

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報学)	氏名	吉田 悠一
論文題目	Studies on Constant-Time Algorithms for Bounded-Degree Graphs and Constraint Satisfaction Problems (次数を制限したグラフと制約充足問題に対する定数時間アルゴリズムの研究)		
(論文内容の要旨)			
<p>本論文では、決定問題や最適化問題を入力長に依存しない計算時間で解く、定数時間アルゴリズムを扱っている。ある性質に対する ϵ 検査アルゴリズムとは、入力はその性質を満たすか、その性質を満たすには入力を ϵ 割合書き換えないとはいけないかを高い確率で正しく出力するもののことを言う。最適化問題に対する (α, β) 近似アルゴリズムとは、最適解を x^* としたときに、高い確率で $\alpha x^* - \beta \leq x \leq x^*$ なる x を出力するアルゴリズムのことを言う。典型的には $\beta = \epsilon n$ とする。この様に入力長の ϵ 倍の誤差を許容し、更に入力はオラクルを通じて読むことが出来るとすると、様々な問題が定数時間で解けるようになることが知られている。本論文では次数を制限したグラフに対する問題と制約充足問題(CSP)を扱い、定数時間で解くことの出来る問題の特徴付けることを目標としている。</p> <p>第1章では研究の背景、動機及び結果の概要について述べている。更に定数時間アルゴリズムに対する既存の研究を詳細に説明している。特にこれまで定数時間で検査可能と知られていた性質を統一的に説明し、最終的に必要十分条件を与えることを目標としていることが述べられている。</p> <p>第2章では最大マッチングに対する $(1, \epsilon n)$ 近似アルゴリズムを議論している。既存のアルゴリズムに単純な枝刈りを加えることで、計算時間が $1/\epsilon$ に関して指数的に改善することを示している。</p> <p>第3章では、(k, L) 完全性と呼ばれる性質に対する定数時間検査アルゴリズムを与えている。 k と L の値によって、(k, L) 完全性は連結性、剛性、k 個の枝疎な全域木を埋め込めるかなど、様々な性質を表現することが出来る。本章で与えるアルゴリズムでは、第2章で与えた最大マッチングに対する定数時間アルゴリズムを利用している。更に、(k, L) 枝連結度向き付け可能性と呼ばれる性質に対する定数時間検査アルゴリズムを構築しており、既存の多くの結果に対して統一的な解法を与えている。</p> <p>第4章では、CSPの入力が与えられた時に、出来るだけ多くの制約を充足する最適化問題を扱っている。本章では、全てのCSPに対する最適な近似度の定数時間アルゴリズムを与えている。即ち、各CSPに対して、ある値 α が存在し、$(\alpha, \epsilon n)$ 近似は定数時間で実現できるが、それを超える近似度を得ることは定数時間では不可能である。この際の近似度はCSPに対する線形緩和の整数化ギャップによって表現出来ることを示している。更に、与えられたCSPの入力が充足可能かを定数時間で検査できる必要条件と十分条件を、整数化ギャップを用いて示している。</p> <p>第5章では、CSPの幅と呼ばれるパラメータが1であれば定数時間で充足可能性が検査可能であることを示している。著者の後の研究によって、その逆も示されている。即ちCSPの充足可能性が定数時間で検査可能であることの必要十分条件は、そのCSPが幅1を持つこととなり、組み合わせ的な特徴付けを得ることに成功している。これにより本論文の目標の一つが達成されている。</p> <p>第6章では本論文の結果のまとめと今後の課題が与えられている。</p>			

(論文審査の結果の要旨)

本論文で扱われている定数時間アルゴリズムは、巨大な入力が一般的になった昨今においては実用的にも重要であり、計算困難性を示すのに用いられるなど理論的にも応用の多い分野である。特に次数を制限したグラフや制約充足問題(CSP)は、実用的にも頻繁に現れ、理論的にも明らかでないことが多く残されている重要な問題である。本論文では、定数時間で解くことの出来る問題の特徴付けることを目標としており、その主な成果と意義は以下の通りである。

- 最大マッチングに対して、既存の結果と比べて $1/\epsilon$ に関して指数的に高速な $(1, \epsilon n)$ 近似アルゴリズムを与えている。最大マッチングに対する $(1, \epsilon n)$ 近似アルゴリズムは、様々な他の問題を解く際にサブルーチンとして用いられている。よって この結果から多くの問題に対するアルゴリズムの計算量が $1/\epsilon$ に関して指数的に改善しており、その影響は大きいと認められる。
- (k, L) 完全性と (k, L) 枝連結向き付け可能性に対する定数時間検査アルゴリズムを与えている。これまで枝が少ない程成り立ちやすい性質が定数時間で検査可能になる統一的な理由は知られていたが、枝が多い程成り立ちやすい性質に対しては理解が進んでいなかった。本結果は連結度増大の手法を用いることで、その様な性質が検査可能であることを統一的に説明することに成功している。この結果は今後、検査可能なグラフの性質を特徴付けるのに役立つと考えられる。
- 全てのCSPに対して、最良の定数時間近似アルゴリズムを与えている。またCSPの充足可能性の検査が定数時間で可能になるための必要条件と十分条件を線形緩和の整数化ギャップを用いて与えている。次数を制限したモデルにおけるCSPの研究をほぼ終わらせることに成功したと言え、その意義は非常に大きい。証明手法も、定数時間アルゴリズム、確率的検査可能証明、分散アルゴリズムなど様々な道具を利用しており、理論的にも非常に深い結果となっている。
- CSPが幅1を持つとき、そのCSPの充足可能性は定数時間で検査可能であることを示している。具体的には幅が1の時には、殆ど充足可能な入力を与えられたときに、殆どの制約を充足する割り当てを与えるアルゴリズムを設計し、上記の結果と組み合わせて証明を行っている。この研究は、検査可能なCSPに対する必要十分条件を与えるのに利用されていることに加えて、幅という概念を近似アルゴリズムの設計に利用したことが意義深いと考えられる。CSPの充足性判定に対する研究と近似アルゴリズムに対する研究は全く独立に行われており、幅は前者で用いられる概念である。本結果は、初めてこの二つの研究を結びつけた結果である。

以上、本研究は次数を制限したグラフの問題とCSPに対する定数時間アルゴリズムに関して、学術上意義深い成果をあげている。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。

また平成24年1月24日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。