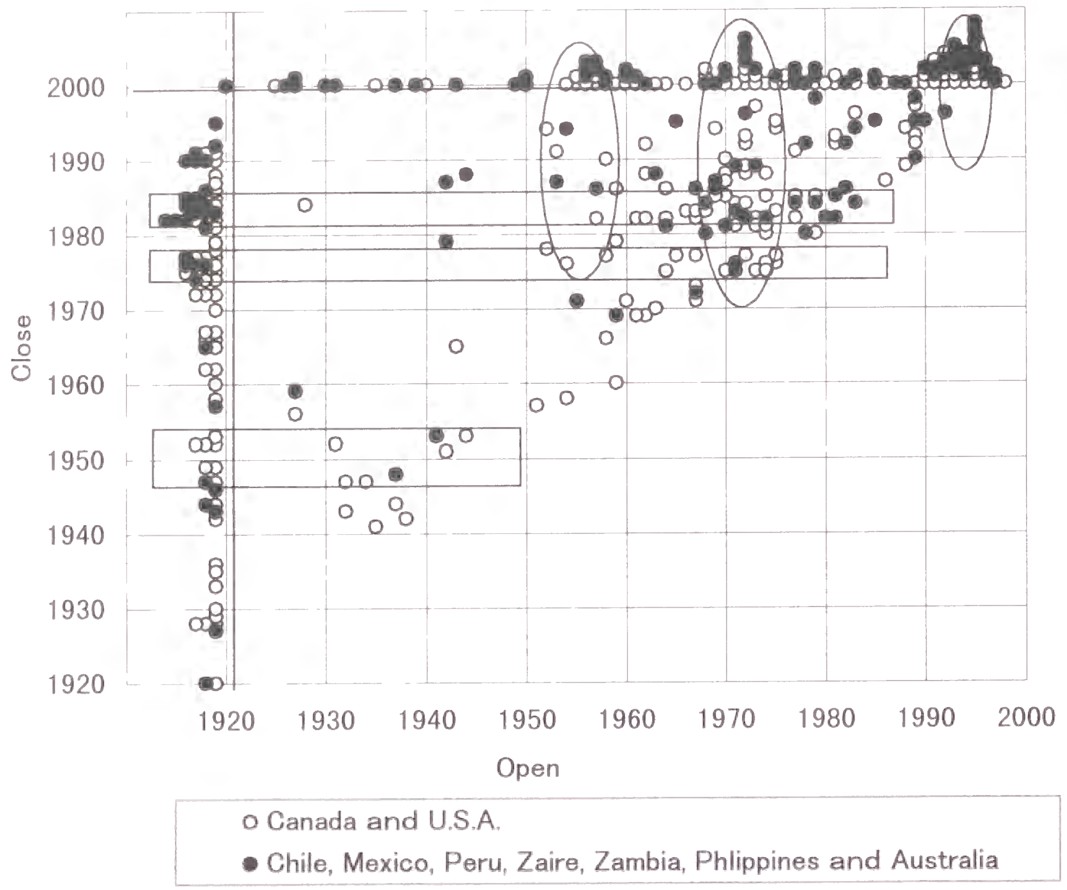


図4-4　主要銅産国（アメリカ、カナダ、チリ、メキシコ、ペルー、ザイール、ザンビア、フィリピン、　オーストラリア）における銅鉱山の開山数、閉山数、および稼働鉱山の増減

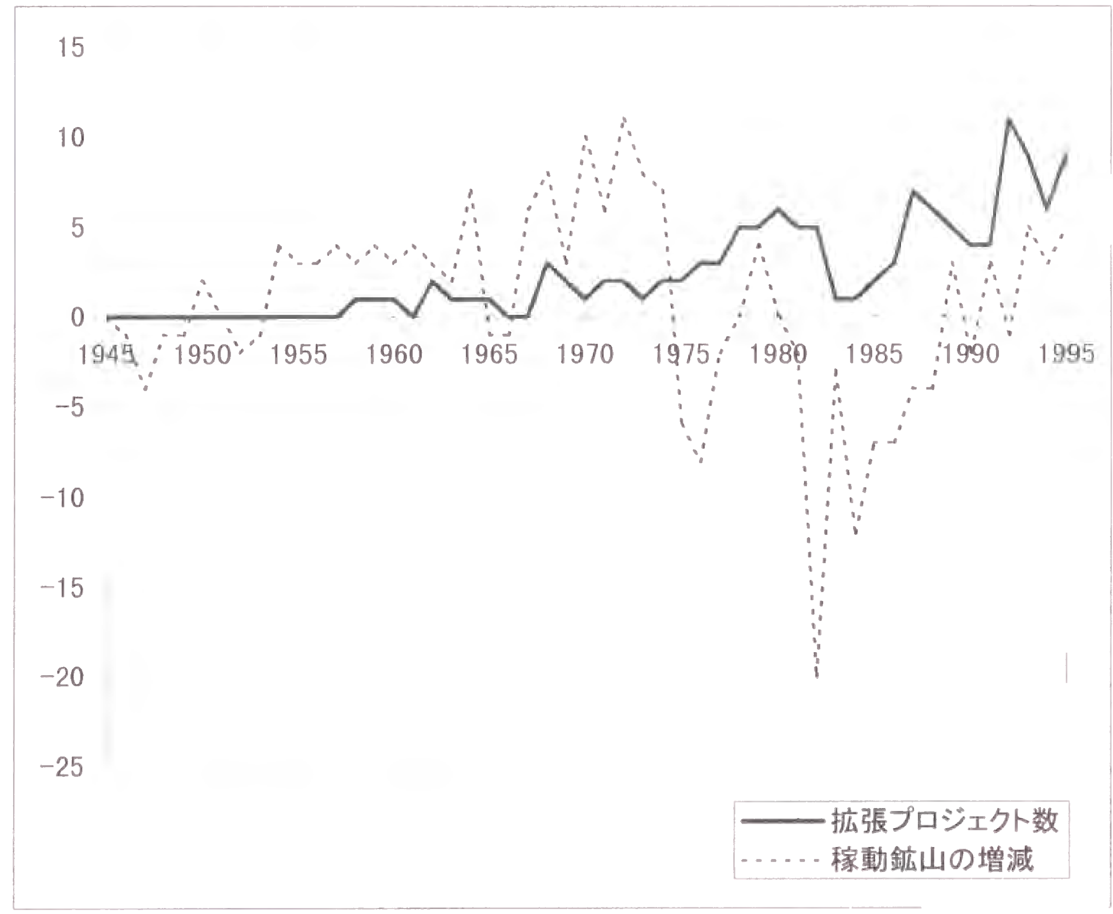
（出典）　1930-1992年の資料は住友金属鉱山株式会社MIS（鉱山情報システム）, 1993-1995年はMetals & Minerals Annual Review.



(注)
開山年が1920年以前表示の鉱山は、1920年以前に開山した鉱山か、あるいは開山年が不明な鉱山のいずれかを表す。同様に、閉山年が2000年以後表示の鉱山は、1996年現在も生産中であるか、閉山年が不明な鉱山のいずれかを表す。また、閉山後10年未満で再度開山した鉱山については、その開山も閉山もカウントしていない。また、⬭は開山ブームを表し、▭は大量閉山を表す。

図4-5　各鉱山の開山年と閉山年

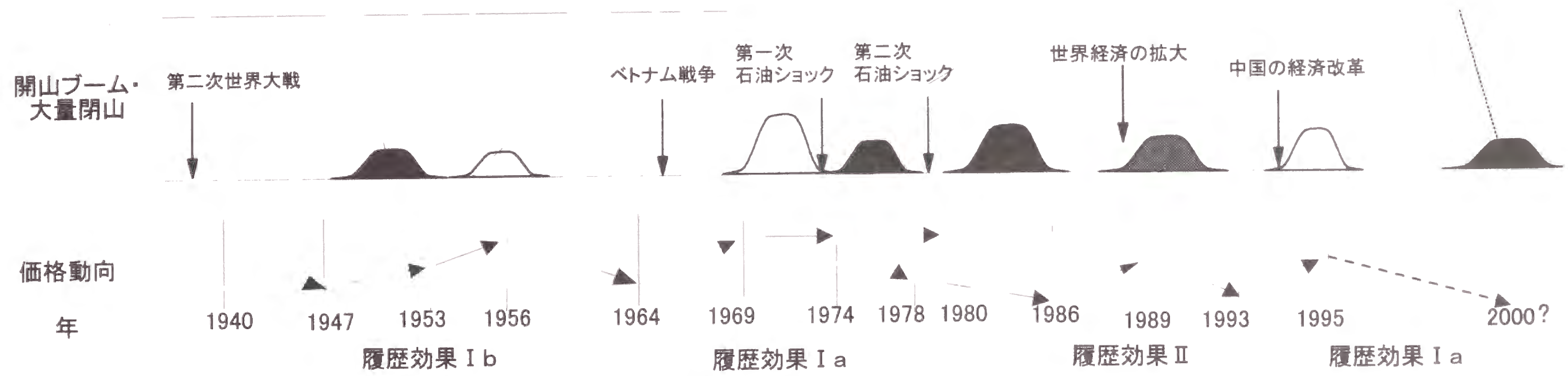
（出典）1992年以前は住友金属鉱山株式会社ＭＩＳ（鉱山情報システム），
1993年以降は、Metals & Minerals Annual Review.



（注）1960年以前の資料には、生産規模の拡張に関する記述がほとんどみられず、本来は、上の図で示される以上の拡張プロジェクトが実行されていたものと考えられる。

図4-6　主要銅産国（アメリカ、カナダ、チリ、メキシコ、ペルー、ザイール、ザンビア、フィリピン、オーストラリア）における銅鉱山の生産規模拡張数と稼動鉱山の増減

（出典）1945-1992年の資料は住友金属鉱山株式会社MIS（鉱山情報システム），
1993-1995年はMetals & Minerals Annual Review.



(注) は、開山ブームを表し、ここから延びる直線は開山ブームにおいて開山した鉱山の生産能力の拡張を表す。

は、大量閉山を表し、ここに達する直線はこの時期に閉山した鉱山の生産量の減少を表す。

は、開山ブームを伴わない拡張ブームを表す。

図4-7 開山ブーム・大量閉山と銅価格の関係

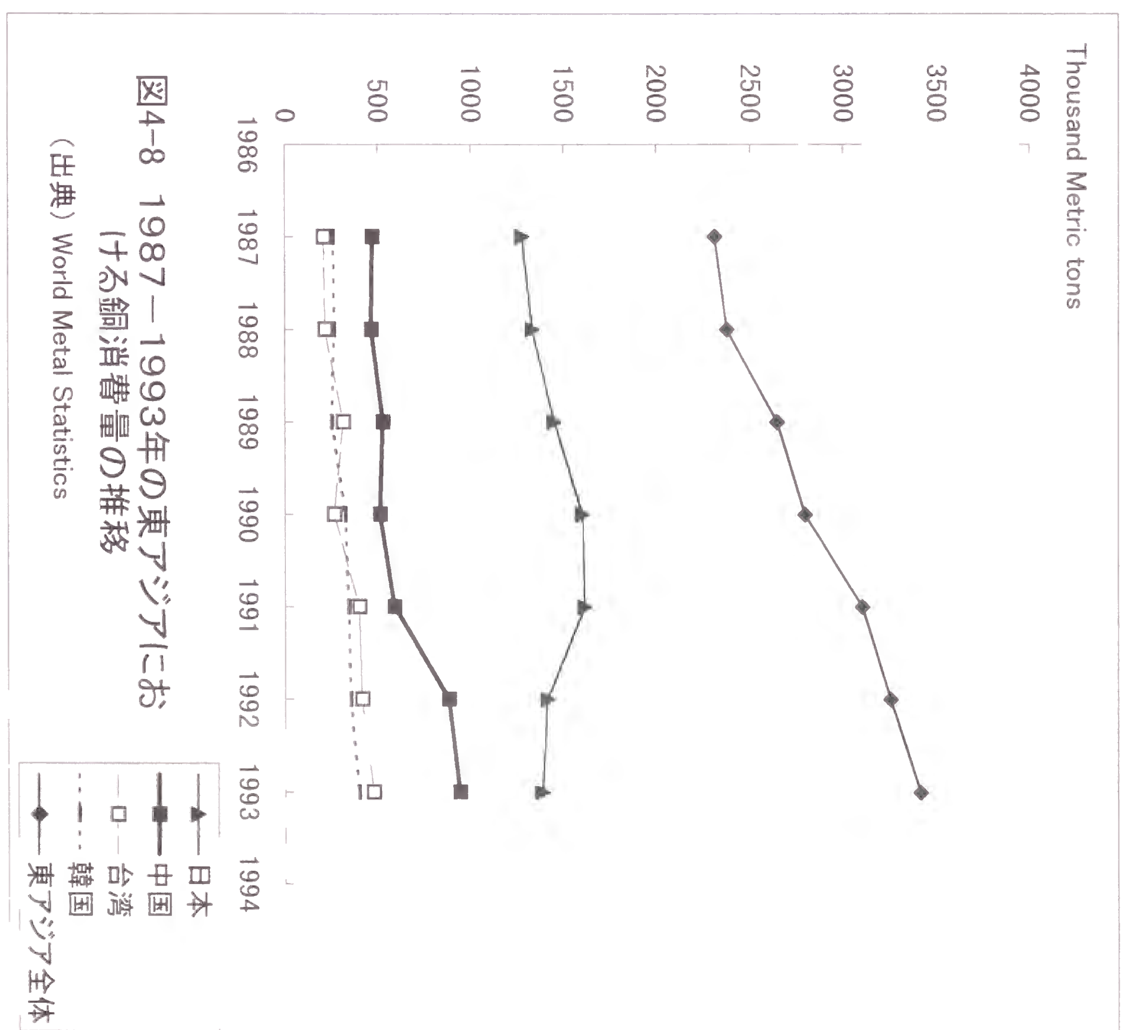


図4-8 1987－1993年の東アジアにおける銅消費量の推移

（出典）World Metal Statistics

表４－１　Unit root 仮説は棄却されるか？

（資源価格はトレンド定常過程によって生成されるか？）

資源	Unit root test の種類			
	ＡＤＦ	ＬＭＣ	Perron	ＯＰＰ
アルミニウム	Yes	No	No	Yes
石炭	Yes	No		
銅	No	No	Yes	Yes
鉄	No	No	Yes	Yes
鉛	Yes	Yes		
天然ガス	No	No	No	No
ニッケル	Yes	No	Yes	No
石油	Yes	No	Yes	Yes
銀	No	No	Yes	Yes
すず	No	No	No	No
亜鉛	Yes	Yes		

(注) Ahrens and Sharma(1997)における、TABLE Ⅸをもとに作成した。

ただし、表において、ＡＤＦ、ＬＭＣ、Perron、ＯＰＰは、次を意味する。

ＡＤＦ…Dickey –Fuller test (Dickey, Bell, Miller(1986)をみよ)

ＬＭＣ…Leybourne-MacCabe(1994) において提案された unit root test

Perron…Perron(1989) において提案された unit root test

ＯＰＰ…Ouliaris, Park and Philips(1989)において提案された unit root test

結論

以下で本研究において得られた結果を要約するとともに、今後の研究課題について触れたい。まず、第１章においては、５つの観点（(a)市場構造、(b)財の特性、(c)不確実性、(d)財の生産過程、(e)品位の非同質性）から Hotelling モデルを拡張した先行研究について整理し、金属資源価格の複雑な動きを説明するには、とくに、(c)不確実性、(d)財の生産過程、(e)品位の非同質性に着目する必要があることを示した。

第２章と第３章においては、(c)、(d)、(e)の観点に着目し、鉱山企業による意思決定を分析した。最初に、第２章においては、価格水準に依存した、起業家の観点に立った意思決定（開山、閉山、生産規模の拡張）を分析した結果、次のような結論を得た。すなわち、価格が幾何的ブラウン運動によって表わされるという仮定のもとでは、開山、閉山、生産規模の拡張に関する意思決定は、すべてそれらを実行するための臨界価格をもとになされる。また、それらの臨界価格は、資源ストック量（残存採掘年数）、平均採掘費用などに大きく依存することが示された。とくに、資源ストック量の有限性の影響として、残存採掘年数が少なくなるにつれて、開山・閉山・生産規模拡張のための臨界価格は高くなることが示された。

次に、第３章においては、価格水準に依存した生産に関する意思決定として品位調整問題を考察した。そこでは、価格経路に関して完全予見が仮定され、予測可能な価格変化に対して、各鉱山企業がどのように採掘鉱石の品位を変化させるかを考察した。その結果、鉱床内における品位分布の空間的秩序がよい鉱山においては、逆ルールが経済的合理性をもち、鉱床内における品位分布の空間的秩序が悪い鉱山においては、基本ルールが経済的合理性をもつことが示された。さらに、この理論結果は、実際の鉱山企業による品位調整データによって支持されることを確認した。

第４章においては、第２章と第３章における鉱山企業の意思決定が価格形成にどのように反映されるのかについて考察した。すなわち、開山、生産規模の拡張に関する意思決定は、外生的ショックによる価格の上昇に伴って、市場全体で生産規模の拡張、および開山のブームを引き起こし、それがその後の価格動向に大きな影響を及ぼすことが示された。また、稼

動鉱山における品位調整は、外生的ショックによる価格の上昇を緩和させる方向に作用することを数値シミュレーションによって指摘した。その結果、外生的ショックの発生と価格の上昇→生産規模の拡張・開山・採掘鉱石の品位引き下げ→平均的に価格の低下が期待→外生的ショックの発生と価格の上昇→……………→という、価格形成メカニズムの大きな流れが明らかになった。このことは金属資源価格経路に含まれる不確実性の中身が明確になったことを意味している。

次に、今後の研究課題に触れておきたい。第４章の金属資源価格についての考察は、主として第２章で分析した意思決定に基づいているが、そこでは、金属資源の供給はきわめて不安定なものであり、その不安定性は金属資源価格との相互依存関係の中で増幅されることが明らかになった。したがって、金属資源供給を安定化させる要因としてのリサイクル活動や先物市場の果たす役割について、それらの理論的かつ実証的な考察を今後の研究課題としたい。

付録 1 (Hotelling モデルの拡張と厚生経済学の基本定理)

ここでは、Hotelling モデルの拡張が厚生経済学の基本定理の成立にどのような影響を及ぼすのかについて先行研究を整理する。最初に、奥野・鈴村(1988,第１７章)にしたがって、厚生経済学の基本定理の内容をまとめる。

厚生経済学の基本定理Ⅰ…競争均衡は、それが存在すれば、パレート効率的である。

厚生経済学の基本定理Ⅱ…すべての消費者が凸選好をもっているならば、任意のパレート効率的配分は、一括税・補助金による所得の適切な再分配によって競争均衡として実現することができる。

ここで、パレート効率的配分とは、ある経済主体の効用を下げることなくして、どの経済主体の効用をも引き上げることができないという意味で効率的な資源配分のことを意味する。

Levhari and Pindyck(1981)論文において、(b)の財の特性という観点を入れても、社会的最適化問題の解と競争市場均衡解は一致することが示された。すなわち、社会的最適問題における資源性耐久財一単位のシャドウ・プライスが競争市場価格に一致する。したがって、ここではそれを扱わない。また、(e)の品位の非同質性からの拡張それ自体は、第３章でみるように、費用関数の凸性の仮定を破るものではないので、厚生経済学の基本定理は依然として成立するものと考えられる。したがって、ここではそれを扱わない。

まず、(a)市場構造における Hotelling モデルの拡張について議論する。独占的採掘企業による採掘が枯渇性資源価格に与える影響は、Hotelling(1931)自身によって分析されている。彼は、線形の需要関数を仮定して、現在時点における独占的採掘企業の採掘量は、競争市場における現在時点の採掘量あるいは社会的最適な採掘量よりも少ないことを示した。ところが、その後の研究（Stiglitz(1974)論文、Sweeney(1977)論文、および、Lewis, Matthews and Burness(1979)論文）によって、独占市場における採掘量と社会的に最適な採掘量の大小関係は、需要の価格弾力性が消費量の増加関数であるか、減少関数であるかに依存することが明らかにされた。そこで、Lewis, Matthews and Burness(1979)論文にしたがって、２期間モデルを考える。０期と１期における社会的に最適な採掘量を、それぞれq_s^0とq_s^1とする。

Hotelling 同様、社会的最適経路の下では、$P(q_s^{\ 0})=\dfrac{1}{1+r}P(q_s^{\ 1})$ が成立していなければならない。ここで、$P(q_s^0)$ と $P(q_s^1)$ は、それぞれ０期と１期における価格を表わし、ｒは利子率を表わす。今、独占的採掘企業が社会的に最適な採掘経路（q_s^0, q_s^1）上で採掘を行うことを義務づけたとき、独占的採掘企業が採掘計画の変更に関してどのようなインセンティブをもつかを考える。独占的採掘企業が独占利潤を最大にするには、０期と１期における限界収入の割引現在価値が等しくならなければならない。すなわち、

$$(1-e^{-1}(q_s^{\ 0}))P(q_s^{\ 0})=\frac{1}{1+r}(1-e^{-1}(q_s^{\ 1}))P(q_s^{\ 1}) \qquad \text{(A1-1)}$$

が成立しなければならない。ここで、$e=-(P/q)(dq/dP)$ は、需要の価格弾力性を表わす。まず、需要の価格弾力性が、消費量（＝採掘量）の増加関数である場合を考える。$P(q_s^{\ 0})=\dfrac{1}{1+r}P(q_s^{\ 1})$ と $q_s^{\ 0}>q_s^{\ 1}$ に注意すると、このとき、(A1-1)においては、右辺よりも左辺が大きい値をもつことがわかる。したがって、独占的採掘企業は、社会的最適な採掘経路と比較して、０期の採掘量を増加するインセンティブをもつ。次に、需要の価格弾力性が、消費量（＝採掘量）の減少関数である場合を考える。このとき、同様の論理によって、独占的採掘企業は、社会的最適な採掘経路と比較して、１期の採掘量を増加するインセンティブをもつ。最後に、需要の価格弾力性が、一定である場合を考える。このとき、独占的採掘企業は、社会的最適な採掘経路から採掘量を変化させるインセンティブをもたない。ところで、線形の需要関数の場合、需要の価格弾力性は、消費量（＝採掘量）の減少関数であるので、独占的採掘企業は０期（現在時点）の採掘量を減らすインセンティブをもつ。これは、Hotelling(1931)によってなされた分析結果とも一致する。

(c)不確実性への拡張についてである。最初に、Arrow(1953)-Debreu(1959)の最適性定理をDasgupta and Heal(1979,ch.14)にしたがって要約しておく。今、単純化のために離散的時間を考え、ｔ＝０，…，Ｔとする。また、状態ｓ、物理的に異なる財ｋ、および、消費者ｉは、それぞれ、集合｛１，…，Ｓ｝、｛１，…，ｌ｝｛１，…，ｎ｝の要素であるとする。すると、各時点においてどの状態が実現するかを表わした経路ｑは、集合｛１，…，S^T｝の要素である。ここで、各経路が実現する確率は、各経済主体の行動とは独立に決まると仮定されていることに注意する。財ｋｔｑは、経路ｑが実現した場合にのみ、ｔ時点において取引される、物理的に識別可能な財ｋを表すとし、P_{ktq}を財ｋｔｑの割引現在価格とする。そのような財ｋｔｑとその割引現在価格P_{ktq}に対して、すべての取引は現在時点（ｔ＝０）で行われ、各消費者は、各々の予算制約の下で、効用関数 $U^i(X_{101}^{\ i},\ldots,X_{lTS^T})$ を最大にするように、消費量 $(X_{101}^{\ i},\ldots,X_{lTS^T})$ を決定する。このような枠組みにおいては、不確実性の下での異時点間資源配分問題に対して、不確実性および時間を含まない通常の競争的一般均衡体系の枠組みを適用しうるので、同時にパレート最適性も確立できる（Dasgupta and Heal(1979,ch.2)。結局、Arrow(1953)-Debreu(1959)の最適性定理とは、将来市場が完備していれば、不確実性の下でも厚生経済学の基本定理が保持されることを意味している。

さて、ここでの問題は、Arrow(1953)-Debreu(1959)の最適性定理が枯渇性資源市場においても成立するのかということである。Hoel(1978)論文は、既知のある将来時点において、枯渇性資源の非枯渇的代替物が生産可能であるが、その生産費用についてはある主観的な確率分布のみ知られているという設定において、企業がリスク回避的ならば、資源の非枯渇的代替物が生産可能となる時点までの各時点において、社会的最適な採掘計画と比較して過剰採掘となることを示した。

Hoel(1978)論文が供給サイドに不確実性を取り入れたのに対して、Weinstein and Zeckhauser (1975)論文、および、その連続時間版であるPindyck(1980)論文は、需要関数が確率変数を含むケースを分析し、次の結論を得た。社会はリスク中立的であるとする。そのとき競争市場経済下での企業もリスク中立的ならば、社会的最適化問題の解と競争市場均衡解は一致し、厚生経済学の基本定理は保持される。ところが、競争市場経済下での企業がリスク回避的ならば、両者は一致せず、競争市場経済下では、現在時点において資源が過剰に消費される。このことをWeinstein and Zeckhauser (1975)論文にしたがって２期間モデルで示そう。この場合、０期においては、不確実性は存在せず、１期においてのみ不確実性が存在するものとする。また、社会的計画者の目的関数は消費者余剰であり、採掘費用はゼロとする。ここで、社会的最適な採掘経路においては、０期と１期での期待価格が同じ、すなわち、$EP_1=(1+r)P_0$（ただし、ｒは利子率で、Ｅは期待値を表す）が成立しなくてはならな

い。今、競争市場経済下において、企業がリスク回避的な場合、この均衡条件が成立するものと仮定する。すると、企業はリスク回避的であり、しかも採掘費用ゼロなので、不確実性の存在しない０期にすべての資源ストックを採掘してしまう。したがって、これは競争市場均衡ではありえず、競争市場均衡では$EP_1 > (1+r)P_0$が成立していなくてはならない。

これらの結論に対して、Kemp and Long(1984)論文は、上の三つの論文によって得られた結論は、互いに相矛盾する仮定をおくことによって得られたものであると反論した。以下は、Kemp and Long(1984)論文の要約である。

上の三つの論文は、いずれも次の仮定をおいている。すなわち、

（ｉ）採掘企業は、期待効用の割引現在価値を最大にし、リスク回避的である。ここで、採掘企業の効用関数は、資源の販売額の凹関数で表わされ、採掘費用ゼロとする。

（ⅱ）リスク中立的な社会と基数的な社会的効用関数を仮定する。

仮定（ⅱ）は、社会の同質性を仮定することと同じである。ところが、社会が同質であって、かつ、リスク中立的ならば、各個人は、採掘企業の株主として、彼ら自身のリスク中立的な効用を企業の目的関数として課すであろう。したがって、社会がリスク中立的ならば、競争市場経済下の企業もリスク中立的でなければならず、このとき競争市場均衡解と社会的最適化問題の解は一致し、厚生経済学の基本定理は保持される。

以上三つの論文においては、将来生起する各状態に割り当てられる確率が経済主体の行動とは独立に与えられる。その意味において、Arrow(1953)-Debreu(1959)タイプの不確実性が分析されているので、Arrow(1953)-Debreu(1959)の最適性定理が成立しても不思議ではない。分析すべきは、将来生起する各状態に割り当てられる確率が経済主体の行動に依存するようなタイプの不確実性である。

Kemp and Long(1977)論文は、採掘費用をゼロと仮定し、状態に割り当てられる確率が経済主体の行動に依存するケースとして、資源ストック量に不確実性が伴うモデルを提示した。特に、ある時点における真の資源ストック量に対する確率分布が、その時点までの累積採掘量に依存する場合を扱っている。このとき、Arrow(1953)-Debreu(1959)にしたがって、財のフローにおける将来市場のみを仮定し、財のストック（この場合、資源ストック）における市場を認めない場合には、競争均衡がパレート最適を達成することができないことを示すことができる。ところが、Kemp and Long(1977)論文は、資源ストックにおける市場を導入して、消費者（＝生産者）が鉱山を購入し自由に採掘することを認めることによって、競争均衡がパレート最適を達成することを示した。

したがって、以上から、十分に市場が完備されていれば、不確実性の下でも競争市場によって効率的な結果を得るということがいえる。

(d)生産過程からのHotellingモデルの拡張として、生産可能集合の非凸性をもつ、あるいは、平均費用曲線がＵ字型となる場合、およびset upコストが存在する場合について議論する。まず、生産可能集合の非凸性を入れた場合を考えるが、これは、採掘量の小さい領域において採掘の拡大とともに平均費用が逓減する収穫逓増現象に対応している。小さい採掘量領域において（$0 < q < \underline{q}$）、生産可能集合が非凸である場合、$\underline{q}$以上で生産を行うか、あるいは、採掘量ｑをゼロにするのが最適となることを示すことができる(Vousden(1977)論文)。また、同様に、平均費用曲線がＵ字型をしている場合においては、Ｕ字型の左側の領域（ゼロを除く）で採掘を行わないのが最適な採掘計画であることを示すことができる（Eswaran, Lewis and Heaps(1983)論文）。また、Eswaran, Lewis and Heaps(1983)は、競争市場経済で生産する採掘企業が、同じ平均費用曲線と同じ資源ストック量をもつと仮定し、最適経路上では、すべての採掘企業は同じ生産経路をもつことを示した。以上から、採掘企業がＵ字型の平均費用曲線をもつ場合、競争均衡が存在しないことは明らかである。それは、すべての採掘企業は同時に採掘を終了するが、その時点において、すべての採掘企業は採掘量を不連続的にゼロにし、それが価格の不連続的な上昇をもたらすからである。明らかに、価格の不連続的な上昇は、完全予見を仮定した競争均衡では存在し得ない。というのは、その時点で価格が不連続的に上昇することが既知であるので、採掘企業の一つは、その時点の前において採掘を控え、他のすべての企業が採掘を終了した後も採掘を行うことによって独占利潤を享受できるからである。

このような競争均衡が存在しないという事態を解決するために様々な方法が考え出された。Mumy(1984)論文は、採掘企業による費用のかからない参入退出を認めると、産業全体の採掘

量は連続的に減少することが可能となり、それによって競争均衡が存在することを示した。Kimmel(1984)論文は、そもそもU字型平均費用をもつ企業の生産量は、それが市場価格に影響を与えるほど大きいものであるので、Eswaran, Lewis and Heaps(1983)論文の置いた、価格受容的企業の仮定は不自然であるとして、その仮定を破棄した。その結果、寡占市場の均衡である、Cournot-Nash均衡が依然として存在することを示した。

次に、生産可能集合の非凸性、あるいは、U字型の平均費用曲線のかわりに、set up コストを導入した場合を考える。ここで、set up コストは、一旦投下すれば、中古市場等で換金しえないという意味で、サンク・コストでもある。このケースは、第１章第３節でみたように、Hartwick, Kemp and Long(1986)によって分析された。そこでは、金融市場との裁定条件から set up コストの利払いが補償される必要があり、そのためには、次の鉱山の採掘に移行する時点においては、限界効用$U'(q)$は、不連続的に下落することが示された。この論理を競争市場の枠組みに適用すれば、$U'(q)$は、資源価格と考えられるので、ある鉱山の採掘が開始される時点において、価格は不連続的に下落せねばならない。ところが、その時点において、set up コストの利払いが補償されるためには、競争市場においては、価格はむしろ不連続的に上昇しなければならない。というのは、社会的計画問題における目的関数が、効用関数の割引現在価値であるのに対し、競争市場でのそれは、各鉱山の利潤のそれであるからである。したがって、set up コストが存在する場合、社会的最適政策は競争市場経済によっては実現しえない。実際、彼らは、ある特定の社会的効用関数の下で、社会的最適化問題を解き、社会的に最適な採掘経路と同じ採掘経路上で競争的企業に採掘を行わせることを考えた。すると、同じ品位をもつ鉱山間で、獲得される利潤の割引現在価値が異なるという、競争市場ではありえない結果が得られた。

付録 2 (Cairns and Lasserre(1986)論文の命題IV. 3. (b)とその拡張)

今、$g_2<g_1$とする。C—Lの命題Ｉにおける議論により、鉱山１と鉱山２の採掘経路は、図Ａ１のようになる。したがって、T_2までに鉱山１は枯渇している。また、T_1、T_2における横断面条件 (transversality condition) より、$w_1(T_2)=w_2(T_2)=0$となる。よって、T_2においては、第１章(12)式より、$pg_1-c-u_1 \le 0$、かつ、$pg_2-c-u_2=0$。これより、$0<c/g_2-c/g_1 \le u_1/g_1-u_2/g_2$。よって、$u_2/g_2<u_1/g_1$ (C-L論文の命題II. (A))。今、$t \in (S_2, T_1)$において、$\dot{q}_2<0$となるとしよう。その区間のｔにおいて、第１章(12)式は、$pg_1-c-u_1=0$、かつ、$pg_2-c-u_2=0$。これをｔで微分して、$\dot{p}=ru_1/g_1=ru_2/g_2$。これは、上の結果に矛盾。よって、$t \in (S_2, T_1)$において、$\dot{q}_2<0$となることはない。したがって、その区間において、第１章(12)式を微分すると、

$$\dot{p}=ru_1/g_1=ru_2/g_2+\dot{w}_2/g_2-\dot{v}_2/g_2 \tag{A2-1}$$

を得る。$u_1/g_1>u_2/g_2$なので、(A2-1)より、鉱山２が生産している限り ($\dot{v}_2=v_2=0$)、$\dot{w}_2>0$。よって、$t \in (S_2, T_1)$においては、$w_2>0$。したがって、$w_2=pg_2-c-u_2$の連続性より、$t=T_1$において、$\dot{q}_2<0(w_2=0)$となることはなく、T_1以降の、T_1を含むある区間において、価格の非上昇期間が存在する (C—Lの命題IV. 3. (b))。C—Lでは、価格経路に関する分析はここで終わっている。以下では、価格が厳密に低下するのは、どのような場合であるかが、著者において考察される。

$t \in (S_2, T_1)$においては、(A2-1)より、つねに価格は上昇する。したがって、価格の低下局面が存在しうるのは、T_1以降であり、図Ａ１において、q_2が経路２をもてば、総生産量が区間(T_1, B'_2)において増加するので、その区間においては価格は減少する ($\dot{p}<0$)。ここで、B_2とB'_2は、それぞれ経路１と経路２における、投資終了時点を表す。

以下では、次のような線形の需要関数を仮定する。すなわち、

$$p=b-aQ \tag{A2-2}$$

ここで、$Q=g_1q_1+g_2q_2$は市場へのメタル供給量を表わし、また、bとaは定数である。

今、q_2が、経路２をもつものと仮定する。区間(T_1, B'_2)において、第１章(12)式をｔで微分

すると、$\dot{w}_2 = \dot{p}g_2 - \dot{u}_2 = \dot{p}g_2 - ru_2$ となる。よって、その区間では、$\dot{p} < 0$ なので、$\dot{w}_2 < 0$。また、上の(A2-1)によって、区間(S_2, T_1)においては、$\dot{w}_2 > 0$。したがって、$w_2(t)$は、T_1 より前においては増加し、T_1より後においては減少する。すなわち、

$$\dot{w}_2 = ru_1g_2 / g_1 - ru_2 > 0, \quad \dot{p} > 0 \quad \text{if} \quad t \in (S_2, T_1) \tag{A2-3}$$

$$\dot{w}_2 = \dot{p}g_2 - ru_2 < 0, \quad \dot{p} < 0 \quad \text{if} \quad t \in (T_1, B'_2) \tag{A2-4}$$

(A2-3)は、(A2-1)を書き換えたものである。ところが、w_2 の経路は鉱山１と２の品位格差の大きさに依存する。このことを示すために、まず、両鉱山で品位格差が大きい場合（このとき、鉱山２の品位が鉱山１のそれに比較してかなり劣る）をケースＬとし、品位格差が小さい場合（このとき、鉱山２の品位は鉱山１のそれに比較して遜色をとらない）をケースＳとする。また、上の二つのケースに対応する変数を、それぞれ、P_S, P_L, w_{2L}, w_{2S}, g_{2L}, g_{2S}, u_{2L}, u_{2S}, q_{2L}, q_{2S} とする。ただし、仮定より、$q_{2L}(t)=q_{2S}(t)$, $t \in (S_2, T'_2)$ である。以下では、ケースＳとケースＬについて、$\dot{w}_2$ を比較する。区間（S_2, T_1）においては、$\dot{w}_{2S}$ と $\dot{w}_{2L}$ の大小を判断することはできないが、区間（T_1, B'_2）においては、(A2-4)をもとに、それらの比較が可能である。すなわち、区間（T_1, B'_2）においては、$\dot{p}(<0)$ の絶対値の大きさについて、(A2-2)のような線形の需要関数の下では、$|\dot{p}_S| > |\dot{p}_L|$ となる。というのは、$g_{2S} > g_{2L}$ なので、市場へのメタル供給量の増加率は、ケースＳの方がケースＬよりも大きいからである。また、Ｃ―Ｌ論文の命題Ⅱ.(A)より、$u_{2L} < u_{2S}$ なので、結局、(A2-3)の右辺を両ケースにおいて比較すれば、$|\dot{w}_{2S}| > |\dot{w}_{2L}|$ がいえる。したがって、鉱山１と２の品位格差が小さい場合（ケースＳ)、T_1 以降、w_2 は急激に下落する。以上の両ケースについての w_2 の経路は、図Ａ２のようになる。ただし、区間（S_2, T_1）については、$w_{2L}=w_{2S}$ としているが、このことは、以後の結論にそれほど大きく影響しない。我々が知りたいのは、経路２と整合性をもつのは、上のどちらの場合かである。そのために、鉱山２における投資決定をみよう。

鉱山２は、投資一単位の限界価値が、その限界費用Ｙ以上のとき投資を行う。すなわち、

$$x_2(t) = \int_t^{T_2} w_2(s)e^{-r(s-t)}ds \geq Y \tag{A2-5}$$

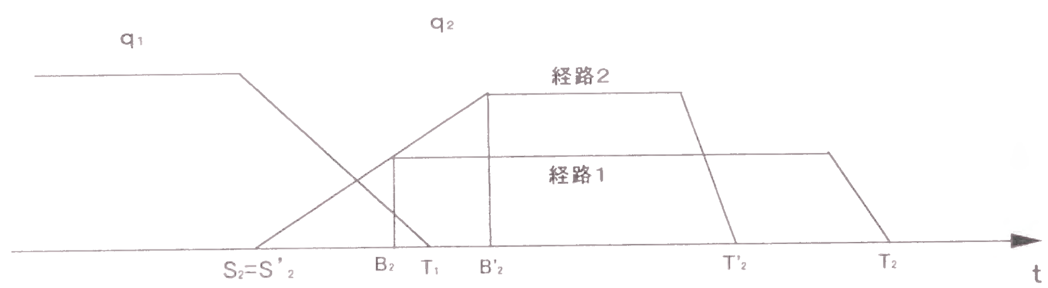
鉱山２は、S_2で投資を開始し、B'_2で投資を終了するので、

$$x_2(S_2) = x_2(B'_2) = Y \tag{A2-6}$$

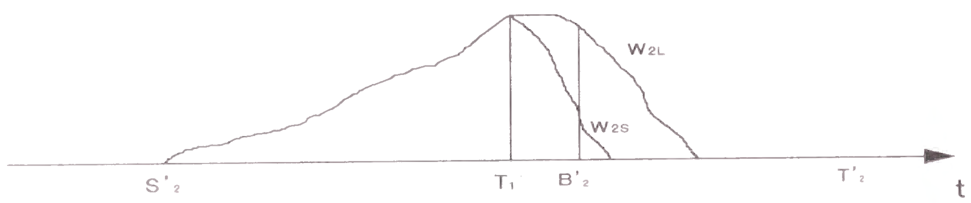
が成立し、x_2は、図Ａ３のような経路をもつ。

さて、経路２と整合性をもつのは、ケースＬとケースＳのどちらのであろうか。図Ａ２と(A2-5)および(A2-6)によって、鉱山１と２の品位格差が大きいならば（図Ａ２における w_{2L})、(A2-6)が成立することも可能であるが、鉱山１と２の品位格差が小さいならば、$x_2(S_2) > x_2(B'_2)$ となり、(A2-6)は成立しない。したがって、経路２が整合性をもつ、すなわち、価格が低下局面をもつのは、鉱山１と２の品位格差が大きい場合（ケースL）である。

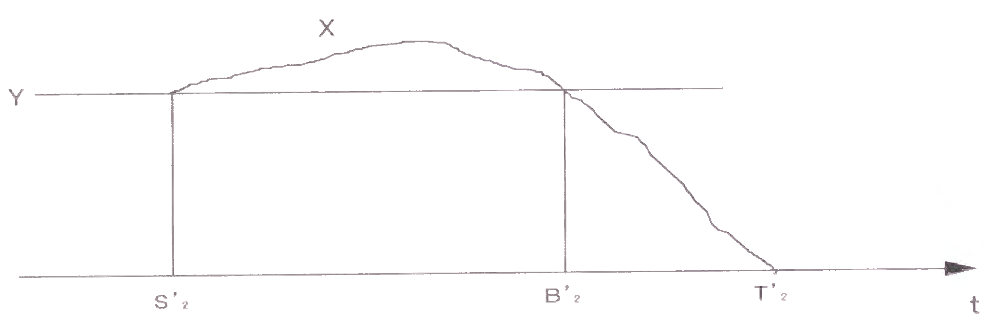
この経済的意味は、両鉱山の品位格差が小さいならば、その採掘経路を投資期間（S_2, B'_2）を前倒しすることで、利潤の割引現在価値を増加させることができるが、品位格差が大きければ、その採掘経路を鉱山１の採掘経路と重ねることによる損失が、投資期間を前倒しすることによる割引現在利潤の増加分を上回るということである。



図A1



図A2



図A3

(注)図A1、図A2、図A3は、すべて、Cairns and Lasserre(1986)をもとに筆者において作成された。

付録 3 (Smooth pasting condition の証明)

以下では、Dixit and Pindyck(1994, pp. 130-132)にしたがって、Smooth Pasting Condition を証明する。まず、$\Omega(P)=V(P)-kP$ とし、逆に、第２章(10)式、Smooth pasting condition が成立していないとする。すると、下の図A４と図A５が示すように、F(P)とΩ(P)は、開山のための臨界価格P＝P_Oにおいて、滑らかに接するのではなく、屈折点をもつように交わる。ところが、臨界価格P_Oの定義から、図A４はありえない。というのは、図A４では、P＜P_OをみたすPにおいて、F(P)＜Ω(P)が成立するので、そこでは開山することが最適となり、P_Oが開山のための臨界価格であるという仮定に矛盾する。したがって、以下では、図A５のような状況を想定し、その下で矛盾を導き出す。

過程Pを次のようなランダム・ウォークとする。すなわち、

$$\begin{cases} 確率\, q_1=\dfrac{1}{2}[1+a(P,t)\sqrt{\Delta t}/b(P,t)]\text{で、}\Delta h=b(P,t)\sqrt{\Delta t}\text{ だけ増加し、} \\ 確率\, q_2=\dfrac{1}{2}[1-a(P,t)\sqrt{\Delta t}/b(P,t)]\text{で、}\Delta h=b(P,t)\sqrt{\Delta t}\text{ だけ減少する。} \end{cases}$$

今、P＝P_Oにおいて開山するという政策のかわりに、次のような代替的政策を考える。すなわち、

$$\Delta t\text{ だけ開山を見合わせ、}\begin{cases} \Delta t\text{ 後に、Pが}\Delta h\text{だけ増加すれば開山} \\ \Delta t\text{ 後に、Pが}\Delta h\text{だけ減少すれば引き続き開山を見合わせる} \end{cases}$$

である。

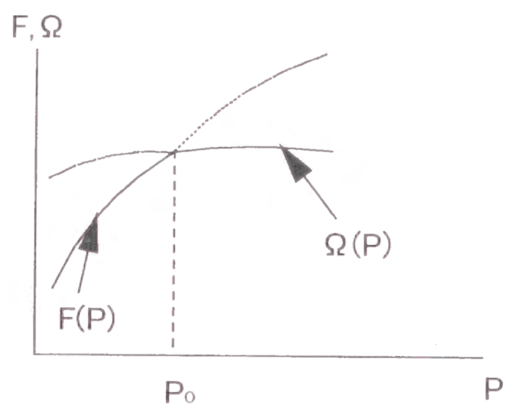
この代替的政策は、

$$0\cdot\Delta t+(1+\rho\Delta t)^{-1}[q_1\Omega(P_O(t)+\Delta h,t+\Delta t)+q_2F(P_O(t)-\Delta h,t+\Delta t)]$$

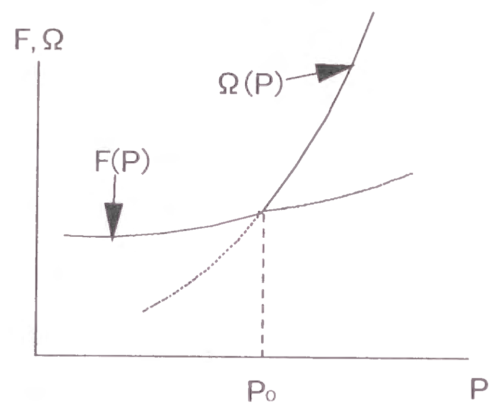
だけの価値を生み出す。これを（P_O(t), t）のまわりでテーラー展開し、Value matching condition、$\Omega(P_O(t),t)=F(P_O(t),t)$ を用いる。さらに、Δtが$(\Delta h)^2$のオーダーであることに注意し、$(\Delta h)^{3/2}$, $(\Delta h)^2$, …の項を無視すると、代替的政策が生み出す価値は、

$$\Omega(P_O(t),t)+\frac{1}{2}[\Omega_P(P_O(t),t)-F_P(P_O(t),t)]\Delta h$$

となる。ところが、$\Omega_P(P_O(t),t) > F_P(P_O(t),t)$ なので、この代替的政策は、最適政策が生み出す共通の価値、$\Omega(P_O(t),t) = F(P_O(t),t)$ よりも大きい価値を生み出してしまう。これは、もともとの政策が最適政策であることに矛盾する。したがって、最適政策の下では、$\mathrm{P}=\mathrm{P}_{\mathrm{O}}$ において、F(P)とΩ(P)は、互いになめらかに接していなければならない。　　Q.E.D.



図A4



図A5

付録 4　($\mathrm{P}_{\mathrm{O}}(\mathrm{T}) > \mathrm{P}_{\mathrm{C}}(\mathrm{T})$ の証明)

$G(P,T)=V(P,T)-F(P,T)$ とする。第2章の(7)式と(8)式より、

$$G(P,T)=Pq\frac{1-e^{-\delta T}}{\delta}-cq\frac{1-e^{-\rho T}}{\rho}+B_2P^{\beta_2}-A_1P^{\beta_1}$$

である。Value matching condition と Smooth pasting condition は、G(P,T)を用いて表すと、

$$G(P_O,T)=kq、\quad G(P_C,T)=-xq$$

$$G_P(P_O,T)=0、\quad G_P(P_C,T)=0 \qquad \text{(A4-1)}$$

今、逆に、$\mathrm{P}_{\mathrm{O}}(\mathrm{T}) < \mathrm{P}_{\mathrm{C}}(\mathrm{T})$ と仮定してみると、G(P,T)は、一般に下の図A6のような形状をとる。同図より、

$$G''(P_O)<0、\ G''(P_C)>0 \qquad \text{(A4-2)}$$

となることに注意する。

開山済みの状態に対応する市場均衡条件第2章(5)式と開山待ちの状態に対応するそれを書くと、

$$-V_T+\alpha PV_P+\frac{1}{2}\sigma^2P^2V_{PP}-\rho V+(Pq-cq)=0 \qquad \text{(5)(第2章)}$$

$$-F_T+\alpha PF_P+\frac{1}{2}\sigma^2P^2F_{PP}-\rho F=0 \qquad \text{(A4-3)}$$

第2章(7)式と(8)式より、$V_T=Pqe^{-\delta T}-cqe^{-\rho T}$、$F_T=0$ となることに注意して、第2章(5)式から(A4-3)を引くと、

$$-Pq(1-e^{-\delta T})+cq(1-e^{-\rho T})=\frac{1}{2}\sigma^2P^2G_{PP}+\alpha PG_P-\rho G \qquad \text{(A4-4)}$$

これを$\mathrm{P}=\mathrm{P}_{\mathrm{O}}$で評価して、(A4-1)と(A4-2)に注意すると、

$$\begin{aligned}-P_Oq(1-e^{-\delta T})+cq(1-e^{-\rho T})&=\frac{1}{2}\sigma^2P_O{}^2G_{PP}(P_O)+\alpha P_OG_P(P_O)-\rho G(P_O)\\&=\frac{1}{2}\sigma^2P_O{}^2G_{PP}(P_O)-\rho kq<0 \qquad \text{(A4-5)}\end{aligned}$$

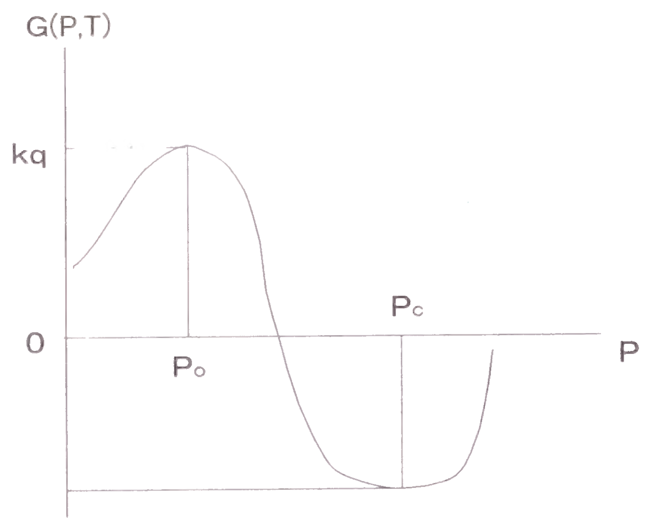
となる。(A4-4)を$\mathrm{P}=\mathrm{P}_{\mathrm{C}}$で評価すると、

$$-P_C q(1-e^{-\delta T})+cq(1-e^{-\rho T})=\frac{1}{2}\sigma^2 P_C{}^2 G_{PP}(P_C)+\alpha P_C G_P(P_C)-\rho G(P_C)$$

$$=\frac{1}{2}\sigma^2 P_C{}^2 G_{PP}(P_C)+\rho xq>0 \qquad \text{(A4-6)}$$

ここで、$P_O(T)<P_C(T)$を仮定していたので、(A4-5)の左辺は(A4-6)の左辺よりも大きい。ところが、(A4-5)の右辺は(A4-6)のそれよりも小さい。よって矛盾。したがって、$P_O(T)>P_C(T)$である。

Q. E. D.



図A6

付録 5 （$\frac{\partial P_O}{\partial T_0}<0$、および、$\frac{\partial P_C}{\partial T}<0$の証明）

$$P_O=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{c\frac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho}+k}{\frac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta}} \qquad \text{(19)（第２章）}$$

$$=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{c\delta(1-e^{-\rho T_0})+\rho\delta k}{\rho(1-e^{-\delta T_0})}$$

右辺をT_0で微分すると、

$$\frac{\partial r.h.s.}{\partial T_0}=\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\frac{c\delta\rho\{\rho(1-e^{-\delta T_0})e^{-\rho T_0}-\delta e^{-\delta T_0}(1-e^{-\rho T_0})\}-\rho^2\delta^2 ke^{-\delta T_0}}{(\rho(1-e^{-\delta T_0}))^2} \qquad \text{(A5-1)}$$

右辺の分子において、カッコ｛｝内が負であれば、$\frac{\partial P_O}{\partial T_0}<0$を示すことができる。すなわち、

$$\frac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta e^{-\delta T_0}}<\frac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho e^{-\rho T_0}}$$

を示せばよい。ところが、$\frac{1-e^{-\gamma T_0}}{\gamma e^{-\gamma T_0}}$を$\gamma$で微分すると、

$$\frac{e^{-\gamma T_0}(-1+e^{-\gamma T_0}+\gamma T_0)}{(\gamma e^{-\gamma T_0})^2}$$

となり、これは正の値をとる。ここで、$\delta<\rho$に注意すれば、上の不等号が成立するのがわかる。

P_Cについて、$\frac{\partial P_C}{\partial T_0}$を計算すれば、今度は、(A5-1)右辺の分子における、xを含む項が正の符号をもつことがわかる。このときは、xが十分小さければ、$\frac{\partial P_C}{\partial T_0}<0$となることを、$P_O$の場合と同様の論理によって示すことができる。

Q. E. D.

付録 6　(将来の予想価格曲線の予測不可能なシフトと基本ルールの経済的合理性の証明)

Krautkraemer(1989)論文においてなされた、将来の予想価格曲線の予測不可能なシフトに対する基本ルールの経済的合理性の証明を行う。最初に、将来の予想価格曲線の予測不可能なシフトに対して数学的な定義を与える。そのような予測不可能なシフトが生じる前の将来の予想価格曲線を $P(t)$ で表わし、予測不可能なシフトが生じた後のそれを $\tilde{P}(t)$ で表わす。さらに、$\tilde{P}(t)$ は、$P(t)$ をもちいて次のように表わすことができるものとする。すなわち、

$$\tilde{P}(t) = aP(t) \qquad \text{(A6-1)}$$

である。ここで、a は定数、かつ、$a > 0$ とする。

Krautkraemer(1989)は、このことを鉱山企業が採掘終了時点Tを選択できるケースについて証明しているが、Tを自由に選択できる場合の横断面条件には、第3章(5)式以外に、

$$\Pi(T) - \lambda(T)d(T) = 0 \qquad \text{(A6-2)}$$

が新たに追加される。ここで、$\Pi(t) = P(t)f(x(t))d(t) - C(x(t), d(t))$ である。t＝Tにおける(MP)条件(第3章(2),(3)式)をもう一度書くと、

$$\Pi_x(T) = 0 \qquad \text{(A6-3)}$$

$$\Pi_d(T) - \lambda(T) = 0 \qquad \text{(A6-4)}$$

(A6-4)を(A6-2)に代入すると、(A6-2)は、

$$\Pi(T) - \Pi_d(T)d(T) = 0 \qquad \text{(A6-2)'}$$

となる。(A6-2)’と(A6-3)を全微分して、(A6-3)に注意すると、

$$\Pi_{xx}(T)dx(T) + \Pi_{xd}(T)dd(T) + \Pi_{xP}(T)dP(T) = 0 \qquad \text{(A6-5)}$$

$$-\Pi_{dx}(T)d(T)dx(T) - d(T)\Pi_{dd}(T)dd(T) + (\Pi_P(T) - \Pi_{dP}(T)d(T))dP(T) = 0 \qquad \text{(A6-6)}$$

$\Pi_{xP}(T) = f'(x(T))d(T)$、$\Pi_{dP}(T) = f(x(T))$、$\Pi_P(T) = f(x(T))d(T)$ であることに注意すると、(A6-5)と(A6-6)より、

$$\frac{dx(T)}{dP(T)} = -\frac{\Pi_{dd}(T)f'(x(T))d(T)}{\Gamma(T)} \geq 0 \qquad \text{(A6-7)}$$

が言える。ここで、$\Gamma(T) = \Pi_{dd}(T)\Pi_{xx}(T) - \Pi_{xd}(T)^2$ である。

さて、Krautkraemerタイプの費用関数、$C(x,d) = (dx)^\theta$ を用いた場合、第3章(6)式は、

$$\dot{x} = \frac{\lambda\Pi_{xd}}{\Gamma}(\frac{\dot{P}}{P} - \delta) \qquad \text{(A6-8)}$$

となることをみた。以下では、更新された予想価格曲線 $\tilde{P}(t)$ の下で最適に制御された変数の上にはティルダを付けることにする。ψ を次のように定義する。

$$\psi = \dot{\tilde{x}} - \dot{x} = \tilde{\Gamma}^{-1}\tilde{\lambda}\tilde{\Pi}_{xd}(\frac{\dot{P}}{P} - \delta) - \Gamma^{-1}\lambda\Pi_{xd}(\frac{\dot{P}}{P} - \delta) \qquad \text{(A6-9)}$$

ここで、$\frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{\tilde{P}}}{\tilde{P}}$ に注意する。(A6-9)より、$\tilde{\Gamma}^{-1}\tilde{\lambda}\tilde{\Pi}_{xd} = \Gamma^{-1}\lambda\Pi_{xd}$ のとき $\psi = 0$ となる。

Krautkraemerタイプの費用関数、$C(x,d) = (dx)^\theta$ の下で、$\frac{\tilde{\lambda}\tilde{\Pi}_{xd}\Gamma}{\lambda\Pi_{xd}\tilde{\Gamma}}$ を計算すると、

$$\frac{\tilde{\lambda}\tilde{\Pi}_{xd}\Gamma}{\lambda\Pi_{xd}\tilde{\Gamma}} = \frac{\theta\tilde{x}^{\theta-1}\tilde{d}^{\theta-1}(\frac{\tilde{f}}{\tilde{f}'} - \tilde{x})\theta(1-\theta)\tilde{x}^{\theta-1}\tilde{d}^{\theta-1}x^{2\theta-2}d^{2\theta-2}\theta^2(1-\theta)\frac{xf''}{f'}}{\theta x^{\theta-1}d^{\theta-1}(\frac{f}{f'} - x)\theta(1-\theta)x^{\theta-1}d^{\theta-1}\tilde{x}^{2\theta-2}\tilde{d}^{2\theta-2}\theta^2(1-\theta)\frac{\tilde{x}\tilde{f}''}{\tilde{f}'}} \qquad \text{(A6-10)}$$

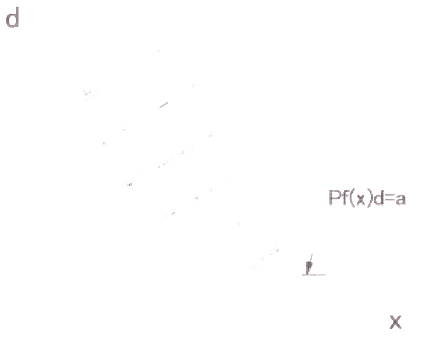
(A6-10)の右辺をみると、d および $\tilde{d}$ が分母と分子において互いに打ち消し合って、結果的に(A6-10)の右辺は d および $\tilde{d}$ を含まないことがわかる。したがって、$x = \tilde{x}$ のときに、(A6-10)の右辺は1となり、このとき、(A6-9)から、$\dot{x} = \dot{\tilde{x}}$ となることがわかる。$x = \tilde{x}$ のときに、$\dot{x} = \dot{\tilde{x}}$ となるのであるから、$x(t)$ と $\tilde{x}(t)$ は決して交わらない。

今、(A6-1)において、$a > 1$、すなわち、将来の予想価格曲線の予測不可能な上方へのシフトが生じたものとする。このとき、$\tilde{P}(T) > P(T)$ なので、(A6-7)より、$\tilde{x}(T) > x(T)$ となることがわかる。ところが、$x(t)$ と $\tilde{x}(t)$ は交わらないのであるから、結局、$\tilde{x}(0) > x(0)$ となる。したがって、将来の予想価格曲線の予測不可能な上方へのシフトが生じた、t＝0において、鉱山企業は採掘鉱石の品位を下げ、このとき基本ルールが成立する。逆に、t＝0において、将来の予想価格曲線の予測不可能な下方へのシフトが生じた場合は、$\tilde{x}(0) < x(0)$ となることがわかり、このときも基本ルールが成立する。

Q. E. D.

付録 7 （Pf(x)d の等収入曲線が原点に対して凸となることの証明）

同じことであるが、以下では、集合$\left\{x,d \in R^2 \middle| Pf(x)d \geq a\right\}$（図A７における斜線部）が凸集合となることを示す。ここで、aは定数であるとする。



図A7

まず、R^{S}内の凸集合Xを定義域とする実数値関数$F: X \to R$が準凹関数（quasi-concave function）であることの定義を示す。すなわち、実数値関数Fが準凹であるとは、Xの相異なる任意の二つの点x$_1$、x$_2$と、0<α<1を満足する任意の実数αに対して、

$$F(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq \min\left\{F(x_1), F(x_2)\right\} \qquad \text{(A7-1)}$$

が成立することである。

次に、関数Fが準凹関数ならば、0<α<1 を満足する任意の実数αに対して、集合$\left\{x \in X \middle| F(x) \geq a\right\}$が凸集合となることを示す。ここで、$a$は定数であるとする。すなわち、(A7-1)が成立する$\Rightarrow F(x_1) \geq a$、かつ、$F(x_2) \geq a$ならば、$F(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq a$を示す。

今、$F(x_1) \geq F(x_2)$とする。すると、(A7-1)より、$F(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq F(x_2)$が言え、ここで、$F(x_2) \geq a$とすれば、$F(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq a$が言える。同様のことが、$F(x_1) \leq F(x_2)$としても言える。

したがって、Pf(x)d の等収入曲線が原点に対して凸となることを示すには、Pf(x)d がx、dについて、準凹関数であることを示せばよい。ところで、Pf(x)d は、２回連続微分可能なので、Takayama(1985)の Theorem 1.E.14 が適用できる。よって、次を示せばよい。

$$B_1 \equiv \begin{vmatrix} 0 & RV_x \\ RV_x & RV_{xx} \end{vmatrix} < 0,\quad B_2 \equiv \begin{vmatrix} 0 & RV_x & RV_d \\ RV_x & RV_{xx} & RV_{xd} \\ RV_d & RV_{dx} & RV_{dd} \end{vmatrix} > 0.$$

ここで、$RV \equiv Pf(x)d$ 。B$_1$、B$_2$を計算すれば、$B_1 = -(Pf'd)^2 < 0$ 、かつ、$B_2 = (Pf)(Pf')(Pf'd) + (Pf'd)(Pf')(Pf) - (Pf)^2(Pf''d) > 0$。 Q. E. D.

付録 8 （図３－５における点D’において、(MP)条件(2)、(3)が成立しないことの証明）

再び(MP)条件をかくと、

$$Pf'd - C_x = 0 \qquad \text{(2)（第３章）}$$

$$Pf - C_d = \lambda \qquad \text{(3)（第３章）}$$

である。等収入曲線$RV(x,d) \equiv Pf(x)d = RV^+$の傾きは、

$$\frac{dd}{dx} = -\frac{f'd}{f}$$

となる。一方、等費用曲線$C(x,d) = C^+$の傾きは、

$$\frac{dd}{dx} = -\frac{C_x}{C_d}$$

となる。

今、点D’において、上の(MP)条件が成立しているものとする。ところで、点D’においては、等収入曲線の傾きの絶対値の方が、等費用曲線のそれよりも大きいので、そこでは、

$$\frac{f'd}{f} > \frac{C_x}{C_d}$$

が成立している。これを(2)、(3)（第３章）を用いて書き直すと、

$$\frac{f'd}{f} > \frac{Pf'd}{Pf - \lambda}$$

となる。ところが、$\lambda > 0$なので、これは矛盾。したがって、点D’は最適な点ではありえない。

Q. E. D.

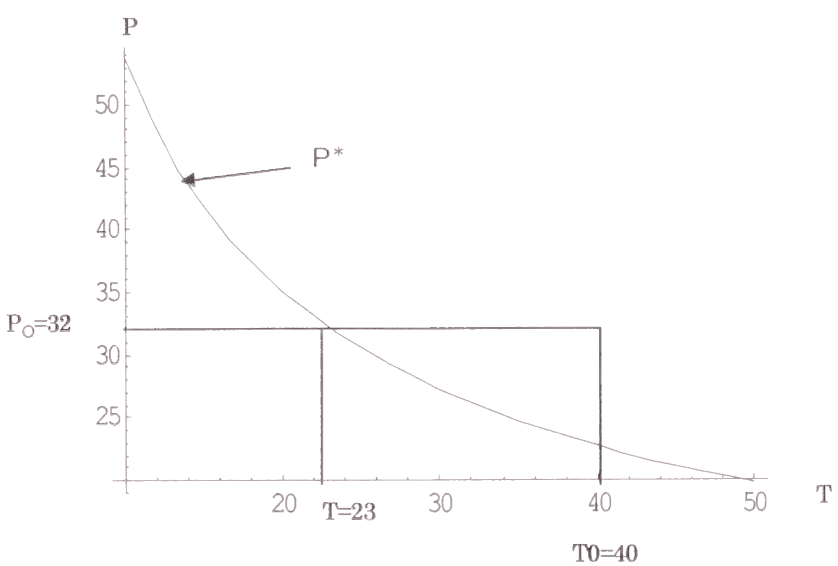
付録 9 （稼動鉱山において生産規模を拡張するための臨界価格が、未開発鉱山が開山するための臨界価格よりも低いことを示す数値例）

第２章の(19)式と(38)式は、それぞれ開山価格$P_O(T_0)$と生産規模の拡張価格曲線$P^*(T)$を表わしている。

$$P_O = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{c_1 \dfrac{1-e^{-\rho T_0}}{\rho} + k}{\dfrac{1-e^{-\delta T_0}}{\delta}} \qquad (19)\ (第２章)$$

$$P^*(T) = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{c_2 (\dfrac{1-e^{-\rho T}}{\rho} - Te^{-\rho T}) + k}{\dfrac{1-e^{-\delta T}}{\delta} - Te^{-\delta T}} \qquad (38)\ (第２章)$$

下の図Ａ８は、第２章の(19)式と(38)式をもとに開山価格$P_O(T_0)$と拡張価格曲線$P^*(T)$を描いたものである。ただし、$T_0=40$, $\delta=0.05$, $\rho=0.1$, $k=10$, $c_1=20$, $c_2=10$ である。$T_0=40$ を第２章(19)式に代入すれば、$P_O=32$ である。ここで、平均採掘費用が小さい順に開山しているので、稼動鉱山の平均採掘費用（$c_2=10$）の方が未開発鉱山のそれ（$c_1=20$）よりも小さいことに注意する。図Ａ８より、$23 \le T \le T_0$であれば、$P^*(T) < P_0 = 32$であることがわかる。すなわち、稼動鉱山の残存採掘年数が２３年以上であれば、その鉱山の生産規模の拡張は未開発鉱山の開山よりも先に実行される。



図A8

付録 １０ （鉱山における品位調整が外生的ショックに対して果たす役割）

ここでは、外生的ショックに対して、鉱山における品位調整がどのような役割をもつかについて数値例を提示する。第３章第３節との違いは、ここでは需要曲線を導入するので、価格は内生化されることである。競争的鉱山企業が仮定される。外生的ショック（需要曲線の上方へのシフト）はゼロ期に起こるものとする。ただし、鉱山企業は事後的にのみ外生的ショックの発生を知ることができる。また、鉱山企業は需要曲線のシフトは起こらないものと期待している（あるいは、需要曲線のシフト幅の期待値はゼロである）と仮定する。以下では、第３章第３節と同じように二つのタイプの費用関数についてシミュレーションを試みる。すなわち、利潤関数として、次の二つを考える。

$$\Pi_1(x_t, d_t) = P_t x_t^{1/2} d_t - g_1 (x_t d_t)^{\theta} \qquad (A10\text{-}1)$$

$$\Pi_2(x_t, d_t) = P_t x_t^{1/2} d_t - g_2 (a_1 x_t^{\frac{\rho}{\phi}} + a_2 d_t^{\frac{\rho}{\phi}})^{\frac{1}{\rho}} \qquad (A10\text{-}2)$$

ここで、T, D_0, g_1, g_2, θ, a_1, a_2, ρ, ϕはパラメータで、それらを次のように設定する。

$T=10$, $D_0=80$, $g_1=10$, $g_2=50$, $\theta=1.2$, $a1=0.2$, $a2=0.8$, $\rho=1$, $\phi=0.56$

また、平常時と外生的ショック発生時の需要関数をそれぞれ

$$P = 40 - 6 * M \quad (平常時) \qquad (A10\text{-}3)$$

$$P = 50 - 6 * M \quad (外生的ショック発生時) \qquad (A10\text{-}4)$$

とする。

鉱山企業は、利潤の割引現在価値を最大にするように行動する。すなわち、

$$MAX \sum_{t=0}^{T-1} \Pi(x_t, d_t)(\frac{1}{1+\delta})^t + (\frac{1}{1+\delta})^T \Pi(x_T, D_T)$$

s. t.

$$D_{t+1} - D_t = -d_t$$

ここで、D_0は所与とする。すると、必要条件は以下のように表される。

$$\frac{\partial \Pi(x_t, d_t)}{\partial x_t} = 0 \qquad t = 0, \cdots, T-1 \qquad (A10\text{-}5)$$

$$\frac{\partial \Pi(x_t, d_t)}{\partial d_t} - \frac{1}{1+\delta}\lambda_{t+1} = 0 \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad \text{(A10-6)}$$

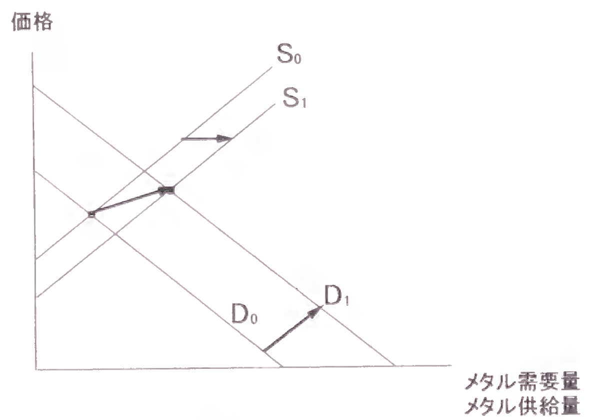
$$\frac{1}{1+\delta}\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0 \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad \text{(A10-7)}$$

$$D_{t+1} - D_t = -d_t \qquad t=0,\ \cdots,\ T-1 \qquad \text{(A10-8)}$$

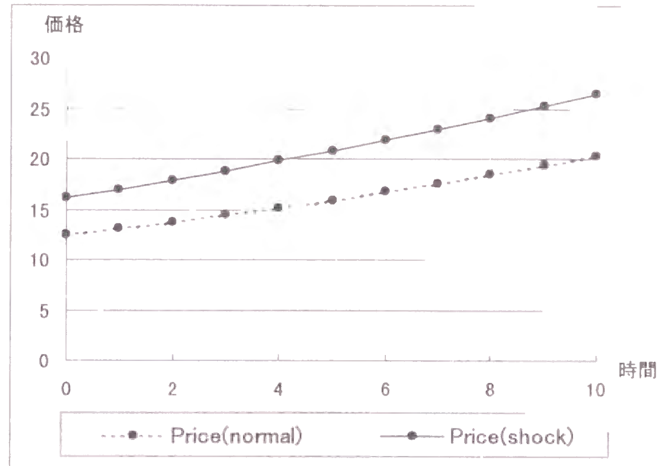
$$\lambda_T = \frac{\partial \Pi(x_T, D_T)}{\partial D_T} \qquad \text{(A10-9)}$$

$$\frac{\partial \Pi(x_T, D_T)}{\partial x_T} = 0 \qquad \text{(A10-10)}$$

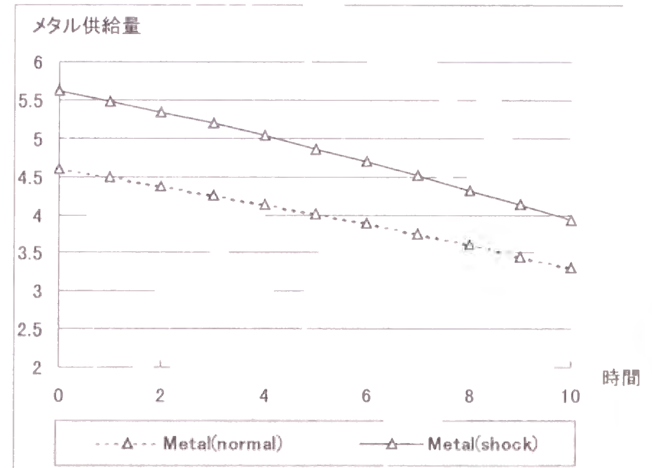
(A10-3) と (A10-5) - (A10-10) は、外生的ショックが発生しなかった場合に対応し、(A10-4) と (A10-5) - (A10-10) は、外生的ショックが発生した場合に対応する。それら二つのケースを Π_1 と Π_2 をもとにそれぞれ計算する。Π_1 をもとにした計算結果を示したのが、図Ａ９、図Ａ１０、図Ａ１１であり、Π_2 をもとにした計算結果を示したのがしたのが、図Ａ１２、図Ａ１３、図Ａ１４である。ここで、採掘率 x を上げることは、採掘鉱石の品位を下げることに対応している。すると、外生的ショックが発生した t＝0 において、どちらのタイプの鉱山企業とも、採掘鉱石の品位を下げることによって（図Ａ１１と図Ａ１４）メタル供給量を増加させ（図Ａ１０と図Ａ１３）、その結果として外生的ショックによる価格の上昇が緩和されている。このことを示したのが、下の図Ａ１５である。すなわち、外生的ショックの発生（需要曲線の D_0 から D_1 へのシフト）に対して、供給曲線が S_0 から S_1 にシフトすることによって価格の上昇が緩和されている。



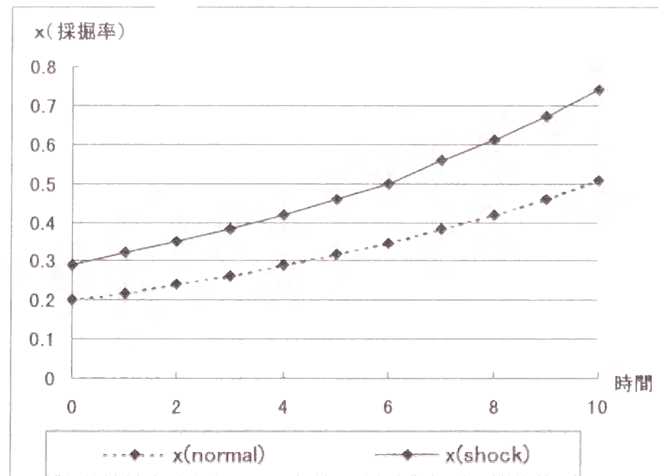
図Ａ１５



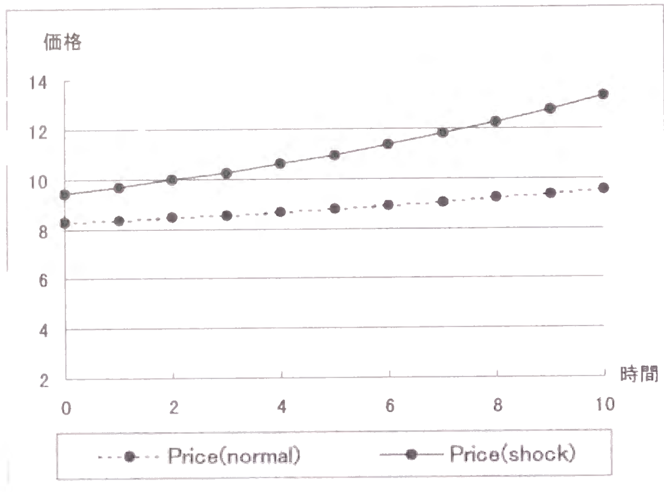
図A9 Π1をもとにした計算結果(価格)



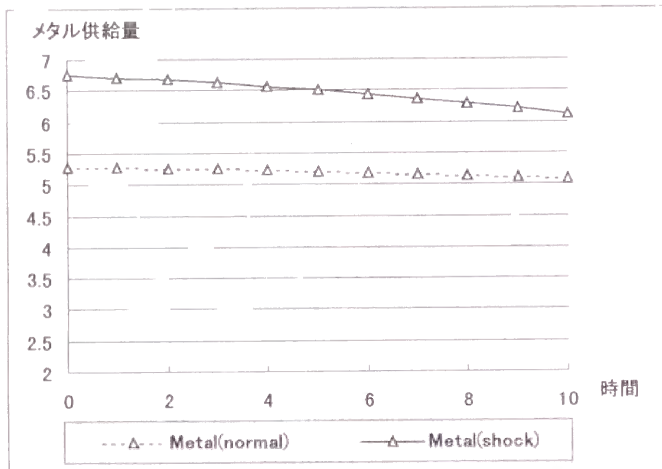
図A10 Π1をもとにした計算結果(メタル供給量)



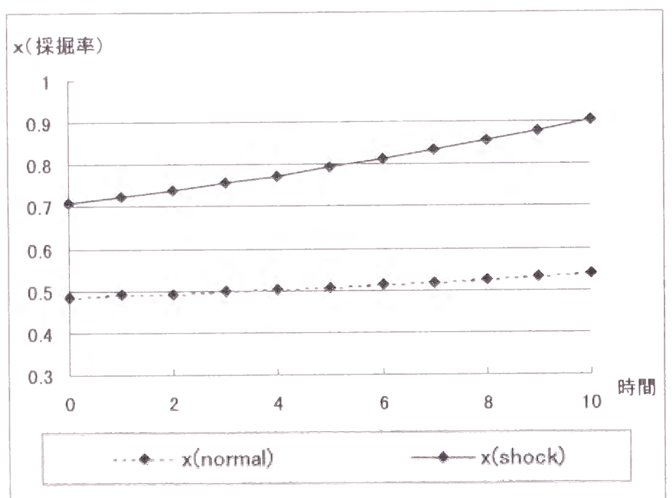
図A11 Π1をもとにした計算結果(x(採掘率))



図A12 Π2をもとにした計算結果(価格)



図A13 Π2をもとにした計算結果(メタル供給量)



図A14 Π2をもとにした計算結果(x(採掘率))

謝辞

本研究に際し、京都大学大学院人間・環境学研究科教授 北畠能房先生には、これまで6年間終始懇篤な御指導、御鞭撻賜りました。北畠先生には、本研究のとくに理論的考察において一歩も妥協しない厳しさをもって御指導賜り、6年目にしてやっと北畠門下の学風を体で感じることができました。著者が北畠先生からいただいたものを数行ではとても表現できないのが残念ですが、今思えば、「もっと素直な学生であればよかった」後悔すると同時に、とても幸せな学生生活であったと実感することができます。ここに深く感謝の意を表します。

京都大学大学院エネルギー科学研究科教授 西山孝先生には、研究の指導だけでなく、ときには貴重なデータを提供していただき、またときには研究発表の機会をも賜りました。また、本研究にあたり、神岡鉱山、菱刈鉱山にてヒヤリング調査を行いましたが、その際、西山先生には、何人もの人を紹介していただきました。とくに、西山先生には、現場の感覚に触れることの大切さを教えていただいたように感じます。指導教授にも匹敵する御指導を賜りました西山先生に深く感謝の意を表します。

京都大学人間・環境学研究科教授 斎藤 裕先生には、5年間もの間、数学のセミナーを通して御指導賜りました。斎藤先生には、数学を通して、物事の本質を素早く見抜くことが研究の上でいかに大切さかを教えていただきました。ある日、斎藤先生には、セミナーでの著者の発表が本質を捉えたものでなかったためにお叱りを頂戴いたしましたが、それ以来、著者のノートの取り方が一変いたしました。非常に貴重なことをご教授いただきました。ここに深く感謝の意を表します。

著者の学部時代の恩師であります、慶応義塾大学 経済学部教授 細田衛士先生には、理論部分において貴重な御助言を賜りましたとともに、先生から賜りました激励には幾度も助けられました。ここに深く感謝の意を表します。修道大学 経済学部教授 時政 勗先生には、本研究に際し、とくに理論部分において貴重な御助言を賜りました。ここに深く感謝いたします。また、現在、著者が勤務している岐阜聖徳学園大学 経済情報学部学部長 妙見 孟先生には、多くの研究発表の機会を賜るだけでなく、力強い激励を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

通産省中部近畿鉱山保安監督部近畿支部の 山中 佐監督課長には、本研究第３章に着手する段階において、日本の鉛・亜鉛鉱山における品位調整方法についてご教示賜りましたが、その際に、非常に有意義な視点を提供してくださいました。ここに深く感謝の意を表します。三井金属鉱業株式会社 町田稔課長には、神岡鉱山の見学におきまして、多くの知見をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。また、住友砕石 巽建材株式会社 工藤寿美生 所長には、菱刈鉱山での品位調整方法についてご教示くださいました。ここに厚く御礼申し上げます。さらに、長年にわたって構築されてきた鉱山情報システム（ＭＩＳ）の使用を許可して下さいました住友金属鉱山株式会社に厚く御礼申し上げます。

最後に、恩師、諸先輩方、同窓生をはじめお世話になったすべての方々に厚く御礼申し上げます。どうもありがとうございました。

参考文献

Ahrens, W. A. and V. R. Sharma(1997), 'Trends in Natural Resource Commodity Prices: Deterministic or Stochastic?,' *Journal of Environmental Economics and Management* 33, 59-74.

Arrow, K. J.(1953), 'The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing,' *Review of Economic Studies* 31, 91-96.

Bailey, E. E. and A. F. Friedlaender(1982), 'Market Structure and Multiproduct Industries', *Journal of Economic Literature* 20, 1024-1048 .

Brennan, M. J. and E. S. Schwartz(1985), 'Evaluating Natural Resource Investments,' *Journal of Business* 58, 135-157.

Campbell, H. F.(1980), 'The Effect of Capital Intensity on the Optimal Rate of Extraction of a Mineral Deposit,' *Canadian Journal of Economics* 13, 349-356.

Cairns, R. D.(1981), 'An Application of Depletion Theory of to a base metal: Canadian Nickel,' *Canadian Journal of Economics* 14, 635-648.

__________ (1986), 'A Model of Exhaustible Resource Exploitation with Ricardian Rent', *Journal of Environmental Economics and Management* 13, 313-324.

Cairns,R. D. and P. Lasserre(1986), 'Sectoral Supply of Minerals of Varying Quality,' *Scandinavian Journal of Economics* 88,605-626.

__________(1991), 'The Role of Investment in Multiple-deposit Extraction: Some Results and Remaining Puzzles,' *Journal of Environmental Economics and Management* 21,52-66.

Davidson, R. and J. G. MacKinnon. 1993. Estimation and inference in econometrics. New York: Oxford University Press.

Dasgupta, P. and G. M. Heal. 1979. Economic Theory and Exhaustible Resources. Cambridge: Cambridge University Press.

Debreu, G. 1959. Theory of Value. New York: Wiley.

Dickey, D. A., W. R. Bell and R. B. Miller(1986), 'Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications', *American Statistics* 40, 12-26.

Dixit, A.(1989), 'Entry and Exit Decisions under Uncertainty,' *Journal of Political Economy* 97, 620-638.

Dixit, A. and R. S. Pindyck. 1994. Investment under Uncertainty. Princeton. NJ: Princeton University Press.

Eswaran, M., T. R. Lewis and T. Heaps(1983), 'On the Nonexistence of Market Equilibria in Exhaustible Resource Markets with Decreasing costs,' *Journal of Political Economy* 91, 154-167.

Farrow, S. and J. A. Krautkraemer(1989), 'Extraction at the Intensive Margin : Metal Supply and Grade Selection in response to Anticipated and Unanticipated Price Changes', *Resources and Energy* 11, 1-21.

Gilbert, R. J.(1978), 'Dominant Firm Pricing Policy in a Market for an Exhaustible Resource,' *The Bell Journal of Economics* 9, 385-395.

Gray, L. C.(1914), 'Rent under the Assumption of Exhaustibility,' *Quarterly Journal of Economics* , 466-489.

Hartman, H. L. et al. ed. 1992. SME Mining Engineering Handbook. 2nd ed. Littleton. Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc.

Hartwick, J. M.(1978), 'Exploitation of Many Deposits of an Exhaustible Resource,' *Econometrica* 46, 201-217.

Hartwick, J. M., M. C. Kemp and N. V. Long(1986), 'Set-up Costs and Theory of Exhaustible Resources,' *Journal of Environmental Economics and Management* 13, 212-224.

Hoel, M.(1978), 'Resource Extraction when a Future Substitute has an Uncertain Cost,' *Review of Economic Studies* 45, 637-644.

Hotelling, H.(1931), 'The Economics of Exhaustible Resources,' *Journal of Political Economy* 39, 137-175.

Jevons, W. S. 1865. The Coal Question.

Jolly, J. L. 1985. Mineral Facts and Problem 1985 Edition, Bureau of Mines. pp. 197-221.

____________1993. Metal Prices in the United States through 1991. Bureau of Mines. pp. 45-52.

Kemp, M. C.(1976), 'How to Eat a Cake of Unknown Size,' in Three Topics in the Theory of International Trade: Distribution, Welfare and Uncertainty. Amsterdam: North-Holland.

Kemp, M. C. and N. V. Long(1977), 'Eating a Cake of Unknown Size: pure Competition versus Social Planning,' in Kemp, M. C. and N. V. Long ed. Exhaustible Resources, Optimality and Trade. Amsterdam: North-Holland.

Kemp, M. C. and N. V. Long(1984), 'The Efficiency of Competitive Markets in a Context of Exhaustible Resources,' in Kemp, M. C. and N. V. Long ed. Essays in the Economics of Exhaustible Resources. Amsterdam: North- Holland.

Kimmel, S.(1984), 'A Note on Extraction with Nonconvex Costs,' *Journal of Political Economy* 92, 1158-1167.

Krautkraemer, J. A.(1988), 'The Cut-off Grade and the Theory of Extraction', *Canadian Journal of Economics* 21(1), 146-160.

Krautkraemer, J. A.(1989), 'Price Expectations, Ore Quality Selection, and the Supply of a Nonrenewable Resource', *Journal of Environmental Economics and Management* 16, 253-267.

Levhari, D. and R. S. Pindyck(1981), 'The Pricing of Durable Exhaustible Resources,' *Quarterly Journal of Economics* 1006, 365-377.

Lewis, T., S. A. Matthews and H. S. Burness(1979), 'Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible resources: Comments,' *American Economic Review* 69, 227-230.

Leybourne, S. and B. MacCabe(1994), 'A Consistent Test for a Unit Root', *Journal of*

Business Economic Statistics 12, 157-166.

Loury, G. C. (1978), 'The Optimal Exploitation of am Unknown Reserve,' *Review of Economic Studies* 45, 621-636.

MacAvoy, P. W. 1988. Explaining Metal Prices Economic Analysis of Metals Markets in the 1980s and 1990s.

Monthly Bulletin of Statistics(1997), Vol. LI, 180.

Monthly Bulletin of Statistics(1998), Vol. LII, 180.

Metals & Minerals Annual Review(1993), pp. 44-45.

Metals & Minerals Annual Review(1994), pp. 36-37.

Metals & Minerals Annual Review(1995), pp. 36-37.

Mill, J. S. 1848. Principles of Political Economy.

Multhus, T. R. 1798. An Essay on the principle of Population.

Mumy, G. E. (1984), 'Competitive Equilibria in Exhaustible Resource Markets with Decreasing Costs: A Comment on Eswaran, Lewis, and Heap's Demonstration of Nonexistence,' *Journal of Political Economy* 92, 1168-1174.

Napier, J. A. L. (1983), 'The Effect of Cost and Price Fluctuations on the Optimum Choice of Mine Cut-off Grade', *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* 83, 117-125.

Olsen, T. E. (1989), 'Capital Investments and Resource Extraction from Non-identical Deposits,' *Journal of Environmental Economics and Management* 17, 127-139.

Ouliaris, S., J. Y. Park and P. C. Phillips (1989), 'Testing for a Unit Root in the Presence of a maintained trend, in Raj, B. ed. Advanced Econometrics. Norwell. MA: Kluwer Academic.

Perron, P. (1989), 'The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis', *Econometrica* 57, 1361-1401.

Pindyck, R. S. (1978), 'The Optimal Exploration and Production of Nonrenewable Resources,' *Journal of Political Economy* 86, 841-862.

_________ (1980), 'Uncertainty and Exhaustible Resource Markets,' *Journal of Political Economy* 88, 1203-1225.

_________ (1988), 'Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm,' *American Economic Review* 79, 969-985.

Ricardo, David. 1817. Principles of Political Economy and Taxation.

Schulze, W. D. (1974), 'The Optimal Use of Non-renewable Resources: The Theory of Extraction,' *Journal of Environmental Economics and Management* 1, 53-73.

Slade, M. E. (1982a), 'Cycles in Natural Resource Commodity Prices: An Analysis of the Frequency Domain,' *Journal of Environmental Economics and Management* 9, 138-148.

_________ (1982b), 'Trends in Natural Resource Commodity Prices: An Analysis of the Time Domain,' *Journal of Environmental Economics and Management* 9, 122-137.

_________ (1988), 'Grade selection under Uncertainty: Least Cost Last and Other Anomalies,' *Journal of Environmental Economics and Management* 15, 189-205.

Solow, R. M. (1974), 'The Economics of Resources or the Resources of Economics,' *American Economic Review* 64, 1-14.

Solow, R. M. and F. Y. Wan (1976), 'Extraction Costs in the Theory of Exhaustible Resources,' *The Bell Journal of Economics*, 359-370.

Stiglits, J. E. (1976), 'Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources,' *American Economic Review* 66, 655-661.

Sweeney, J. L. (1977), 'Economics of Depletable Resources: Market forces and Intertemporal Bias,' *Review of Economic Studies* 44, 125-142.

Takayama, A. 1985. Mathematical Economics (2nd. ed.). New York: Cambridge University Press.

U. S. Geological Survey and U. S. Bureau of Mines. 1996. Mineral Commodity Summaries. pp. 50.

Varian, H. R. 1984. Microeconomic Analysis. 2nd ed. New York: W. W. Norton Company.

Vousden, N. (1977), 'Resource Depletion with Possible Non-Convexities in Production,' in Pitchford, J. D. and S. J. Turnovsky eds. Applications of Control Theory to Economic Analysis. Amsterdam: North-Holland.

Warhurst, A. (1994), 'The Limitation of Environmental Regulation in Mining,' in Eggert, R. G. ed. Mining and the Environment: international perspectives on public policy, 132-172.

Weinstein, M. C. and R. J. Zeckhauser(1975), 'the Optimum Consumption of Depletable natural Resources,' *Quarterly Journal of Economics* 89, 371-392.

入江成雄『一次産品輸出安定化施策の研究』多賀出版、1985年。

奥野正寛、鈴村興太郎『ミクロ経済学II』(モダン・エコノミクス・シリーズ) 岩波書店、1985年。

経済企画庁：世界経済白書（昭和50年―昭和58年度版、平成元年度版、平成7年度版）

資源経済部門委員会『鉱物資源データブック Ｉ．鉱類別統計』社団法人資源・素材学会、1994年。

地学団体研究会新版地学辞典編集委員会 編集『新版 地学辞典』平凡社、1996年。

時政勗『経済の情報と数理⑧ 枯渇性資源の経済分析』牧野書店、1993年。

(財)日本エネルギー研究所 エネルギー計量分析センター編(1996)：E DMC／エネルギー・経済統計要覧（1996年度版）

住友金属鉱山株式会社(1993)：MIS（鉱山情報システム）